

1238⁵⁰⁶³³ *Spe*

FRANKLIN-TARBUKA

MATEMATIKAI
és
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADEMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI MAURITZ BÉLA OSZTÁLYTITKÁR.

L. KÖTET.

HÉT TÁBLÁVAL

MATHEMATISCHER
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHER
ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON B. MAURITZ KLASSENSEKRETÄR.

BAND L.

MIT SIEBEN TAFELN

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA.

1934.

EGYETEM KÖNYVTÁRA
SZEGED
FOLYÓIRATOK

MATEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESÍTŐ.

A M. TUD. AKADEÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI MAURITZ BÉLA OSZTÁLYTITKÁR.

L. KÖTET.

HÉT TÁBLÁVAL

Éa 2

MATHEMATISCHER
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHER
ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON B. MAURITZ KLASSENSEKRETÄR.

BAND L.

MIT SIEBEN TAFELN

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEÉMIA.

1934.

50639



TARTALOMJEGYZÉK.

	<i>Lap</i>
BOBEST BÉLA: lásd PUTNOKY LÁSZLÓ.	
BUDAY KÁLMÁN: A lymphogranuloma-sejtek szerkezetéről .	13—45
DOBY GÉZA: A táplálás hatása enzymek mennyiségére	441—455
FALTIN ERNŐ: lásd GRÓH GYULA.	
FROMMER RUDOLF: A gépipari javaknak kicserélhetően szabatos tömeges gyártásáról	289—298
GRÓH GYULA és FALTIN ERNŐ: Vizsgálatok a kazein inhomogenitásáról I.	457—466
HAJÓS GYÖRGY: Egy determináns-tétel	231—238
HERZOG FERENC: Az aorta és a szív syphilisének körfejlődéséről	1—10
HITTRICH JÓZSEF: Adalékok a Wien-féle eltolódási törvény elméletéhez	350—364
HOOR-TEMPIS MÓRIC: A munkásonkénti géphányad, a termelékenység, az átlagos kereset és a gyártással termelt érték-emelkedés összefüggése	259—277
HOOR-TEMPIS MÓRIC: A művelt nemzetek gazdasági tevékenységének különféle ágazataiban fogyasztott évi energia-mennyiségek viszonyának állandósága	281—286
KÉZ ANDOR: A Duna visegrádi áttörése	713—747
KROMPECHER ISTVÁN: A rugalmas porcogó functionális szerkezete	102—113
MAREK JÓZSEF, WELLMANN OSZKÁR és URBANEK LÁSZLÓ: A táplálék ásványi anyagösszetételének befolyása a vérsavó calcium-, phosphor- és széndioxid-tartalmára	115—116
MAURITZ BÉLA: A balatonvidéki bazaltok zeolitásványai ...	635—648
MAUTHNER NÁNDOR: Az acylgyök vándorlása a polyoxyphenoloknál	468—476
MAUTHNER NÁNDOR: Az acetooxyhydrochinon szintézise	480—482
MAUTHNER NÁNDOR: A benzoylgyök vándorlása a benzoyldimethylpyrogallolnál	484—486
MAUTHNER NÁNDOR: A 3-methylgallussavra vonatkozó vizsgálataim eredménye	489—494

	<i>Lap</i>
MISKOLCZY DEZSŐ: A kisagyi Purkinje-sejtek megrekedése és kimozdulása	91—99
Sz. NAGY GYULA: Vizsgálatok reális polinomok és bizonyos egész függvények komplex zéróhelyeinek helyzetéről ...	167—192
NEUMANN JÁNOS: A koordináta-mérés pontosságának határai az elektron Dirac-féle elméletében	366—384
PEKÁR DEZSŐ: Az Eötvös-ingák megbízhatósága	301—326
PREISZ HUGÓ: Vizsgálatok az ú. n. Pettenkoferiákra vonatkozólag	47—61
PUTNOKY LÁSZLÓ és BOBEST BÉLA: Adatok vasdús bauxitok meszes feltáráshoz	497—506
RADOS GUSZTÁV: A Galois-féle genus discriminánsra vonatkozó Kronecker-féle tételnek új levezetése	124
REICHERT RÓBERT: A gömörmegyei Sajóháza és Rozsnyó szfaleritje	660—667
RÉDEI LÁSZLÓ: A másodfokú számtest osztálycsoportjának nyolccal osztható invariánsai	195—215
RÉDEI LÁSZLÓ: A másodfokú számtest egyik tételének új bizonyítása	219—228
SCHAFARZIK FERENC † és VENDL ALADÁR: A kemenceszéki medence szerkezete	559—571
SCHAFER KÁROLY: Az emberi elmetehetség agyanatomiai alapjáról	63—73
SCHÖNBERGER TIBOR: Petersen Graph-tételének bizonyítása	251—257
B. SOÓ REZSŐ: A Balatonvidék növényszövetkezeteinek szociológiai és ökológiai jellemzése	669—707
SZÁSZ OTTÓ: A Fourier-féle sor részletösszegeinek korlátosságáról és összetartásáról	125—144
SZENTPÉTERY ZSIGMOND: Az Ortáshegy diabáza a Bükkhegységben	530—557
SZÉLL KÁLMÁN: A kétatomú gázok statisztikája	331—347
SZÉLL KÁLMÁN: A többatomú gázok statisztikája	241—249
TAKÁTS TIBOR: lásd VENDL ALADÁR.	
TAKÁTS TIBOR: Essexit a Mecsek-hegységből	617—633
TIHANYI MIKLÓS: Lagrange-féle resolvensek szorzása magasabbfokú körosztási számtestekben	147—163
TOKODY LÁSZLÓ: A bindtbányai turmalin	650—658
TÓTH GÉZA: lásd ZECHMEISTER LÁSZLÓ.	
URBANÉK LÁSZLÓ: lásd MAREK JÓZSEF.	
VARGA JÓZSEF: Szénolajok hidrogénezése nagy nyomáson ..	386—406
VARGA JÓZSEF: A naftalin hidrogénezése nagy nyomáson ...	408—426
VENDL ALADÁR: lásd SCHAFARZIK FERENC †.	
VENDL ALADÁR: Adatok a bükkhegységi paleolitikok kőzettani ismeretéhez	573—587

	<i>Lap</i>
VENDL ALADÁR és TAKÁTS TIBOR: A Csódihegy andezitjának mállásáról	589—615
VITÁLIS ISTVÁN: A <i>Congeria soproniensis</i> n. sp.	509—517
VITÁLIS ISTVÁN: Adatok a Kab-hegy bazaltlávaömlésének a megismétlődéséhez	520—527
WELLMANN OSZKÁR: lásd MAREK JÓZSEF.	
ZECHMEISTER LÁSZLÓ és TÓTH GÉZA: Állati celluloz részleges lebontása	430—439
ZIMMERMANN ÁGOSTON: Összehasonlító anatómiai vizsgálatok a Vesalius-féle incsontokról	76—88

INHALTSVERZEICHNIS.

	<i>Seite</i>
BOBEST, B.: Siehe PUTNOKY, L.	
BUDAY, K.: Über die Struktur der Lymphogranulomzellen ..	46
DOBY, G. v.: Einfluss der Ernährung auf die Enzymmenge ..	456
FALTIN, E.: Siehe GRÓH, J.	
FROMMER, R. v.: Über die austauschreife Massenfertigung von maschinellen Genauigkeits-Erzeugnissen	299—300
GRÓH, J. und FALTIN, E.: Untersuchungen über die Inhomogenität des Kaseins	467
HAJÓS, G.: Ein Determinantensatz	239—240
HERZOG, FR.: Über die Pathogenese der Syphilis der Aorta und des Herzens	11—12
HITTRICH, J.: Beiträge zur Theorie des Wien'schen Verschiebungsgesetzes	365
HOOR-TEMPIS, M. v.: Die Maschinenquote und der jährliche Durchschnittsverdienst je Arbeiter und deren Beziehungen zu der durch die Fabrikation erzeugten Wertsteigerung ..	278—280
HOOR-TEMPIS, M. v.: Die Beständigkeit des Verhältnisses der in verschiedenen Zweigen der wirtschaftlichen Tätigkeit der Kulturvölker verbrauchten Energiemengen	287—288
KÉZ, A.: Der Donaudurchbruch bei Visegrád	748—751
KROMPECHER, St.: Die funktionelle Struktur des elastischen Knorpels	114
MAREK, J., WELLMANN, O. und URBANEK, L.: Einfluss der mineralischen Zusammensetzung der Nahrung auf den Kalzium-, Phosphor- und Kohlendioxydgehalt des Blutserums	117—118
MAURITZ, B.: Die Zeolithminerale der Basalte des Platten- seegebietes	649
MAUTHNER, F.: Über die Wanderung der Acylgruppe bei den Polyoxyphenolen	477—479
MAUTHNER, F.: Die Synthese des Acetooxyhydrochinons....	483

MAUTHNER, F.: Über die Wanderung der Benzoylgruppe beim Benzoyldimethylpyrogallol	487—488
MAUTHNER, F.: Untersuchungen über die 3-Methylgallussäure	495—496
MISKOLCZY, D.: Wanderungsbehinderung und Lagewechsel der Purkinje-Zellen	100—101
NAGY, J. v. Sz.: Untersuchungen über die Lage der nicht-reellen Nullstellen von reellen Polynomen und von gewissen reellen ganzen Funktionen	193—194
NEUMANN, J. v.: Über die Grenzen der Koordinatenmessungs-Genauigkeit in der Dirac'schen Theorie des Elektrons ...	385
PEKÁR, D.: Die Verlässlichkeit der Eötvösschen Drehwagen	327—330
PREISZ, H. v.: Untersuchungen über die sogenannten Pettenkoferien	62
PUTNOKY, L. und BOBEST, B.: Angaben zu der Aufschliessung eisenreicher (unganischen) Bauxite mittels Kalk	507—508
RADOS, G.: Eine neue Herleitung des Kronecker'schen Satzes über die Discriminante der Galois'schen Gattung	119—123
RÉDEI, L.: Die Anzahl der durch acht teilbaren Invarianten eines beliebigen quadratischen Zahlkörpers	216—218
RÉDEI, L.: Neuer Beweis eines Satzes des quadratischen Zahlkörpers	229—230
RECHERT, R.: Über den Sphalerit von Sajóháza und Rozsnyó	668
SCHAFARZIK, F. † und VENDL, A.: Tektonik des Beckens von Kemencszék	572
SCHAFFER, K.: Über das hirnanatomische Substrat der höheren Begabung	74—75
SCHÖNBERGER, T.: Ein Beweis des Petersen'schen Graphensatzes	258
Soó, R. v.: Die Pflanzengesellschaften des Balatongebiets ..	708—712
SZÁSZ, O.: Über die Beschränktheit der Partialsummen und über die Konvergenz der Fourier'schen Reihe	145—146
SZÉLL, K.: Über die Statistik der zweiatomigen Gase	348—349
SZÉLL, K.: Über die Statistik der mehratomigen Gase	250
SZENTPÉTERY, S. v.: Der Diabas des Ortásberges im Bükkgebirge	558
TAKÁTS, T.: Siehe VENDL, A.	
TAKÁTS, T. Essexit aus dem Mecsekgebirge	634
TIHANYI, N.: Die Multiplikation der Lagrange-schen Resolventen in Kreiskörpern von höherem Grade	164—166
TOKODY, L.: Turmalin von Bindtbánya	659
TÓTH, G.: Siehe ZECHMEISTER, L.	
URBANEK, L.: Siehe MAREK, J.	
VARGA, J.: Druckhydrierung einiger Teer- und Ölprodukte	407

VIII

	<i>Seite</i>
VARGA, J.: Die Hochdruckhydrierung des Naphtalins	427—429
VENDL, A.: Siehe SCHAFARZIK, F. †.	
VENDL, A.: Beiträge zur petrographischen Kenntnis der Paläolithe aus dem Bükkgebirge.....	588
VENDL, A. und TAKÁTS, T.: Untersuchungen über die Ver- witterung des Andesits vom Csódi-berg (Ungarn)	616
VITALIS, St. v.: <i>Congerina soproniensis</i> n. sp.	518—519
VITALIS, St. v.: Zur Wiederholung des Basaltergusses des Kab- hegy	528—529
WELLMANN, O.: Siehe MAREK, J.	
ZECHMEISTER, L. und TÓTH, G.: Partieller Abbau tierischer Cellulose	440
ZIMMERMANN, A.: Vergleichende anatomische Untersuchungen über die Vesalius'schen Sesambeine	89—90

AZ AORTA ÉS A SZÍV SYPHILISÉNEK KÓRFEJLŐDÉSÉRŐL.

(Székfoglaló értekezés.)

HERZOG FERENC I. tagtól.

A legsúlyosabb fertőző betegségek egyike, a syphilis is azon bajok közé tartozik, amelyeknek kórfejlődése sok tekintetben még nincsen felderítve. Ez a kérdés ma azért is jelentőséges, mert az utóbbi időben a syphilisnek lefolyása kétségtelenül megváltozott, amennyiben az aortának és a szívnek syphilise most sokkal gyakrabban fordul elő és nagyobb pusztítást végez, mint régebben. E bajok kórfejlődésének felderítése nagy gyakorlati eredményhez is vezethet, mert gyógyításukra számos kiváló szerrel rendelkezünk, ezeknek helyes alkalmazására azonban csak a kórfejlődés megismerése szolgáltathat kielégítő alapot.

A belső szervek syphilise között, gyakori és súlyos volta miatt, legfontosabb az aortának és a szívnek megbetegedése. Az utóbbi mint az előbbinek következménye létesülhet, sokszor azonban attól függetlenül, de rendszerint azzal együtt támad. Ez a két betegség szorosan összefügg egymással azért is, mert az aortitiszes beteg sorsa nagy mértékben függ szívének állapotától.

Az aortitisznek jelentőségére világot vetnek a következő adatok: az idegrendszer és a belső szervek syphilisének legalább felét az aortitis teszi ki; a syphilissel fertőzöttek számát a városokban a lakosságnak 10 0/0-ára becsülhetjük, és a belosztályok fekvő betegeinek is átlag $\frac{1}{10}$ része fertőzöttnek bizonyul; ezen utóbbiaknak körülbelül egynegyedrésze szenved aortitisben. Klinikámon minden fekvő beteg vérével elvégezzük a WASSERMANN-kémlést, ami bizonyos fokig tájékoztat a syphilis elterjedéséről, de a valóságnál

kisebb értéket ad. Az utóbbi két esztendőben (1930—1931) vizsgált 3130 savónak 8·9 % -a adott pozitív reactiót és ugyanezen időben betegeinknek 1·34 % -a szenvedett aortitisben. Ezen utóbbi szám aránylag kicsiny voltának oka az, hogy csak a súlyos aortitisek kezeltek mint fekvő betegek, a könnyű esetek pedig nem kerülnek klinikai felvételre.

Az aortitis a ma általánosan elfogadott vélemény szerint a syphilisnek késői terméke. Ennek a felfogásnak alapja az, hogy ezen betegség tünetei átlag 20 évvel a fertőzés után jelennek meg. Klinikám adatai szerint ez az időtartam 10 és 35 év között szokott változni és csak ritkán rövidebb vagy hosszabb ennél. Azonban nézetem szerint téves ebből arra következtetni, hogy az aorta syphilise valóban csak ilyen hosszú idő múlva kezdődik, mert az is lehetséges, hogy az aortitis már sokkal előbb kezdődött, de sok éven keresztül nem okozott sem panaszt, sem objektív tünetet, annak ellenére, hogy az aorta már régóta beteg. Idült betegségeknek kezdete ugyanis sokszor nagyon megelőzi a klinikai tünetek jelentkezését, és hogy az aortitis tünetmentes szaka rendszerint igen hosszú, azt a következő anatómiai és klinikai megfigyelésekkel igyekszem igazolni.

Az *aortitis anatómiája* azt bizonyítja, hogy az aortában csak egészen kivételesen fordul elő jellemző késői syphilises termék, szabad szemmel is látható gumma, ennél valamivel gyakrabban fordulnak elő ú. n. miliaris gummák, de ezeknek jelentősége kétséges, a *spirochaeta pallidát* pedig még csak tíz egynéhány esetben sikerült kimutatni, keresése a kórjelzés céljára kilátástalan.

Ezzel szemben az eseteknek túlnyomó nagy többségében mind ezek az elváltozások hiányzanak, az aortában főképen szövetpusztulást és hegesedést találunk, ezenkívül syphilisre nem határozottan jellemző sejtes beszűrődést, leginkább az aorta tápláló erein. Ez a kép tehát régi, hegesedéshez vezetett elváltozásnak felel meg, és BENDA szerint nem is érdemli meg az aortitis nevét, hanem inkább syphilises aortasclerosisnak nevezhető, mert szerinte bevégzett folyamatnak eredménye.

Összhangban van ezzel az a tapasztalat, hogy nem ritkán az aorta elváltozása az élőben semmiféle tünetet sem okozott és az aortitist csak a boncolás mutatja ki (pl. REID anyagának negyed-

résében), és ugyancsak egyezik ezzel az a klinikai tapasztalat is, hogy az aortitis képe néha sok éven át teljesen változatlan marad. Klinikámon is észleltünk ilyen eseteket; ezeknek egyikében, amelyben az aortitis alig okozott panaszt, az aorta állapota tíz év óta egészen egyforma. Nyilván helyes, ha az aortitis lappangó voltát, illetőleg rosszabbodásának elmaradását ezen esetekben nemcsak a gyógyításnak tulajdonítjuk, hiszen ennek kedvező hatását annyi más esetben nélkülözzük; e betegek tünetmentessége, illetve állapotuknak egyforma volta sokkal inkább azon alapulhat, hogy az aortájukban csak kevés az előrehaladó fajlagos elváltozás és túlnyomó a már alig változó és eléggé ellenálló hegesedés.

A *szívnek syphilise* néha gumma, gyakrabban myocarditis fibrosa alakjában jelentkezik, nagyon sokszor azonban csak hegesedés van a szívizomban, amelynek eredete a szövettani kép alapján már nem határozható meg. A gumma aránylag ritka, összesen 100 egynéhány eset közöltetett, a másik két elváltozás pedig régóta fejlődő, illetve befejezett folyamatnak felel meg, ami összhangban van azzal, amit rendszerint az aortitisben is találunk.

Azt a kérdést, hogy az aortitis mikor kezdődik, eldönthetné az aortának anatómiai vizsgálata röviddel a syphilitikus fertőzés után, amire azonban nagyon ritkán van alkalom. Összesen öt ilyen eset ismeretes: kettőben a primär affectio után $\frac{1}{2}$ év múlva aneurysma találtatott (Brooks), egyben a fertőzés után $1\frac{1}{2}$ évvel halt meg a 24 éves beteg, akin kezdődő aortitist találtak (H. W. GRAF), a negyedik esetben a fertőzés után egy évvel a boncolásnál két aortaneurysmát és syphilitikus szívizomgyulladást találtak (HERTZ), az ötödikben pedig a másodlagos syphilitikus beteg boncolása aortitist derített ki, amely klinikai tünetet nem okozott (LETULLE).

Bármennyire ritkák ezek az esetek, mégis azt bizonyítják, hogy az aorta már röviddel a fertőzés után súlyosan megbetegedhetik. Hogy ebben az időben az aortának és a szívnek enyhe fajlagos gyulladása gyakori-e, azt a másodlagos syphilisben szenvedő, de más okból elhaltak aortájának és szívének rendszeres beható vizsgálata deríthetné ki, ez azonban eddig nem történt meg. Viszont lappangó syphilisben, épnek látszó aortákban többször találtak már fajlagos lobos gócokat és ezekben spirochaetákat is (WARTHIN, GULDBERG).

Másfelől a klinikai megfigyelés is szolgáltat adatokat az aorta és a szív syphilisének korai kezdetére. Összhangban az anatómiai adatokkal négy eset ismeretes (LIECK, BRAUN, DONATH, J. FEIN), amelyben a fertőzés után egy éven belül már kifejlődött az aortitis klinikai képe. Nagyon gyakran fordul elő azonban, hogy másodlagos syphilises betegeken olyan tünetek mutatkoznak, amelyek a szív betegségétől származhatnak. Ilyen tünetek: nyomás a szív-tájon, szívdobogás, szapora érverés, az érverés különféle szabálytalansága, systolés zörej a szíven. Mindezek a tünetek, amelyek rendszerint hamarosan elmúlnak, pszichikai eredetűek, a betegség kiváltotta aggodalom következménye is lehetnek, de a szív olyan szervi elváltozásától is származhatnak, amely gyorsan megjavul. Ennek eldöntése nem lehetséges, és ezért azok a tünetek értékesek, amelyeket csak szervi szívelváltozás okozhat. A szívnek néha jelentkező kitágulásán kívül ilyen tünet a nagyon ritkán előforduló pericarditis, és ilyen értékük van azoknak az eltéréseknek, amiket klinikámon másodlagos syphilises betegek elektrokardiogramján találtunk.

Az elektrokardiogrammon 23 eset közül 6-ban a kamralengésnek olyan elváltozását észleltük, amelyből a szívizomnak sérülésére lehet következtetni, és összhangban volt ezzel az, hogy ezen esetek közül kettőben mozgáskor szívgyengeség, nehéz lélekzés támadt. Három beteget hónapok múlva újból megvizsgálhattunk, és ekkor a működési áram görbájén határozott javulást találtunk. Mivel ezeknek a betegeknek más bajuk, amely szívüket bántalmazhatta volna, nem volt, mivel 22—32 éves koruk miatt arteriosclerosis sem jöhetett tekintetbe, és mivel három esetben a syphilis javulásával a kamralengés alakja is megjavult, okkal szívüknek syphilisére vezethettük vissza a kamralengésnek kóros voltát. Ezenkívül egy másodlagos syphilisben szenvedő fiatal férfin a szív több hónapos észlelésünk alatt megnagyobbodott, harántirányban 10, hosszirányban 13 mm-rel, és testi munka után nehéz légzés támadt s az érverés száma 70-ről 168-ra emelkedett. Ugyanezen betegen hét hónap múlva sem munkadyspnoe, sem tachykardia már nem állott elő. Más betegség hiányában, és mivel ez a javulás a fajlagos gyógyításra következett be, a tüneteket ebben az esetben is a szív syphilisének kellett tulajdonítanunk.

Az aortitis felismerésére is kísérletet tettem az aortaizomzat működési áramának regisztrálásával. Az elektródoknak megfelelő elhelyezésével ugyan sikerült az aortából áramot elvezetni, de az ép aorta és a súlyosan sclerosisos, meszes aorta görbéje egyforma volt, az elvezetett áram tehát nem élettani, hanem csak fizikai jelenség, az aorta térfogatváltozásának kísérője volt, nem pedig izomzata működési áramának görbéje. Ez az eljárás tehát nem volt felhasználható az aortitis körjelzésére.

A szívizom elváltozása a másodlagos syphilisben azelektrokardiogrammnak milyensége miatt nem tekinthető toxinhatás eredményének; annál kevésbbé, mert a spirochaetának ilyen terméke biztosan kimutatva nincsen; legvalószínűbb az, hogy a szívizomnak sérülését a benne megtelepedett spirochaeták okozzák azáltal, hogy a szívizomban ugyanolyan reactiót, az apró ereken sejtes beszűrődést váltanak ki, mint amilyen a köztakaró syphilises termékeiben található. Ez azért valószínű, mert ez a fajlagos lobos reactio nemcsak a bőr és a nyálkahártyák syphilidjeiben fejlődik ki, hanem hasonló reactio támad a syphilis ezen korai szakában a nyirokcsomókban is, a testüregekben fekvőkben is, aminek kimutatására már nyílt alkalom, továbbá aránylag gyakran támad ilyen reactio az idegrendszerben, és néhány esetben kimutathatták azt a májban is. Másodlagos syphilis hat esetében a májban az erek körül és a kötőszövetben sejtes beszűrődést, nagyszámú göböcskét találtak (BABES, HAUSMANN, BROOKS, GRUBER); az idegrendszer ereinek ezen korai syphilisét viszont pontosan ismerjük, mert nem ritkán halálos betegséget okoz: tizenkét esetben a halál bekövetkezett a fertőzés után egy éven belül, legkorábban 2 $\frac{1}{2}$ hónap múlva. (VERSÉ, FINKELBURG, WERTHER, GRUSDJEV, SÉZARY, MALLOIZEL és NÁTHÁN esetei.)

Valószínű, hogy a másodlagos syphilisben ugyanilyen elváltozás támadhat a többi belső szervben is, hogy ezen alapul ezen betegek fehérjevizelése, amely úgy csekély fokában, mint gyorsan múlt voltában lényegesen különbözik a syphilises nephrosistól, és valószínű, bár erre sincsen anatomiai bizonyítékunk, hogy az előbb tárgyalt szívtünetek is ezen, a szív legkisebb ereinek fajlagos gyulladásán alapulnak. Ezt a felfogást, amely szerint tehát a másodlagos syphilisben az összes belső szervekben ugyanaz létesülhet,

mint ami a bőr és a nyálkahártyák syphilises elváltozásaiban keletkezik, még két körülmény támogatja: a belső szerveknek működés-zavarát a gyógyítás éppen úgy elmulasztja, mint a bőr- és a nyálkahártya-tüneteket, másfelől pedig a legkisebb erek fajlagos gyulladása, ha nem súlyos, egyáltalában nem fogja megzavarhatni a belső szervek működését; ilyenkor tehát enyhe megbetegedésük ellenére klinikai tünetek nem támadnak, és ez az oka annak, hogy a belső szervek sokszor egészségeseknek látszanak a másodlagos syphilisben.

Csekély elváltozás az aortában szintén nem okozhat klinikai tünetet; az aorta falának súlyos roncsolása, amely annak durva alakú elváltozásához vezetett, válhatik csak felismerhetővé; ez pedig csak felette ritkán, az előbb említett néhány esetben következett be. A szív ereinek fajlagos gyulladása is csak akkor fog biztosan felismerhetővé válni, ha nagyon elterjedt és szívgyengeséghez, a szívnek kitágulásához vagy pedig akkor, ha a működési áram görbójének megváltozásához vezetett. Ezek a következmények a másodlagos syphilisben nem ritkák, de ha a szív és az aorta sokszor egészen épnek is látszik, a mondottak értelmében ez egyáltalában nem bizonyítja sértetlenségüket.

Valószínű, hogy a belső szervekben, tehát a szívben és az aortában is, ez a fajlagos gyulladás időnként kiújul éppen úgy, mint a bőrben, ami e szerveknek egyre súlyosabb elváltozásához fog vezetni. Ennek az elváltozásnak foka azonban nemcsak ezen kiújulásokon múlik, hanem, mivel főképpen az erek betegedtek meg, azon is fog múlni, hogy milyen az illető szervnek érellátása és érzékenysége keringés-zavarral szemben, továbbá azon is, hogy milyen szövetének regeneráló képessége. A szívizom és az aorta regenerációja nagyon hiányos, mert csak silányabb szövetet termel, és hogy a szív vérellátása könnyen szenved, s hogy izomzata keringés-zavarral szemben érzékeny, azt számos klinikai és anatómiai tapasztalat bizonyítja. Ezek a sajátságok is szerepelnek az aortitis és a szív syphilisének kórfejlődésében, ezek hozzájárulnak ahhoz, hogy a syphilis sokszor vezet súlyos, meg nem gyógyítható elváltozásokhoz éppen ezen szervekben.

Azonban ezeken kívül még jelentős szerepet kell tulajdonítanunk a kórfejlődésben más körülményeknek is, amelyek egyúttal

magyarázatát adják annak, hogy az aorta és a szív syphilisének felfogásom szerint többnyire korai kezdete ellenére a klinikai tünetek rendszerint csak későn, sok esztendő múlva mutatkoznak.

Régóta feltűnt, hogy az essentialis hypertonia, továbbá a nagy vérnyomással járó idült vesegyulladás gyakran fordul elő aortitissel együtt. Francia klinikusok szerint a syphilis okozná a hypertoniát és a vesebajt is, tehát mindhárom betegségnek egy közös oka volna. De ez nincsen bebizonyítva, és nézetem szerint a német kutatók véleménye a helyes, amikor a vesegyuladást illetőleg a syphilis oki jelentőségét egészen kétesnek mondják. Az essentialis hypertonia klinikájában és anatómiájában pedig egyetleneg olyan sajátság sincsen, amely syphilisre utalna.

Nézetem szerint e betegségeknek gyakori együttes megjelenése azon alapszik, hogy a nagyobb vérnyomás erősebben tángítja ki a már régebben syphilisben megbetegedett és ezért kisebb ellenállású aortát, hogy tehát az aortitis tünetei előbb vagy nagyobb mértékben fejlődnek ki azokon, akiknek vérnyomása nagyobb, mint a rendes vérnyomású embereken. Viszont a sclerosis, amely a hypertoniához csatlakozhatik, az érfal ellenállóképességének csökkentésével fokozza az aorta elváltozását. Ugyanilyen hatása van természetesen a hypertonia nélkül fejlődött aortasclerosisnak is, amely szintén gyakran fordul elő aortitissel együtt.

Az essentialis hypertoniának és a sclerosisnak, ezeknek a főképen endogen betegségeknek is van tehát szerepük az aortitis kórfejlődésében, és bizonyos exogen ártalmak, a dohány és az alkohol, ezen endogen bajokra való kedvezőtlen hatásuk útján is súlyosbíthatják a syphilises aorta állapotát.

Endogen tulajdonságoknak jelentőségét az aortitis kórfejlődésében legszembetűnőbben bizonyítja az alkatnak szerepe, a férfiaknak nagyobb hajlamossága e betegségre. A férfiak valamivel gyakrabban fertőződnek syphilissel, mint a nők (pl. a berlini bőrklinika 21,000 syphilises betegének 60 %-a volt férfi), az aortitis azonban a férfiakon legalább kétszer olyan gyakran fordul elő, mint a nőknél (MORITZ, ROSENBERG, SCHLESINGER, TURNER), vagy ennél is gyakrabban és ezenkívül a férfiakon rendszerint súlyosabb alakot ölt. Klinikámon, ahol a fekvő beteg férfiak és nők száma

közel egyforma, az utóbbi évtized alatt (1922—31-ig) 266 túl-nyomóan súlyos aortitisben szenvedő beteg feküdt. Ezek közt 210 férfi volt, számuk tehát közel négyszer akkora volt, mint a nőké, és kórbonctani anyagon, amely természetesen szintén fő-képen súlyos eseteket illet, segédem, BUDAY LÁSZLÓ ugyanilyen arányt talált.

Ezen nemi dispositio alapulhat azon, hogy a férfiak aortáját gyakrabban támadja meg a spirochaeta, ugyanis más kórokozó is gyakrabban okoz férfiakon aortahibát, de alapulhat azon is, hogy a férfiakon gyakoribb a hypertonia és a sclerosis, s hogy ezeknek hatására az aortitis férfiakon gyakrabban és súlyosabb alakban fejlődik ki. Ez az utóbbi lehetőség azért valószínű, mert gyakrabban észlelték az aortitist a muscularis és a digestiv habitusú embereken (BAUER) és a pyknikus alkatúakon (LAZAROVITS), aminek oka az lehet, hogy az ilyen alkatú embereken gyakoribb a sclerosis és a hypertonia, amely az aortitis fejlődését előmozdítja.

Ennek értelmében tehát ezek az endogen tényezők az aortitisnek, ennek az exogen betegségnek kórfejlődésében szerepelnek, és mivel a hypertonia és a sclerosis többnyire az élet derekán kezdődik, ilyenkor fog sokszor ezen bajok hatására a rendszerint már ifjúkori fertőzés után felfogásom szerint csakhamar kezdődő, de hosszú ideig lappangó aortitis klinikai tüneteket okozó betegséggé fokozódni.

De egészen hasonló hatást kell tulajdonítanunk az aortitis kórfejlődésére annak az endogen élettani változásnak is, amely minden egészséges ember verőerein a korral együtt létesül. ASCHOFF az érrendszer életében három időszakot különböztet meg: az első a más szervekével párhuzamosan haladó növekedésnek időszaka, a második egy nyugalmi állapot, amely a negyedik évtizedben csak néhány évig tart, a harmadik pedig a hanyatlásé, amikor az érfalnak élettani jelenség gyanánt keletkező fibrosisa folytán — amelyet ASCHOFF élesen elválaszt a sclerosistól — az erek kitágulnak és kanyargóssá válnak, ami az aortán kerületének egyharmadával való megnagyobbodásához vezet. Nyilvánvaló, hogy az ereknek ezen silányabbá válása, öregedése, hatásában hasonló lesz, mint a sclerosis; az addig lappangó aortitist az aortának ezen élettani fibrosisa és ektasiája panaszokat és objektív tüneteket

okozó betegségig fokozhatja az idősebb korban. E szerint tehát sokszor nem az aortitis, hanem csak a tünetei keletkeznek későn, a bajnak korai kezdete, de hosszú lappangása után; az aortitis tehát rendszerint a syphilisnek nem késői terméke, és ez összhangban van az anatómiai lelettel, amely az esetek nagy többségében főképen hegesedésnek felel meg.

Ha ez a felfogás a fibrosis, a sclerosis és a hypertonia hatásáról helyes, akkor a későbbi életkorban szerzett syphilis után gyorsabban kell kifejlődnie az aortitisnek, mint akkor, ha a fertőzés a fiatal korban történt. Erre vonatkozólag csak néhány megfigyelés ismeretes, de rendszeresen nem vizsgálták ezt a kérdést. Klinikámnak aortitises betegei közül 112 tudta biztosan, hogy mikor fertőzte magát syphilissel. Kitűnt, hogy azokon a betegeken, akik az idősebb korban fertőződtek, rövidebb idő telt el az aortitis kifejlődéséig, mint azokon, akik fiatalkorukban szereztek syphilist (IGLAUER). Az aortitis lappangási időszaka tehát az idősebb korban szerzett syphilisnél rövidebb volt, ami az idősebb korban keletkezett említett elváltozások hatását bizonyítja.

Az aorta és a szív syphilisének kórfejlődéséről mondottakat a következőkben foglalom össze:

1. E bajoknak többnyire korai kezdetével összhangban van az anatómiai lelet, mert ez a legtöbb esetben főképen hegesedés, és csak ritkán késői syphilises termék.

2. Anatómiai és klinikai megfigyelések bizonyítják, hogy néha már röviddel a fertőzés után súlyos aortitis támad.

3. A klinikai észlelés azt bizonyítja, hogy a szív már a másodlagos syphilisben gyakran megbetegszik. A szív valószínűleg főképen tápláló ereinek gyulladása folytán sérül, tehát ugyanúgy, mint más belső szervek és a köztakaró. Valószínű, hogy a szívvel együtt az aorta is sokszor már ilyenkor sérül, de ennek klinikai kimutatása azért nem sikerülhet, mert az aortán csak súlyos elváltozás ismerhető fel, ilyen pedig rendszerint csak hosszú idő múlva támad.

4. Részben a szívizom és az aorta hiányos regenerálásán alapul, hogy a syphilis sokszor okoz e szervekben meg nem gyógyítható elváltozásokat.

5. Az aortitis kórfejlődésében azonban a nagy vérnyomásnak



és a sclerosisnak, továbbá az aortafal élettani fibrosis okozta gyulladásának, tehát alkati tényezőknak is fontos szerep jut. Mindezek az elváltozások az idősebb korban támadnak, az aortitis ezért lesz többnyire ilyenkor súlyosabbá, nyilvánvalóvá.

6. Az aorta és a szív syphilisének gyógyításakor mindezen körülményekre figyelemmel kell lennünk; a kórfejlődésnek vázolt menetéből azonban az következik, hogy a syphilis korai szakában végzett erélyes gyógyítás vezethet leginkább kielégítő eredményre.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. évi június 12-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE PATHOGENESE DER SYPHILIS DER AORTA UND DES HERZENS.

Von FRANZ HERZOG,

(Auszug.)

Allgemein wird angenommen, dass die Aortitis eine Spätform der Syphilis sei. Diese Annahme beruht auf dem späten Auftreten der Symptome dieser Erkrankung. Dies beweist jedoch keineswegs, dass die Aortitis erst zu dieser Zeit beginnt, denn dies kann auch auf einer zahlreiche Jahre dauernden Latenz der Aortitis beruhen. Letztere Möglichkeit stützen folgende anatomische und klinische Beobachtungen.

In der Mehrzahl der Fälle findet sich bei Lues der Aorta und des Herzens überwiegend narbiges Gewebe und nur selten kommen typische tertiäreluetische Veränderungen vor. Es besteht also meistens hauptsächlich eine alte Veränderung und hiemit ist im Einklang das manchmal viele Jahre hindurch stationäre Bild der Aortitis, denn dies kann kaum auf den Einfluss der Therapie, sondern vielmehr auf eine nicht mehr fortschreitende narbige und genügend widerstandsfähige Veränderung der Aorta zurückgeführt werden.

Es wurde, zwar sehr selten, in den ersten $1\frac{1}{2}$ Jahren nach der Infektion schwere Aortitis beobachtet, ferner fand man bei latenter Lues in scheinbar normalen Aorten entzündliche Herde mit Spirochäten. In 6 von 23 Fällen sekundärer Lues beobachteten wir Veränderungen der Kammerchwandung, die auf eine Schädigung des Myokards hinwiesen. Diese Befunde und die manchmal entstehende Erweiterung des Herzens beweisen, dass das Herz zu dieser frühen Zeit nicht selten erkrankt. Diese Erkrankung des Herzens beruht wohl auf derselben anatomischen Veränderung, wie die Haut- und

Schleimhauterscheinungen, sie beruht also auf der spezifischen Erkrankung der kleinen Blutgefäße, welche auch in der Leber und im Nervensystem bei secundärer Lues nachgewiesen wurde. Hiemit steht in Übereinstimmung, dass die Erscheinungen seitens der inneren Organe, ebenso wie die Hautsymptome, bei Behandlung verschwinden, ferner dass die inneren Organe bei secundärer Lues oft gesund zu sein scheinen, denn eine geringe Erkrankung ihrer Gefäße kann ihre Funktion nicht stören.

Wahrscheinlich entstehen in den inneren Organen ebenso Recidiven, wie in der Haut und dadurch werden diese Organe immer mehr geschädigt. Diese, zum Teil auf einer Zirkulationsstörung beruhende Schädigung erreicht im Herzen und in der Aorta deshalb einen besonders hohen Grad, da die Regeneration dieser Organe mangelhaft ist und nur minderwertiges Gewebe produziert.

Das häufige Erscheinen der Aortitis zusammen mit essentieller Hypertonie und mit chronischer Nephritis beruht darauf, dass die Wand der schon früherluetisch erkrankten und daher weniger widerstandsfähigen Aorta durch den hohen Blutdruck stärker gedehnt wird, als bei normalem Blutdruck. Die Sclerose, die ebenfalls oft mit der Aortitis zusammen auftritt, fördert durch Schädigung der Aortenwand die Veränderung der Aorta.

Ausser diesen hauptsächlich endogenen Erkrankungen spielt in der Pathogenese der Aortitis auch ASCHOFF's physiologische Fibrose eine Rolle, auch diese bewirkt durch Verminderung der Widerstandsfähigkeit der Aortenwand ein Fortschreiten der Aortenveränderung.

Alle diese Prozesse beginnen in dem mittleren Lebensalter, und daher kommt es, dass die Aortitis, die nach meiner Ansicht kurz nach der Infektion beginnt, aber viele Jahre latent bleibt, oft erst in diesem Lebensalter zu einer Symptome verursachenden Krankheit wird. Gestützt wird diese Auffassung durch folgende Beobachtung meiner Klinik: die Latenz der Aortitis war bei in höherem Alter erfolgter Infektion kürzer, als bei Infektion in der Jugend, was den Einfluss aller dieser Prozesse auf die Entwicklung der Aortitis beweist.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungar. Akademie der Wissenschaften vom 12. Juni 1933.)

A LYMPHOGRANULOMA-SEJTEK SZERKEZETÉRŐL.

BUDAY KÁLMÁN r. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

A lymphogranulomatosiszt csak néhány évtized óta ismerjük mint különálló betegségalakot. Első leírója STERNBERG volt, aki az «álfehérvérűség» tág gyűjtőfogalma alá sorozott igen különböző kóresetek közt több olyant talált, amelyek azonos szöveti jellegeik miatt egységes kórképbe voltak összefoglalhatók. Az idetartozó esetek közös vonása ugyanis az, hogy olyan sarjadzásszerű szövet képződik, amelyben lymphocyták, fibroblastok és nagyszámú eosinofilsejtek mellett sajátos nagy sejtek is vannak szokatlanul felduzzadt, gyakran lebenyes vagy többszörös maggal; a felduzzadt magvak rendszeren a sejtest közepén helyezkednek el.

Ezek a sejtek, amelyeket a későbbi vizsgálók STERNBERG-sejteknek neveztek el, a betegség szöveti felismerésében nagy jelentőséggel bírnak.

STERNBERG maga ezt a betegséget a gümőkór valamilyen különös megjelenési alakjának tartotta s azért pseudoleukaemia tuberculosának nevezte, de annak a gümőkórhoz való viszonya még ma sem tisztázott. Sokan nem osztóznak STERNBERG felfogásában, és ma ezen betegség megjelölésére általában a lymphogranulomatosis elnevezést szokták használni. A legtöbben elhúzódo fertőzésnek gondolják, amely a lymphás szervekben zajlik le. Mások a lymphogranulomatosiszt a reticuloendothelsejtek burjánzásából eredő valódi daganatok közé sorozzák. Mivel a kiváltó okot, az esetleges mikroorganizmust nem ismerjük, a betegség keletkezés módját is még homály fedi.

Az elmúlt évek alatt rendszeresen tanulmányoztam az utóbbi

időben észlelt lymphogranuloma-eseteinket; vizsgálataimról, melyek ezen változatos megjelenésű betegség morphológiájával különböző szempontokból foglalkoztak, az Orvosképzés 1930. évfolyamában számoltam be. Ezen közleményben a lymphogranulomatosis STERNBERG-sejtjeit csupán mint a sokféle sejtből összetett szöveti képnek egyik, bár leglényegesebb elemét méltattam figyelemre, de feltűnő szerkezeti tulajdonságaik miatt már akkor érdemesnek tartottam a velük való behatóbb foglalkozást.

A következőkben a STERNBERG-sejtekről, amelyeket *lymphogranuloma*-(lygr.)*sejteknek* is nevezek, óhajtok csak szólni, nem véve számba a lymphogranuloma többi sejtformáit (fibroblastok, reticuloendothel-, érendothelsejtek, lymphocyták, leukocyták, eosinofil-sejtek, plasmasejtek, hízósejtek). A STERNBERG-sejtek finomabb alkotása több tekintetben figyelemreméltó, és tanulmányozásuk kapcsolatot nyújt az ép és kóros sejtalaktan és sejtműködés sok kérdésével.

Vizsgálati anyagom egy része lymphogranulomatosisban elhaltak boncolásából származik, más része élő betegeknek diagnosis céljaira műtétileg eltávolított lymphogranulomás nyirokesomóiból; újabban főképpen ez utóbbiakat dolgoztam fel. A rögzítés leggyakrabban formalinban, némelykor ZENKER-folyadékban, sublimat-alkoholban, vagy alkoholban történt; e tekintetben némileg korlátok közé voltam szorítva.

A paraffinbeágyazás után a metszeteket különböző módon festettük: haematoxylin-eosinnal, vashaematoxylin-van GIESON-nal, az UNNA—PAPPENHEIM-féle methylzöldpyroninnal, EHRLICH—BIONDI hármás festésével, MAY—GRÜNWALD—GIEMSA szerint s a MALLORY-féle anilinkék-fuchsin-orange-festéssel; a COWDRY-féle plastosomafestést s a FEULGEN-féle nuclear-reakciót is kipróbáltuk. Ezek a különböző festési eljárások egymást kiegészítik s általuk a sejt különböző formált alkatrészeire nézve jó tájékozást nyerünk. Megfelelő módon zsír-, lecithin- és glykogénfestést és mészkimutatást is végeztünk. Ezen vizsgálatok technikai kivitelében való közreműködéséért dr. HASZLER KÁROLY úrnak köszönetemet fejezem ki.

Az a szemrehányás, hogy a STERNBERG-sejtekre vonatkozó alábbi leleteink csak a szöveti technika műtermékei, nem pedig az

életben csakugyan meglevő kóros elváltozások, azért nem állhat meg, mert szöveti metszeteinkben a többi sejtelemelek szerkezetileg a szokott képet adták, tehát az ezekkel való összehasonlítás útján a STERNBERG-sejtek erősen megváltozott alaki és működési viszonyaira jogosan következtethetünk.

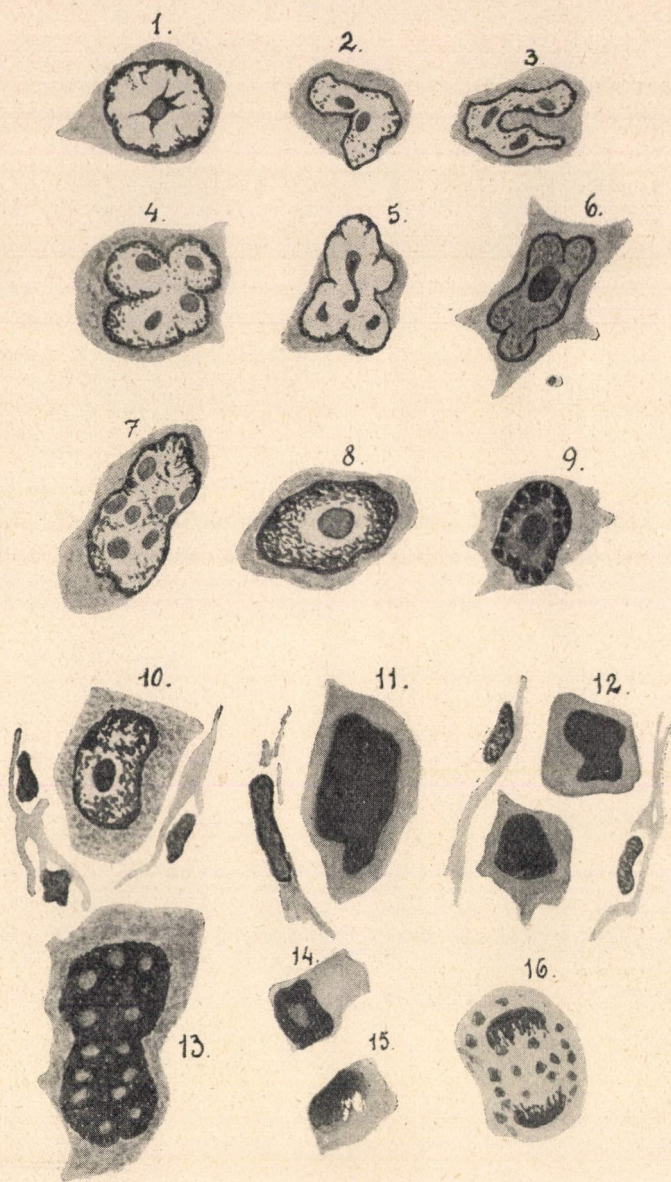
A lymphogr.-sejtek a többi fent felsorolt sejtelemelek közt vannak elhintve; néha csak egy-egy ilyen sejtet találunk a lymphocyták nagy tömegében, máskor sűrűbben vannak egymás mellett a STERNBERG-típusú sejtek, bár akkor is egyéb sejtek szakítják meg az összefüggésüket.

Alakjuk gyakran gömbölyű vagy tojásdad, ritkán erősebben elnyúlt; nincs határozott hajlamuk arra, hogy a fibroblastok orsóalakját vegyék fel. Számos ilyen sejt nyúlványokkal egyáltalán nem bír, másoknak egy vagy több rövid, vaskos nyúlványuk van, de a környező kötőszöveti rostokkal, illetőleg hálózattal ezek is csak kevésbé függenek össze, s a sejtek közti rosthálózat képzésében nyilván nem vesznek részt. Sőt legtöbbször a lymphogranuloma-sejt környezetéről leválva egy üregben fekszik szabadon. Ezt a pericellularis ürt nemcsak a paraffinos beágyazással készült metszeteiken látjuk, ahol az ürt a beágyazás miatti zsugorodásnak lehetne tulajdonítani, hanem a fagyasztással előállított, nem zsugorodott szöveti készítményekben is.

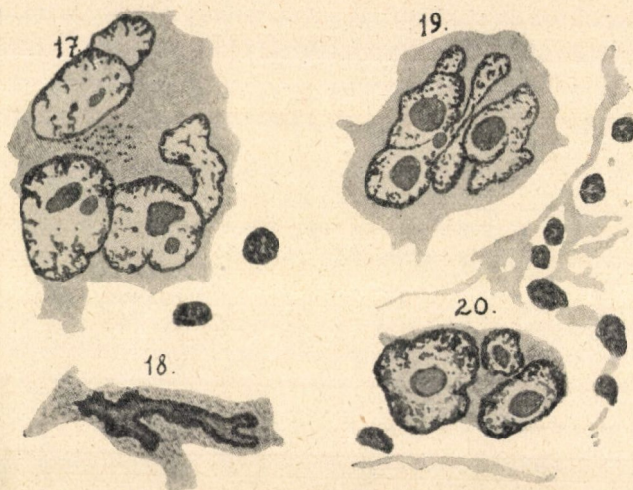
A STERNBERG-sejtek nagyságra a lymphogranuloma összes egyéb sejtjeit felülmúlják, még a fibroblastokat s a reticuloendothelsejteket. is Nagyságuk azonban változó, mérsékeltabb meg-nagyobbodáskor 20—25, erősebb fokon 30—40, még erősebb növekedéskor 60, sőt 80—100 mikromillimeter átmérőjűek is lehetnek, ez utóbbiak már valóságos sejtóriások, amelyek a körülvevő rendes nagyságú sejtek közt egészen meglepő hatást tesznek.

Minél fiatalabb a lymphogranulomás szövetburjánzás, többnyire annál kevésbé múlják felül a STERNBERG-sejtek nagyságra a szomszédos egyéb sejteket, míg az idősebb sarjadzásban már sokkal nagyobbak lehetnek, bár a régiebb, idősebb esetekben is látunk a nagy sejtek közt kisebbeket, amelyek nyilván újabb keletkezésűek. A sejtek nagyságát különben befolyásolhatja a visszafejlődésből származó zsugorodás is.

A sejttest (cytoplasma) szerkezete és elhatároltsága függ egy-



1—16. ábra.



17—20. ábra.

részt a sejt fiatalabb, vagy idősebb voltától, másrészt a sejtnak a környezethez való viszonyától.

Legtöbbször a fiatal lymphogran.-sejt teste bágyadt fényű, finoman szemcsézett s a sejt határai elmosódottak. Ritkábban fordul elő a finoman hálózatos, még gyérebben a szivacsos szerkezetű sejttest; ezek egymásba valószínűleg átmehetnek. Máskor a sejt hydropikusnak látszik, egynemű, szerkezetnélküli, alig festődik; a környezet felől való élénkebb nedvfölvétel jelei tehát nem ritkák, bár nagyobb vacuolák csak kivételesek, éppúgy sötétebbre festődő, tömörebb foltokat is csak elvétve lehet találni. Valamivel tovább elhúzódó esetekben egyes lymphogran.-sejtek cytoplasmája saját-szerűen egynemű, fénylő, éles határú, sclerotikus lesz; ezek visszafejlődésben levő sejtek.

A cytoplasma festőszerekkel szemben kevésbé acidofil, mint a többi normálisabb sejtek plasmája. Haematoxylin-eosinnal szerderjes vörös lesz; az EHRLICH—BIONDI-festéssel sem színeződik oly pirosra, mint a szomszédos epitheloid- és reticulumsejtek, melyek jóval acidofilebbek. Főleg a finoman szemcsés, bágyadt fényű sejttest inkább basikus festődésű, tehát e tekintetben is a fiatal sejtek tulajdonságaival bír. Később ez a basofilia kevésbé kifejezett, különösen a sclerotikus sejtek cytoplasmája mindinkább acidofil lesz.

A STERNBERG-sejteket a megakaryocyttól, amelyekkel őket némelyek (így MEDLAR) azonosítják, megkülönbözteti egyebek közt az is, hogy a lymphogr.-sejteknek nincsen egynemű ekto- és szemcsés endoplasmájuk. Mi, dacára erre irányuló vizsgálatainknak, mindössze egy esetben láttuk a cytoplasma központi részét erősebben szemcsésnek, de ezek az aránylag durva szemcsék sem festődtek GIEMSA-festéssel élénk lilavörösre, úgy mint a megakaryocyttokban, sőt még halványabban festődtek, mint a cytoplasma külső egynemű részei. Ezek nyilván valami váladéktermékek voltak; egyébként váladékszemcsék a STERNBERG-sejtekben, mint általában a kötőszöveti sejtekben, nem gyakoriak.

A sejttest basofiliájának foka u. a. eset különböző sejttein eltérő lehet, még a sclerotikus sejtektől eltekintve is.

A centriolumokra nézve nem tudunk nagyon tiszta képeket nyerni, de voltak eseteink, amelyekben némely nagyobb sejtek vashaematoxylin-festéssel centriolumszerű szemcséket engedtek felismerni; ezek a pontszerű képletek többnyire kettesével helyezkedtek el, a centriolumoknak megfelelő nagyságúak voltak és a közönséges halvány protoplasmaszemcséktől éles határuk, sötét kékesfekete színük által különböztek.

Vashaematoxylinnal és COWDRY festésével némely esetben a sejttest pálcikaszerű, továbbá bunkó- vagy hajlott kommaalakú, finom rövid képleteket is tartalmazott, melyeket éles körvonalai miatt mitochondriumoknak, plastosomáknak kellett tartanunk annál is inkább, mert ezek a pálcikák meghatározott hosszúságúkkal, levágott végeikkel és egyenletes kék színükkel többnyire jól elkülöníthetők voltak a cytoplasma halványszürke, recézetes vagy szemcsés alapszerkezetétől. Máskor a pálcikák is finom apró szemcsékből voltak összetéve, illetve váltakoztak egyenletesen festett pálcikákkal. Be kell azonban vallanunk, hogy mivel külső okokból nem tudunk elegendő, teljesen jó rögzítésű friss anyagra szert tenni, sem a centriolumokra, sem a mitochondriumokra nézve vizsgálatainkat nem tartjuk kielégítőeknek. Egyébként úgy a centriolumoknak, mint a plastosomáknak a vizsgálatát megnehezíti a cytoplasmának aránylag gyér mennyisége. Azt mégis valószínűnek tartjuk, hogy azok a komma- és pálcika-alakok, amelyeket KUCZYNSKI a lygr.-sejtek testében talált és baktériumoknak minősített, plastosomák voltak.

Kivételesen a lygr.-sejtek cytoplasmájában nagyobb rögök is voltak a chromatinra jellemző festődéssel; ezek valószínűleg szét-esett sejtekből származó magroncsok, amelyek a lygr.-sejt phagocyta-tevékenységét bizonyítják. De az ily lelet elég kivételes; általában feltűnő, hogy a lygr.-sejt milyen kevésbé utánozza a phagocytosisra való hajlamában az anyasejtjét, t. i. a reticuloendothel-sejtet, amelynek a phagocytosisban való nagy jelentősége közismert.

Ami a paraplastikus (deutoplasmás) sejtermékeket illeti, fagyasztással készült metszeteken zsírt a lygr.-sejtekben sudanfestéssel többnyire nem találtunk még akkor sem, ha a körülvevő egyéb sejtekben a zsírfelhalmozódás elég szembetűnő volt. Sem a fiatal, sem a középidős STERNBERG-sejtekben zsírcseppek nem látszóttak, hanem még leginkább a legnagyobb, tehát legidősebb sejtekben, amelyek több különálló, esetleg patkóalakban a szélen elhelyezett magot tartalmaztak. Ebből valószínű, hogy az ilyen stádiumban a sejt már a visszafejlődés szakába kezd átlépni. Vizsgáltuk azután a magasabb zsírnemű anyagok előfordulását is a lygr.-sejtekben, de az el nem halt részekben cholesterines zsírt a SMITH—DIETRICH-festéssel sem tudtunk felismerni. Éppígy eredménytelen volt a lecithinre való festés is CIACCIO szerint.

Ez utóbbi eljárásokat azonban csak kevés számú esetben alkalmazhattuk, s azért nem merjük állítani, hogy ezen lipoidok a fiatal STERNBERG-sejtekben szövetileg egyáltalán nem mutathatók ki. Ugyanezt mondhatjuk a glykogénre is, amelyet néhány megvizsgált esetünkben a BEST-féle karminfestéssel eredménytelenül kerestünk.

Ha most a cytoplasma után a sejtmagra irányítjuk figyelmünket, mindjárt feltűnik, hogy a STERNBERG-sejtek jelentékeny méretei főképp a mag tetemes megnagyobbodásából származnak; ez első tekintetre is nyilvánvaló abból, hogy a mag körül a cytoplasma többnyire csak keskeny szegélyt alkot. Különösen feltűnő ez akkor, ha ezeket a sejteket a szomszédos egyéb, epitheloid- és reticulum-sejtekkel hasonlítjuk össze, amelyekben a magot széles protoplasmaudvar veszi körül. E szerint a R. HERTWIG által hangsúlyozott *magplasma-relatio*: $\frac{N}{P}$ —, amely szerint a nagyobb maghoz nagyobb

cytoplasmatömeg is tartozik, itt a cytoplasma rovására változott meg. Ez egyik legfeltűnőbb tulajdonsága a lygr.-sejteknek.

Igen gyakran látjuk, hogy a mag az ovális sejtnék egész szélességét elfoglalja, tehát kétoldalt a mag úgyszólván csupaszon marad, s csak a sejt két sarkában látszik némi cytoplasma; sokszögű sejtnék pedig csupán a nyúlványai tartalmaznak kevés protoplasmát. Későbbben, amikor a sejtmag már patkó- vagy koszorúalakot vett fel, valamivel több protoplasmaállomány is lehet a magvak mellett, de ezt nem lehet szabályszerű jelenségnek mondani, mert még a tönkremenő sclerotikus sejtnben is legtöbbször aránylag nagy magot találunk. Ebből látszik, hogy a mag relatív nagysága nem pusztán a mag vizenyős felpuffadásából származik.

A későbbi időszakban is a sokmagvú STERNBERG-sejtet a gümőkór LANGHANS-típusú óriássejtjétől a cytoplasmának viszonylagosan csekély mennyisége különbözteti meg.

A magplasma-relatio persze ép viszonyok közt is némileg hasonlóan alakul a fiatal sejtekben, mert a frissen keletkező sejtek aránylag nagyobb maggal bírnak, de rövidesen ez a viszony megváltozik, amint a sejtttest is növekedni kezd. Ezen ép, fiatal sejtekkel szemben a lygr.-sejtek magállománya a túlsúlyát szinte állandóan megtartja. Ilyen magatartást tanúsítanak még a gyorsan növekedő daganatok sejttjei is, melyekben a mag erős növekedésével sokszor nem tart lépést a sejtttest állományának szaporodása.

A cytoplasma tulajdonságait megismerve foglalkozunk a *lygr.-sejt magjával*, amelynek a viselkedése még több érdekességet nyújt.

Ez a sejtmag a fentiekből kitetszőleg mindig tekintélyes nagyságú, de méretei igen változók; néha csak másfélszer akkora, mint a körülötte levő nagyobb más sejtek (fibroblastok, endothel-, reticulumsejtek) magja, máskor 2—4-szer, sőt 6—10-szer is akkora, úgyhogy egész szertelen nagyságot elérhet. A magnak ez az erős megnövekedése a lygr.-sejtnék egyik legjellemzőbb sajátsága, de a mag nagyobbodása még egymáshoz egészen közelálló sejtekben is eltérő fokú lehet.

A változatosság azonban a STERNBERG-sejteknek nemcsak a nagyságára, hanem az alakjára is kiterjed. Néha megtartják eredeti

gömbölyded vagy tojásdad alakjukat, máskor jobban elnyúltak, de csak ritkán veszik fel a fibroblastsejtek magjának az orsóalakját. Pálcikaszerűen kinyúlt sejtmagvak amoeboid mozgás gyanúját keltik. Az alaki elváltozás további fokozatain bunkó-, körte-, piskótaalakú magvakat is látunk, de ezek már átmenetet képeznek a magvak egy más, igen szembetűnő alaki tulajdonságához, t. i. a lebenyességhez.

Ez megindulhat mint kis befűződés vagy sekély öbölképzés a mag felszínén, amiáltal az két lebenyből állónak látszik, de ezek a lebenyek még szélesen összefüggenek egymással. Későbbben a magfelszín bemélyedései számosabbak és mélyebbek lesznek, úgyhogy a mag 4—6, sőt több lebenyűvé válik; ezek a mindinkább elkeskenyedő hidak által összefüggő lebenyek nemcsak különböző nagyságúak és alakúak, hanem hossztengelyükkel is változóan helyezkednek el, ezáltal ív- vagy S-alakot, rosetta-, patkó- vagy gyűrűalakot képezhetnek, a legszeszélyesebb változatosságban. Gyűrűalakú mag esetén a cytoplasma jórésze a sejt központjában van, míg egyébként a sejt központját inkább a lebenyes mag foglalja el.

Mindig meglepik a szemlélőt azok a különös, szokatlan képek, amelyeket a lygr.-sejt magva egyrészt túlnagy méretei, másrészt lebenyképzésének sokfélesége által fölvesz, amit még az is fokoz, hogy az egyes maglebenyek nagysága, mint említettük, u. a. sejtkben is nagyon eltérő lehet.

Rendesen egy bizonyos nagyságot meghaladó magvakon már érvényre jut a lebenyességre való hajlam, de hiányozhatik a lebenyesség nagyra növekedett magvakon is, amelyek jelentékeny méreteik dacára egészen épszerűek, kerek vagy ovális alakúak maradnak; viszont más sejtekben a csak kevésbé megnagyobbodott lygr.-magvakon is a lebenyképződés igen feltűnő. A különbségek néha egyéniek, amennyiben a lymphogranulomatosis némely eseteiben a sejtmagvak ugyan erősen megnövekednek, de befűződés, lebenyesség csak mérsékelt fokban látszik rajtuk, míg más betegektől származó szöveti metszetekben alig találunk lygr.-sejtmagot a lebenyképződés igen határozott jelei nélkül.

Főleg ez utóbbi esetben nem ritkán a lygran.-sejt több, egymástól teljesen különálló magot is tartalmazhat; egy-egy ilyen sejtkben 8—10, sőt 25—30 egymással össze nem függő magot is

számlálhatunk. Az ilyen erősen felszaporodott sejtmagvak rendesen kicsinyek, de ezek is változó alakúak és nagyságúak. Többnyire a sejt központjában helyezkednek el, ritkábban a sejt szélein, bár az utóbbi esetben is a gümőkór LANGHANS-féle óriássejtjeitől elkülöníti a STERNBERG-sejteket az egyes magvak változó nagysága és az aránylag kismennyiségű cytoplasma.

A többmagvú lygran.-sejtek rendesen kisebbszámúak, mint a lebenyes magvúak, sőt egyes nagy burjánzási hajlammal bíró esetekben a többmagvú sejtek teljesen hiányoznak és csupán kevésbé lebenyezett vagy egyáltalán nem lebenyezett, tehát épszélű, de feltűnően nagy és sötétén festődő magot találunk.

Ez a sötét festődés, melyre később még visszatérünk, már elárulja, hogy a lygr.-sejtmag ismertető jelei nem merülnek ki az alak- és nagyságbeli eltérésekben. Csakugyan azt kell mondanunk, hogy a *lygr.-sejtek magjának belső szerkezete* még szinte jellemzesebb, mint azoknak a külső alakja.

Haematoxylin-eosinnal festett készítményeken a lygr.-sejtben a cytoplasma és a mag határán mindig jól kirajzolt maghártyát látunk, amelynek különösen a cytoplasma felőli felszíne mindig éles-határú.

A sejtmag chromatinállományának mennyisége és elrendeződése jelentékenyen eltér az ép sejtekétől, illetőleg a szomszédos kötőszöveti és reticulumsejtektől. Ez utóbbiak magvai ugyanis finom, egyenletes chromatinhálózattal bírnak, amely a magvaeszkától a maghártyáig az egész magot kitölti s a hálózat csomópontjain finom chromatinszemcsék tűnnek fel.

Ilyen szabályos, finom chromatinhálózatot a lygran.-sejtekben csak ritkán láthatunk; legtöbbször attól kisebb-nagyobb eltérések mutatkoznak, melyekről képet alkotni legcélszerűbben a két végétlet szembeállításával lehet.

Az egyik, szinte leggyakoribb és legjellemzőbb eltérés abban áll, hogy a chromatinállomány a magból majdnem teljesen eltűnik s legfeljebb a maghártya mellett látszik néhány igen apró chromatin-szemcse, egyébként az erősen felpuffadt mag jóformán chromatinmentes lesz, s ezért magfestőszerekkel nem festődik, hanem halvány, világos marad. Különösen jól feltűnteti ezt a FEULGEN-féle nuclear-reakció.

Az ilyen hydropikusnak látszó mag csakugyan vízzel telt hólyag benyomását teszi, de a cytoplasmától a finom maghártya mindig jól elhatárolja. Különböző festékekkel arról győződünk meg, hogy az ilyen magban a magedv jutott túlsúlyra. A daganat-sejtekben talált ilyen típusú magvakat hypochromásoknak nevezték el.

Máskor nem ilyen nagymérvű a magban a chromatinhiány, hanem a maghártya mellett találunk némi chromatinállományt, és pedig vagy finom szemcsék, vagy sugárirányú, küllőszerű, vékony fonalak alakjában, amelyek már a maghártyán tapadt részükön is igen finomak, de a mag belseje felé haladva gyorsan vékonyodnak s nem terjednek a mag közepéig, hanem rövid lefutás után megszűnnek.

Ha a BIONDI-féle hármass festést alkalmazzuk, azt vesszük észre, hogy ezeknek a sugárirányú chromatinszálaknak a sejt központja felé való folytatása már nem a basicchromatinra jellemző kékes színben festődik (úgy mint a maghártyán tapadó külső rész), hanem az oxychromatin piros színét veszi fel. Az egész hólyagszerű lygran.-sejtmag gyakran egészben is halványpiros színű lesz BIONDI-festéssel, élénk ellentétben a környező normális sejtmagvak kék színével. Vannak azonban olyan esetek is, amelyekben a hólyagszerű mag igen kevés chromatinszemcséje mind basikus festődésű, míg oxychromatinnak minősíthető szemcséket nem találunk.

A lygr.-sejtmag szerkezeti elváltozásának másik véglete az, mikor a mag chromatinállománya igen erősen felszaporodik s nemcsak teljesen kitölti a mag egész területét, hanem szemcséi is oly sűrűn állnak, hogy egymástól nem különíthetők el, ezért magfestő szerekkel igen erős, majdnem egyenletes sötét színeződést nyerünk.

Ezeket a chromatindús sejtmagvakat is megtaláljuk számos rosszindulatú daganat sejteiben; az előbbiekkal ellentétben hyperchromásoknak nevezték el őket. A «pyknotikus» mag elnevezés amelyet szintén használnak a megjelölésükre, nem mindig talál rájuk, mert ez a név már visszafejlődést jelez, márpedig a hyperchromasiát nem lehet minden esetben regresszív elváltozásnak minősíteni.

Igaz, hogy némely lygr.-sejtek chromatindus magvai csak-

ugyan a sejtvisszafejlődés egyik jelét képezik, különösen akkor, ha a sejtmag egyúttal zsugorodott, a cytoplasma pedig fénylő, merev, éles határú, sclerotikus. Ezek a sejtek olyan benyomást tesznek, mintha mészfelvétel által merevedtek volna meg, de a KOSSA-féle *argentum nitricum* kezeléssel mész jelenlétét nem lehet kimutatni. Lehetséges, hogy a mész olyan összeköttetésben van jelen bennük, amely a közönséges mészreakciót nem adja. Ezekről a szórványosabb, sejtzsugorodással egybekötött magpyknosisoktól el kell különítenünk azokat az eseteket, amelyekben majdnem minden STERNBERG-sejt, szinte kivétel nélkül hyperchromás jelleget ölt, s a mag ennek dacára nem zsugorodik, sőt lehet a sejtmag szertelen nagyságú, a sejtesten pedig hiányozhatnak a sclerosis kifejezett jelei; a cytoplasma szemcsés, mint a hólyagos magvú sejtekben, nyúlványai is megmaradnak. A betegségnek éppen ilyen esetei, amikor a STERNBERG-sejtek magvainak nagy része chromatindus, rendszerint nagy burjánzó képességgel is bírnak, nem hajlamosak az elhalásra.

Egyébként a lygran.-sejtek magvának chromatinszegénységét sem szabad a karyolysisnek nevezett magelhalási tüneténnyel azonosítani, mert karyolysis esetén a maghártya is eltűnik, holott a lygr.-sejt hypochromás, hólyagszerű magjának a maghártýája rendszerint sértetlenül megmarad.

Ezt a két végletet: a hypo- és hyperchromás magvú sejteket igen sokféle arányban látjuk a lymphogranulomatosis különböző eseteiben. Néha túlnyomók a hólyagszerű magvak; hyperchromás mag csak kevés van és azokon is a visszafejlődés jelei mutatkoznak. Más esetekben, mint említettük, a chromatindus magvak kerekednek felül, kevés jelét mutatva a regresszív elváltozásnak. Elég gyakran mind a kétféleséget majdnem egyforma arányban észleljük, és pedig vagy úgy, hogy csoportonként inkább egyik vagy a másik van többségben, vagy pedig a chromatinszegény és chromatindus magvakat közvetlenül egymás mellett találjuk.

Ezekben a végleteket jelentő hypo- és hyperchromás magvakon kívül vannak átmeneti alakok is. Így pl. gyakori az, hogy a magnak a maghártýához közel eső része gazdag chromatinban, amely sűrű hálózatot képező fonalak vagy finomabb-durvább szemcsék alakjában helyezkedik el, azután beljebb a mag központja felé a

chromatinhálózat hirtelen megszűnik s a sejt központjában levő duzzadt nucleolust szélesebb-keskenyebb világos udvar veszi körül, amely basichromatintól teljesen mentes s tisztán csak magedvből s legfeljebb kevés oxychromatin módjára festődő szemcséből áll.

Ezt a képet sem lehet teljesen azonos értékűnek tartani a kezdődő magelhalás azon alakjával, amelyet széli hyperchromatosisnak neveztek el, mert ez utóbbiban a maghártya mellett a rendes chromatinhálózat helyett durva, nagy chromatinrögöket látunk a maghártyához odatapadva, míg a most említett lygr.-sejtekben a maghártyai chromatinhálózat megmarad; ezenkívül a sértetlennek mutató nucleolus is a súlyosabb sejtmagvisszafejlődés ellen szól.

Vannak azután olyan átmenetek is a két vélet közt, amikor az egész mag megtelik jókora chromatinszemcsékkel, amelyek azonban mégsem állnak oly sűrűn, hogy ne volnának megkülönböztethetők, vagy a nucleolust teljesen elfödnék.

A többmagvú lygr.-sejtek magvai rendszerint nem hyperchromásak, míg a lebenyes magvak elég gyakran feltűnően dúsak chromatinban.

A lymphogranuloma szöveti képéhez hozzátartoznak a *mitosisos magoszlások*, amelyek az esetek legnagyobb részében megtalálhatók, úgyhogy a jelenlétüket a lymphogranuloma szöveti diagnosizálásának a megerősítésére szoktuk értékesíteni.

A mitosisok száma változó; a frissebb esetekben rendszerint többet találunk, éppígy a régebb idő óta fennálló betegség esetén is az újabb keletű nyirokcsomónagyobbodásokban, de még a valóban régi, hegesen zsugorodott nyirokcsomókban sem hiányoznak mindig teljesen, annak jeléül, hogy a folyamat aktivitása még itt sem szűnt meg.

Természetes, hogy ezekben a mitosisokban kevésbé fogjuk megtalálni a lygr.-sejt jellegzetes vonásait, mert minden mitosis chromatinállománya sűrűn álló kacsokban rendeződik, a nucleolus pedig a mitosisos sejtben eltűnik.

Mivel azonban a lymphogranuloma mitosisai majdnem mindig jelentékeny nagyságúak, föltehetjük, hogy a magoszlások a nyirokcsomó nagyobb sejtjeiben, t. i. a reticuloendothelsejtekben és fibrocytáknak keletkeznek, tehát ugyanazon sejtelemekekben, amelyekből minden jel szerint a STERNBERG-sejtek is erednek. Bizonyítja ezt

az is, hogy a cytoplasma, amelyben a mitosis van, nem ritkán még megtartja nyúlványait.

A mitosisok egyébként a szokott fázisokat engedik felismerni; különösebb kóros mitosis-alakokat, amilyenek rosszindulatú daganatokban oly gyakoriak, a lymphogranulomákban kevésbé látunk. Legfeljebb azt emelhetjük ki, hogy a mitosisban levő sejt testében gyakran szétszórt, durva, fénylő acidofil szemcsék mutatkoznak, amilyeneket a nyugvó maghoz tartozó cytoplasmában sohasem találunk. Ezen szemcsék festődése egészen megegyezik a nucleolusokéval, pl. MALLORY-festés alkalmazásakor élénk pirosak lesznek, ezért arra gyanakodhatunk, hogy ezen szemcsék képzéséhez hozzájárulnak a mitosisokból eltűnő nucleolusok bizonyos töredékei.

A mitosisos magoszlásoknak szinte állandó jelenléte a lymphogranulomás szövetben élénk különbséget ad a gümőkóros sarjadzással szemben, amely, legalább is az emberből származó (tehát nem kísérleti), vizsgálati anyagban mitosisokat csak ritkán tartalmaz. E tekintetben is a lymphogranuloma a rosszindulatú daganatokhoz áll legközelebb.

A lymphogranuloma magoszlásainak egy kisebb része *pluripolaris*. Ilyen többsarkú oszlási alakokat megint más szövetgyarapodásokban alig látunk, leszámítva egyes gyors növekedésű rosszindulatú daganatokat. Mi a lygranuloma-eseteinknek körülbelül a 20 %-ában találtunk többsarkú magoszlást, de ezekben az esetekben is a többsarkú oszlások az összes mitosisoknak csak egy kis töredékét tették. Tehát mégsem oly gyakoriak, mint pl. a csontvelő megakaryocytaiban, s nincs is támpontunk arra, hogy a lygr-sejtek soklebenyű vagy sokszoros magjait a pluripolaris oszlások gyakoriságából származtassuk; inkább csak a sejtburjánzás fokozott mértékére következtethetünk belőlük.

A lygr-sejt szerkezeti elemei közül még a *magvacskákról*, nucleolusokról kell szólnunk, amelyek vizsgálata szintén figyelemreméltó eredményeket nyújt. Mát első tekintetre feltűnik a STERNBERG-sejt magvacskáinak a jelentékeny megnagyobbodása. Gyakran látunk a normálisnál kétszerte, háromszorta nagyobb, sőt 8—10 mikron átmérőjű magvacskákat, amelyek nagyobbak, mint egy lymphocytasejt mindenestől.

Még nagyobb a pálcikaszerű vagy általán az egy irányban

elnyúlt nucleolusok hosszabb átmérője, amely a 20 mikront is meghaladhatja. A magvacska megnövekedése legtöbbször egyenes arányban áll a mag vizenyős felpuffadásával, de különbséget tesz az is, hogy egy vagy több nucleolus van-e a magban, mert ha egy magban több magvacska van, azok rendszerint kisebbek.

Különösen a lebenyes magvakban igen gyakran van több nucleolus, éspedig legtöbbször úgy, hogy mindegyik maglebenyre jut egy-egy magvacska, s ez annyira mehet, hogy némelyik soklebenyű magban 9—10 nucleolust is találunk. Határozott szabály azonban erre nézve nem állítható fel; nevezetesen előfordul, hogy lebenyes vagy kokárdaalakú sejtagnak csak a közepén van egyetlen nagy nucleolus, míg épszélű, gömbölyded magvak is néha 3—4, sőt több magvacskát tartalmazhatnak.

Ha csak egy nucleolus van a magban, az legtöbbször a mag közepén helyezkedik el, míg ha több magvacska képződött egy magban, akkor ezek egy része a maghártáéhoz közel fekszik s az egyes magvacskák nagyságban, alakban egymástól eltérhetnek. Alig kell mondanunk, hogy a többmagvú sejtben minden magra jut egy vagy több magvacska.

A nucleolusok alakja elég változatos; nagy többségük gömbölyű vagy tojásdad, de vannak körte-, súlyzó-, pálcika-, félhold-, madárszárny- és csavaralakok is; ezen utóbbi elnyúlt magvacskák rendszeren egyik maglebenyből a másikba húzódnak át.

A magvacskát a mag chromatinszemcséitől bármilyen festés alkalmazásakor is élesen elkülöníti a magvacskának a tetemesebb nagysága, éles elhatároltsága és sajátos fénylése, erős fénytörése. Természetes, hogy a hólyagos, hypochromás magvakban a felismerésük különösen könnyű, mert majdnem tisztán csak a világos egynemű magnedv veszi körül őket.

A hyperchromás magvakban már jóval nehezebb a magvacskák nagysági, alaki tulajdonságait és számát felismerni, mert az ilyen magvakban a rendkívül tömör, sötétben festődő chromatinállomány egészen elfedi a magvacskát. Haematoxylin-eosinnal festett készítményekből csakugyan azt a benyomást nyerhetnők, hogy a hyperchromás magvakból a nucleolusok eltűntek. Ha azonban különleges nucleolusfestéseket alkalmazunk, hamar meggyőződünk róla, hogy a hyperchromás magvakban is vannak nucleolusok, és

pedig gyakran több is egy magban, bár a hyperchromás magvakban a nucleolusok többnyire nincsenek oly erősen megnagyobbodva, mint a hólyagszerű, hypochromás sejtmagvakban.

Igyekeztünk a lygr.-sejtek nucleolusainak festődését többféle eljárással kipróbálni. A MAY—GRÜNWARD—GRIEMSA-festéssel a magvacska majdnem ugyanoly kék színre festődik, mint a chromatin-szemcsék, semmit sem vesz fel az eosin piros színéből. Haematoxylin-eosinnal is csak három esetben láttunk piros festődést, azaz acidofiliát, míg a legtöbbször az ily módon festett metszetekben a magvacskák csak egy csekély lilás árnyalattal különböznek az inkább kékre festődő chromatin-szemcséktől.

Sokkal jobban lehetett az EHRLICH—BIONDI és a MALLORY-festéssel a magvacskákat külön színben feltüntetni. Az EHRLICH—BIONDI-féle hármas festéssel a lygr.-sejt magvacskái pirosra színeződnek, míg a chromatin kékeszöld lesz. A legjobb eredményeket a MALLORY-festéssel értük el, ha a metszeteket festés előtt hosszabb időn át kalium bichromicum oldatban tartottuk; ilyenkor a nucleolusok ragyogó vörös színe igen élesen eltért a chromatin bágyadtabb lila színétől. Éppen a MALLORY- és némelykor a BIONDI-festéssel jól ki tudtuk mutatni a nucleolusok jelenlétét a hyperchromás, sőt némely pyknotikus, zsugorodott sejtmagvakban is, amennyiben a pirosszínű magvacskák a sötét kékeszöld chromatin-állomány közt élesen feltűntek. Ebből nyilvánvaló, hogy a magvacska nem tűnik el hamar még a visszafejlődésnek indult sejtben sem; igaz, hogy a nagyon zsugorodott, sötét magvakban a magvacskák körvonalai kevésbé voltak élesek. A FEULGEN-féle nuclearreakció alkalmazásakor az intenzív vörösre festett hyperchromás magvakban a nucleolusok mint jól határolt szintelen foltok tűntek fel.

A lymphogranuloma egyéb sejtjeiben: a fibroblastokban, reticulum- és endothelsejtekben MALLORY- és BIONDI-festéssel szintén látunk ugyan jól festett magvacskákat, de ezek korántsem oly nagyok, mint a lygr.-sejtekben s nem is szoktak egy magban többszörösen előfordulni. Némely hólyagszerűen duzzadt endothelsejtmagvakban mégis a normálisnál nagyobb nucleolusokat találhatunk, melyek pálcikaalakot is vehetnek föl, s az a benyomásunk, hogy ezek az endothelsejtek a további fejlődésben STERNBERG-sejtekké alakulnak át.

Ha a lymphogranulomától különböző más kóros szöveti elváltozások sejtjeiben a nucleolusok magatartását nézzük, azok kisebb-fokú megduzzadását gyakran megállapíthatjuk ugyan mindazon esetekben, amikor fiatal nedvdús szövetek képződnek, így a különböző eredetű gyulladásokban, újraképződésekben, mégis a lygr-sejtekkel a nucleolusok erős megnagyobbodása és többszörössége tekintetében egyedül csak a rosszindulatú daganatok sejtjei mérkőzhetnek.

Intézetünkben 1921-ben jelent meg JOHAN BÉLÁNAK egy közleménye, amelyben a daganatsejtek nucleolusaival foglalkozott. Egy pajzsmirigyrákot volt alkalma vizsgálni, amelynek daganatsejtjeiben a magvacskák már haematoxylin-eosin festéssel is pirosra festődtek, e mellett szokatlan nagyságot értek el s többnyire 2—3, sőt néha igen sok nucleolus volt egy sejtben. A hasonlatosság tehát a lygr-sejtek és a rosszindulatú daganatok magvacskái között megvan, mégis azt kell mondanunk, hogy a daganatokban ritkán észlelhető a nucleolusoknak oly nagymérvű duzzadása, mint a STERNBERG-sejtekben, míg a lymphogranulomának jóformán minden esetében a STERNBERG-sejtek nucleolusai erős megnagyobbodásuk által tűnnek fel.

Lehetne még szólanunk arról is, hogyan változnak meg a lygr-sejtek a hegesen zsugorodó vagy az elhalásnak indult nyirokcsomókban, vagy a Röntgensugár hatására. Ezek azonban már mind involútiós, visszafejlődési jelenségek, amelyekre itt éppoly kevésbé térhetünk ki, mint a lygr-sejt szöveti keletkezésének legelső időszakaira. Ebben a közleményben ugyanis főképpen csak a kifejlődött STERNBERG-sejt alaki tulajdonságaival kívántunk foglalkozni, amint azokat eseteinkben megismertük.

A lehető tárgyiasssággal előadott tények alapján kísértük meg ezek után a morfológiai leleteket értelmezni, jelentőségüket elbírálni. Feladatunk nehéz, és nagy óvatosságra van szükségünk, nemcsak azért, mert a lymphogranulomatosis kórokozóját nem ismerjük, s a betegséget kísérleti állatokon előidézni nem tudjuk, hanem azért is, mert még az ép sejt szerkezetének a sejtműködéssel való viszonyára nézve sem vagyunk kellőleg tájékozva, s az itt különösen fontos fehérje-anyagsere részleteiről kevés biztosat tudunk. Mégis felbátorít az alábbi fejtegetésekre éppen az a körülmény,

hogy úgy az ép szövettan, mint pl. a kórszövettan fejezetei közül az, amely a daganatokkal foglalkozik, minden akadályok dacára ma igen nagy súlyt helyez a sejtszerkezet és sejtműködés közti kapcsolat megismerésére. Természetes, hogy a saját megfigyeléseink felhasználásán kívül mi is hivatkozni fogunk az ép szövettan és fejlődéstan adataira, nemkülönben a kórszövettan egyéb területein nyert tanulságokra.

Az első, amit vizsgálatainkból megállapíthatunk, az, hogy a lygr.-sejtek nagyrészt a fiatal sejtelemelek tulajdonságaival bírnak; erre vall egyebek közt a sejtmag viszonylagos nagysága és a túlnyomóan basofil, finoman szemcsézett sejttest. A lygr.-sejtek cytoplasmájának basofiliját KUCZYNSKI is kiemeli.

A második felötlő jelenség az, hogy a lygr.-sejtek alakilag milyen sok tekintetben hasonlítanak a rosszindulatú daganatok sejtszerűihez. A lygr.-sejtnak vannak olyan szerkezeti túlzásai és szélsőségei, amilyeneket ezen a fokon még csak a rosszindulatú daganatokban szoktunk megtalálni. A sejtmag szokatlan erős felpuffadása, jelentékeny alak- és nagysági ingadozásai, a chromatin-tartalom végletekig csapongó szabálytalanságai, a magvacskák megduzzadása, többszörössége, a tekintélyes számú s részben többsarkú fonalas magosztlás: ezek mind olyan jellegek, amelyeket ezen együttesben a rosszindulatú daganatokon és a lymphogranulomán kívül másutt nem észlelünk. (Nem vesszük itt számításba a mycosis fungoidest, amelynek sejtszerűi a lygr.-sejtekhez szerkezetileg nagyon hasonlítanak, hiszen a mycosis fungoides és a lymphogranulomatosis egymáshoz nagyon közel álló, talán lényegben azonos betegségek.) A lygr.-sejteknek a daganatsejtekhez való szerkezeti hasonlósága persze nem jogosít fel annak a kijelentésére, hogy a lymphogranuloma szintén a daganatos betegségek sorába tartozik, mégis valószínűvé teszi, hogy a lymphogranuloma és a rosszindulatú daganatok sejtszerűi közt az alakbeli sok egyező vonáson kívül van valami hasonlóság, megegyezés a sejtszerűi anyagszerkezetében, tehát fizikai-vegyi tulajdonságaiban is.

Ezért itt legelőször általában kívánunk szólni a sejteknek, főleg a daganatsejteknek fizikai-vegyi sajátosságaira vonatkozó némely vizsgálatokról, amelyek ugyan még nem minden részükben teljesen lezártak s a lygr.-sejtekre nem is közvetlenül alkalmazhatók, mégis

ez utóbbiak anyagszeréjét és fizikai-vegyszeri tulajdonságait bizonyos mértékig megvilágítják.

Mindenekelőtt megemlíti SCHMIDTMANN mikrodisszekciós vizsgálatait; ő a sejtekbe bevitt színes indicatorok útján azok hydrogen-ion-koncentrációját igyekezett meghatározni. Ép és daganatos sejtek összehasonlítása azt derítette ki, hogy a rosszindulatú daganatok sejttestének *pH*-ja a savanyúság felé tolódik el, míg a sejtmagé a lúgosság irányába. Nagyjában ezt láttuk mi is festőszereinkkel a lygr.-sejteken, amennyiben a sejttestet a basikus festőszerek vonzották, a hólyagszerű mag pedig több esetben inkább a savanyú festéket vette fel.

Mindezekkel jól egybevágnak BETHE és PISCHINGER azon megállapításai, melyek szerint a festőszerek hatásában a szövetek *pH*-jának döntő szerepe van; a festés eredménye szerintük főleg a szövetrészek és festőanyagok villamos töltési viszonyaitól függ olyformán, hogy az azonos töltéssel bíró festék- és szövetrészecskék taszítják, a különböző töltésűek vonzzák egymást. Ezek is megerősíthetik azt a véleményünket, hogy a lygr.-sejt hólyagszerű magja inkább lúgos, mint az ép sejtmag. Ezt annál inkább felvehetjük, mert ugyancsak PISCHINGER még úgy nyilatkozik, hogy az indifferens folyadékokban (minő a formalin) való rögzítés nem okoz lényeges eltolódást az élő szövetekben uralkodó villamos töltési viszonyokhoz képest.

SCHMIDTMANN említett vizsgálatait még más szempontból is tanulmányozhatjuk ránk nézve. Még az ő leleteinek a számbavétele előtt arra kellett gondolnunk, hogy a lygr.-sejtek környezetükből fokozott mértékben vesznek föl folyadékot, tehát olyan kolloidos állapotban vannak, illetőleg olyan fehérjéket tartalmaznak, amelyek révén vízleköltő, vízszívó képességük erősen megnövekedett. Ezt bizonyítja a lygr.-sejteket körülvevő pericellularis ür, a vizenyős, halvány cytoplasma és a hólyagszerűen felduzzadt sejtmag, amely túlnyomóan magnedvből áll. Főleg a hólyagszerű nagy mag keltette fel bennünk azt a vélekedést, hogy a lygr.-sejt magja a cytoplasma felől túlzottan vesz magába folyadékot, tehát a maghártyája sokkal átbocsátóbb, mint rendesen.

SCHMIDTMANN szerint a frissen vizsgált rosszindulatú daganatok sejtejébe bevitt színes indicatorok a sejttestből hamar behatol-

nak a sejtmagba s azt is megfestik, míg az ép (nem daganatos) sejtekbe juttatott indicatorok csak a sejttestet színezik, a sejtmagba ellenben nem tudnak behatolni a maghártya ellenállása miatt, ezért a sejtmag festetlen marad. Mivel a daganat- és lygr-sejtek szerkezeti tulajdonságaikban annyira hasonlóak, valószínű, hogy az a nagyobb átbocsátóképesség, amelyet SCHIDTMANN a daganatsejtekre nézve mikrodissectio útján megállapított, a lygr-sejtekre nézve is fennáll.

Ez persze csak föltevés, amelynek szabatos vizsgálatokkal kell még igazoltatnia, de a daganatsejtek és lygr-sejtek egyébkénti hasonlatossága alapján önként kínálkozik az az elgondolás, hogy a lygr-sejtekben is a sejtmag és sejttest közti érintkezés élénkebb és bensőbb, mint az ép szövetek sejteiben, s nyilván ezen bensőbb viszonynak tulajdoníthatjuk nemcsak a sejtmag felduzzadását, hanem a nagyméretű és nagyszámú magvacskákat is, amelyek a kifejezői a mag fokozott anyagcseréjének.

Mindezek a mellett szólnak, hogy a lygr-sejtek magja nem marad meg a cytoplasma élénk anyagcseréjéhez képest olyan passzivitásban, amint ezt az ép sejtek magvaira nézve HEIDENHAIN fölveszi, sőt nagyon is bőségesen résztvesz a sejt felfokozott vegetatív működésében.

A daganatsejtek fokozott átbocsátóképességét folyadékok számára egyébként még más vizsgálatok is valószínűvé teszik. CLOWES, majd WATERMAN vizsgálták a rákos szövetek villamos vezetőképességét, s azt a normális szövetekhez képest fokozottnak találták. Ennek az okát a sejtfal összetételének megváltozásában jelölik meg. A rákos daganat több K -t és kevesebb Ca -t tartalmaz, mint a normális szövet; a Ca -ionok megfogyása pedig fokozza a folyadékoknak a sejthártyán való behatolását, míg felszaporodásukat gátolja.

Ilyenmű vizsgálatokat az inkább szórványosan előforduló lygr-sejtekre nézve persze nem lehet végezni, de a lygr-sejteknek a rosszindulatú daganatsejtekhez való hasonlatossága miatt lehetne gondolni arra, hogy a világos, felduzzadt lygr-sejtekben is a K és Ca -ionok mennyiségében a Ca hátrányára és a K javára eltolódás történik.

Némely szerzők összeköttetésbe hozták a daganatsejtek átjár-

hatóságbeli eltéréseit a lipoid anyagsere megváltozásaival; szerintük a sejtek cholesterin- és lecithin-tartalmának ellentétes hatása van a sejtek átjárhatóságára nézve. Mi a lygr.-sejtek cholesterin- és lecithinanyagcseréjét illetőleg nem találtunk vizsgálatainkban szövetsileg kimutatható zavarokat, de ezek a vizsgálatok nem voltak elég széleskörűek, másrészt kérdés, hogy e tekintetben szövettani, illetőleg mikrokémiai úton lehet-e kielégítő eredményekre jutni.

A részletekre áttérve először a lygr.-sejtek magvainak chromatinszegénységével, hólyagszerű felfúvódásával kell foglalkoznunk, amely a lygr.-sejteknek egyik leggyakoribb s különösen korán fellépő jelensége. Az ép sejtek közül tudvalevőleg hólyagszerű, chromatinszegény maggal bírnak az idegdúcsejtek, amelyeknek jókora magvacskájuk is van, de éppen ezek a szervezetnek legállandóbb, az egész életen át majdnem változatlanul megmaradó sejtjei, s már azért sem állíthatók a lygr.-sejtekkel párhuzamba, mert az idegdúcsejt magját igen széles cytoplasma övezi, míg a lygr.-sejtben a sejttest a nagy maghoz képest inkább csekélymennyiségű.

Ha a rosszindulatú daganatokon kívül, amelyekben a chromatinszegény, hólyagszerűen felfúvódott magvak szintén igen gyakoriak, még további hasonlóságot keresünk, azt a nem kóros sejtek közül nem annyira a kifejlődött szervezetnek, mint inkább a barázdálódó petének a sejtjeiben találjuk meg.

A gyors növekedésű petebarázdálódási sejtek magvai chromatinszegények és sok nagy nucleolust tartalmaznak. STIEVE szerint a fejlődés ezen időszakában van valamilyen viszony valamiféle anyagnak a chromosomákból való eltűnése és ugyanennek a magvacskában való felszaporodása közt, bár lehet, hogy a magvacska gyarapodásához a sejttestből fölvevő anyagok is hozzájárulnak. Ugyanő észlelte, hogy a proteus barázdálódó petéjében a sejtmag chromosomáiról cseppek váltak le s egyesülve nagy nucleolust hoztak létre.

Ezen vizsgálatok szerint nem tartalmaz basicchromatint, azaz nucleinsavat, hanem inkább oxyfil lesz a gyorsan növő petebarázdálódási sejt magja a blastula-időszakig, amiből az következik, hogy az anyagsere szempontjából élénken működő gen-anyag

nucleinban szegény. A basichromatin ezen megfogyásával és az oxychromatin előtérbe jutásával együtt jár a magvacskák keletkezése és nagyobbodása. A megtermékenyített pete sejtjeire nézve különben a permeabilitás ideiglenes fokozódását több vizsgáló megerősíti (HARVEY, GRAY, HERLANT).

Ezek a tények mindenesetre figyelemreméltók, hiszen mi is a hólyagos lygr.-sejtek magvainak egy részében a basichromatin igen erős megfogyása mellett oxychromatin-recézetet és nagy nucleolusokat találtunk. Valószínű tehát, hogy a lygr.-sejtekben is a mitosist követő időszak alatt, amikor a magállomány mindig hígabbá válik, ezen felhigulási folyamatnak a túlzása, vagyis fokozott hydratatio, illetőleg a hydrofil fehérjék felszaporodása van jelen. Az természetes, hogy a vegyi változásokról, amelyek itt végbemennek, szöveti festéseinkkel nem kapunk felvilágosítást, de a hydropikus sejtmagvaknak a savanyú festékekkel szemben való viselkedése miatt mégis arra gondolhatunk, hogy ezen sejtmagvaknál nem mindig pusztán a fokozott vízfelvétel általi egyszerű felhigulásról van szó, hanem gyakran egyúttal a savanyú kolloidos anyagoknak (a chromatin fő alkotórészeinek) eltűnése mellett lúgos jellegű fehérjeanyagoknak a felszaporodásáról; a kocsonyaszerű magfehérjeanyagok erős megduzzadása talán éppen a *K* felszaporodással egybekötött lúgosabb vegyhatás miatti fokozott vízfelvétel eredménye.

A lygr.-sejtmagvak ezen átalakulása tehát párhuzamba állítható egyfelől a daganatsejtek, másfelől a petebarázdálódási sejtek magjának hasonló elváltozásaival. Úgy a daganatsejtek, mint a barázdálódó sejtek erős növekedésben vannak, s éppen az ilyen sejtek szoktak MONTGOMERY szerint sok nucleolusállományt termelni. Kisebb mértékben hasonló elváltozásokat látunk bármely fiatal sarjadzás fibrolast sejtjein.

Talán a túlnagy nucleolusok okozzák, hogy a lymphogranulomás sarjadzásban levő mitosisok cytoplasmájában olyan szemcsék mutatkoznak, amelyeket fejlődésük szerint a nucleolusok töredékeinek tarthatunk. Túlnagy nucleolusok esetén a mitosisos magoszláshoz tartozó cytoplasmában ép viszonyok közt is észleltek némelykor nucleolus-töredékeket. Így pl. amit az amoeba terricola magvacskáinak a mitosis alatti magatartásáról írnak, az eléggé

hasonlít ahhoz, amit az oszló lygr.-sejtekben láttunk. Emberi daganatokban is előfordul, hogy túlnagy és sokszoros magvacskával rendelkező daganatsejteknek a mitosisos oszlásakor a magvacskák nem tűnnek el teljesen, amint ezt JOHAN BÉLA is észlelte fentemlített esetében.

A lygr.-sejtek egy más részében, mint azt előzőleg láttuk, a sejtmag chromatinidús, tehát szokatlanul nagy mértékben halmoz fel nucleinsavas, foszfortartalmú anyagokat; ezáltal az ép sejtmagnál jóval tömörebb lesz és basikus festékekkel erősen színeződik.

Ez a chromatinfelhalmozás is előfordul némely ép sejtekben, éspedig úgy a fejlődés kezdetén, mint a méhen kívüli életben, úgyszintén többféle kóros állapotban.

A mag chromatingazdagságának jelentősége egyébként nem mindig egyforma. A fiatal sejtek magját általában chromatinidúsabbnak mondják, s erre nézve példaképpen a bőrhám alapi rétegének a sejteit hozzák fel, amelyek több chromatint tartalmaznak, mint a náluk idősebb tüskésréteg sejtei. Csakhogy más esetekben ennek az ellenkezőjét tapasztaljuk. A fiatal kötőszöveti sejteknek, a fibroblastnak a magja halványabban festődik, mint a belőle keletkező idősebb fibrocytáé; éppúgy a fiatal lymphoblast is halványabb maggal bír, mint idősebb átalakulási formája, a lymphocyta. Ez a legalább is viszonylagosan nagyobb chromatintartalom fellelhető az öregségi visszafejlődésben levő sejteken is, amelyek magvai megkisebbedve erősebb chromatinfestést adnak, a nélkül, hogy elhalnának.

Ezek az ellentétes példák azt bizonyítják, hogy a tömörebb chromatinhálózat egymagában, a többi körülményeknek, különösen a kifejlődés módjának közelebbi ismerete nélkül, a sejteknek fiatalságára vagy elöregedésére nem enged biztosan következtetni. A leghromatinidúsabb mag a spermiumé, amely 96 % -ban nucleinsavas vegyületekből áll s még magvacskája sincs és mégis ez a gel-állapotba került spermiummag a majdnem hasonló állapotú petemaggal két összetapadó viaszrög módjára egyesül s új élet fakad belőlük. Ha tehát mi a hyperchromatosis keletkezési viszonyait a lygr.-sejtekre vonatkozólag értelmezni próbáljuk, igyekeznünk kell ezt a kérdést minél több számbajöhető tényezőnek figyelembevételével megvizsgálni.

Magát a hyperchromatosis tényét lehetne úgy elképzelni, hogy a sejtmag, amely előbb vízlektő képessége és egyéb befolyások következtében rendellenesen felhígult, későbbben a viszonyok átalakulásával, egyebek közt pl. pH -jának megváltoztatásával vizet ad le, s ezáltal tömörre, gelszerűvé válik. Ezzel a felfogással megegyeznék az, hogy ezen hyperchromás sejtek egy részének magja csakugyan a chromatinszegény magvakhoz képest zsugorodott, kicsiny, sejtteste pedig acidofil, fénylő, egynemű, éles határú, egyszóval sclerotikus. Az ilyen sejtek tették reánk a kezdődő elmeszedés benyomását, s bár azokban közönséges reakciókkal meszet kimutatni nem tudtunk, mégis az előzőkben mondottak alapján gondolhatunk arra, hogy Ca -tartalmuk felszaporodott, míg K -tartalmuk megfogyott.

Kérdés azonban, hogy ezen visszafejlődési folyamatot jelentő besűrűsödésnek, illetőleg zsugorodásnak a fölvételével megfejtjük-e a lymphogranuloma összes chromatindús sejtjeinek a keletkezését. Ha megfontoljuk azt, hogy némely chromatindús magvak óriásméretűek, s hogy éppen ezekben BIONDI- és MALLORY-festésekkel majdnem oly sok és nagy magvacskát lehet kimutatni, mint a hólyagszerű magvakban, s ha számbavesszük, hogy az ily nagy hyperchromás magot körülvevő cytoplasma, bár nem is oly finoman szemcsés, mint a hólyagos mag sejtteste, mégsem mondható sclerotikusnak: akkor azt kell következtetnünk, hogy a chromatinalgazdagság ez esetekben nem jelenti a mag súlyosabb visszafejlődését, hanem csak azt, hogy a sejt anyagszerjének különös alakulása folytán a neki juttatott tápanyagból sok nucleinsavat tud termelni.

Ez tehát megint a sejtműködéseknek egy más irányban való szokatlan túlzása, amikor a sejtmagban a savanyú kolloidok felhalmozódnak, s ezért a mag a basikus festőszereket erősebben leköti.

Felvetődik itt az a nehéz kérdés is, vajjon a hypo- és hyperchromás lygr.-sejtek átmehetnek-e egymásba, s ha igen, melyik közülük a fiatalabb fejlődési alak? A petebarázdálódáskor tett megfigyelésekből arra lehet gondolni, hogy a hólyagszerű, oxychromatikus és a tömör, basichromatikus magvak egymásba kölcsönösen átmehetnek.

Ami e tekintetben a lygr.-sejteket illeti, számbavéve a hólyagszerű sejtmag sejttestének gyengéd, finoman szemcsés szerkezetét, valószínűnek látszik, hogy a hypochromás magból lesz a chromatindús mag azáltal, hogy az addig hólyagszerű, chromatinszegény mag előbb csak a maghártya körül, azután fokozatosan befelé a nucleolusig mindig több és durvább chromatinszemcsét termel.

Ily felfogással inkább össze lehet egyeztetni a chromatindús magvakban különleges festéssel kimutatható sok és nagy nucleolust is, mert a nucleolus és a chromatinképződés közti ellentétesség miatt, amelyről fentebb megemlékeztünk, nem valószínű, hogy a fiatal sejt magja egyszerre tudjon felhalmozni nucleolusállományt és chromatint. Az oly eseteket pedig, ahol a hólyagszerű magvakhoz képest a chromatindúsak vannak túlsúlyban, talán úgy magyarázhatjuk, hogy ezekben a mag hólyagszerű időszaka nagyon rövid ideig tart, csekélyfokú s hamar bekövetkezik a chromatin felszaporodása.

Arra a kérdésre, vajjon a hyperchromás lygr.-sejtmag reversibilis-e olyan értelemben, hogy még oszlásra is képes és átalakulhat újból chromatinszegény sejtmaggá, nehéz határozott feleletet adni, ha csakis a szöveti metszetek tanulmányozására vagyunk utalva, szövettenyésztéseken pedig tudomásom szerint a lygr.-sejteket ilyen szempontból nem vizsgálták. Határozottan tagadni mégsem merjük a hyperchromás mag visszafordulását chromatinszegény magba, ha tekintettel vagyunk a barázdálódó petéken tett tapasztalatokra és arra a körülményre, hogy a hyperchromás magban a nucleolusok is jól megmaradnak.

Tehát bár megengedjük, hogy némely zsugorodó, sclerotikus testű sejtek chromatindús magjai a közeli elhalást jelzik, mégis azt kell hinnünk, hogy a hyperchromasia nem egyértékű mindig a sejtlelet gyorsan bekövetkező teljes megszűnésével, hanem néha csak egy különösebb módosulása a sejttevékenységnek, a sejtpor-meabilitás csökkenésével egybekötött bizonyos nyugalmi állapot, tehát lassúbb életfolyamat ahhoz a túlzott aktivitáshoz és felfokozott anyageseréhez képest, amelyet a chromatinszegény magvú sejtre nézve felvehetünk. Roussy is úgy nyilatkozik a daganatsejtek chromatindús magvairól, hogy amikor a daganatsejt a magját összesűríti, akkor mintegy összegyűjti erejét s a pihenés és

ellenállás állapotába helyezi magát, megvárva, amíg a kedvező viszonyok újból nagyobb aktivitást engednek neki.

SCHMIDTMANN azon közleményében, melyre hivatkoztunk, elmondja azt is, hogy amikor a színes indicatorokat rostos rákokba juttatta, amelyek sejtjei rendszerint chromatindús maggal bírnak, ezek az indicatorok nem hatoltak be a sejttestből a magba, hanem a sejtmag szintelen maradt. Ez a tény is a mellett látszik szólni, hogy a chromatindús maggal bíró sejtben nincs meg a mag és a sejttest közt az az élénk, benső érintkezés, amelyet a hypochromás mag és az ő sejtteste közt föl kellett tételeznünk.

A chromatintartalom ingadozásának egymásutánját és jelentőségét illetőleg tanulságosak azok a tapasztalatok is, amelyeket a csirkék Rous-féle sarcomájára nézve tettek. A daganat, amely ezen sarcomával oltott állatokban kifejlődik, változatos térfogatú sejtekből áll, melyek protoplasmája finom szemcsékkel telt, a sejtmag pedig világos, hólyagszerű. Roussy leírása szerint fel lehet ismerni az ilyen daganatok sejtjein kétféle típust. Az egyik a progresszív evolúciónak felel meg, amikor a sejtek gyakran többmagvúak, protoplasmájuk csillagalakú, a másik a regresszív állapot, amelynek folyamán a mag pyknotikussá válik s a cytoplasma gömbölyded alakot vesz fel.

A Rous-sarcomára nézve tehát kísérletileg is meg lehetett állapítani azt, amit mi a lygr.-sejtekre nézve felvettünk, t. i. hogy a hólyagos magvú sejtek fiatalabbak, mint a chromatindús magvakkal bírók. A Rous-sarcoma szövettényészetét tárgyaló irodalomban nem találtam olyan feljegyzéseket, amelyek a tenyésztett sarcomasejtek chromatintartalmával behatóbban foglalkoznának, pedig valószínű, hogy ez bizonyos tanulságokat nyújtana; ezen sarcoma-tenyészetek némely eredményeire később még visszatérünk.

Külön megbeszélést igényel még a lygr. sejtek nagy hajlama lebenyes, bonyolódott alakú sejtmagvak képzésére. Előző leírásainkban ezt eléggé hangsúlyoztuk, de egyúttal kiemeltük, hogy ugyan-ezen tulajdonság megnyilvánul a rosszindulatú daganatsejtek magvain is, habár nem oly nagy gyakorisággal.

Rendszerint az ép sejtekben a sejtmag nem szokott bizonyos határon túl nagyobbodni. Roussy szerint minden sejtfajtát bizo-

nyos maximális méretek jellemeznek, amelyeken túl a sejtoszlás automatische bekövetkezik, ezért a sejtoszlás úgy tekinthető, mint a nucleoplasmafeszültség megnyilvánulása.

Ezzel szemben a magvak lebenyességét úgy foghatjuk fel, mint törekvést arra nézve, hogy a magfelszín nagyobbodjék, s ezáltal a mag és cytoplasma érintkezési területe s egymásra való hatása növeltessék. Ez tehát nemcsak élénk növekedési készséget jelent, hanem egyben fokozott anyagkieserélődést a sejttest és magja közt.

A lymphogranuloma lebenyes és többmagvú sejtjeinek keletkezését vizsgálataink révén úgy képzeljük el, hogy legelőször a lygr.-sejtben csak egyetlen épszelű gömbölyded vagy tojásdad mag van jelen, amelyen lebenyesség még nem látszik. A legkisebb, s egyéb jelek szerint is legfiatalabb STERNBERG-sejtek többnyire ilyen magvakkal bírnak; ezeket más sejtajtáktól még csak a mag aránylagos nagysága és rendellenes chromatinszerkezete különbözteti meg. A megnagyobbodott, de még épszelű mag lebenyképzésének megindulása és előhaladása pedig főképpen segmentatio által történik, hiszen nyomon tudtuk követni a befűződések, beöblösödések megindulását a mag felszínén. Ezek fokozatosan öltenek mindig nagyobb mértéket egészen a soklebenyű, nagyon bonyolódott alakú sejtmag keletkezéséig, illetve némelykor az amitosisos oszlás révén a többmagvú sejtig.

A lebenyes mag létrejövetelének ezt a módját bizonyítja a magvacskák viselkedése is. A maglebeny képződésének kezdetén az eredetileg gömbölyű magvacska megnyúlik, közepén elvékonyodik, súlyzóalakú lesz, majd a súlyzó két gömbje a mag két lebenyében helyezkedik el, de a gömböket összekötő vékony híd egy darabig még megmarad. A rosettaalakú magvak, melyek közepén néha még csak egyetlen nagy nucleolus marad, jól levezethetők a mag sugárirányú befűződéseiből, de a további szabálytalanabb maglebenyek alakulását is elképzelhetjük úgy, hogy a magbefűződések és öblösödések lassankint mindig számosabbak és mélyebbek lesznek s a magfelület igen változó helyein indulhatnak meg.

Ez a véleményünk nem teljesen egyezik azokéval, akik szerint a lygr.-sejt magjának kialakulásában a többsarkú, illetve szabály-

talan magoszlásoknak van főszerepük, amelyeket nem követ a sejttest oszlása. Többsarkú magoszlásokat mi is láttunk ugyan eseteink egy részében, de ezeknek mégsem tulajdoníthatunk olyan nagy jelentőséget a soklebenyű lygr.-sejtmag keletkezésében, mint az amitosisos befűződéseknél.

Felvetődik már most az a kérdés, miért fokozódik a lygr.-sejtben a mag és sejttest érintkezési felülete, másszóval: mi jelentősége lehet a lygr.-sejtmag nagyobbodásának és lebenyességének?

Ezen kérdés eldöntésében megint nagy nehézséget jelent az, hogy sem általában a növekedést kormányzó erőket nem ismerjük eléggé, sem pedig a lymphogranulomatosis végső okát nem sikerült kideríteni, de ha azok álláspontjára helyezkedünk, akik a lymphogranulomatosisban idősült fertőzést látnak, akkor önként kínálkozik az a feltevés, hogy a STERNBERG-sejt képződése védekezési visszahatást jelent a betegség vírusával szemben. Többen vannak abban a véleményben (így KUCZYNSKI is), hogy ez a vírus, ez a feltételezett, de még ismeretlen mikroorganizmus a STERNBERG-sejtbe van bezárva. Itt szinte magától nyomul előtérbe a hasonlatosság a gümőkór óriássejtjeihez, amelyekben igen gyakran ki tudjuk mutatni a gümőkór bacillusát, s amelyek szintén fokozatosan keletkeznek amitosisos oszlás által az egymagvú epitheloid-sejtekből.

De vannak még más ténykörülmények is, úgy a STERNBERG-sejtek, mint más kóros, sőt ép sejtféleségek részéről, amelyek arra utalnak, hogy a lygr.-sejtek bizonyos határozott működés céljából létesülnek, s miközben jellegzetes alakjukat felöltik, egyúttal fokozatosan elvesztik a mitosisos oszlásra való képességüket, viszont minden erejüket a védekező működésre összpontosítják.

Ami mindenekelőtt magukat a lygr.-sejteket illeti, tapasztalataink, éppúgy mint másokéi, a mellett szólnak, hogy azok nem termelnek kötőszöveti rostokat. A rostképzés, amely a régibb lymphogranulomatosis szöveti termékeiben oly gyakori, nem a STERNBERG-sejteknek, hanem a köztük felszaporodott fiatal, semleges kötőszöveti sejteknek, fibroblastoknak a műve. A mitosisos magoszlások is, véleményünk szerint, túlnyomóan nem a vírus által legközvetlenebbül érintett STERNBERG-sejtekben jönnek létre (különösen nem akkor, ha a vírus már hosszabb idő óta hatott

rájuk), hanem a vírus közvetlen hatásától messzebb levő olyan sejtekben, amelyekre ez a vírus csak távolabbi, módosított hatást fejthetett ki.

Ezen véleményünket támogatják azok az észleletek, amelyeket gümőkórral fertőzött tengerimalacokon tehetünk. Ilyenkor, régebbi megfigyeléseink szerint, a mitosisos magoszlások a gümöbacillusok felszaporodási területétől valamivel távolabb találhatók olyan helyen, ahol gümöbacillusokat festéssel kimutatni nem lehet.

Egyéb fertőzőes betegségek közül, amelyek nagy sejtalakok képződésével járnak, megemlíthetjük még a takonykórt, malleust, melyre vonatkozólag BALOGH ERNŐ tanulmányában hangsúlyozza, hogy annak különösen elhúzódó lefolyású eseteiben a tüdőbeli góccok igen nagy sejteket is tartalmaznak, rendkívül szeszélyes alakú chromatindús magvakkal, amelyek véleménye szerint a reticulo-endothel-sejtekből fejlődnek részben mitosisos, részben közvetlen oszlás útján. Úgy látszik tehát, hogy több fertőző betegség vírusa, talán különleges lipoidtartalma által, a megtámadott sejtekben nemcsak fokozott nedváramlást s különleges enzimhatásokat okozhat, hanem szeszélyes nagy magvak képződését is kiválthatja.

Más kóros sejtek közül az idegentest-óriássejteket hozhatjuk még fel, mert ezeket is olyan többmagvú sejtek gyanánt tekinthetjük, amelyek elvesztették szaporodásra és rostképzésre való képességüket, hogy annál erősebb enzimhatást tudjanak kifejteni az idegentest elpusztítása céljából; ezen sejtek későbbi sorsa általános felfogás szerint a szétesés. A csontszövet többmagvú osteoklast sejtjei szintén a közönséges cellularis tulajdonságokból kivetkőzött sejtek, melyek tevékenységüket a mészszók és csontfibrillák feloldásában merítik ki s mint ilyenek nem szaporodnak tovább. KÖLLIKER és WEGNER azon véleménye, hogy ezek az osteoklastok később megint egymagvú sejtekké válhatnak szét, nem lelt újabb megerősítést.

Az osteoklastok már átmenetet jelentenek a kóros és ép sejtféleségek közt, de az ép szövettan is ismer több olyan sejtfajtát, amelyek bizonyos különleges működés céljából bonyolult sejtmagformákat hoznak létre s egyúttal szaporodási képességüket fokozatosan elvesztik. Ezek között alakilag a lygr-sejtekhez legközelebb állnak a vörös csontvelő nagy, lebenyesmagvú sejtjei, a mega-

karyocyták, amelyek a vérlemezkéket termelik. A megakaryocyták ASKANAZY szerint a csontvelő fiatal, közömbös sejtjeiből, a myeloblastokból képződnek mitosisos oszlás által (MAXIMOW szerint amitosis által is), de ha a megakaryocyta megnövekedett és több-lebenyű bonyolult magja kifejlődött, akkor kezdetét veszi a sejt-nyúlványokban a vérlemezkék képződése s azoknak a hajszálerekbe való juttatása; ezen időponttól fogva a megakaryocyta szaporodási képessége minden valószínűség szerint megszűnik. REITANO a kifejlett megakaryocytákat csökkent életképességű sejteknek tartja az életerős, fiatal megakaryoblastokhoz képest.

A megakaryocytákat illetőleg újból utalunk MEDLARNAK előzőleg említett közleményére, amely a lygr.-sejteket éretlen megakaryocytáknak minősíti. Ezek a praemegakaryocyták MEDLAR felfogása szerint a csontvelőből kerülnek a nyirokcsomókba s azokat fel-szaporodásuk által megduzzasztják; az egész Hodgkin-betegség (lymphogranulomatosis) kiindulási helye tehát szerinte a csontvelő. MEDLAR ezért ezt a betegséget a praemegakaryocyták rosszindulatú daganatjának tartja és megakaryoblastomának nevezi. Nem kívánok itt kiterjeszkedni MEDLAR okfejtésének sok sebezhető pontjára, csupán azt hangsúlyozom, hogy vizsgálataim során semmi jelét nem láttam annak, hogy a nagy lygr.-sejtek kisebbek összefolyásából keletkeznének, amint ezt MEDLAR állítja. Éppúgy nem erősíthetem meg MEDLAR azon kijelentését sem, hogy a lygr.-sejtek a megakaryocyták minden fejlődési alakját feltüntetik az anyasejtet képező myeloblasttól a típusos megakaryocytaig.

Visszatérve azon sejtekre, amelyek magszerkezete bizonyos különleges sejtműködés szolgálatában átalakul, még a lebenyesmagvú fehérvérsejteket, a leukocytákat is felemlíthetjük, amelyeknek a törzsökös sejtjei, a kerekmagvú myelocyták, a csontvelőben képződnek s ott mitosis útján szaporodnak; amikor azonban a vérpályába mint lebenyesmagvú leukocyták bejutottak, már csak védekező működést tudnak teljesíteni gyulladások, fertőzések esetén, de mitotikus oszlásra többé nem képesek és szövettényésztésekben sem szaporodnak. RAU szerint a STERNBERG-sejtek alakjuk tekintetében emlékeztetnek a típusos leukocytákra, bár nagyságban lényegesen különböznek tőlük.

BORREL a Rous-sarcoma szövettényészteteiben kétféle sejt-

alak kifejlődését látta: orsóalakú, fibroblastszerű, egymagvú sejteket, és többmagvú, nagy sejteket, melyeket makrophagoknak nevez; mindkét sejtfajta igen aktívan burjánzik, de a makrophagok A. FISCHER szerint szövetet nem képeznek. Ezen kétféle Rous-sarcomasejt hasonlatossága a lymphogranulomatosis egyszerű fibroblast- és bonyolultmagvú STERNBERG-sejtjeihez elég meglepő, s még inkább kíváncsiságot kelt a lygr.-sejteknek szövettenyésztés útján való tanulmányozását, annál is inkább, mivel egyesek a Rous-sarcoma-virus hordozóinak a többmagvú makrophagokat tartják.

Végül még csak arról a kérdéstről pár szót, hogy a lygr.-sejtek képződésében mennyi része lehet a röntgenkezelésnek. LACASAGNE és MONOD kimutatták, hogy rádium- és röntgensugár hatására ép szövetekben is pluripolaris magoszlások keletkeznek, CLUNET és MASSON pedig rákos daganatok röntgenkezelése után láttak a daganatsejtek magvain abnormis burjánzásokat. A mi eseteink közül is egyik-másikra nézve lehetséges, hogy a lygr.-sejtmagvak túlzott fejlődésében a röntgenezésnek volt némi szerepe, mert némelyik betegünk csakugyan ilyen kezelésben részesült, mielőtt nála a nyirokcsomókimetszés történt.

Nagy tévedés volna azonban a lygr.-sejtek túlnagy és lebenyes magvait minden esetben tisztán a röntgen-hatásnak tulajdonítani. Ugyanis ezeket a szeszélyes magalakokat megtaláljuk olyan lymphogranulomatosisban szenvedők nyirokcsomóiban is, akiknél soha röntgenkezelés nem történt. Másrészt azt is tapasztaljuk, hogy a lymphogranulomás betegségeknek ú. n. daganatszerű, sarcoid alakjaiban (amelyek leginkább előző, ismételt Röntgenezés után fejlődnek ki) a lygr.-sejtek magvai chromatindúsak ugyan, de nem különösen nagyok s csak kevésbé lebenyesek, holott az ugyan-ezen betegektől a betegségük kezdetén, legelső röntgenkezelésük előtt eltávolított nyirokcsomókban a STERNBERG-sejtek magvai jóval nagyobbak és erősebben lebenyestek voltak. Ezekből az látszik, hogy a betegség tartama alatt, talán némelykor az ismételt röntgenezés folytán a lymphogranuloma sejtszereke anyagszerűen megváltozik, s különös élettevékenységű, erősebben ellenálló sejtek fejlődnek, amelyek az újabb röntgen-kezeléssel szemben refractárek.

Az elmondottak alapján a lygr.-sejtekről alkotott felfogásunkat a következőkben foglalhatjuk össze:

A lygr.-sejtek nem a csontvelőből kivándorolt sejtek, hanem a betegség vírusa által megtámadott lymphoid szövetekben helyileg képződnek mitosisos oszlás útján a reticulumentothel-sejtekből és kötőszöveti sejtekből. Keletkezésük első időszakára jellemző az élénkebb anyagcsere, a fokozott sejtátjárhatóság, a magra nézve pedig az erősebb nedvfelvétel mellett a kémhatásnak a lúgosság felé való eltolódása, a chromatintartalom csökkenése és a nucleolus-állomány felszaporodása. Későbbben a sejt anyagcseréje ellankad, a sejtporomeabilitás kisebbedik, a mag kémhatása újra savanyúbbá válik, chromatintartalma tetemesen megnövekszik, a nélkül, hogy a nucleolusállomány eltűnnék, vagy a sejtélet korlátozása az elhalásig súlyosbodnék. A lygr.-sejt növekedése közben a magnak a cytoplasmához képest kezdettől meglevő túlsúlya megmarad, sőt a sejtmag és cytoplasma érintkezési felülete a mag befűződése által még fokoztatik. Az így keletkező lebenyesmagvú lygr.-sejt valószínűleg a szervezet védekezési kísérlete a betegségokozó vírus ellen. A lygr.-sejt az ő sok lebenyű magjának kifejlődése és erősebb megnövekedése után a mitosisos oszlásra való képességét elveszti, éppúgy kötőszöveti fibrillákat sem tud többé termelni. A lygr.-sejtek magvaik szerkezeti túlzásaiban hasonlítanak egyfelől a barázdálódó petesejtekhez, másfelől némely rosszindulatú dagantok sejtjeihez, s feltehető, hogy mindezen, alaki szempontból egymáshoz hasonló sejtformáknak anyagcseréjében, fizikai-vegyi tulajdonságaiban is vannak bizonyos rokonvonások.

Az ábrák magyarázata. (Az összes rajzok $\frac{1}{13}$ homogén immersziós tárgylencsének és 4-es szemlencsének megfelelő nagyítással készültek.)

1. Nagy kerekmagvú hypochromás lygr. sejt finoman szemcsés cytoplasmával, közepén nagy nucleolus.

2. Kétlebenyű hypochromás lygr. sejtmag két magvacskával.

3. C alakú, 3 lebenyű sejtmag 3 magvacskával.

4. A sejtmag négylebenyű, mindegyik lebenyben 1—1 nagy nucleolus; a sejttest szemcséssége jól látszik.

5. Többlebenyű, erősen hypochromás sejtmag, a 3 magvacska közül az egyik erősen elnyúlt, közepén elvékonyodott, nyilván oszlásban van.

6. Lebenyzett mag, egy nagy nucleolusszal, a sejttest kifejezetten nyulványos.

7. Majdnem ép szélű hypochromás nagy sejtmag 7 magvacskával.

8. Nagy lygr. sejtmag, amely a maghártya közelében dús chromatin-

hálózattal bír, de a duzzadt nucleolust világos chromatinmentes udvar veszi körül.

9. A mag chromatinja a maghártyához közel vaskos rögöket alkot, a magvacska körül a chromatin kevesebb.

10. Nagy lygr. sejt, mellette normális fibroblastok; a lygr. sejt cytoplasmája szemcsés, a sejtmagban a chromatin egyenetlenül halmozódott fel, a magvacska duzzadt.

11. Hyperchromás lygr. sejtmag, mely szinte egyenletesen sötét, balra tőle halványabb fibroblast.

12. Két hyperchromás magvú lygr. sejt, balra és jobbra fibroblast sejtek magvai.

13. Nagy hyperchromás mag, a sejttest szemcsés, a mag sötét, de a magvacskákat (szám szerint 13-at) jól fel lehet ismerni. Mallory-festés után rajzolt kép.

14. Sclerotikus, zsugorodott lygr. sejt éles határokkal, a sötét hyperchromás magban a magvacska más színnel festve még felismerhető volt. Ehrlich—Biondi-festés után rajzolva.

15. Sclerotikus sejtszaporodás előhaladott állapota; a hyperchromás mag körvonalai elmosódottak, a magvacska már eltűnt. Ugyancsak Ehrlich—Biondi-festés után.

16. Kettős magoszlás, diaster; a sejttestben nagy acidofil szemcsék (nucleolustöredékek?).

17. Igen nagy lygr. sejt több, változó nagyságú hypochromás maggal, ezekben duzzadt nucleolusok, középen centriolumszerű képletek.

18. Hosszan elnyúlt lygr. sejt, magja amoeboid mozgásban rögzített.

19. Nyúlványos nagy lygr. sejt, jobboldalán a pericellularis ür egy része, melyet kötőszöveti hálózat és lymphocyták határolnak. A lygr. sejt magja szélesívesen lebonyozott igen nagy nucleolusokkal.

20. Lygr. sejt három erősen duzzadt maggal, melyek változó nagyságúak. Feltűnő a cytoplasma gyér mennyisége a magvak körül, a nucleolusok nagyok; a lygr. sejt körül pár fibroblast.

Forrásmunkák. Az irodalmi adatok jórészt a következő két gyűjtőmunkából merítettem: GÜNTHER HERTWIG: Allg. mikrosk. Anat. d. Lebenden Masse. Handb. d. mikrosk. Anat. I. Bd. I. T. és GUSTAVE ROUSSY: Le cancer, 1929. Masson. — A korábbi lymphogranulomatosis-dolgozatomban felsorolt irodalmat még a következőkkel egészíthetem ki: ASKANAZY: Knochenmark. Henke-Lubarsch Handb. d. spez. path. Anat. I. 2. — BALOGH ERNŐ: Verhandl. d. Deutschen Path. Gesellsch. 1930. JOHAN BÉLA: Orvosi Hetilap 1921. LENHOSSÉK: A sejt és a szövetek. MEDLAR: The Americ. Journ. of Pathol. 1931. RAU: Lubarsch-Ostertag Ergebn. d. allg. Path. u. pathol. Anat. 1932. M. SCHMIDTMANN: Zeitschr. f. experim. Medicin Bd. 45.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. márc. 13-án tartott üléséből.)

UEBER DIE STRUCTUR DER LYMPHOGRANULOMZELLEN.

Von K. BUDAY.

Die STERNBERGSchen Zellen des Lymphogranuloms sind keine Abkömmlinge des Knochenmarks im Sinne MEDLAR's, sondern sie entstehen an Stelle der durch das Virus der Krankheit ergriffenen lymphoiden Gewebe am Wege mitotischer Teilung aus den Reticuloendothel- und Bindegewebszellen. Die ersten Stadien ihrer Entwicklung sind durch lebhafteren Stoffwechsel, stärkere Zellpermeabilität, betreffs des Zellkernes aber durch intensivere Saftaufnahme, zunehmende Alkalizität, verminderten Chromatingehalt und Vermehrung der Kernkörperchensubstanz charakterisiert. Der Zellstoffwechsel lässt aber bald nach, die Zellpermeabilität verringert sich, der Kern zeigt eine mehr saure Reaktion, sein Chromatingehalt nimmt bedeutend zu, ohne dass die Kernkörperchensubstanz wesentlich abnehmen, oder die Beschränkung des Zellebens bis zur Nekrose erschwert würde. Während der Vergrößerung der STERNBERGSchen Zelle bleibt das von Anfang an vorhandene Übergewicht des Kernes dem Cytoplasma gegenüber erhalten, die Berührungsfläche des Kernes und des Cytoplasma wird sogar durch Einschnürungen des Kernes noch vergrößert. Die derartig entstandene gelapptkernige STERNBERGSche Zelle ist wahrscheinlich ein Verteidigungsversuch des Organismus dem krankheitsverursachenden Virus gegenüber. Nach Entstehen und stärkerem Wachstum ihres viellappigen Kernes verliert die STERNBERGSche Zelle ihre Fähigkeit zur mitotischen Teilung, ebenso ist sie nicht mehr im Stande Bindegewebsfibrillen zu bilden. Die Zellen des Lymphogranuloms sind betreffs ihrer strukturellen Übertreibungen einerseits den Blastomeren der Eizelle, andererseits manchen malignen Geschwulstzellen ähnlich und es ist anzunehmen, dass alle diese, morphologisch einander nahestehenden Zelltypen auch in ihrem Stoffwechsel und in ihren physikalisch-chemischen Eigenschaften gewisse verwandte Züge aufweisen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der
Wissenschaften vom 13. März 1933.)

VIZSGÁLATOK AZ Ú. N. PETTENKOFERIÁKRA VONATKOZÓLAG.

PREISZ HUGÓ r. tagtól.

A tárgykör, amelybe előadásom tartozik, a mikrobiológiának egészen újonnan feltárt területén mozog és az eddigi kutatási eredmények még alig ismeretesek és még kevésbé elismertek; azért szükségesnek látom a következőket előrebocsátani.

A bakteriológusok előtt régóta ismeretes volt, hogy a különböző baktériumfajok tiszta tenyészeiből készült mikroszkópi készítményekben az egyforma baktériumok tömegéből egyesek kirínak különleges és szokatlan alakjuk által, amennyiben duzzadtak, görbék, gömbösek (pálcikák helyett), szokatlanul hosszúak, dudorosak, esetleg ágasok stb. és ezenkívül sokszor másként is festődnek, éspedig rendszeren sötétebbre, mint a rendes alakuk. Általános szokás szerint az ilyen kivételes baktérium-alakukat elfajulás (degeneratio, involutio) útján keletkezettnek értelmezték; elképzelhető volt ugyanis, hogy elhalásnak induló, de még élő baktérium testében az anyagsere oly módosulást szenvedhet, amely rendellenes nagyságot és formát adhat. Amidőn pedig ilyen kivételes alakok egymásutáni tenyészetekben feltűnő halmozottsággal mutatkoztak, arra is lehetett gondolni, hogy itt egyes egyedekben lassan vagy hirtelenül támadt olyan tulajdonságokról van szó, amelyek az utódaikra átöröklődnek, hogy tehát variálásról, mutálásról van szó.

A mult év nyarán jelent meg PH. KUHN és K. STERNBERGTŐL¹

¹ A PH. KUHN és K. STERNBERG által leírt, ábrázolt és Pettenkoferiáknak elnevezett alakelemekre vonatkozólag a magamévá tettem volt a nézetet, hogy azok a baktériumokban élősködő mikrobák, különösen miután sokszor észleltem azokat, a baktériumokon ülő pontszerű

(Zentralblatt f. Bakteriologie, Originale 121. kötet) egy közlemény, amely a baktériumoknak ezen kivételes alakjaira vonatkozó és — amint a szerzők mondják — 15 éven át folytatott tanulmányaikat közlik, amelyek szerint a kivételes alakok okozói apró élő lények, amelyek az illető baktériumokban élősködve növekedésük által azoknak úgy alakját és méreteit, mint egyéb tulajdonságait megváltoztatni képesek. Röviden mondva: a kivételes bakterium-alakok oka azoknak fertőzött volta, más szóval a baktériumok fertőzőesetű betegsége; a fertőző mikrobákat a szerzők Pettenkoferiáknak nevezték. Ezeknek legkisebb fejlődési alakjai felette apró képződmények, amelyek baktériumokba behatolni képesek és itt tovább fejlődve a rendes baktérium méreteit sokszorosán túlhaladó formákat öltenek. A Pettenkoferiák a szerzők szerint egyúttal a D'HÉRELLE-féle bakteriophagiának oki tényezői.

Ami engem az előadandó vizsgálatokra indított, az részben annak vágya volt, hogy magam győződjem meg erről, a baktérium és Pettenkoferiák közötti symbiosisról. Ez fölötte érdekelt; annál is inkább, minthogy már évekkal ezelőtt, amidőn a bakteriophagiával foglalkoztam, minden, amit eme tanulmányom közben tapasztaltam, arra a következtetésre készítetett, hogy a bakteriophagia a baktériumok olyan betegsége, amelyet valamely fertőző csíra okoz. Ennek a meggyőződésemmnek a bakteriophagiáról írott könyvecském¹ a következő szavakkal adtam kifejezést: «A bakteriophagiának minden megnyilvánulása és minden, amit ezidőszert a bakteriophagról (a jelenség oki tényezőjéről) tudunk, a parasitaelmélet álláspontján minden nehézség nélkül értelmezhető. Valamely fertőzött baktérium életben maradhat és a legkülönbébb elváltozásokat szenvedheti; elfajulhat és elhalhat; oszlásra (szaporodásra) képes maradhat, bár a parazitát magában foglalja; oszlohatik egy fertőzött és egy parasitamentes félre; ekképen

alakelemeket is, amelyeket ebben az előadásomban a baktériumokba behatoló spóráknak jeleztem. Az ezen előadásom óta eltelt közel egy esztendőn át tovább folytatott vizsgálataim alapján azonban az itt ismertetett alakelemek mivoltára nézve egyelőre még fenntartással kell élnem.

Az előadó.

¹ Die Bakteriophagie, vornehmlich auf Grund eigener Untersuchungen. Leipzig 1925. Gustav Fischer.

egy baktériumból vegyes generációk (telepek) nőhetnek, amelyek egy része egészséges, más része fertőzött. A parazita lappangva is élhet baktériumokban és csak előbb vagy utóbb, későbbi generációkban váratlanul árulja el jelenlétét valamely phagiás jelenség által. Ezidőszerint a bakteriophagiás jelenségek sorában a baktériumokon oly állapotokat és folyamatokat ismerünk, amelyek mind értelmezhetők azzal, amit fertőzésről, fertőzős állapotról, öröklésről, mentességről, csírák lappangásáról stb. tudunk.

A bakteriophagiára vonatkozó kutatásaim ugyanarra a következtetésre vezettek, amelyet a jelenség fölfedezője, D'HÉRELLE nyilvánított annak alapján, hogy a bakteriophagia okozó tényezője sűrű agyagszűrőn áthatol, tehát igen kicsiny valami, és hogy baktérium-tenyészetekben a végtelenségig szaporítható ép úgy, mint pl. baktériumok, ami csakis élőlényeknek tulajdonsága. Ezzel szemben a kutatók túlnyomó része nem csatlakozott a parasitarius elmélethez, hanem a bakteriophagiát valamilyen oldó fermentum («lysin») hatásának tulajdonítja.

A Pettenkoferiák, amint fölfedezőik megállapítják, a bakteriophagiának oki tényezői; a bakteriophagia, mint a baktériumok fertőző betegsége, e szerint végleg beigazolást nyerne és a «bakteriophag» azonos volna «Pettenkoferiá»-val. Azonban a szerzők helyesen tekintik a bakteriophagiát csak «részelenségének», a Pettenkoferiák okozta baktérium-betegségeknek, minthogy utóbbiaknak köre nyilvánvalóan sokkal tágabb és a jövőben a Pettenkoferiák további tanulmányozása folytán föltehetőleg még tágulni fog, viszont pedig a bakteriophagiának köre ezidőszerint már csak az oki tényező ismeretlensége miatt szabatosan megállapítva nem is lehetett.

A továbbiakban a bakteriophagiáról és ennek a Pettenkoferiákhoz való viszonyáról már nem lesz szó, hanem csupán a Pettenkoferiákról, ezeknek legkisebb, legfiatalabb alakjaitól kezdve minden fejlődési szakon át követve, úgy, amint vizsgálataim folyamán láttam.

Eddig 14 fajt vizsgáltam meg (*Bac. coli*, *typhi*, *paratypi A* és *B*, *dysenteriae* (Shiga-Kruse, Strong), , *suipestifer*, *gallinarum*, *typhi murium*, *pyocyaneus*, *enteritidis*, *Vibris cholerae*, *V. Metschnikoffi*, *V. El Tor*), és pedig ezeknek 27 különböző törzsét, és Pettenkoferiák jelenlétét valamennyiben meg tudtam állapítani.



Tekintve azt, hogy baktériumok tenyésztésével és mikroszkópi vizsgálatával, mondhatni világszerte, már fél évszázad óta foglalkoznak, különösnek kell találni, hogy a baktériumokban élősködő ezen mikrobákat már régen nem fődözték fel. Ennek értelmezése azonban egyszerű. Azok a tápanyagok ugyanis, amelyek tapasztalás szerint baktériumok tenyésztésére legalkalmasabbak és e célra világszerte használtatni szoktak, a Pettenkoferiák fejlődésére általában nem kedvezőek.

Könnyen érthető, hogy egymással symbiosis viszonyában levő két élőlény életföltételei nem azonosak, minélfogva bizonyos adott feltételek az egyiknek inkább kedveznek, mint a másiknak, vagy az egyikre nézve ártalmasak, a másikra ellenben nem, avagy éppen kedvezőek. Ezen az alapon elképzelhetők olyan életföltételek, amelyek a symbiosis viszonyában élő két lény élet- és növekedési erejét egyensúlyban tartják olyképpen, hogy egyike sem juthat túlsúlyra a másiknak rovására és hogy egyik sem veszélyezteti a másiknak életét és életképességét. Ilyen egyensúlyi állapotban vannak a Pettenkoferiával fertőzött baktériumok rendszerint az általánosan használatos tápanyagokban, ahol a symbionta csak oly kicsiny marad, hogy a vizsgáló figyelmét nagyon könnyen elkerüli.

Amidőn az életföltételek a symbionta javára megváltoznak, ez utóbbi — csakhamar túlsúlyba jutván — rohamosan megnövekedik és óriási méreteket ölthet, és pedig még a baktériumok testében, miáltal utóbbiak feltűnő alaki és méretbeli elváltozásokat szenvednek.

A Pettenkoferiák fejlődését előmozdító tápanyagul KUHN oly agart ajánlott, amely a közönségesen használttól lényegileg 2·5 % lithiumchlorid tartalma és savi vegyhatása (6·6 pH) által különbözik; ezt használtam legtöbbnyire magam is vizsgálataim céljára.

Megjegyzem azonban, hogy hasonló mennyiségű lithiumchlorid hozzáadásával a szokásos húslé-pepton-agar is hasonló eredménnyel használható. De utóbbi agar minden hozzátét nélkül is alkalmas lehet arra, hogy bakteriumokban foglalt Pettenkoferiák a lehető legnagyobb méretekig kifejlődjenek, amit néhány baktériumfajon (*Bac. pestis*, *Bac. mucosus* egy faja) régebben tett észleléseim kétségtelenné tesznek. Ebből pedig arra kell következtetni, hogy az előbb említett egyensúlyi viszonyra nemcsak külső

feltételek, hanem a két élőlény más-más, illetőleg megváltozott tulajdonságai is befolyással lehetnek, és pedig pl. olyan értelemben, hogy a baktérium energiájának (talán virulentiájának, toxicitásának) csökkenése lehetővé teszi a Pettenkoferia burjánzását; avagy olyan értelemben, hogy a Pettenkoferia életenergiája (virulentiája?) fokozódott és ezért bomlott meg a symbiotikus egyensúly az ő javára.

Ettől eltekintve azonban semmi okunk sincs kizárnunk, sőt inkább meg kell engednünk annak a lehetőségét, hogy a Pettenkoferiáknak több (esetleg) sok faja és fajtája létezik és hogy a különböző fajok életfeltételei is többé-kevésbé mások.

A közönséges, lúgos agaron nőtt baktériumok, ha nativ állapotban (vízben vagy húslevesben) vizsgáljuk őket, belsejükben fénytöréssel kiváló elemeket vagy egyáltalában nem mutatnak, vagy pedig egyik vagy másik, esetleg mindkét végükben kisebb-nagyobb szemcsét tartalmaznak. Máskor a baktériumok tengelyében egyenes vagy mindkét végén megduzzadt kis pálcika tűnik fel a környezettől eltérő fénytörése által. Sokszor a szemcséket, illetve pálcikákat a mikroszkóp bizonyos beállításkor világos udvartól látni körülvéve.

A bakteriumbeli emez apró képződmények mivoltának meghatározását megnehezíti a bakteriumok magvas vagy magtalan voltának még vitás kérdése. Az említett szemcsék ugyanis a baktérium-sejt magvai, a pálcikák pedig magoszlási alakok is lehetnének. Továbbá a szemcsék idősebb baktériumok protoplasmájának élettelen termékei is lehetnének, amelyek fiatalokban még hiányzanak. Parasitarius természetük mellett szól azonban az a körülmény, hogy festődés szempontjából ép úgy viselkednek, mint a nagyobb és legnagyobb Pettenkoferiák, amelyek a baktériumok testét tetemesen megduzzasztják. Ez a jellegzetes festődés pedig abban áll, hogy methylenkével, a Giemsa-féle festékekkel, toluidinkékekkel pirosra festődnek, míg a baktériumok protoplasmája kékre, utóbbival viola színre festődik. Én nagyobbára karbolvizes toluidinkét használtam, amelyet legjobbnak találtam.

Valamely baktérium-tenyészet fertőzött voltát első pillantásra elárulja a szárított és festett lemezkészítmény a különböző színárnyalatok által, még pedig akkor is, amidőn az egyes baktériumok

méreteikre nézve egyáltalában nem, vagy csak alig különböznek. Ilyenkor vegyesen látni különböző árnyalatokban kékre, ibolyásra és vörösre festődött baktériumokat, amit nyilván úgy kell értelmezni, hogy a parasitát tartalmazó baktériumok máris betegek, és ezért bennük oly anyag- és működésbeli változások történtek, amelyek a fertőződésre is befolyással vannak.

Ha fertőzött bakteriumok a Pettenkoferiáknak kedvező tápanyagra, pl. lithium-chloridos agarra kerülnek, akkor oly rohamosan növekedhetnek, hogy már 12 órán belül elérhetik legnagyobb méreteiket, amelyek (vastagságukra nézve) $8-10\ \mu$ átmérőig terjedhetnek. Egyidejűleg a gazdasejt (=baktérium), nyilván az endoparasita okozta inger folytán, legtöbbnyire lépést tart az utóbbival és egész tömegében gyarapszik. Ennek következtében olyan bacillusokból, amelyek rendes méretei $0.5-0.8 \times 2-4\ \mu$, a látótér felére vagy egészére kiterjedő hosszú fonalak lesznek, amelyek sokszor hullámosak, kígyózók vagy csavarosak. E mellett vastagságuk is többnyire rendkívüli és egyenlőtlen, miáltal orsós, gömbös vagy félgömbös duzzanatok támadnak, amely utóbbiakban fekszenek a megnőtt Pettenkoferiák. Ilyképpen támadhatnak a legkülönösebb baktériumformák ú. m.: hal, poronty, duda, dióspatkó, sisak, Napoleon-kalap stb. Elég gyakori jelenség egy vagy több elágazásnak vagy csücsöknek keletkezése a fertőzött és túltengő baktériumon.

A mikroszkópi kép formák szerinti jellege a különböző baktériumfajoknál, de különböző alkalmakkor egy fajnál is más-más lehet; ami arra a gondolatra késztet, hogy a Pettenkoferiák okozta elváltozások a baktériumoknak fajai szerint mások és mások; de arra is kell gondolni, hogy a különféle baktériumfajok Pettenkoferiái különböző fajúak, sőt arra is, hogy egy-egy baktériumfajban többféle Pettenkoferia fordulhat elő, akár annak ugyanegy tenyésztésében is.

A fertőzött baktériumok kóros elváltozása olykor inkább azoknak egyenletes vastagodásában és hosszabbodásában, máskor pedig csak megduzzadásában nyilvánul meg; az utóbbi esetben gömbös vagy kevésbé szabályos, tompán többszögletű, nem ritkán legbizarrabb formák támadnak. Ez a kóros túltengés azonban távolról sem terjed ki egy tenyészetnek minden egyes individuumára, még

akkor sem, ha fertőzve is vannak; a nem fertőzöttek pedig épek maradnak és szaporodhatnak; ugyanis alig szenved kétséget, hogy egészséges baktériumok fertőződése a baktériumokban élő vagy bennük megnőtt parasiták által nem történhetik, hanem csakis spórák által, amiről alább szó lesz.

Ha a fertőzött baktérium hamarosan és túltengés nélkül el nem pusztul, akkor annak tömege a parasitával együtt megnövekedik, minek folytán a mikroszkóp mélyebb betekintést nyújthat annak belsejébe. Ilyenkor alkalmas festéssel világosan láthattam a parasita sejtbeli oszlását. Ez az oszlás a baktérium oszlásával karöltve járhat, amint pl. a *Pneumobacillus* csoportjába tartozó egy fajnál észleltem; itt a többnyire hosszúkás és hosszával a bacillus középrészét kitöltő parasita befűződött, és kettéválásnak jeleit mutatta ugyanott, ahol magán a bacilluson az oszlást jelző befűződés volt látható. Érdekes volt ebben az esetben, hogy a nagyszámú ilyen oszló baktérium között hiába kerestem olyat, amely egy parasitás és egy parasitamentes félre oszlott volna, aminek lehetősége ezért természetesen nem tagadható; de ez az észlelés mindenestre jogosít arra a következtetésre, hogy fertőzött baktérium leszármazottjainak vajmi kevés kilátása van a parasitától való megszabadulásra. Még inkább mondható ez amaz oszlási módról, amidőn a parasita oszlása megelőzi a baktérium oszlását, és utóbbinak két fele már akkor tartalmaz egy-egy parasitát, amidőn a gazdasejt még semmi befűződést sem mutat. Ilyenkor az oszlásban levő parasita sokszor kereszt alakját mutatja, melynek hosszú szára a bacillus tengelyében fekvő, még egész parasita, a rövid szára pedig a leendő kettéoszlás síkját jelző rész. (Ezeket a *Bac. dysenteriae* Strong 1 napos, lithium-tartalmu agaron nőtt tenyészetében észleltem.)

Az oszlási folyamat útján, akár a baktérium-oszlással szimultán ez az oszlás, akár nem, a parasita belekerül a fiatalabb generációkba; ennél fogva ezeknek fertőződését öröklötnek mondhatni, amennyiben ezt a kifejezést baktériumokra egyáltalában alkalmazni szabad. Ezzel szemben áll egyrészt a Pettenkoferiák spóratermelés útján való szaporodása (sporogonia), másrészt a baktériumoknak ilyen spórák útján való, tehát kívülről történő (exogen) fertőződése.

A megnövekedett Pettenkoferiák alakra nézve nagyjában alkalmazkodnak a gazdasejt (baktérium) alakjához; ha ez fonal,

kígyó-, hurkaszerű, akkor a parasita is hosszirányban nyúlik el és kisebb-nagyobb szakaszát foglalja el. Ilyen hosszabb fonalakban több parasita is lehet, ami következménye vagy annak, hogy a parasita a gazdasejtben oszlott, míg utóbbinak osztódása elmaradt, vagy annak, hogy többszörös volt a baktériumnak kívülről való fertőződése.

További nagybodásuk folyamán a Pettenkoferiák mindinkább gömbölyödnek.

Számtalan készítmény vizsgálata alapján azt a benyomást nyertem, hogy a parasita legmagasabb kifejlődését, egészen az esetleges spóratermelésig, általában a baktérium testében éri el, és hogy ezalatt ez utóbbi is megtartja életképességét. Erre kell következtetnem abból, hogy nagyméretű Pettenkoferiák gazdasejtjei is óriási méretűekké válhatnak, ami csak élő voltak mellett tartható lehetségesnek; továbbá pedig nem ritkán láthatni maximális méretű ($7-10\ \mu$ átmérőjű) gömböket, amelyek jobbra-balra átmennek a bacillus két végébe, nemkülönben már spórákkal telt citrom-alakokat, amelyek két végi csücske kétségtelenül részei a baktérium testének.

A már valamennyire megnagyobbodott parasita a baktérium belsejében élesen és vonalszerűen körülhatárolt és a baktérium anyagától mindig pirosas vagy élénkpiros színárnyalata által különbözik, míg amaz kék (Giemsa szerint vagy methylenkével festve) vagy sötét ibolya (Kربول-toluidin-kékel festve). A baktérium protoplasmája mint többé-kevésbé széles udvar körül veszi a parasitát; utóbbi növekedésével ez az udvar mindinkább sorvad, míg végre esetleg csak mint kettős konturú hártya veszi körül az élősdit, vagy belőle egyáltalában már semmi sem látható.

Fertőzött és lithiumos agaron nőtt tenyészet anyagának nativ vizsgálatakor sokszor meglepően feltűnnek kisebb-nagyobb ($2-10\ \mu$) szabályos gömbök, amelyekben excentrikusan egy kisebb gömb fekszik. A belső kisebb gömb, amely halvány és fénytelen, festődésére és további viselkedésére nézve a parasitának felel meg, a nagy gömb pedig, amely sötétebb és sokszor zöldes árnyalatú, a baktérium túltengett teste. Ilyen gömbök keletkezése fertőzött és duzzadt bakteriumok oszlásából értelmezhető. Ha ugyanis a közepén egy parasitát tartalmazó pálcika az oszlási folyamat alatt

befűződve gubó-, majd 8-as alakúvá lesz, akkor a szétoszlás után két olyan gömböcske támad, amelyben a parasita excentrikusan, azaz az új oszlási felülettel (fallal) érintkezésben fekszik. Ilyenféle, piskótaszerűen befűződött alakokkal nem ritkán találkozhatni ott, ahol az említett gömbök számosabbak.

Annak következtében, hogy ilyen gömbökben a parasita (= belső, halvány gömböcske) gyarapszik, a gazdasejt anyaga pedig megfogy, a gömbök belseje nagyon változatos képet nyújthat, pl.: a gömb felét alkothatja a parasita, másik felét a baktérium plasmája; vagy a parasita még nagyobb, utóbbi pedig félhold- vagy sarlóalakú szelvényre zsugorodik a gömb valamelyik széli részében stb.

Az előrebocsátottak szerint a Pettenkoferiák *rendszerint* a gazdasejten belül nőnek nagyra és érnek meg és mint paraziták táplálkozásuk és növekvésük érdekében utalva is vannak a gazdasejt anyagára. Mégis sokszor láttam olyan alakelemeket is, amelyeket a Pettenkoferiák körébe tartozóknak tekintek, bár rajtuk semmi nyomát vagy maradványát baktériumsejtnak felismerni nem tudtam. Ezek pedig kisebb-nagyobb (2—6 μ), igen halvány, vízben fénytörésük által alig feltűnő gömböcskék finom vonalszerű konturokkal, amelyek inkább karikáknak látszanak és vagy teljesen egyneműek és szerkezetnélküliek, vagy kisebb-nagyobb szemcséket tartalmaznak különösen széleiken elhelyezve.

Hogy a parasita a gazdasejtből valóban ki is tud bújni, arra a következő észleléseim utalnak. Láttam tojásalakú, kettős konturú, nyitott héjszerű képleteket, nyílásában pedig a nyilván kibuvó ovális testet (parazitát?); láttam zöldes félhold- és sarlóalakokat szabadon, amelyek az imént említett gömbök baktérium-maradékai, miután a parasita belőlük kivált.

A nagyobb Pettenkoferiák állománya legtöbbször inhomogén a nélkül, hogy valamelyes határozott szerkezetet fölismerni engedne; legszembevetőbb sajátja pirosas, sokszor élénkpiros festődése, az eddig említett festőoldatok bármelyikével kezelve; közepében sokszor fekszik egy vagy több sötétre (ibolyásra) festődő szemcse, amelyek a mikroba magva, illetve magrészei lehetnek.

Hogy a parasita belsejében továbbfejlődése folyamán mi történik, arra következtetni engednek azok az alakjai, ahol a

sötétre festett apró szemcsék száma már nagyobb és ezt az állapotot átmenetnek szabad tekinteni a teljes érettséghez, amely számos apró spóra termelésével végződik. Azonban csak kisebb száma a Pettenkoferiáknak jut idáig, nagyobb része ellenben spóratermelés nélkül marad és elhal, szétfolyik.

A spórákkal telt Pettenkoferiát itt sporocystának (spórátömlőnek) fogom nevezni, nem tekintve, vajjon bevett szokás szerint ez az elnevezés megilleti-e, vagy sem.

A teljesen érett spórák a készítmények szokásos festésekor festéket alig vesznek föl ellenben vízben vizsgálva kissé erősebb fénytörésük által tűnnek fel, éspedig mint a cystát sűrűn megtöltő igen apró szemcséké, vagy inkább igen rövid (alig $0.1 \times 0.15 \mu$) pálcikák. Vannak nagyobb Pettenkoferiák számos, de durvább vagy egyenlőtlen nagyságú festődő szemcsékkel, amelyekben — úgy vélem — a spórafejlődés még folyamatban van.

A spórák igen apró képződmények, átmérőjük $0.1-0.2 \mu$ körül lehet. Nativ készítményben fölötte apró hólyagcsáknak láttam őket, amely hólyagcsák egy kicsi sötét pontot tartalmaznak. Fölkent és szárazon festett készítményben is gyakran észleltem cystákban a szintelen spórákon kívül festett legapróbb pontokat. A spórát e szerint nem festődő apró hólyagocska és egy legapróbb chromophil szemcse alkotja.

A spórátömlők szétesvén a spórák belőlük kiszabadulnak. Ezt in situ láthatni, ha az agartenyészetet fedőlemezzel leborítjuk és immersziós nagyítóval vizsgáljuk; azonban láthatni festett lenyomat készítményekben is. Felületesebb megtekintésre a spórákat élettelen szemcséknek, detritusnak is lehetne tekinteni; ámde az a körülmény, hogy a szemcsék szigorúan egyenlő nagyságúak és az imént említett összetételük, továbbá hogy egyes helyeken jelen vannak, míg a készítmény más pontjain hiányzanak, megóvhat a tévedéstől. Még biztosabban kerülhető el a tévedés, ha azt látjuk, hogy a spórák a megnyílt tömlőből részben kiömölnek, míg más részük még benne van.

Esetleg még ezek után is kétségbevonhatná valaki, hogy itt a baktériumoknak mikrobás, tehát fertőzőses betegségről van szó, és tagadhatná a fejlődési folytonosságot egyrészt a baktériumok belsejében látható rendellenes alakelemek, másrészt ama nagy

képződmények között, amelyeknek baktériumokból való származása már nehezen vagy már egyáltalában nem ismerhető fel. Pl. azt állíthatná, hogy a duzzadt és torzalakú baktériumok egyszerűen elfajulás következtében támadnak, amint előbb általánosan hitték. A nagy és sokszor gömbölyded formák pedig, ha valóban élő mikrobák, úgy is volnának értelmezhetőek, hogy a baktériumokkal vegyesen vannak jelen, aminthogy vegyes baktérium-tenyészetek átoltások hosszú sorozatán keresztül szintén vegyesek maradhatnak különösen akkor, ha keveredő fajok valamelyike nyálkát termel, aminthogy a Pettenkoferiás bakterium-tenyészetek többé-kevésbbé nyálkások szoktak lenni.

A kétkedőket azonban kell hogy megtérítse és elismertesse velük, hogy itt valóban baktériumok infectiójáról van szó, ha látniok kell, hogy a parasitának spórái mint hatolnak be kívülről a baktérium testébe.

Festetlen, nativ készítményekben, ahol a baktériumok élénken tudnak mozogni, láthatni egyes baktériumokat, amelyeknek rendszerint egyik hosszoldalán egy pontocska tapad. Első pillanatra úgy látszik, mintha csak véletlen egymásmellettségben volna a két alakelem, azonban — hosszabb ideig figyelemmel követve — megláthatni, hogy az apró szemcse a baktérium élénk mozgása alatt és ellenére is egy ponton rögzítve marad rajta.

Festett, akár lenyomati, akár fölKent készítményben a baktérium testébe behatoló apró csírák a folyamat különböző szakában különböző képeket mutatnak. A spóra ugyanis nyilván nem egyszerűen mint olyan hatol be a bakterium testébe, hanem előbb kicsírázik és a fiatal csíra támadja meg a leendő gazdasejtet (baktériumot).

Legfiatalabb korában a fertőző csíra apró pontocska, amely vékony nyélen ül, legtöbbször a bacillus valamelyik hosszoldalán, ritkán valamelyik csúcsán. Ha megnövekszik, akkor nagyobb ponttá, gömböcskévé, vagy a bacillus hosszával egyirányú, kis pálcikává lesz, vagy rhombos vagy háromszögű alakot vesz föl. Az utóbbi esetben kovácsolt szögnek fejére hasonlít. Ebben a stádiumban a parasiták kis kalaposgombák módjára ülnek a megtámadott baktériumok testén.

Amint nagyobbodik a csíra fejecskéje, annak nyele mind-

inkább rövidül és végre eltűnik, úgyhogy a fejecske most már rajta fekszik a baktérium testén, miután időközben a baktérium hosszával párhuzamos irányban hosszabb tojásdad vagy tompavégű rövid pálcikává nőtt.

Sokszor a fertőző csíra benső kapcsolata a baktériummal megnyilvánul már apró és nyeles csíránál abban, hogy nyele összefügg egy a baktérium belsejében fekvő szemcsével. Máskor pedig *egy* szemcse fekszik a baktérium kontur-vonalában, vagy ezen belül a baktériumfal belfelületén, amely nyilván a már végleg behatolt csírának felel meg. Már előrehaladottabb stádiumnak felelnek meg azok a képek, ahol a rövid pálcikaalakú parasitának megfelelőleg a baktérium körülírtan kidudorodott és a parasita a dudorban fekszik világos udvartól körülvéve. Orvosi terminológiával szólva a parasita a bejutása helyén a baktériumban ingert fejtve ki, ott körülírt terime-nagyobbodást idézhet elő; a parasita nagyobbodásával az általa gyakorolt inger is az egész baktériumsejtre terjed ki és ennek egészben való megnagyobbodásához vezet. Különben az exogen fertőződés útján levő bakteriumok a kóros ingerület jeleit (ú. m. megnagyobbodást, erősebb festődést) akkor is elárulhatják, amidőn a parasita behatolásának jeleit nem láthatni.

Fölötte érdekesek a csírák behatolása helyén olykor keletkező kidudorodások, amidőn hosszabbra nőnek és a baktérium kiágazásai-ként mutatkoznak; amidőn valamely baktérium testének több helyén fertőződik, több dudor, illetve ág is támadhat rajta, amikor agancsra vagy ilyennek darabjaira emlékeztető formák támadnak; az ágak csúcsában gyakran láthatni a kisebb-nagyobb pontszerű parasitát.

Kellően kíméletes festéssel láthatóvá válhatik, hogy a baktériumon rajta fekvő csirából a baktérium belsejébe szétterő irányban szálak, mintegy gyökek indulnak, jelezve, hogy a két mikroorganizmus között a symbionta viszony már fennáll, bár a fertőző csíra behatolása még be sincs fejezve.

Különös figyelmet érdemelnek azok a ritkább képek, amelyekben a többé-kevésbé erősen duzzadt és olykor deformált baktériumion, ugyancsak gomba módjára, rövid vagy hosszabb nyéllel ül vagy lóg, normális baktérium átmérőjét esetleg többszörösen meghaladó gömbös vagy kevésbé szabályos képződmény, amelyből a

nyelén keresztül a baktérium belsejébe szálak vezetnek. Az ilyen alakokat alig tudnám másképpen értelmezni, mint hogy a Pettenkoferia spórája kicsírázott, a fiatal csíra azonban csak mintegy gyökereket eresztett a baktérium belsejébe, amelyek útján kívül maradt része táplálkozik és gyarapszik.

Az exogen, vagyis spórák útján való fertőződése baktériumoknak természetesen csak ott és olyan mértékben történhetik, ahol és amely mértékben spórák és fertőző baktériumok jelen vannak. Mert bár ú. l. nincs kizárva, hogy öröklés folytán máris fertőzött baktérium utólag még spórák által is fertőzhető, mégis a még ép baktérium az exogen fertőzésre hajlamosabbnak látszik.

Minél élénkebb valamely baktérium-tenyészetben a Pettenkoferiák spóra-termelése és minél több benne a még ép baktérium, annál több apró gombás alakot találni benne; de az utóbbiak hiányzanak ott, ahol spóraérés nincs.

Az exogen fertőzés megtörténtével a Pettenkoferiák fejlődési köre befejeződött; további szaporodásuk és a fertőzött baktériumok generációira való átöröklődésük schizogonia (hasadás) útján történik.

*

A megelőzőkben a Pettenkoferiákat általánosságban jellemeztem leglényegesebb megjelenési formáik szerint, úgy, amint az általam megvizsgált baktériumfajokban láttam. Nem mutattam rá bizonyos különbségekre, amelyek egyes fertőzött baktériumfajok között mutatkoztak és amelyek sokszor azt a gondolatot ébresztették bennem, hogy talán nemcsak egy-, hanem többféle Pettenkoferia létezik, melyek fajuk szerint egyúttal más-más baktériumfajokban is szeretnek élősködni. Bár a priori ezt az utóbbi nézetet tartom helyesnek és a további kutatások szempontjából termékenyebbnek, ezt a kérdést egyes fajok között észlelt különbségek ellenére is egyelőre azért nem érintettem, mivel tapasztalásom szerint egy és ugyanazon baktériumtörzsnél is, ismételt vizsgálatok alkalmával, a fertőzöttség formái megjelenésében meglehetősen nagy különbségek mutatkoztak, amiből arra is lehetne gondolni, hogy *egy* tenyészetben belül is többféle Pettenkoferia lehet jelen. A Pettenkoferiák egy- vagy többféleségének kérdése ezidőszámig még megoldásra vár.

KUHN szerint Pettenkoferiák mindenféle baktériumokban, tehát kórokozókban is élnek. Az általam vizsgált és fertőzöttnek talált baktériumfajok mind kórokozók.

Ennélfogva a Pettenkoferiák és baktériumok symbiosisa közel érinti embernek, állatnak baktérium-okozta fertőző és járványos betegségeinek oktatát, különösen tudva azt, hogy a fertőzött emberi, állati szervezetben a Pettenkoferiák a fertőző baktériumokban élve maradhatnak. Az általam vizsgált és fertőzöttnek bizonyult baktériumtörzsek (typhus, paratyphus, B. gallinarum) nem csekély része éppen egyenesen a vérből származott.

Ennélfogva kóroktani és járványtani szempontból fölmerülnek és tisztázandók a következő kérdések: vajjon minő befolyással van a Pettenkoferia annak a betegségnek jellegére és lefolyására, amelyet a vele symbiosisban élő baktérium okoz; vajjon ez a symbiosis növeli-e, vagy csökkenti-e a fertőző baktériumnak (pl. typhus, cholera) azt a tulajdonságát, amit virulentiának nevezünk; vajjon lényegesebben hozzájárul-e a baktériumok elpusztításához akár a fertőzött szervezetben, akár azon kívül. De arra is kell gondolni, hogy a Pettenkoferiák nemcsak közvetett úton (t. i. a baktériumokra való hatás által) gyakorolhatnának befolyást valamely fertőző betegség lefolyására, hanem közvetlenül is azáltal és abban az esetben, ha pl. a fertőzött szervezet sejtjeibe, akár spóratermelés útján vagy e nélkül, behatolni és azokat megkárosítani tudnák, vagy ha a fertőzött szervezetre mérgező anyagokat termelnének, vagy ha szétesésük után ilyenek keletkeznének belőlük.

Járványtani szempontból pedig mérlegelni kell annak a lehetőségét, hogy járványokat okozó olyan baktériumok, amelyekről ismeretes, hogy a szervezeten kívül aránylag sokáig élni képesek, nem szenvedhetnek-e a Pettenkoferiákkal való symbiosis folytán olyan módosulásokat, amelyek a járványoknak hely és idő szerint való jobb vagy rosszabb jellegét, az ú. n. genius epidemicust, genius morbi-t érthetővé tehetnék. Tegyük föl pl., hogy a typhusnak, cholérának Pettenkoferiával fertőzött baktériumai oly környezetbe (oly vízbe, talajba) kerülnek, amelyben a baktériumok ugyan élve maradnak, de parasitáik kipusztulnak, ez esetben lehetséges, hogy a parasitamentes baktérium-okozta betegség (járvány) más jellegű lesz, mint a parasítás által okozott.

A jelen közleményben ismertetett apró lények, nyilvánvalóan az egysejtű lények (véglények, protozoonok) nagy csoportjába tartoznak; kutatóik őket *Pettenkoferiák*-nak keresztelték el a nagy német tudós- és higienikusnak, MAX VON PETTENKOFER emléke iránt való kegyeletből, akinek a fertőző betegségről az a felfogása volt, hogy azok előidézésére nem elégségesek bizonyos mikrobák (az általa X-nek nevezett tényező), hanem szükséges, hogy ezek bizonyos körülmények és befolyások következtében mintegy megérjenek és fertőzésre képessé váljanak. Ilyen megérlelési feltételek rejlenek időben, időjárásban, talajban stb., és ezt a tényezőt Y-nak nevezte. PETTENKOFER szerint az X csak az Y hozzájárulásával válik a betegség okozójává (=Z). PETTENKOFERnek ez a tana nyilván abból a tapasztalásból fakadt, hogy súlyos járványok idejében is bizonyos helyek, városok mentesek maradnak, bár a betegség csírái kétségtelenül oda is eljutnak. Ennek oka PETTENKOFER szerint abban rejlik, hogy ilyen helyeken hiányzik az Y-nak nevezett valami, ami a fajlagos baktériumot tulajdonképpen kórokozóvá (Z-vé) teszi. Minthogy pedig PETTENKOFER ezt a feltételes Y-t szerves valaminek tekintette, KUHN és STERNBERG az általuk fölfedezett mikrobákban hajlandók látni azt a tényezőt, amelynek PETTENKOFER az Y szerepét tulajdonította.

Ezidőszereint e tekintetben sem egyik, sem másik irányban bizonyító vizsgálati eredmények még nem ismeretesek és pedig annál kevésbbé, minthogy a Pettenkoferiákra vonatkozó eddigi, bár még csekélyszámú kutatások arra mutatnak, hogy a bakteriológia eddig legtöbbnyire, ha ugyan nem mindig, csak Pettenkoferiák fertőzte baktériumokkal dolgozott; miért is csak e téren a jövőben végzendő kutatásoktól várhatunk feleletet arra a kérdésre, hogy vajjon a Pettenkoferiák és baktériumok symbiosisa azonkívül, hogy fölötte érdekes természeti jelenség, a kórokozó baktériumok tulajdonságait is mélyebbrehatóan módosítani képes-e vagy sem.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE SOGENANTEN PETTENKOFERIEN.

Von H. v. PREISZ.

Veranlasst durch eine Veröffentlichung von PH. KUHN u. K. STERNBERG (Zentralblatt f. Bakteriologie, Orig. B. 121) wurden in Kulturen von 14 pathogenen Bakterienarten, hauptsächlich auf Lithiumchlorid-Agar gewachsen, kleine und grosse, verschieden gestaltete Formelemente (bis zu 10μ im Durchmesser) nachgewiesen, die sich bei der Färbung mit Karbol-Toluidinblau durch ihre rötliche oder rote Farbe auszeichneten und den von den obigen Forschern Pettenkoferien benannten gebilden entsprechen. Auch fanden sich oft grössere, rundliche Formen erfüllt von allerkleinsten ($0.1-0.2\mu$) Körnchen, die vorläufig als Sporocysten angesprochen werden. Oft fanden sich in solchen Kulturen mehr oder minder zahlreich Bakterien, an denen, zumeist an einer Längsseite, je ein allerkleinstes, gestieltes Körnchen haftete, gleichsam ein kleines Pilzchen; diese Formen werden als in die Bakterien eindringende Sporen gedeutet und stellten sonach die exogene Infection der Bakterien dar. Eine Anzahl von Mikrofotogrammen erläuterte den Vortrag.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, vom 21. Nov. 1932.

AZ EMBERI ELMETEHETSÉG AGYANATOMIAI ALAPJÁRÓL.

SCHAFFER KÁROLY r. tagtól.

Részben saját, részben idegen vizsgálatok nyomán óhajtanék röviden beszámolni az emberi elmetehetség agyanatomiai substratúmról. Bevezetőleg az emberi elmetehetség biológiájáról a következő megjegyzéseket legyen szabad tennem.

I. Az átlagos emberi tehetség egy közismert nagy tömeget képvisel, amelybe a többé-kevésbbé egyforma képességű, átlagos munkateljesítményre alkalmas emberek tartoznak. E nagy tömegben kettős irányban jelentkezik minőségi változás, jelesen emelkedő, illetve csökkenő irányban. Az emelkedő irány képviselői a különleges tehetség, a nagy tehetség és végül a lángész, mely utóbbi az emelkedő irányzat csúcspontján áll. A csökkenő irányban vagyis a fogyatékos tehetség irányában találhatók a debilis, az imbecillis és az idiota egyének, tehát az emberi elme mélypontján az idiota van. Ehhez képest az átlagos emberi elmetehetség két irányban mutathat extrem varianst: *positiv extrem varianst* és *ez a lángész*, *negativ extrem varianst* és *ez az idiota*. Azt kell ezek után mondanunk, hogy az átlagtehetség minőleges túlzásra hajlik egyrészt túlértékes, másrészt túlértéktelen egyének létesítése folytán és miután a két extrem varians tudvalevőleg egészen egyforma mennyiségben jelentkezik, az a látszat áll elő, hogy e két varians egymás kiegészítője olyan értelemben, hogy amennyit a természet plus extrem variansok kitermelésével túlkiadásban mívelt, azt a minus extrem variansokkal mintegy megtakarítani igyekszik termelési energia dolgában. Összegezve azt mondanám, hogy elmetehetség tekintetében az emberiség zömét elnevezésem szerint az *orthophren egyének*

teszik ki; felettük állanak minőségileg a *hyperphren egyének*, ahová a különleges tehetség, továbbá a nagy tehetség és a lángész tartoznak; alattuk a *hypophren egyének* állanak, mint a debilis, imbecillis és idiota egyének.

A hyper- és hypophren egyének extrem variánsok, melyekről a biológia azt tartja, hogy *mint* ilyenek fogyatékos, vagyis biológiailag kevesebbet érő, ú. n. *bionegativ egyének*. Ezen meghatározás ellen szót emelek. Az agymunka *értékét* nem a vegetálás tartama, hanem a *munkateljesítmény minősége* határozhatja meg egyedül, tehát nem is fogadható el a lángelmének és a fogyatékos elmének egyazon körbe való belészorítása. Persze a nagy tehetség, illetve lángész mint extrem variáns «minus»-voltát a szerzők, sajnos, még nagyon dívó ama felfogása alapján kapja meg, hogy azt az elmebajjal hozzák közelebbi összefüggésbe, amennyiben a psychopathiát a lángész lelki strukturájának elengedhetetlen belső alkatrésze gyanánt tekintik. Ennek azonban egyszerűen ellentmondanak a késő korban elhalálozott, szellemileg végig ép maradt lángészképviselők, egy Lionardo, egy Tizian, egy Pasteur, egy Helmholtz. De ettől el is tekintve, nézetem szerint vitathatatlan, hogy még a többé-kevésbé súlyosan psychopathás lángelmék is túlmagasan álló teljesítményeiket nem a psychopathiának köszönhetik, hanem legmagasabbrendű képességeiknek, mert utóbbiak híján erre sohasem lehettek volna képesek. MUSSETnek december éji költeményéről mondja LANGE-EICHBAUM, hogy ennek rugója alkohol okozta hallucinációban rejtett. Ezt mi nem is vonjuk kétségbe, ámde reánk nézve megdönthetetlen valóság, hogy MUSSET egyedül az ő congenitalis tehetsége alapján produkálhatta alkohol közvetítésével ezt a költeményt, mellyel szemben állanak az alkoholisták ezrei, akik hasonló nagy költői teljesítményekre egyszerűen azért nincsenek képesítve, mert a hozzávaló tehetségük nincs meg. Nézetem szerint *a nagy tehetség mindenképpen a magasabbrendű agyi organisatio problémája* és így LANGE-EICHBAUMnak szociológiai elgondolása a lángészről semmiképpen sem ad felvilágosítást a lángész mibenlétéről, mert szociológiai momentumok lehetnek ugyan kiváltó tényezők (l. MUSSET esetét), de mélységesen hallgatnak, midőn azt kérjük: *mi is a lángész lényege?*

II. Manapság, amikor már nem szólam, hanem jól megalapo-

zott tény az, hogy az elmeműködések tulajdonképen agyműködések, nagyon természetes törekvés, a kiválóbb tehetségek agyvelejében keresni a tehetségek anyagi korrelatumát.

A felvetett kérdés kiindulási pontja, hogy az idiotaság mindig jelentős súlycsökkenéssel jár az agyvelő részéről, valamint bizonyos szerkezeti eltérésekkel is és így a legnagyobb általánosságban azt mondhatjuk, hogy subnormalis agysúly abnormis agyszerkezettel karöltve működésében súlyosan csökkentett agyvelőt jelent és ezzel bizonyítva van az a tétel, hogy *helyesen fejlett agyvelő nélkül nincs rendes agyműködés.*

Egy második kiemelésre szoruló pont, hogy a normalis agyvelőnek szürke állománya, az agykéreg nem egyforma jelentőségű működése dolgában. Ezt röviden olyképpen fejezhetném ki, hogy a nagyagyi kéregnek vannak olyan területei, gócai, melyek a legmagasabbrendű érzékelés (látás, hallás, tapintás, ízlés, szaglás) és az akaratlagos mozgás szolgálatában állanak és vannak még olyan területei is, melyek a legmagasabbrendű gondolkodásnak, a társításnak területei és ezek a FLECHSIG-féle *gondolkodó szervek*. Lényegében véve két ilyen gondolkodó szervet kell megkülönböztetnünk. Van egy mellső a homloklebenyre szorítkozó, vagyis *elülső társító mező* és van egy nagy *hátsó társító mező*, mely a fali, halántéki és nyakszirti agylebenyek bizonyos részeire terjed ki. Az emberi intelligenciának van tehát egy mellső vagy homloki és egy hátsó vagy röviden fali focusa és e két nagy terület az, amely az emlősök, illetve a gerincesek sorában az emberhez felfelé haladva, ő nála érik el fejlődésük csúcspontját, vagyis annál az élő lénynél, amelyik a gondolkodó, értelmi műveletek csúcspontján áll. Mint a sajnos, oly korán elhunyt bécsi elme-idegorvostanár ECONOMO mondta, a homloki és fali társító mező fejlettségük maximumával kifejezői annak az embernél tetőpontját elérő folyamatnak, amelyet a *progressiv cerebratio* folyamatának nevezett el.

Az átlagos emberi agyvelő eme két területe egyes egyéneknek, akik az elmetehetség dolgában valamilyen irányban nagyobb fokban kiválnak, nagyobb fejlettséget mutatnak. Engem ma az a kérdés foglalkoztat, hogy *milyen eszközökkel éri el a természet a gondolkodó mezőknek nagyobb fokú kifejlődését?*

Az első eszköz a társító mező területi vagyis felszíni megnöveke-

dése, ami megvalósul az által, hogy nagyobb számú és kellő mélységű barázdák keletkezése alapján jelentős területi megnagyobbodás áll elő. Hiszen nem szorul bizonyításra, hogy a barázdaképződés olyan folyamat, mely tetemesen megnöveszteni képes a síma felszíni területet, vagyis azonos alaphossz mellett egy sűrűn redőzött felszín nagyobb területet jelent, mint egy ritkásan redőzötté, mi mellett azonban természetesen figyelemmel kell lennünk a barázdák mélységére is, mert sekély barázdák sokkal kisebb effectust fognak adni. Így tehát a dúsan tagozódott agyfelszín a területi kifejlődés nagyobb fokát jelenti; HELMHOLTZ nem bántalmazott agyféltekéje (a másikon agyvérzés folytán le, nem volt alkalmas pontosabb vizsgálatra) rendkívül dúsan képzett agytekervényeket mutatott a homloki lebenyben.

A másik eszköz a társító mező agykérgének finomabb, ú. n. idegsejtes szerkezetében megnyilvánuló fokozottabb kifejlődés, melyet kétféleképpen érhet el a természet. Az egyik mód abban áll, hogy az idegsejtek számbeli szaporulatot mutatnak, vagyis mennyiségileg gyarapodtak; a másik mód, hogy az idegsejtek kifejlődésükben mutatnak fokozódást az által, hogy testesebbek az átlaghoz képest. Tehát vagy mennyiségileg vagy minőségileg jelentkezhettek az emberi agykéreg részéről a finomabb kialakulás szempontjából a tökéletesedés.

Az említett két eszköz két különböző irányú haladó kialakulást jelent. A területi megnövekedés sűrűbb és kellő mélységű barázdák kiképződése következtében az ú. n. *felszíni kialakulás* jegyében áll; ezzel szemben az idegsejtek mennyiségi és minőségi tökéletesedése a *belső kialakulás* nagyobb fokát jelenti. Összegezve tehát azt kell mondanunk, hogy *az emberi agykéreg magasabbrendű kiképződését a külső és belső haladó kiformálódás alapján éri el.*

Megismerkedvén az eddigiekben azon eszközökkel, melyek a természetnek rendelkezésére állanak a célból, hogy az agyvelőt mint a gondolkodó műveletek instrumentumát a tökély magasabb fokára emelje, felmerül ezek után az a kérdés, vajjon milyen e két kialakulásnak értéke és jelentősége külön-külön és együttesen. A felvetett kérdések megválaszolása alkalmával előre kell bocsátanom, hogy a tehetséges emberek agyvelejének kutatása még kezdetleges, mert az általam felállított kérdések oly vizsgálati esz-

közöket igényelnek, melyek legalább egy részükben csak az utolsó évtizedben tökéletesedtek és így céltudatos munka ezen a téren nagyobb arányokban nem folyt. Ezenkívül szem előtt tartandó, hogy az ilyen irányú munka természeténél fogva esetleges és esetenkénti munka, mert hiszen tehetséges emberek agyvelejéhez csak kedvező körülmények összejátszása alapján lehet jutni és ilyen agyvelők természetesen nem nagy számban akadnak.

Lássuk már most a kétféle kialakulás jelentőségét.

Ami a *felszíni kialakulást* illeti, úgy az eddigi anyag kitűnően illusztrálja a kellő mélységű és nagyszámú barázdaképződés alapján előállott különleges tehetségek létrejöttét. Ebben az irányban a zenei tehetségek felszíni agyvizsgálata volt nagyon tanulságos, mindenekelőtt azért, mert itt működésileg jól ismert agyterület, vagyis az első halántéki tekervény, mint a hallás agykérgi központja volt az a körülírt része az agyféltekének, amelyre a vizsgálók figyelme irányulhatott. Nem csupán külföldi, hanem magyar szerzők is szerepelnek e téren, jelesen nálunk GUSZMAN, BÖCHKOR és SOMOGYI ISTVÁN voltak azok, akik a szóban forgó kérdéshez adatokkal szolgáltak. Különösen becsesek SOMOGYI ISTVÁN vizsgálatai, melyek két zenei nagytehetségre vonatkoznak.

Az egyik operaénekes volt, aki kitűnő hallással, rendkívüli zenei intellektussal rendelkezett; zenei perceptiója bámulatos volt, úgyhogy a legsúlyosabb szerepeket feltűnő könnyűséggel, rövid idő alatt sajátította el, zenei emlékezőtehetsége elsőrendű volt, úgyhogy nehéz Wagner-operákban sem a karnagyra, sem a sugóra nem kellett ügyelnie, mert mint mondá, a hangjegyek szemei előtt ugrándoztak. Mintegy 25 operát énekelt, legtöbbjét magyarul és németül, egyeseket olaszul és franciául. Bizonyos áriákat Stockholmban svéd, Amsterdamban és Rotterdamban hollandi szöveggel énekelt. A másik zenei nagy tehetség tulajdonképen tünemény volt. Már négy éves korában vette észre atyja abszolút hallását, úgyhogy már ebben a túlsenge korban kezdett hegedülni, a zeneakadémián nem csupán tanulóársait, hanem a kész művészeket is túlszárnyalta. 12 éves korában PAGANINI műveit már nem találta nehezeknek és olyan előadási módja volt, melynek zenei kifejezésére a használatos hangjegyek nem voltak elégségesek; improvizáló képessége csudálatos volt. Tüneményes zenei képességein

kívül még csodálatraméltó nyelvtelhetsége is volt; így pl. az angol nyelvet két hónap alatt rendszeres tanítás nélkül helyes kiejtéssel megtanulta, győzte továbbá a hollandi, sőt a héber nyelvet is, amelyet csakis hallomás útján sajátított el. 14 éves korában egy végtelenül sajnálatos autobaleset következtében a magyar zenei művészet mérhetetlen kárára, hirtelen elhunyt.

Mindkét esetben SOMOGYI a baloldali első halántéki tekervény középső részében mint a hallás agyi központjában és mindkét alsó fali lebenynek rendkívüli nagy területi kifejlődését mutathatta ki, gazdag barázdaképződésen alapuló szokatlan bőséges tekervényképződés formájában. Ehhez képest az ú. n. *felsőfali kialakulás* gazdagsága volt az első szembeszökő vonás. De a második esetben még egy *belső kialakulási tényező* is szerepelt, mely abban nyilvánult meg, hogy a hallócentrum baloldalon feltűnően testes idegsejteket mutatott az összes, de főképpen a III. és VI. sejtrétegekben, amint ezt az átlagképpel, az Economo-féle normal-felvétellel való összehasonlítás már az első pillantásra kimutatta. E mellett az idegsejtek számbelileg az Economo-féle normal-számokkal megegyeztek. Összegezve azt lehet mondani, hogy a két eset által adott zenei tünemény úgy a külső, valamint a belső kialakulás nagyobb tökéletessége által vált ki; a külső kialakulás a sűrűn tagozott agyfelszínben mutatkozott, a belső kialakulás ugyanitt a feltűnően nagyobb tömegű idegsejtekben tehát egy *minőségi momentumban* nyilvánult meg.

De a belső kialakulás fokozódása *mennyiségi irányban* is juthat kifejezésre, vagyis az idegsejteknek számbeli megszorodásában. A külföldi irodalomban találtam egy tanulságos esetet. A bécsi agykutató intézetben INABA nevű szerzőnek módjában volt egy abnormisan könnyű agyvelőt megvizsgálnia, mely ugyanis csupán 851 gr-ot nyomott a normális 1200—1300 gr-nyi súlyhoz képest. Ezen agyvelő tulajdonosa 26 éves *normalis intelligenciájú nő* volt, aki közbejött vesebajban elhalálozván, agyvelejének vizsgálata arra a rendkívül érdekes és tanulságos eredményre vezetett, hogy a normalis súlyú agyvelőhöz képest az idegsejtek ebben a subnormalis súlyú agyvelőben *háromszor nagyobb számban* mutatkoztak, mert a nő agyvelejének egy köbmilliméterében 352 idegsejtet lehetett számlálni a normalis agyvelő 115 idegsejtéhez képest. Igen

találón mondja INABA, hogy *a normalis intelligenciájú egyén agy-velejének szokatlan kicsénységét az idegsejtek többletével kompenzálta.*

Legyen szabad már most *a magam esetére áttérnem*, mely egy 50 éves férfira vonatkozik; halálát vesebaj okozta. Szellemi világában két mozzanat kötötte le a figyelmet.

Az *első*, és bennünket legelső sorban érdeklő körülmény az volt, hogy az elhunyt már egészen kis gyermek kora óta igen fejlett gondolkodást mutatott. Három éves korában már ismerte a betűket és másolt ujságokból. Iskoláiban mindig feltűnően jól tanult, s bár minden tárgyból kiváló volt, különösen kedvelte a nyelveket, történelmet és földrajzot. Tanulási vágya folyton fokozódott, s kitűnő memoriája folytán igen könnyen tanult. Elméje rendszerező, gondolkodása mindig logikus. Egyáltalában mindenbe rendszert vitt be, tanulmányaiba, adatgyűjtésébe és egyéb gyűjteményeibe. Legkedvesebb tanulmánya a nyelvészet volt. Nemcsak a nyelvet magát tanulta, hanem annak eredetét is kutatta és a nyelvek rendszerét ismerte. Rendkívül könnyen tanulta a nyelveket, kb. 40 *nyelvet ismert írásban és olvasásban*, köztük a zsidót, japánt, kínait és perzsát is. Bár sok nyelven, melyet olvasásban ismert, nem volt alkalma beszélni, mégis azokat, melyekben beszédre is alkalma nyílt, igen jól beszélte (francia, német, angol, olasz). Előszeretettel foglalkozott a világirodalom tanulmányozásával, teológiával (meglett korában hivatala mellett magánszorgalomból elvégezte a teológiát), földrajzzal (térképeket igen jól rajzolt), néprajzzal (szülőmegyéjében egészen eredeti néprajzi kutatásokat végzett) és történelemmel. Szerette a régi adatok, emlékek kutatását. Általában minden iránt érdeklődött, kivéve a filozófiát és a gazdasági tudományokat, mely utóbbiak iránt egyáltalán nem mutatott érzéket. *Zenei érzéke abszolút nem volt*, a zenét nem tudta élvezni, nem is szerette, sőt házában megtiltotta a zenét, mert izgatta. Azonban zeneelmélettel foglalkozott és gyűjtött régi népdalokat úgy itthon, mint külföldön (a Nemzeti Múzeum most át is vette ezeket a gyűjteményeit). Nem közönséges rajzkészsége volt, kitűnően rajzolt térképeket, de figurális dolgokat is nagy készséggel rajzolt. Rendkívüli nyelvtelhetsége mellett persze rajzkészsége nem juthatott érvényre. Szenvedélyes gyűjtő volt. Minden gyűjthetőt összegyűjtött, s a legnagyobb rendszerességgel el-

rakta magának (bélyeg, pénz, könyvek, térképek, ásványok, fényképek érdekelték különösen). Általában mindenben a rendszert kereste, s saját dolgaiban is nagyon rendes volt, kivéve öltözködését és táplálkozását, amit egészen elhanyagolt és feleslegesnek tartott. Jellemére nézve emberkerülő, félénk és félszeg volt. Barátai alig voltak. Embertársait azért lelkileg szerette, igen jószívú, majdnem nőiesen ellágyuló, jövedelmének nagy részét mások segélyezésére fordította és jószívúságával sokan vissza is éltek. Vallásos volt, de csak lelkileg, amit kifelé nem mutatott. Kissé hirtelen természet, néha fellobbant, de azonnal megbánta és haragot nem tartott. Szerette a csendet és otthonát, ahol a legnagyobb békeséggel élt. Erősen hazafias érzelmű. Szerette a népet, ha tehetett, az egyszerű falusi nép közé vegyült úgy itthon, mint külföldön, hogy kiismerje gondolkodását és szokásait. Nagyon szerette a természetet. Szerény életmódjával megtakarított pénzét bel- és külföldi utazásokra költötte. Szerette a növényeket és állatokat. Lakása egész növénykert volt, s különleges kaktuszgyűjteménye volt, amelynek tenyésztésével maga foglalkozott. Rendesen 3—4 macskát tartott lakásában, melyeket túlságosan is elkényeztetett. Ami családját illeti, apja görög-latin tanár volt, nagy nyelvkésziséggel és irodalmi képességgel. Anyja és nagymama iskolás korukban kitűntek kiváló előmenetelükkel, de abban az időben a nők továbbtaníttatása nem lévén szokásban, korán férjhez mentek. Így esetleg meglevő képességeik nem tűntek ki. Anyjának az apja ref. pap, kiváló egyházi szónok és egyházi író. Anyjának bátyja mérnök volt, sokoldalú tehetséggel: kitűnő rajzoló, költő, zeneszerző, műgyűjtő. Ennek, tehát anyai ágon nagybátyjának szellemi és jellembeli tulajdonságai állottak legközelebb az elhunytéhoz, kivéve a zenetehetséget.

A második körülmény lelki irányban egy kóros tünet volt, mely halála előtti időben jelentkezett és abban állott, hogy feleségének szemrehányásokat tett betegsége dolgában, mondván, hogy neje az ő bajának az okozója és életének megrontója. Alább látni fogjuk, hogy ezen kórtünetnek az agyvelőben kórszöveti kifejezése volt.

A boncolás alkalmával kivett agyvelő súlya 1365 gr volt, tehát az átlagsúlynak felelt meg. Megtekintésnél feltűnt az agytekev-

nyeknek a gazdagsága, pompás formája, valósággal kidomborodó hurkák alakjában mutatkoztak. Ez a formai túlképződés elsősorban a homloki és főleg az alsó fali lebenyre vonatkozott; ezzel szemben a halántéki és nyakszirti lebenyek szinte kezdetleges kialakulást mutattak. Közelebbről megtekintve a homloki lebenyt, ez barázdaképződésben rendes viszonyokat mutatott, ellenben az alsó fali lebeny volt az, mely szokatlan barázda- és tekervényképződés következtében területi megnagyobbodást tanúsított; ennek rövid leírása a következőkben adható.

Az alsó fali lebeny területileg megnövekedett mindenekelőtt azért, hogy a SYLVIVS-féle hasadék hátsó ága és az ezzel párhuzamosan futó első halántéki barázda végágai körül kiképződött gyrus supramarginalison, illetve gyrus angularison kívül még a jól fejlett második halántéki barázdának végága körül jelentékeny kifejlődést mutató gyrus parietalis inferior posterior is alakult ki, ami által az alsó fali lebenynek a hossza feltétlenül gyarapodott. De másodszorban megnövekedett az alsó fali lebeny területe azért is, hogy a felső határán húzódó sulcus interparietalis, mely a felső fali lebenytől választja el, lefutásának közepén megszakadt, miáltal már most az alsó és felső fali lebeny összefolyik és ezen a helyen egy X-alakú barázda, az aster sulcorum parietalium jelentkezik, amely körül egy tekervénycsomó fejlődött ki, mely a maga részéről növeli a fali lebeny területét.

Összegezve azt mondhatjuk, hogy az alsó fali lebeny feltűnően gazdag kialakulást mutató része mind a két agyféltekén megvan; a sulcus interparietalis megszakadása helyén kiképződött «aster» egyrészről, másrészről pedig a széles gyrus parietalis inferior posterior feltűnő területi gyarapodást jelentenek. Figyelemreméltó alakiságnak tekinthetjük a felső és alsó fali lebenyek átmeneti tekervények útján való összefolyását. A fali lebenynek ezen túltagozottságával szemben állanak a nyakszirti és halántéki lebenyeknek szinte vázaltszerűen egyszerű barázda- és tekervényviszonyai. *A fali lebenyeknek ezen feltűnően gazdag kiképződését FLECHSIG és ECONOMO megállapításaira való tekintettel úgy kell felfognunk, mint a hátsó vagy fali intelligenciaközpontnak területi megnagyobbodását és ezen az alapon már most mondhatjuk, hogy esetünkben a felszíni kialakulás tekintetében az átlagtól jelentékenyen eltérő túlfejlődés*

mutatkozott. Ezek után fel kellett tennünk azt a kérdést, vajjon az alsó fali lebeny belső kialakulása is lépést tart-e a külső kialakulással, amint azt pl. SOMOGYI főleg második esetére vonatkozólag találta is (l. fentebb).

Ezirányú leletünket egy mondatban foglalhatjuk össze: az alsó fali lebeny sem az idegsejtek száma, sem nagysága tekintetében nem mutatott a normalis Economo-féle képtől eltérést és így mint végső megállapítást kiemeljük, hogy *az esetünkben fennállott jelentős tehetségek nyelvek és emlékezet dolgában anatómiai substratumukat egyedül az alsó fali lebeny fokozott felszíni kialakulásában találják meg.*

Esetünkben, mint fentebb kiemeltük, kettős irányban mutatott a lelki élet feltűnőt: normalis irányban különleges tehetségek tekintetében és beteges irányban, amennyiben a tehetségek birtokosa nejt olyan bizarr téves eszmék körébe állította be, amint azt schizophreneknél látjuk. És valójában a nagyagyú féltekék kérégeiben olyan szöveti elváltozások jelentkeztek, melyeket JOSEPHY, NAITO, FÜNGELD, KLARFELD, továbbá tanítványom, HECHST BÉLA vizsgálatai nyomán tipusos schizophreniás kéregelváltozásoknak kell tekintenünk és így összegezésben azt kell mondanunk, hogy esetünkben úgy az ép, valamint a kóros lelki különlegességek teljesen kielégítő magyarázatot találtak a nagyagyú kéreg vizsgálati eredményeiben. A lelkileg kóros, ú. n. schizophreniás tünetekkel itt nincs okunk foglalkozni, csupán csak azt jegyeznők meg tájékozásul a legnagyobb általánosságban, hogy rendkívüli tehetségek, sőt a lángész tulajdonosai egyúttal schizophreniások is lehetnek, ebben az irányban elég lesz STRINDBERGÉ, HÖLDERLINÉ és KLEISTRE utalni.

Ha a fentiekben közölt eseteken áttekintünk, jelesen a SOMOGYI közölte két zenei nagy tehetségen, a *magam* vitathatatlan nyelv- és emlékezeti tehetségek által jellemzett esetén és végül az INABA-féle eseten, mely abnormis kicsiny agysúly mellett rendes agyműködés által vált ki, úgy a következők lennének a szellemi tehetség és az agyi substratum dolgában kiemelendők.

1. A *lángész*, illetve *nagy tehetség* az agykéreg külső és belső kialakulásának fokozásával jár oly értelemben, hogy különleges tehetségeknek megfelelő agyi területek úgy a felszíni gyarapodást, valamint a belső szerkezeti tökéletesedést mutatják.

2. A *különleges tehetségek* anatómiai korrelatívuma csupán a felszíni megnagyobbodás.

3. A *rendes vagy átlagos szellemi képességek* biztosítva vannak:

a) a rendes méretű agyvelő által, vagyis rendes súlyú, területű és alak és szám tekintetében rendes idegsejtek által jellemzett agyvelő alapján; b) a rendellenesen kicsiny agyvelő esetében az által, hogy az idegsejtek száma a normális számnak többszöröse.

Fentiekből azt látjuk, hogy a természet a nagyagyi kéreg külső és belső kialakításában oly eszközökkel rendelkezik, melyek a nagytehetség, az egyszerű tehetség és az átlagos képesség létesítésére valók. Vajjon már most ezek segítségével milyen irányú tehetség jó létre, az egyszerűen attól függ, hogy melyik társító mező, illetve ennek milyen részlete az átlagon felül álló, tehát tökéletesebb kiképződés színhelye. Az elülső társító központ, mely a homloklebeny csúcsi részében fekszik, az elvont gondolkodás székhelye és az itt történt magasabbrendű kialakulás alapján a nagy bölcselkedők, a matematika és a természettudományok kimagasló gondolkodói számára szolgáló agyi substratum jöhet létre. A hátsó társító központ a nyelv, emlékezet és zenei tehetségek agyi alapja, mire éppen Somogyi esetei és a magam esete utalnak oly értelemben, hogy a zenei tehetség az első halántéki tekervényhez, a nyelv- és emlékezeti tehetség az alsó fali lebenyhez kötve. Ezt éppen az én esetem világítja meg döntően, ahol zenei irányban teljes tehetséghiány állott fenn, fényes emlékezeti és jeles nyelvtehetség mellett és itt csupán az alsó fali lebeny nagy területi megnövekedése szerepelt. Ettől elütően Somogyi két esetében, melyekben elsőrendű zenei képességek mellett jeles emlékezeti és nyelvtehetség is állott fenn, úgy a legmagasabb zenei központ vagyis a bal első halántéki tekervény, valamint az alsó fali lebeny mint a nyelv- emlékezeti központ túlfejlődése volt megállapítható.

Az emberi tehetségkérdés végső elemzésben tehát azon dől el, hogy a nagyagyi félteke melyik kéregterülete éri el a külső és belső kérgi kialakulás milyen tökélyfokát.

ÜBER DAS HIRNANATOMISCHE SUBSTRAT DER HÖHEREN BEGABUNG.

Von KARL SCHAFFER o. M.

Vortragender verweist vor Allem auf die Biologie der menschlichen Begabung, deren höchster Repraesentant das Genie ist. Letzteres als Extremvariante definiert er als eine positive Extremvariante gegenüber die Idiotie, die eine negative Extremvariante darstellt und betont, dass das Genie als Extremvariante hiedurch keineswegs zu einer biologischen Minderwertigkeit gestempelt werden darf.

Dann verweist Vortragender auf jene Mitteln, welche der Natur zwecks höherer Entwicklung der s. g. Assoziationszentren (FLECHSIG's Denkkorgane) zur Verfügung stehen; diese sind: *a*) die Oberflächenvergrößerung durch reichere und normaltiefe Furchung; *b*) die Vervollkommenung der Rindenstruktur teils durch die korpuskuläre Vergrößerung der Ganglienzellen, teils durch die zahlenmässige Vervielfachung der normalgebildeten Ganglienzellen. Votr. kommt auf Grund eigener wie fremder Beobachtungen zu folgenden Feststellungen: 1. Das s. g. Hochtalent kommt durch die gesteigerte Entwicklung so der Rindenoberfläche wie des Rindeninneren zustande; 2. einfache Talente durch die alleinige Oberflächenvergrößerung; 3. Durchschnittsfähigkeiten werden bedingt *a*) durch ein an Gewicht wie Oberfläche normales wie auch normalnervenzelliges Gehirn; *b*) im Falle abnorm kleinen und leichten Gehirns jedoch bei normaler Intelligenz durch die Vervielfachung der Ganglienzellen, welche alsdann in einem Kubikmillimeter des Gehirns verdreifacht sein können. Endlich die Art des Talentos wird durch die Lokalisation der gesteigerten Rindenentwicklung bedingt: grosse Denker zeigen das vordere oder frontale

Assoziationszentrum überentwickelt; bei Musikphaenomenen wie Sprachen- und Gedächtnisshochtalenten sehen wir das temporo-parietale oder hintere Assoziationszentrum in gesteigerter Ausbildung. Die menschliche Begabung ist letzten Endes dadurch bedingt: welcher Rindenbezirk die maximale Entwicklung so an der Rindenoberfläche wie im Rindeninneren erfahren hat.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, vom 15. Feber 1932.)

ÖSSZEHASONLÍTÓ ANATOMIAI VIZSGÁLATOK A VESALIUS-FÉLE INCSONTOKRÓL.

ZIMMERMANN ÁGOSTON 1. tagtól.

(Két ábrával.)

A nagynevű VESALIUS ANDRÁSRÓL (*1514, Brüsszel, +1564, Zante), az anatomia restaurátoráról elnevezett apró incsontocskák, *ossa sesamoidea Vesalii*, a lábszár ikerizmának, *musculus gastrocnemius* egyik (lateralis) vagy mindkét fejében foglalnak helyet.

A történelmi jelentőségű tulajdonnevek használatáról az anatómiai nomenclatúrában eltérők a nézetek; helyes használatuk útjában áll némelyek szerint az, hogy egyes anatómiai részek felfedezésénél vagy első leírásánál a prioritás sok esetben kétséges, ennél fogva a nevek jó részben csak történelmi igazságtalanságokat táplálnak, megörökítenek olyanokat, kiknek kevés részük volt a tudomány előbbrevitelében, míg másokkal, kiknek nagy érdemeik e téren kétségen felül állnak, méltatlanul bánnak el. Ezek közé tartozik VESALIUS is, kiről csupán a címben jelzett incsontocskákat nevezték el, míg mások ismét többszörösen szerepelnek, mint EUSTACH, MALPIGHI, stb., ami fogalomzavarra is adhat alkalmilag okot. HENLE nyomán HIS és a baseli nomenclatura-bizottság feleslegesnek mondta ki a tulajdonnevek használatát az anatómiai nomenclatúrában. Ennek ellenére azonban általánosan használják az anatómiában a tulajdonnevekkel képzett terminusokat (*foramen Winslowi*, *lobus Spigeli*, *fossa Sylvii*, stb.); tapasztalati tény, hogy a hallgatók érdeklődését e nevek jobban felkeltik és ezeket könnyen megtartják, a tulajdonnevek jobban bevésoódnak az emlékezetbe, mint a pusztán tárgylagos nevek. E gyakorlati nézőpont mellett.

azután egyes kiváló szerző emlékének kegyeletes megőrzése is figyelembe vehető és ez okok miatt nem lenne célszerű a tulajdonneveket teljesen mellőzni.

Hogy a *m. gastrocnemius* incsontocskáit ki nevezte el VESALIUS-ról, nem ismeretes. VESALIUS 1542-ben megjelent «De humani corporis fabrica libri septem» című művében már tesz róluk említést, leírta HEISTER, MORGAGNI, HYRTL, stb., de nem említi FROHSE és FRÄNKEL a Bardeleben-féle nagy anatómiai kézikönyvben (1913). Egyesek, SIEGLBAUER, WEBER és mások, újabban *fabella*-nak nevezik. A latin *fabella*, -ae jelentése rövid elbeszélés, rövid mese, rövid színdarab (*fabula*-ból származtatva, GEORGES); e csontok ilyen elnevezése azonban nyilván a faba, -ae = bab, paszuly kicsinyített alakjának felel meg, mire utal egyebek között a német «Böhnenchen» neve és MIHÁLKOVICS leírása a kéthasú lábszár-izomról, mely szerint oldalsó fejében «gyakran babnagyságú lencseporc van (ü. n. VESALIUS-féle lencseporc)». BRAUS kitűnő anatómiájában (I. kötet 561. oldalán) «*favella*» névvel jelöli meg a VESALIUS-féle csontocskát, mely szónak azonban nincs semmiféle jelentése, úgyhogy valószínűleg sajtóhiba, a b-betűnek v-betűvel való elcseréléséből származik, bár BRAUSNÁL ismételtén így fordul elő.

A VESALIUS-féle csontok összehasonlító anatómiájáról, fejlődéséről és jelentőségéről nagyon kevés adatot találunk az irodalomban. WEBER nagy általánosságban felemlíti, hogy néha a combcsont bütkeinek hátulsó felületén is incsontok jelennek meg, az ü. n. *fabellae*. SUSSDORF húsevőkön és rágesálókon a *m. gastrocnemius* eredése alatt írta le, ugyanígy említi ELLENBERGER-BAUM, MARTIN, ZIMMERL, ZIMMERMANN, míg KRAUSE és GERHARDT házinyúl-anatómiáikban, CHAUVEAU—ARLOING—LESBRE a háziállatok anatómiájáról írt könyvükben egyáltalában nem tesznek említést e csontokról. Az ember anatómiáját tárgyaló tan- és kézikönyvek csaknem teljesen egybehangzóan röviden úgy emlékeznek meg a VESALIUS-csontról, hogy a combcsont lateralis condylusa fölött a *m. gastrocnemius lateralis* fejében az esetek 10 %-ában, nőkön ritkábban található ez incsontocska, gyakran csak porcos lerakódás alakjában. Hogy az ember combcsontjának *medialis* bütkén is előfordul-e ilyen csontocska, az PICHLER szerint még nyílt kérdés. STIEDA ugyan 1902-ben az Anatomische Gesellschaft Halle a.

S.-ban tartott összejövetelén bemutatott egy medialis VESALIUS-csontot, de egy 1908-ban megjelent helyesbítő közleményében (Archiv für klinische Chirurgie, 85. k., 815. o.) kijelentette, hogy tévedett, mert amit ő VESALIUS-csontnak nézett, az a comb-csontról letört izomnyúlványnak felel meg, ezt *Gruber processus supracondyloideus* néven írta le.

A következőkben azokat az összehasonlító vizsgálatokat ismertetem, amelyeket a VESALIUS-csontok előfordulásáról, alakjáról, nagyságáról, szerkezetéről és fejlődéséről kutyákon, macskákon, rókákon, házinyulakon, mezeinyulakon és embereken végeztem.

Az íncsontok **kutyákon** nagyobb számban fordulnak elő. A VESALIUS-csontot eddig *valamennyi* ezirányban megvizsgált, különböző fajtájú (részben törzskönyvezett fajtatiszta német juhászkutya, magyarvizsla, japán öleb, stb.), korú, nemű és nagyságú kutyán, mindkét hátulso vétagon és a m. gastrocnemius *mindkét* fején sikerült kimutatni. *Negyven* medencei vétagon behatóbb vizsgálatokat végeztem, miközben kiterjeszkedtem a többi íncsontocskára is.

A térd, *genu*, tájékán található íncsontok: a térdkalács, *patella*, a négyfejű combizom, *musculus quadriceps femoris*, íncsontja, a VESALIUS-csontok, *fabellae*, a lábszár ikerizmának, m. *gastrocnemius*, íncsontjai és a térdalji izom, m. *popliteus*, íncsontja.

A lábtő, *tarsus*, táján a harmadik és negyedik lábközépcsont proximalis végén egy-két apró íncsontocska, *ossa sesamoidea tarso-metatarsea* található (az *ossiculum lusnak*, a zsidócsontocskáknak felelnek meg).

Az első ujjperc ízületén, *articulatio metatarsophalangealis*, mind a négy lábujjon plantarisan két-két apró lencsealakú íncsontocska, dorsalisán pedig egy ilyen található az ízületi tokba beágyazva. Fiatal példányokon ezek még porcosak, nem csontosodtak el.

A második ujjperc ízületén, *articulatio phalangis secundae v. interphalangea prima*, mind a négy ujjon dorsalisán az ujjnyújtó-ínba foglaltan található egy sesamesont, többnyire azonban porcos állapotban, míg plantarisan csupán a felületes ujjhajlító ín megvastagodása mutatható ki e helyen, az ebből készült szövettani metszetben a SCHAFFER chondroid-támasztószöveve látható.

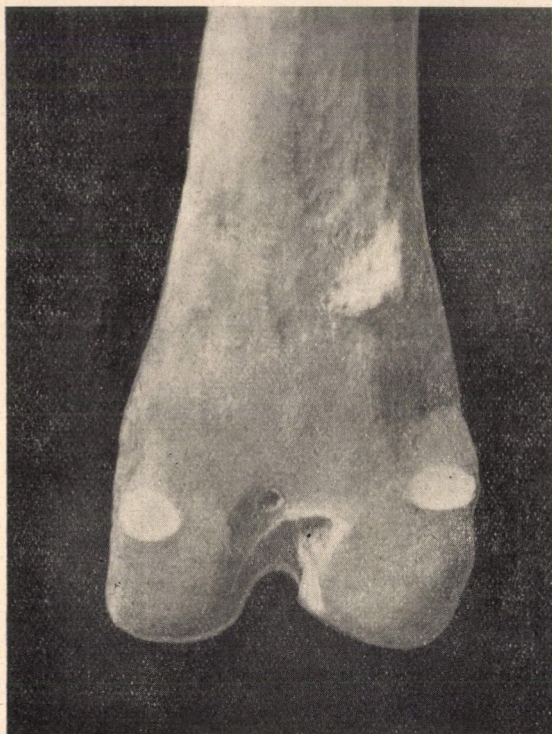
Végül a harmadik ujjperc ízületén, *articulatio phalangis tertiae*

v. *interphalangea secunda*, dorsalisán nincs ícsont, plantarisan pedig minden ujjnak megfelelően egy-egy fejlődött ki, ez többnyire porcos állapotban marad meg, nem a hajlító ínba ágyazott, hanem szalagok fűzik a második és harmadik ujjperchez.

A kutya *m. gastrocnemiusa*, a lábszár ikerizma a lábtőizület (csánkizület, articulatio tarsi) nyújtója, melyet lateralisán a *m. biceps femoris*, medialisán a *m. semitendinosus* és *m. semimembranosus* befed, úgyhogy rejtett helyzetben, szinte a térdhajlásba felhúzódva található, nem úgy, mint az emberen, ahol a lábikra, sura, főtömegét, körvonalait adja. Dorsalisán az *Achilles*-ínba, tendo calcanei Achillis, megy át és ebben a gázló izommal, *m. soleus*, egyesül, mellyel együtt a háromfejű lábikraizmot, *m. triceps surae* képezi. Az Achilles-ín tulajdonképpen nagyobb összetett ínas köteg, melyben a *m. triceps surae*hez a felületes ujjhajlító egy részlete, *m. plantaris*, azután pedig a szárpólya útján a *m. biceps* és a *m. semitendinosus*, továbbá a *m. gracilis* egyes részei is társulnak (tendo accessorius). A *m. gastrocnemius* két széles, lapos, csaknem tojásalakú, nagyon hasonló (innen *ikerizom* neve) fejjel ered a combcsont distalis epiphysisén levő bütykök fölötti érdes vonalakon, labium laterale et mediale. Mindkét fej sok ínrosttal átszótt, alattuk a borsó-mogyoró nagyságú VESALIUS-csontocskák találhatók.

A VESALIUS-csontok *felkeresésére* legcélszerűbb mindenekelőtt a *m. gastrocnemius*t egész terjedelmében kipraeparálni, az őt borító *m. biceps*, *m. semitendinosus* és *m. semimembranosus* alól felszabadítani. Majd a szabaddá tett *m. gastrocnemius* hasát az Achilles-ínba való átmenet fölött néhány centiméternyire, a két fej összetérése és egyesülése alatt átmetszük. Ezután mindkét proximalis csontot a térdízületi tokig követjük, ezt átvágva előtűnik a combcsont két bütyke, melyekről az ízületi tok a VESALIUS-csontokra is átterjed és ezeken megtapad. A VESALIUS-csontok a femur bütykeivel ízesülnek, mindkét condyluson a VESALIUS-csontok ízesülésére sima, hyalinporccal bevont ízületi felület látható (l. az 1. képen), hasonlóképen a VESALIUS-csontok dorsalis felületén is, inkább basalisan, kerekded, sima, ízületi porccal bevont felület tűnik fel (l. a 2. képen). A VESALIUS-csontok többi része a *m. gastrocnemius*-fejek sok ínrosttal bővelkedő állományába beágyazott és e rostokkal összenőtt, átszótt. A két izomfej kevésel

a VESALIUS-csontok fölött a combesont érdes vonalain ered, a közöttük levő résen a HUNTER-féle combesatornából jövő térdalji erek, arteria és vena poplitea, lateralisan a m. plantaris, továbbá a nervus peronaeus, középen a n. tibialis követhető.

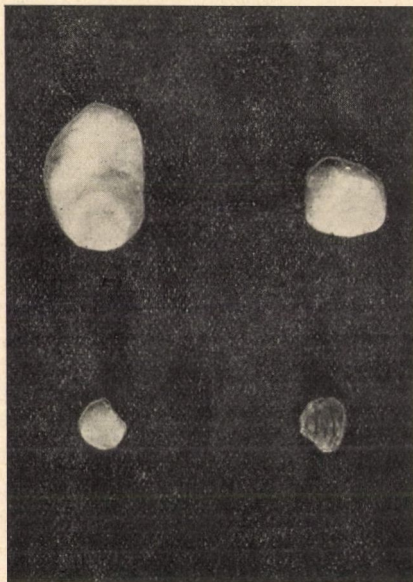


1. ábra. Négyéves német juhászkutya combesontjának alsó vége. Bütykei fölött kerekded síma ízületi felületek a Vesalius-csontok felvételére; ezek fölött érdes vonalak a lábszár ikerizmjának eredésére.

Ugyancsak itt a térdhajlás mélyében a combesont laterális bütykének árkában, fossa musculi poplitei, még egy kisebb, hosszant megnyúlt tojásdadalakú íncsontocska található, melynek dorsalis felülete síma, ízületi porccal bevont, plantaris felülete érdes, tarajos és a térdalji izom *m. popliteus*, eredési inába beágyazott.

A kutya *VESALIUS*-csontjai közül a *lateralis* nagyobb (l. a 2. képen), legnagyobb hosszúsági, illetőleg magassági átmérője negyven csonton felvett méret szerint 3—17 mm között, legnagyobb szélességi átmérője 2—12 mm között váltakozik, általában a kutyán, úgy látszik, arányos az állat nagyságával. Alakja némileg a négyoldalú pyramiséra emlékeztet, melynek *csúcsa* felfelé, proximálisan irányul, míg a kerekded *alapja* lefelé tekint és síma, lapos *ízületi felülete* útján a combcsont *lateralis* bütykén hátul s felül levő kerekded *ízületi felülettel* (l. az 1. képen) találkozok, kissé kiemelkedő pereme a femorotibialis ízület tokjának tapadására szolgál. A csont négy érdes felülete közül a hátulsó, *plantaris* felület kevéssé bemélyedt.

A kutya *medialis Vesalius*-csontja valamivel kisebb (l. a 2. képen), szélsőséges hosszúsági ill. magassági méretei 2—14 mm, legnagyobb harántátmérője 2—11 mm között ingadozik, úgyhogy többé-kevésbé kockaalakúnak mondható. Proximalis felületén kissé beöblösödik, e mélyedésben a m. *gastrocnemius medialis* feje alatt található apró *synovialis tömlő*, *bursa musculi gastrocnemii medialis v. supracondyloidea medialis* foglal helyet, mely több (8) esetben (20 %) a femorotibialis ízületi tok *medialis* zsákjával közlekedett. Distalis felületén harántovális síma *ízületi lap* a combcsont *medialis* bütykének hátulsó felső részén található hasonló *ízületi felülettel* ízesül. *Plantaris* felületén kisebb tarajszerű dudor



2. ábra. Négyéves német juhászkutya és alatta két éves házimacska *Vesalius*-csontjai. Baloldalt a *lateralis*, jobboldalt a *medialis Vesalius*-csontok, illetőleg a macskák porcos állapotban, eredeti nagyságban láthatók.

tűnik fel, e felület is a m. gastrocnemius caput medialejának ínas rostjaival függ össze; a fej egyébként valamivel erősebb és kevésbé magasabbra terjed fel a combsontra; az ízületi tokkal ez is összenőtt.

A vizsgálatra került csaknem teljesen kifejlett kutyafetusok (10 cm tarkó-faroktőhossz) e testtáján szintén fellelhető mindkét *Vesalius*-csont, legalább nyomokban, tömöttebb, rugalmas tapintatú porcszerű consistentiájú gömbölyded, gombostűfej nagyságú testecskék alakjában, melyekből készített metszetekben üvegszerű alapállományban porcsejtek hólyagalakú maggal különböztethetők meg, távolabbi környezetükben pedig enyvadó rostok tűnnek fel hullámos párhuzamos sűrű nyalábok alakjában.

A kifejlett *Vesalius*-csontokban a szivacsos állományt vékony compacta fogja körül.

A macskán általában ugyanolyan íncsontocskák találhatók a hátsó végtagokon, mint a kutyán, csak hogy azok egy része többnyire porcos marad. Így az ez irányban megvizsgált tíz hátsó végtagon az ujjak *dorsalis* felületén az első és a második ujjpercen előforduló *dorsalis* íncsontocskák mindenkor porcosak voltak; hasonlóképpen a második ujjperc ízületének *volaris* felületén is találhatók porcos állapotban levő íncsontocskák (a kutyán ilyenek e helyen nem fejlődnek ki), míg az első (metatarsophalangealis) ujj-üzületen levő *volaris* íncsontocskák a macskán is elcsontosodnak.

A macska *Vesalius*-csontjai (1. a 2. képen) közül is csupán a *lateralis* csontosodik el. Ennek hossza 2—6 mm, szélessége 1.5—3 mm, alakja kissé görbült, proximalisan elkeskenyedő, míg basisán kerekded ízületi felület különböztethető meg a femur lateralis condylusával való ízesülésre. E csont széle is összefügg a femorotibialis ízületi tokkal, egyébként pedig a lateralis gastrocnemius-fejbe ágyazott.

A macska *medialis* gastrocnemius-fejében a *Vesalius*-csont valamennyi vizsgált esetben apró, kerekded, lapos, lencsealakú porc alakjában különböztethető meg (1. 2. képen alul jobboldalt), mely kissé nehezebben hámozható ki és különíthető el az ínszövettel bőven átszőtt izomfejtől. Az ilyen porcos állapotban levő íncsontocskát PFITZNER *sesamoid*nak nevezte el. PFITZNER a macska térd-üzületén kivételesen még két alsó és a meniscusok vájulatában inter-

articularis incsontocskákat is talált, ilyeneket azonban nekem az ez irányban behatóan vizsgált esetekben nem sikerült felfedezni.

Nagyon érdekes leletet adott két *embryonalis* macskavégtag *diaphanollal átlátszóvá* tett készítménye. Ezen ugyanis a szárkapocscsont, *fibula*, fejecskéjének meghosszabbítása követhető a combcsont lateralis bütykéig, csaknem a combcsont diaphysise és distalis epiphysise közötti epiphysispore szomszédságába. A szárkapocs e nyulványa, *processus capituli fibulae*, a m. gastrocnemius lateralis fejéhez tér és FÜRSTnek csőrös emlősökön, *Monotremata*, és erszényes állatokon, *Marsupalia* (*Phalangista*, *Didelphys*) végzett összehasonlító anatómiai vizsgálatai szerint a *fabella* a lateralis gastrocnemius-fejben a fibulából származik, a *processus capituli fibulae*nak felel meg. Hasonlóképpen a térdalji izom, *m. popliteus*, eredési ína alatt előforduló incsontocskát is FÜRST fibulammaradványnak tekinti. Az *embryonalis* leletek e feltevést a macskára vonatkozólag megerősíteni látszanak, a *lateralis Vesalius*-csont e szerint *epiperonaealis maradvány*.

A medialis *Vesalius*-csont, mely a macskán porcos marad, a fetalis végtagon az átlátszóvá tett készítményen még nem állapítható meg, a combcsont medialis condylusának megfelelő distalis epiphysisrészlet azonban itt is már nagyobb, mint a lateralis condylusra eső és bár a kifejlett femur medialis condylusa is erősebb (*processus supracondyloideus*szal?), mint a lateralis térsa, a kettő között az *embryonalis* anyagon nagyobb a különbség, úgy hogy közelfekvő a gondolat, hogy úgy, mint a STIEDA által emberről leírt esetben, a combcsont medialis bütyke szolgáltatja a medialis gastrocnemius-fejbe ágyazott incsontocskát. Régebbi vizsgálatok megállapították, hogy a m. gastrocnemius kezdetben (alacsonyabbrendű emlősállatokon is) *lateralisan* fejlődik ki és csak *később* különül el a medialis gastrocnemius fej, mely kissé *magasabbra* húzódik és erősen fejlődik, *erősebb* lesz mint a lateralis térsa; distalisán is valamivel mélyebbre nyulik az ín felé. A m. gastrocnemius mint két ízületre (térd- és lábtőízületre) kiható izom, különösen a térdízület behajlításakor erősebb mechanikai hatást fejt ki a szomszédos, alatta levő csontrészekre, a *Vesalius*-csontocskák keletkezése, leválása a szárkapocs fejecskéjéről és a combcsont medialis bütykéről ilymódon értelmezhető.

Egy fiatal és egy idősebb **róka** mindkét hátulsó végtagján úgy a m. gastrocnemius két-két ícsontja, a *Vesalius*-csontok, mint a m. popliteus ícsontja ugyanolyan helyeződésben, mint a kutyán, volt kimutatható. Itt is a lateralis *Vesalius*-csontocska a nagyobb, 4—7 mm \times 3—4 mm, kissé elhegyesedő tompa felső véggel; a medialis méretei 4—6 mm \times 3—4 mm, nagyjában kockaalakú, mindkettő basisán kerek ízületi felület van a combcsont büttyeiki részére. Tájanatomiai viszonyaik, az ízületi tokkal való összefüggésük hasonló a kutyáról leírtakhoz.

Öt házinyúlön szintén mindkét hátulsó végtagon *mindkét fabella*, ezenkívül lateralisán a m. popliteus ícsontja is megvolt, mindannyian csontosan fejlődtek ki, mint ezt már régebben a házinyúl természetrajzáról szóló könyvemben is megírtam, evvel szemben sem KRAUSE, sem GERHARDT nem említik házinyúl-anatomiáikban. A házinyúl m. gastrocnemiusának medialis feje csaknem teljesen ínasan, aponeurosisszal ered a combcsont medialis büttyekének tövében és a medialis *Vesalius*-csonton; a lateralis fej izmosabb, izomrostjai a combcsont plantaris felületén a lateralis *Vesalius*-csont fölött indulnak ki, míg az ínrostok egy része a *Vesalius*-csontról jön és részben a femurhoz tér, részben distalisán folytatódik. A lateralis *Vesalius*-csont gulalakú, elhegyesedő, apró; tíz példányon felvett méretei 3—4 mm \times 2—3 mm. A medialis ícsont inkább lekerített, gömbölyded, középtértekben 3 mm átmérővel. Mindégyik basisán kerek ízületi felület látható a combcsont büttyeikkel való ízesülésre. Az ízületi tokkal e csontok is összeköttetésben állnak. Mellesleg legyen szabad megemlíteni, hogy a házinyúl *térdkalácsa* kettős egy nagyobb ovális és egy kisebb, többnyire félholdalakú ícsontja van a négyfejű combizomnak.

A **mezei nyúl**on a *Vesalius*-csontok a házinyúléhoz hasonlóak.

Végül az **ember** *Vesalius*-csontjára vonatkozólag a budapesti Pázmány Péter tud.-egyetem orvostud. I. és II. számú anatomiai intézete és székesfővárosi Szt. Rókus-kórházi prosectura által rendelkezésemre bocsátott harminc lábikraizmot vizsgáltam meg és ezek közül ötben (16.6 %) találtam *Vesalius*-csontot. Egy 45 éves mosónő baloldali alsó végtagjában úgy a lateralis, mint a medialis gastrocnemius-fej foglalt magában ícsontocskát; a többi pozitív eset közül egy 32 éves pincér baloldali gastrocnemiusának lateralis

fejében, három esetben ismeretlen eredetű alsó végtagokban, két baloldali és egy jobboldali végtagon fordult elő *Vesalius*-csont, mindannyiban a *lateralis gastrocnemius*-fejben, még a *medialis*ban a legtüzetesebb vizsgálat, felaprítás ellenére sem sikerült ilyenre akadni, hanem az erősebb fej alatt több esetben (a pozitívban azonban nem) a térdízülettel közlekedő *synovialis* tömlőt lehetett kimutatni. A *Vesalius*-csontot kívülről a bőrön át kitapintani nem sikerült egy esetben sem, ellenben RÖNTGEN-vizsgálattal ugyanúgy, mint különösen a kutyán, jól előtűnik és a térdízületi leletek elbírálásánál («ízületi egerek») figyelembe veendő.

Az ember *lateralis gastrocnemius*-fejében talált *Vesalius*-csontok 2—8 mm hosszúak, szélességük 1·5—5 mm, 2—3 mm vastagok. Proximalis végük tompa kúphoz hasonló, egyébként szabálytalan alakúak, egyesek gömbölydedek, háromnak distalis végén ferdén dorsalisán irányuló kerek ízületi felület különböztethető meg, szélükön az ízületi tok tapad. Az egész csontocska a *gastrocnemius*-fejbe ágyazott s ennek rostjaival szoros összeköttetésben áll.

A *medialis Vesalius*-csont átmérője 3×2 mm, apró, lencsealakú, distalis végén kerekded, sima ízületi felülettel. Ez a csont is szorosan összefügg a *gastrocnemius*-fejjel, másfelől közvetlenül a femur *medialis* bütkének proximalis részén foglal helyet; teljesen elcsontosodott. A vizsgált pozitív esetben bursa nem volt a *medialis gastrocnemius*-fej alatt található.

A macska *medialis Vesalius*-féle lencseporcából készített metszetekben (egy fél éves és egy kb. két éves kanduré került szövettani vizsgálat alá) a csekélyszámú porcsejt bő alapállományban vonalszerű elrendeződésben tűnik fel. A sejtek élesen elhatároltak, nagytestű típusos porcsejtek. Közvetlenül a sejtek körül az alapállomány egynemű, üvegszerű, rost nélküli keskeny udvart képez, ezen túl cirkulárisan, párhuzamosan, csaknem koncentrikusan elrendezett, aránylag sűrű, kötőszöveti, *collagen-rostok*ból álló hálózattal különböztethető meg. E lelet alapján a macska *Vesalius*-porca *rostosporc*nak minősíthető (PFITZNER az ilyen, *rostosporc*ból álló incsontokat *sesamoid*oknak nevezte el). Evvel szemben HYRTL említi, hogy GRUBER VENCEL Szentpéterváron minden hatodik orosz ember *lateralis gastrocnemius*-fejében *hyalin*-porcot talált (ugyan-

ezen GRUBER szerint a medialis gastrocnemius-fej egy része a femur medialis condylusa fölött *processus supracondyloideus*on ered; l. előbb a macska *Vesalius*-csontjainál leírtakat.).

A lábszár ikerizmának, a m. gastrocnemiusnak ícsontocskáit, a *Vesalius*-csontok, *fabellae*, tehát rostos porcból fejlődnek a combcsont distalis epiphysisén, a condylusok fölött, hol a m. gastrocnemius sok innal átszótt két fejének ferdébb helyzetet kölcsönöznek, miáltal az ínas izomfej hatásának iránya kedvezőbb és az izom ereje fokozódik. Az ícsontokat általában *mechanikai hatás* következtében létrejötteknek tekintik, melyek az inak mentén az egyéni élet folyamán jönnek létre, sőt BERTIN jelenlétükből, illetőleg hiányukból nehéz munkára, illetőleg munkátlanságra következtetett. Evvel szemben azonban már PFITZNER kimutatta, hogy ilyen viszony nem áll fenn és éppen így nincs összefüggés az emberen megjelenésük gyakorisága és a foglalkozás között. Ez vonatkozik a *Vesalius*-csontokra is, melyek *nem* mechanikai okok közreműködésével az egyéni élet során fejlődnek, hanem az *embryon* is kimutathatók, amikor pedig mechanikai okok még nem működhetek közre, e csontok tehát *sui generis* fejlődésűek, öröklött sajátságok. Az emberen nem állandó jelenségek, nincs nagyobb jelentőségük, csökevényeknek tekinthetők.

*

Összefoglalás. A lábszár ikerizma, *musculus gastrocnemius*, eredésénél kutyán, macskán, rókán, házinyúlön és mezeinyúlön mindkét izomfej, *caput laterale* és *mediale* alatt minden esetben, az ember m. gastrocnemiusának *lateralis* feje alatt pedig az esetek egy részében (16.6 %), egészen kivételesen a medialis izomfej alatt is, apró ícsont fordul elő, melyet *Vesalius*ról neveztek el, de *fabellának* is neveznek. Patásokon nem fordul elő.

A *Vesalius*-csontok *alakja* és *nagysága* általában nem függ össze az állat korával és testnagyságával.

A *lateralis Vesalius*-csont minden vizsgált állatfajban nagyobb, mint a medialis, legnagyobb a kutyáé, hol hossza 17 mm-ig terjedhet. Proximalis vége tompa kúpban vagy gulában végződik, a macskáé kissé görbült. Legömbölyödő alapján, dorsalis széle felé, sima, lapos kerekded felület a combcsont lateralis büttykével ízesül; szélén a femorotibialis ízületi tok tapad.

A *medialis Vesalius*-csont legnagyobb hosszúsági mérete kutyán 14 mm, alakja legömbölyödött szélű kockához hasonló, proximalis felületén az apró *bursa musculi gastrocnemii medialis* felvételére beöblösödik, distalis felületén kerekded sima ízületi lap a femur megfelelő büttyének hátulsó felső részéhez illeszkedik és az ízületi tokkal is összenőtt. A macska *medialis Vesalius*-csontja *rostos porc*, *sesamoid*, szerkezetét mutatja, cirkuláris lefutású collagen rostkötegekkel.

Diaphanollal átlátszóvá tett embryonalis macskavégtagokon a szárcsapocscsont fejecskejének meghosszabbítása, *processus capituli fibulae*, követhető a m. gastrocnemius fejéhez, ami FÜRST feltevését, hogy a lateralis *Vesalius*-csont *epiperonaealis maradvány*, megerősíteni látszik. A macskafetus átlátszóvá tett térdalji táján a sesamoid helyén a combcsont *processus supracondyloideusa*, proximálisan és kissé oldalt erősebben kiemelkedő büttyökrészlete tűnik fel, nem lehetetlen, hogy ez szolgáltatja később a magasabbra húzódott és erősebb medialis gastrocnemius-fej íncsontocskáját.

A *Vesalius*-csontok kívülről, a bőrön keresztül nem hozzáférhetők és alig tapinthatók ki, de RÖNTGEN-vizsgálatkor jól észrevehetően előtűnnek.

Irodalom.

1. BRAUS: Anatomie des Menschen. I. kötet. Berlin, 1921.
2. CHAUVEAU—ARLOING—LESBRE: Traité d'anatomie comparée des animaux domestiques. I. kötet. Párizs, 1903.
3. ELLENBERGER—BAUM: Systematische und topographische Anatomie des Hundes. Berlin, 1891.
4. ELLENBERGER—BAUM: Handbuch der vergleichenden Anatomie der Haustiere. XVII. kiadás. Berlin, 1932.
5. FICK: Handbuch der Anatomie und Mechanik der Gelenke. I. kötet. Jena, 1904.
6. FROHSE—FRÄNKEL: Die Muskeln des menschlichen Beines. Jena, 1913.
7. FÜRST: Der Musculus popliteus und seine Sehne. Lund, 1903.
8. FÜRST: Über die Entwicklung und Reduktion der Fibula beim Rinde. Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie. XVIII. kötet, 1913.
9. GERHARDT: Das Kaninchen. Leipzig, 1909.
10. HYRTL: Handbuch der topographischen Anatomie. Wien, 1871.
11. KRAUSE, W.: Anatomie des Kaninchens. II. kiadás. Leipzig, 1884.

12. LENHOSSÉK M.: Az ember anatómiája. I. kötet. Budapest, 1922.
13. MARTIN, D.: Lehrbuch der Anatomie der Haustiere. II. kiadás, I. kötet. Stuttgart, 1912.
14. MIHALKOVICS: A mozgószervek anatómiája. Budapest, 1898.
15. PICHLER: Das Sesambein im Wadenwillingsmuskel. Zeitschrift für Konstitutionslehre. IV. kötet, 1918.
16. PRITZNER: Beiträge zur Kenntnis des menschlichen Extremitätenskelets. Schwalbe's Morphologische Arbeiten, I. kötet, 1892.
17. RÉDEY: A házinyúl végtagizmainak anatómiája. Közlemények az összehasonlító élet- és kórtan köréből. XII. kötet, 1916.
18. SIEGLBAUER: Lehrbuch der normalen Anatomie des Menschen. Berlin—Wien, 1927.
19. STIEDA: Über die Sesambeine des Kniegelenks. Ergänzungsheft zum XXI. Band des Anatomischen Anzeigers. 1902.
20. SUSSDORF: Lehrbuch der vergleichenden Anatomie der Haustiere. I. kötet. Stuttgart, 1895.
21. TANDLER: Lehrbuch der systematischen Anatomie. II. kiadás, I. kötet. Leipzig, 1926.
22. VESALIUS: De humani corporis fabrica libri septem. I. és II. köt. Basel, 1542.
23. WEBER: Die Säugetiere. II. kiadás, I. kötet. Jena, 1927.
24. ZIMMERL—BRUNI—PREZIUSSO: Trattato di anatomia veterinaria. I. kötet. Milano, 1929.
25. ZIMMERMANN: Anatómiai gyakorlatok háziállatokon. Budapest, 1911.
26. ZIMMERMANN: Háziállatok anatómiája. II. kiadás. Budapest, 1922.
27. ZIMMERMANN: Fejlődéstan. II. kiadás. Budapest, 1923.
28. ZIMMERMANN: A házinyúl természetrajza. Budapest, 1927.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. febr. 13-án tartott üléséből.)

VERGLEICHENDE ANATOMISCHE UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE VESALIUS'SCHEN SESAMBEINE.

Von A. ZIMMERMANN, k. Mitglied der Akademie.

Bei dem Ursprung der beiden Köpfe des *Musculus gastrocnemius* findet man in der Höhe der Femurkondylen bei *Karnivoren* (Hund, Fuchs, Katze) und *Rodentien* (Kaninchen, Hase) *beiderseits*, beim *Mensch* in einer kleineren Zahl der Fälle (16·6 %) *lateral*, ganz *ausnahmsweise* auch *medial* ein kleines Sesambein, das nach *Vesalius* benannt wurde, man bezeichnet es ausserdem mit den Namen *fabella* (aus *faba* = Bohne). Bei *Huftiere* kommt es überhaupt nicht vor.

Grösse und *Gestalt* der *Vesalius*'schen Sesambeine steht nicht mit der Grösse und dem Alter der Tiere in Zusammenhange, doch ist das laterale *Vesalius*-Bein stets stärker, als das mediale. Das *laterale* Sesambein endet proximal in einer stumpfen Pyramide, während an seiner abgerundeten Basis, mehr dorsalwärts, eine kleine ovale *Gelenkfläche* für den lateralen Condylus zu bemerken ist. Die Grösse des lateralen *Vesalius*-Beins variirt beim Hund zwischen 2—17, bei der Katze 2—6 mm; beim Fuchs ist es cca 4, beim Kaninchen cca 3, beim Feldhasen 4, beim Mensch 2—8 mm gross, bzw. hoch. Das *mediale* *Vesalius*-Bein ist fast würfelförmig, beim Hund beträgt seine Höhe maximal 14 mm. An der proximalen Fläche besitzt es eine muldenartige Vertiefung für den kleinen *Synovialbeutel* des medialen Gastrocnemius-Kopfes. Die distale Gelenkfläche ist queroval, an ihrem Rand haftet ebenso, wie beim lateralen *Vesalius*-Bein, die Gelenkkapsel des Femorotibialgelenks.

Bei der Katze erscheint das *mediale* *Vesalius*-Bein als *Faserknorpel*, *Sesamoid*; zwischen den spärlichen Knorpelzellen mit

grossen Zelleib bemerkt man unter dem Mikroskop in der reichlichen Grundsubstanz zirkulär verlaufende, nahezu konzentrisch geordnete Kollagenfasern.

Von *dreissig* eingehend, genau untersuchten menschlichen Gastrocnemii wurde bei *fünf* ein *laterales* Sehnenbein nachgewiesen, dann bei einer 47 jährigen Wäscherin links auch noch ein *mediales*, linsenförmiges, mit 3×2 mm Durchmesser, vollkommen verknöchert, mit einer Gelenkfläche, doch ohne Synovialbeutel.

An mit *Diaphanol* durchsichtig gemachten *embryonalen* Katzenextremitäten lässt sich die proximale Epiphyse des Wadenbeins als *Processus capituli fibulae* bis in den Gastrocnemiuskopf verfolgen, was für die Annahme von C. M. FÜRST spricht, dass nämlich das *laterale Vesalius*-Bein ein *epiperonaealer Ueberrest* sei.

An der *medialen* Seite bemerkt man am durchsichtigen Präparat den proximal und seitlich stärker hervortretenden fetalen medialen Femurkondylen: der Sesamoid der Katze konnte hier als abgesprengter *Processus supracondyloideus* an den mehr in die Höhe gezogenen, stärkeren medialen Gastrocnemiuskopf entstanden sein.

Beide *Vesalius*-Beine sind von aussen durch die Haut unzugänglich, doch bei RÖNTGEN-Untersuchungen erscheinen sie wohlmerkbar.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Februar 1933.)

A KISAGYI PURKINJESEJTEK MEGREKEDÉSE ÉS KIMOZDULÁSA.

MISKOLCZY DEZSŐ-től.

Ha a kisagyi lamina molecularisban az ú. n. kosársejtek nagyságát jóval meghaladó idegsejteket találunk, kétféle módon magyarázhatjuk odakerülésüket. Vagy a fejlődés során, a végleges lamina ganglionaris felé irányuló újakban *megrekedtek* vagy pedig a kéregfejlődés (Tektogenesis SCHAFFER) befejeződése után valamilyen kóros folyamat *mozdította* ki őket eredetileg már elfoglalt helyükből. CAJAL, STRÄUSSLER, TRAPET, SCHAFFER, ESTABLE, JAKOB, SÁNTHA és mások vizsgálatai az első lehetőség helyes voltát erősítették meg. Velük szemben RAECKE, SCHOB, PFEIFFER és híveik a második lehetőséget, a PURKINJE-sejtek későbbi időben kialakuló dislocatióját hirdették és a fejlődési zavar eredménye gyanánt mutatózó PURKINJE-sejt heterotopia jelentőségét iparkodtak hátterbe szorítani.

A vitás kérdés eldöntésére ezek szerint egyfelől összehasonlító-anatómiai vizsgálatok, másfelől pedig kísérleti kórtani megfigyelések alkalmasak. A jelen beszámolót a feladat kettős volta miatt két részre oszthatjuk, I. a kisagyi PURKINJE-sejtek fejlődési eredetű kóros elhelyezkedésére vonatkozó összehasonlító kutatásokra és II. a sejtkimozdulás előidézését célzó kísérleti megfigyelésekre.

I. A fejlődés útjában fennakadt Purkinje-sejtek.

A fejlődéstani magyarázat azon a tényen alapszik, hogy a PURKINJE-sejtek jórésze végleges helyük, a lamina ganglionaris eléréséig kettős úton halad végig. A *matrix ventricularisból* kirajzó-

magzati PURKINJE-sejtek a fejlődésben levő kéreg felszínére jutnak és innen süllyednek alá, a későbbi lamina molecularis másodszori átszelése után, végleges helyükre. Ha valamilyen káros hatás ebben a vonulásukban megakadályozza őket, a felszínesebb rétegben mintegy fentakadnak, és ezért az ilyen *intramolecularisan* fekvő sejteket *megrekedt* PURKINJE-sejteknek is nevezhetjük. Egy másik sejtcsoport nem kénytelen ezt a kétszeres utat megtenni, hanem lassankint felfelé húzódva, közvetlenül éri el végleges helyét. Ha ezeket a sejteket valami gátolja vándorlásukban, akkor vagy a velőállományban, vagy pedig a szemcsés rétegben rekednek meg. Ilyenek szerintünk a LANDAU-féle *synarmotikus* sejtek, valamint az *intragranularis* PURKINJE-sejtek, amelyeket kóros esetekben embernél is megtalálhatunk; természetes, hogy az ilyen sejtek a méhenkívüli életben fellépő ártalmak következményei, azaz *dysgenetikus* sejtek. Jelentőségük az endogen, idiotypias agybetegségek-nél nyilvánvaló és ez a további ok, amely miatt szükségünk van a fent vázolt kérdések tisztázására.

Az összehasonlító vizsgálatok eredménye a következő:

Abból indultunk ki, hogy a PURKINJE-sejtek vándorlási gát-lásai nemcsak az embernél, hanem az emlősöknél is megtalálhatók s azért átvizsgáltuk a kutya, a patkány, tengerimalac és nyúl kis-agyi kérgéből készített NISSL-festéses metszetsorozatainkat. CAJAL, ESTABLE, JAKOB szórványos leletei feljogosítottak erre a feltevésre.

A kutya kisagyi kérgében igen ritkák az intramolecularis fekvésű PURKINJE-sejtek. A patkánynál ugyanezt a tapasztalatot szereztük.

A tengerimalac kisagyvelejében érdekes leletre bukkantam. A kisagyi féreg hátsó, alsó tekervényeiben gyakran találhatók a lam. molecularisban PURKINJE-sejtek; néha még két ilyen fennakadt sejt is van egymás felett.

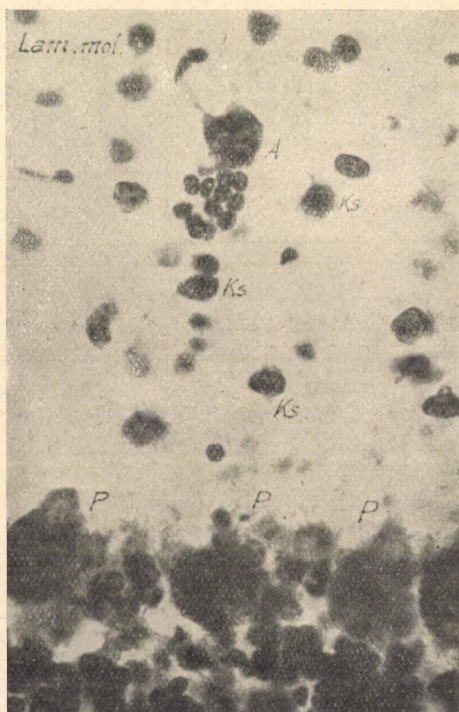
Nagyon fontosak azok az eredmények, amelyeket a házinyúl kisagyi kérgének vizsgálatából szereztünk. Ezek valósággal elvi jelentőségűek.

A házinyúl kisagyának lamina molecularisában ugyanis állan-dóan találhatunk bizonyos sokszögű, orsó- vagy csillagalakú, eset-leg háromszögletű idegsejteket, amelyek az említett réteg kis- és nagy kosársejtjeinek nagyságát jóval meghaladják (1. ábra). Ezek

a változatos alakú sejtek főleg a molecularis réteg középső harmadában tartózkodnak és ellentétben a kosársejtekkel, jól kirajzolt Nissl-szerkezettel rendelkeznek. Leggyakrabban a féltekék kérgében és a féreg hátsó tekervényeiben fordulnak elő, itten közepes nagyságnál majdnem minden látótérre jut egy-kettő belőlük. Megtalálhatók azonban a felső féregben is. A kosársejtek-től való elkülönítésüket nagyságukon kívül még az is lehetővé teszi, hogy az ezüst-impregnációs módszerek segítségével egyik-másik ilyen sejt körül idegrostfonadékból álló kosárszerű képlet mutatható ki; már pedig a kosársejtek körül ilyen rostburkolat sohasem észlehető, annál is inkább, mert éppen ez utóbbi sejteknek a tengelyfonal-végződéseit alkotják a PURKINJE-sejtek jellegzetes rost-kosarait. Innen a nevük is.

De a kosársejtekkel való összetévesztéstől megóv bennünket egy további szövettani jellegzetesség is. E rendellenes fekvésű sej-

tek alsó felszínét ugyanis igen gyakran erős chromatinrajzolatú kerek magvak raja veszi körül. Néha csak 3—4 ilyen mag található az illető sejt alapja körül, máskor azonban 10—20 magból is áll egy ilyen basalis sejtraj (1. ábra). Néha ezek a kerek magvacskák koszorúalakban csoportosulnak a fősejt alsó részénél, főként akkor, ha az orsóalakban megnyúlt. E *basalis sejtraj* egyes elemei nem gliasejtek, a gliafeltüntető módszerekkel nem impregnálhatók; ezenfelül teljesen egészséges, kifejlett és fejlődő állapotokban egy-



1. ábra.

aránt megvannak, tehát jelenlétük nem valamilyen kóros, neuro-nophagiás folyamat eredménye. Erre már azért sem gondolhatunk, mert a nagy idegsejtek, amelyeknek kíséretébe szegődtek, teljesen épek; eltakarítási folyamatról tehát nem lehet szó. Mivel másrészt a basalis magcsoport a szemcsésréteg elemeivel azonos fejlődési viszonyokat mutat, a legnagyobb valószínűség szerint ezekkel azonos eredetű is. Nem egyebek ezek, mint olyan szemcsesejtek, amelyek a fejlődés során a magzati PURKINJE-sejtekkel együtt való lefelé vonulásukban *szintén megrekedtek*, még mielőtt végleges helyüket, a szemcsés-réteget elérték volna. Az emberi pathológiában hasonló megfigyelésről LOTMAR és MISKOLCZY számoltak be.

Mindezek alapján a fentemlített, rendellenes fekvésű, nagyságú és alakú sejteket útjukban elmaradt, a levándorlásban megrekedt PURKINJE-sejteknek, a kíséretükben talált basalis magcsoportú pedig ugyanilyen sorsra jutott szemcséknek kell tartanunk.

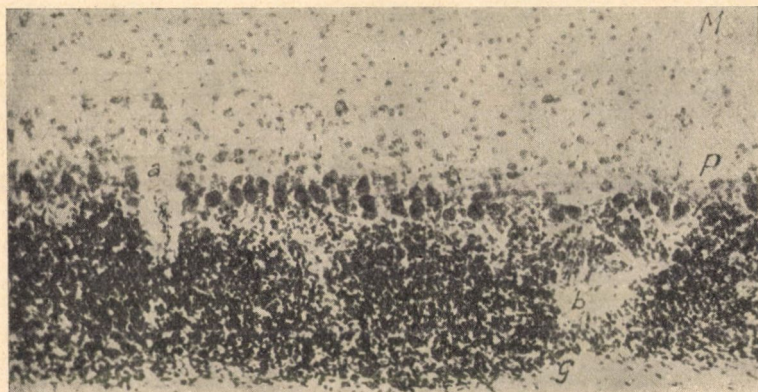
A nyúlánál tehát ép viszonyok között, állandó előfordulásban találhatunk a kisagyi molecularis rétegben olyan sejteket, illetve sejtcsoportokat, amelyek más állatoknál, s az embernél csak akkor találhatók meg, ha a fejlődés menetét valamilyen körülmény megzavarta. Ennek a ténynek a felismeréséből az következik, hogy a házinyúlánál faji tulajdonság gyanánt, azaz *átöröklődő, idiotypias* módon jelentkezik olyan szövettani jellegzetesség, amely magasabbrendű emlősöknél már csak mint fejlődési visszamaradottság fordulhat elő. Az embernél az ilyen sejtek a fejlődés megzavart voltának a hírmondói és arra utalnak, hogy akár endogén, azaz *átöröklődő* módon, akár valamilyen a fejlődő szervezetet érő külső ártalom folytán a sejtek vándorlásában zavar jelentkezett. Mivel pedig az *átöröklődő*-rendszeres agybetegségeknél SCHAFER megállapításai szerint ilyen teratológiai jelek gyakran fordulnak elő, az embernél tehát bizonyos esetben az endogén eredet felvételének megerősítésül használhatjuk fel őket.

II. A Purkinje-sejtek kimozdulása.

PFEIFFER volt az, aki főként RAECKE és SCHOB előzetes vizsgálataira támaszkodva, a PURKINJE-sejteknek a molecularis rétegbe való kerülését ér-eredetűnek mondta. Szerinte minden a mole-

cularisban talált PURKINJE-sejt alatt vagy mellett fellelhető egy-egy ér, amely mintegy magával rántotta a sejtet eredeti helyéről. Ha ez a feltevés helyes, akkor a folyamat kísérletben is megvalósítható. Az állatok kisagyvelejében értől függő, *vasogen* szövetpusztulásokat kell előidézni.

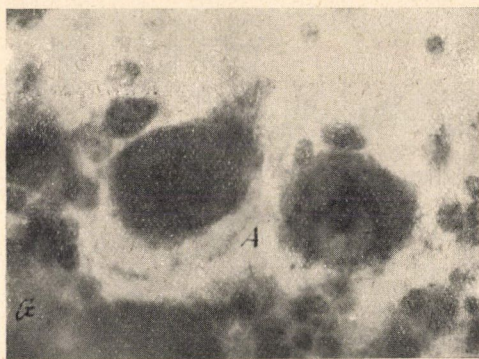
A tartós adrenalinmérgezés során a kísérleti állatok (kutya, nyúl) agykérgében érkörüli sejtpusztulások találhatók, amint azt a vezetésem alatt álló szegedi Agykutató-Intézetben STIEF és TOKAY kimutatták. Ezekután következő volt az elgondolásom. Mivel a kisagy hajsziálereinek sajátságos elrendezése folytán éppen



2. ábra.

a PURKINJE-sejtek rétege alatt vízszintesen, azaz a kéreg felszínével párhuzamos síkban kiterjedő érhálózat van (UCHIMURA), feltehető, hogy az ér-eredetű szövetpusztulás a kisagyban ezen a helyen is jellegzetes formában fog mutatkozni. Ez az elgondolás helyesnek is bizonyult. Az adrenalin mérgező mennyiségeinek huzamos adagolása után a kisagyvelőben az erek körül sejtpusztulás indult meg (1. a 2. ábrán *a*-val jelölt helyet), amely kisebb-nagyobb körülírt vagy egymásba folyó elhalásos gócok, sejtet nem tartalmazó *tisztasok* kialakulásához vezetett (2. ábrán *b*-vel jelölt helyen). Az UCHIMURA-féle horizontális érhálózatnak megfelelően a PURKINJE-sejtek rétege és a szemcsés réteg felső határa között csíkszerűen vonul végig a kisagyi kéreg legtöbb helyén egy kiesési zóna, ahol

a szemcsesejtek száma az ér-eredetű bántalom következtében jelentősen megritkult. De megbetegedtek a PURKINJE-sejtek is, amelyeknek teste éppen ebből a horizontális érhálózatból nyeri táplálékát. Az értől függő táplálkozási zavar következtében a PURKINJE-sejtek egyrésze *sejttűnési* folyamatnak lesz az áldozata. Az elváltozások másik érdekes csoportja a *basalis vakuolisatio* (PFEIFFER) jelensége. Ez az elváltozás abban áll, hogy a PURKINJE-sejt alsó részében apró hólyagocskák keletkeznek s ezáltal ezen a helyen félholdszerű elhelyezkedésben a sejt habos szerkezetű lesz (3. ábra A-val jelölt sejtje). A sejteknek alig látható alsó határa és a szemcsésréteg között sejtnélküli hézag mutatkozik; a vasogen-



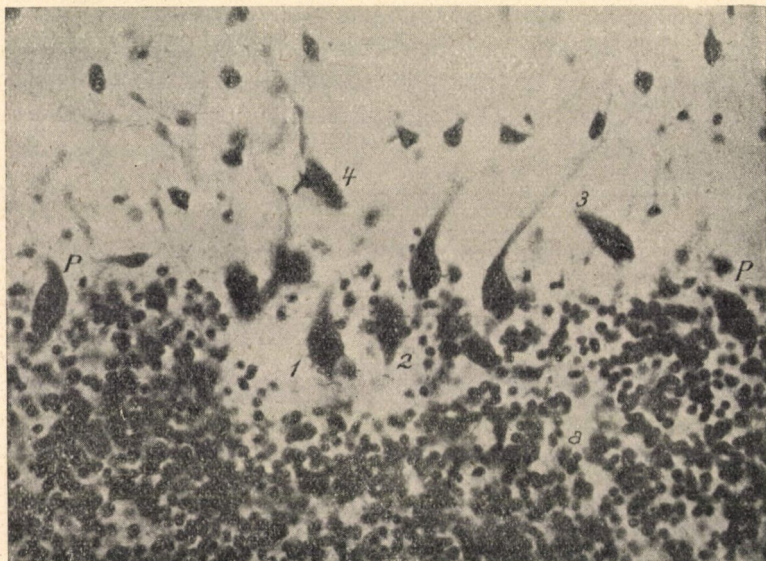
3. ábra.

ártalom folytán az itt normálisan helyet foglaló magvak karyolysisnek lettek az áldozatai. Evvel egyidejűleg a PURKINJE-sejtek magva a sejt magasabb részébe, azaz az ártalom helyétől távolabb eső sejt-részekbe vonul. Ezzel kapcsolatban azonban a sejt jellegzetes körtealakját mindjobban elveszti, néha orsósze-

rűen megnyúlik. Amikor pedig a mag már a törzsi földendrit felső részébe, azaz arra a helyre kerül, ahol a földendrit törzsekarosgyertyatartó módjára szétágazik, az ártalom helyétől távolodó sejt már nem egyszer lefelé néző háromszög alakot ölt, mivel egyidejűleg a sejt alsó része, amelyben a basalis vakuolisatio fellépett, akár a hólyagocskák felfakadása, akár lelohádása révén megkeskenyedik, csúcsszerűen kihúzódik. A sejt magjának és protoplasmájának ez a felhúzódása a védettebb helyen lévő nyujtványok irányában azt eredményezi, hogy a vasogenpusztulások góc helyén a PURKINJE-sejtek eredeti rétegük fölé, a lamina molecularis alsó harmadába húzódnak fel. (Lásd a 4. ábra 3 és 4 jelű sejtjeit.) Ezt a folyamatot a PURKINJE-

sejtek ér-eredetű helyzetváltoztatásának, *kimozdulásának* nevezhetnők.

Ebből a leírásból kitűnik, hogy a sejt kimozdulása valójában csak látszólagos. Csupán a sejtmag vándorol; a mag útját a lamina molecularis egész szélességében kiterülő protoplasmatis nyújtványok szabják ki előre. Ezért ez a jelenség egyúttal a neuron-tannak, az idegsejt egységének is fényes bizonyítéka.



4. ábra.

Kórtani kísérleteink azonban megmutatták azt is, hogy a PURKINJE-sejtek a vasogen-ártalom kapcsán nemcsak a molecularisba húzódnak fel, hanem a lam. granularis mélyebb rétegeibe, azaz lefelé is kerülhetnek (a 4. ábra 1 és 2 jelű sejtjei). Mintha a PURKINJE-réteg alatt keletkezett szövetpusztulás a felette levő rétegeket beomlasztaná. Így kerülnek aztán egyes PURKINJE-sejtek a vasogen-góc fenekére. Ha az ártalom még azután is tovább tart, a felfelé vagy lefelé kimozdult sejtek végül is elsorvadnak, a *sklerosis* jeleit mutatják.

Ezek a megfigyelések azt bizonyítják, hogy a PURKINJE-sejtek

vasogen-okokból való kimozdulása nem az erek húzó hatására következik be, mint PFEIFFER hiszi, sem pedig gliarostosodás folytán nem léphet fel. Készítményeinkben az elmozdult PURKINJE-sejtek vidékén gliás elrostosodás *nem* volt kimutatható, nem lehet tehát szó arról, hogy a sejteket helyükből a kéreg rostosodása «rántotta» volna ki, miként RAECKE és SCHOB feltételezni hajlandók. A sejtek élő részeinek az ártalmas területről távolabb lévő protoplasmás részeibe való vonulása szerintünk nem passzív jelenség, hanem aktív életmegnyilvánulás. Erre találhatunk bizonyítékot az emberi kórtanban is. SCHOB a sejtdislokatio mechanikus eredetének bizonyításául a kisagyi solitär-gümők szomszédságában található, elmozdult PURKINJE-sejteket hozza fel példa gyanánt. Szerinte a szomszédságban növekedő gümő nyomásának hatására tolódnak ki a sejtek a helyükből. Ilyenkor a sejtek azonban tulajdonképpen a nyomás helye felé közelednek, ez pedig éppen SCHOB felfogásának mond ellent. A mi kísérletes vizsgálataink értelmében ez az elmozdulás úgy magyarázható, hogy a látgy agyburok ereire gyakorolt nyomás következtében az ezekből eredő subganglionaris vízszintes ér-hálózat ellátási területében táplálati zavarok keletkeznek. Ezeknek a következménye lesz azután a sejteknek a vasogen-zavarok helyéről való eltávolodása.

Látjuk tehát, hogy az adrenalin-kísérletek segítségével vasogen-eredetű sejtkimozdulásokat hozhatunk létre. Ezek azonban a sejt életmegnyilvánulásaiból következnek és nem mechanikus okok idézik elő. Miután pedig másrésről azt is tudjuk, hogy a rendellenes elhelyezkedésű PURKINJE-sejtek a fejlődés menetének megzavarása folytán rekedhetnek meg a molecularisban, a jövőben a kórfolyamatok elemzésénél szigorú különbséget kell tennünk a fejlődési gátláson alapuló azaz *dysgenetikus* és az *ér-eredetű* PURKINJE-sejtheterotopia között. Azok az esetek tehát, amelyekben az elváltozások keletkezésénél értől függő bántalmak is játszottak közre, nem használhatók fel a fejlődési gátlások jelentőségének cáfolatául. A fejlődési gátlások vizsgálatára csakis olyan kórfolyamatok alkalmasak, amelyekben egyedül a külső csiralevél származékai betegszenek meg elsődleges módon és a mesodermás eredetű képletek teljesen épek, azaz «*vascularis elváltozások*» *nincsenek*. Ha tehát az ilyen eseteket a SCHAFFER-féle kóroktani szemlélet fényénél elemezzük

zük, akkor azt kell mondanunk, hogy a található PURKINJE-sejtrendellenességek endogen-*idiotypias* eredetűek. Ezzel szemben a vasogen-sejtkimozdulások csak látszólag utánozzák az egykori kéregfejlődési folyamatot, mivel ezek exogen-*paratypias* képződmények, amint ezt kísérletes vizsgálataink is bebizonyították.

Ábramagyarázat.

1. ábra. Nyúl. Nissl-festés. Kisagyi kéreg. A lamina molecularisban (*Lam. mol.*) egy rendellenes elhelyezkedésű idegsejt (*A*) látható; alatta 12 szemcsesejtből álló raj. *Ks*: kosársejtek, *P*: Purkinje-sejtek.

2. ábra. Nyúl. Nissl-festés. Kisagyi kéreg. Ér-eredetű szövetpusztulás tartós adrenalin-mérgezés után. A Purkinje-sejtek rétege alatt a szemcsés réteg felső része csíkszerűen megritkult. *a*: hosszában metszett ér, körülötte sejtritkulás. *b*: az egész szemcsés réteget elpusztító ér-eredetű góc. *M*: Lamina molecularis. *P*: Lamina ganglionaris. *G*: Lamina granularis.

3. ábra. Tartós adrenalin-mérgezés kutyánál. Nissl-festés. *A*: «basalis vakuolisatio» jelenségét feltüntető Purkinje-sejt. A halványfalú hólyagocskák a sejt alsó részét félholdszerűen foglalják el. A sejt felső része s a mag hyperchromatikus. *G*: lamina granularis.

4. ábra. Tartós adrenalin-mérgezés kutyánál. Nissl-festés. Ér-eredetű sejtkimozdulások a Purkinjeréteg helyén. *P*: épfekvésű Purkinje-sejtek. 1, 2: a lamina granularisba, *lefelé* kimozdult Purkinje-sejtek. 3, 4: a lam. molecularisba, *felfelé* kimozdult Purkinje-sejtek. *a*: kisebb sejttisztás a szemcsés rétegben.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933 február 13-án tartott üléséből.)

WANDERUNGSBEHINDERUNG UND LAGEWECHSEL DER PURKINJE-ZELLEN.

Von D. MISKOLCZY.

I. Auf Grund von vergleichend-anatomischen Untersuchungen wurde nachgewiesen, dass in der Lamina molecularis cerebelli abnorm gelagerte PURKINJE-Zellen bei verschiedenen Tierarten vorkommen. Beim Kaninchen werden sie oft von einem basalen Körnerkranz begleitet. Diese Dysgenesien können nur unter Heranziehung der Entwicklungsgeschichte erklärt werden. Aus der Feststellung, wonach ähnliche Gebilde beim Kaninchen zur konstanten Aufbau-eigentümlichkeit der Kleinhirnrinde gehören, folgt, dass sie art-eigen, d. h. erblich-idiotypisch bedingt sind. Die beschriebene Entwicklungsstörung wird als Wanderungsbehinderung der PURKINJE-zellen aufgefasst.

II. Mit chronischer Adrenalinvergiftung kann man bei den Versuchstieren vasogene Dislokationen der PURKINJE-Zellen hervorrufen. Diese paratypische Form der Zellheterotopie ist am schönsten beim Hund zu beobachten. Der Lagewechsel der PURKINJE-Zellen beim experimentellen spongiösen Schichtenschwund kann nur durch einen Retraktionsvorgang der lebensfähigen Plasmateilen und des Kerns in die höher liegenden protoplasmatischen Fortsätzen erklärt werden. Mechanische Momente spielen dabei keine Rolle. Bei vasogenen Lichtungen der Körnerschicht wurden neben *hoch* liegenden Elementen auch *tief* gelagerte PURKINJE-Zellen beobachtet.

Auf Grund der entwicklungsgeschichtlich und experimentell gewonnenen Befunden wird eine genaue Unterscheidung zwischen

den Produkten der zweierlei Vorgänge gefordert. Zum Studium der dysgenetischen PURKINJE-Zellen beim Menschen sind rein ekto-dermale, endogen bedingte Erkrankungsformen, also hereditär-systematische Gehirnkrankheiten im Sinne SCHAFER's geeignet; falls aber gefässbedingte Störungen beigemischt sind, ist schon auch mit sekundärem Lagewechsel der PURKINJE-Zellen zu rechnen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, vom 13. Febr. 1933.)

A RUGALMAS PORCOGÓ FUNCTIONÁLIS SZERKEZETE.

KROMPECHER ISTVÁN-tól.

Az emberi szervezet vázrendszerének szerkezete már régóta foglalkoztatja a természettudósokat. Az ezirányú vizsgálatok első tárgya érthető módon az emberi test szilárd vázrendszere, a csontváz volt. Az emberi combcsont szivacsos állományának architekturáját BOURGÈRYnek éppen 100 éve megjelent anatómiai atlaszában már igen hűen találjuk ábrázolva (LENHOSSÉK). Szerkezete a mechanikai igénybevételnek teljesen megfelelően van kialakítva, és az elemi csontgerendák a tudományos mérések és számítások alapján szerkeszthető trajektóriumokkal pontosan egybeesnek. Ennek a felismerése elsősorban H. MEYERnek és CULMANNnak (1867) az érdeme. Az architektura spongiosaera vonatkozó vizsgálatokat későbbi kutatók a csontrendszernek minden területére kiterjesztették. A csontrendszer rendes szerkezetének megismerése után a csontstrukturának a statikai viszonyok változásával (rosszul forradt csonttörés stb.) bekövetkező alkalmazkodására, illetve a célszerűségnek megfelelő megváltozására irányult a figyelem. J. WOLFF-nak (1892) erre vonatkozó vizsgálatai mellett általános érdeklődést keltettek és az anatómiai tudományoknak ezen irányban való művelésére adtak ösztönzést Rouxnak a struktúráknak a működésekhez való alkalmazkodására vonatkozó vizsgálatai. Az aktivitási hypertrophiának ma már általánosan ismert fogalma ekkor kapta meg tartalmát. Ugyancsak Roux tanításai és szelleme értelmében keletkezett az előbbi fogalom kiegészítője: az inaktivitási atrophia fogalma.

Az emberi szervezet konstrukcióját vizsgáló munkák tehát nem

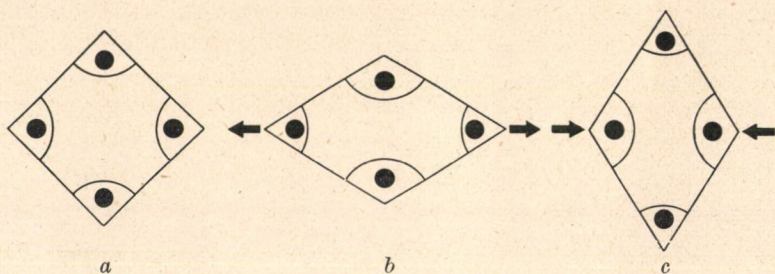
sokáig vesztegeltek az emberi szövetek és szervrendszerek statikájának leírásánál, hanem a kétségtelenül nagyobb intuitiót igénylő mechanikai berendezéseket kezdték kutatni és demonstrábilissá tenni. Már fentebb is tettünk arravonatkozólag célzást, hogy az ép szervezet mellett a kóros viszonyokhoz kényszerűen alkalmazkodó strukturális berendezések is szolgáltatnak az ezirányú vizsgálatokhoz bő anyagot. E vizsgálatokból kitűnt, hogy a szervezet az igénybevételnek, tehát funkciójának megfelelően célszerűen és gazdaságosan igyekszik alkalmazkodni, tekintet nélkül arra, hogy ezen igénybevétel az ép, avagy megváltozott és kóros viszonyoknak felel-e meg. Egy strukturát vagy rendszert Roux szerint akkor mondhatunk funktionálisnak, ha az legfinomabb szerkezetében is működésének megfelelően van felépítve, vagyis a lehető legkevesebb anyag felhasználásával a lehető legnagyobb ellentállást vagy működést tudja kifejteni (BENNINGHOFF, DRIESCH).

A legutóbbi években BENNINGHOFF vizsgálatai adtak az ezirányú kutatásoknak újabb lendületet. Munkatársaival és tanítványaival a dolgozatoknak egész sorában foglalkozik a functionális rendszerek anatómiájával : a csont, a fogak, a méh, a bélfal izomzatának mechanikájával stb. stb. Előtte, a század elején írta le Orsós a tüdő vázrendszerének functionális strukturáját, valamint a tüdőtágulásnál észlelhető kóros elváltozásokat. Ugyancsak a funktionális rendszer látószögéből vizsgálta HUZELLA a szövetkultúrákat, ahol is az argyrophil rostoknak tulajdonít histomechanikai és organisatorius szerepet.

Távolról sem tartunk még ott, hogy a szervezet egészének, avagy összes alkatrészeinek finomabb, avagy éppen functionális szerkezetét ismernők. Egyes fejezetek kidolgozatlanul maradtak : egyrészt mert gyakorlatilag értékesebb és könnyebben elérhető eredményt ígérő egyéb anyagok kínáltak a vizsgálatra, másrészt pedig azért, mert egyes tárgyak vizsgálatakor igen súlyos technikai vagy megoldási nehézségek merültek fel.

A következőkben a *rugalmas porcogó functionális szerkezetét* fogom vizsgálat tárgyává tenni. Vizsgálataim anyagául a fülkagyló porcogója szolgált. Ezen vizsgálatok kiindulásul a rugalmas porcogó embryonális fejlődésére vonatkozó dolgozataim szolgáltak, amelyeket 1928-ban magyar nyelven közöltem (M. O. A. 1928. 6. f.)

és amelyekről 1930-ban az amsterdami nemzetközi anatomus-kongresszuson tartottam előadást (Verh. d. Anat. Ges. in Amsterdam 1930, S. 42). Ezen fejlődéstani vizsgálatok alkalmával emberi és különböző állati fülporcogók szöveti és szerkezeti kialakulását kísértem figyelemmel. A különböző fejlődési fokon lévő stádiumok képeinek összevetéséből olyan *térbeli* elhelyezkedésű struktúrákat lehetett meglátni, amit a *síkban* készült metszetek természetesen nem mutathatnak világosan. Egyes vastagabb metszetek vizsgálatánál igen jónak mutatkozott a binokuláris stereomikroszkop használata.



1. ábra. Az isogén sejtcsoportok alakváltozásának sémája a rugalmas porcogó hajlításakor. *a* = nyugalmi állapotban; *b* = megnyúlt sejtcsoport a feszülés oldalán; *c* = összenyomott sejtcsoport az összenyomódás oldalán. A nyilak a hatóerők irányát jelzik.

A rugalmas porcogó két felszínét a *porchártya*, a perichondrium vonja be. Rostjai mind párhuzamosan futnak a porcogó felszínével. A rugalmas porcogóval való összeköttetést később fogom tárgyalni.

A rugalmas porcogó szerkezetének vizsgálatakor elsősorban külön-külön kell szemügyre vennünk három fő alkotórészét, a *sejteket*, a *rugalmas rostokat* és a *hyalin alapállományt*, azután ezeknek egyenkénti elhelyezkedését és szerkezetét, végül pedig egymáshoz való viszonyát és kapcsolódását, hogy ezek hogyan illeszkednek össze egy oly tökéletes, talán az egész emberi és állati szervezetben egyedülálló konstrukcióvá.

A *sejtek* csoportokban, isogen sejtcsoportokban helyezkednek el. Az egy közös anyasejt oszlásából eredő isogen vagy isogenetikus sejtcsoport egy-egy rugalmas rostok által határolt fészekben úgy

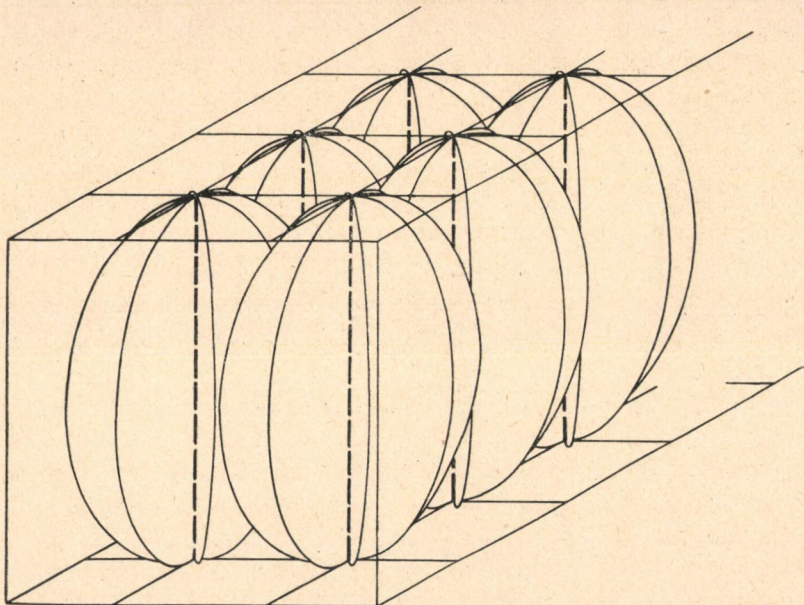
helyezkedik el, hogy az egyes sejtek a polygonális fészeknek, nidusnak a sarkait foglalják el (lásd 1. ábra). A sejtek között lévő teret a sejteknek egymás felé tekintő felszíne által termelt plastikus hyalin alapállomány tölti ki. A sejtek és a köztük lévő alapállomány plasticitása folytán az egyes fészkek deformábilisak (lásd 1. ábra). A fészkek alkotórészeinek egymáshoz való eltolódása, intrinadalis helyzetváltozása, illetőleg a fészeknek mint egésznek plastikus volta biztosítja a rugalmas porcogó hajlíthatóságának azon *feltételét*, hogy a szövet finomabb szerkezetében, sejtjeiben a deformáció következtében kár ne essék.

A rugalmas porcogó második alkotórészét, a *rugalmas rostokat* az embryonális fejlődés folyamán a sejtek termelték. A fejlődés során a sejtek a porcogó felszínére merőleges sorokba rendeződtek, és így az általuk képezett rugalmas rostoknak a többsége is a felszínre merőleges irányban fut. A struktúra szempontjából igen fontos ezen rostoknak a porcogó szélén vagyis a perichondrium határán való végződés módja. Már 1928-ban írt dolgozatomban, ahol a struktúrára való tekintet nélkül csak a fejlődés egyes fázisainak alaki leírását adtam, megállapítottam, hogy a porc egyik felszínétől a másik felszínéig egymással párhuzamosan futó rostok a perichondrium határán «egy sejt felszínét kupola módjára bevonva» ismét visszahajlanak. *A szerkezet szempontjából ezek a felszín alatt visszahajló, boltozatosan lefutó rugalmas rostok igen fontos szerepűek, mivel a rugalmas porcogó hajlításakor a húzott oldalon éppen ezek az ívalakban lefutó rugalmas rostpántok állanak ellen nagy húzószilárdságuknál fogva a húzóerőnek.* A rugalmas porcogó rugalmas rost-hálózata tehát egymással összefüggő, térbelileg elhelyezkedő, egymásbakapcsolódó, a porc két felszíne között megnyúlt ellipsoid alakban elhelyezkedő, erősen hosszúkás zárt gyűrűkből áll (lásd 2. ábra).

A rugalmas porcogó harmadik alkotórésze a fejlődés folyamán is legkésőbb megjelenő *hyalin porcalapállomány*. Ez a rugalmas, plastikus alapállomány egyrészt a porcfészkeken belül a sejtek között foglal helyet, másrészt pedig az egész rugalmas rosthálózatot ágyazza magába. A functionális szerkezetű rugalmas rostok mellett a porcalapállomálynak inkább passiv, hézagöltő szerepe van.

A rugalmas porcogóban tehát a sejtesoportok az egymásba belekapcsolódó, ellipsoidalakú gyűrűk összességéből álló rugalmas

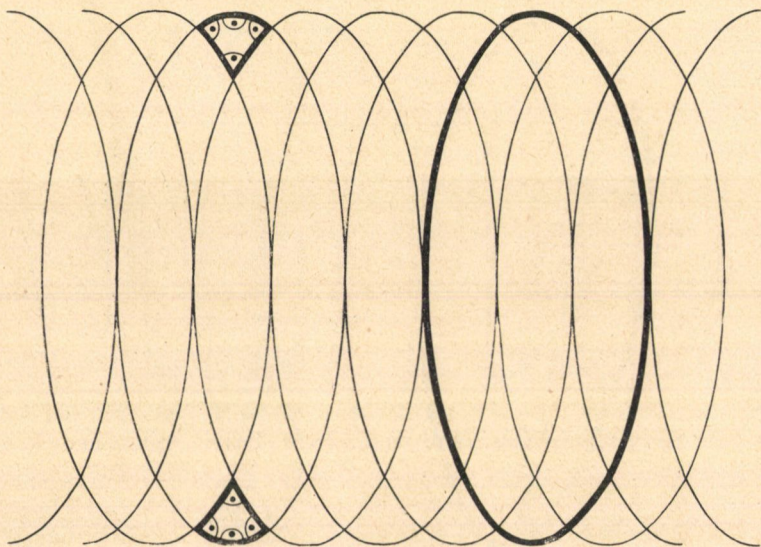
rosthálózat hézagaiban helyezkednek el. A sejtek és a rosthálózat között lévő hézagot a hyalin porcalapállomány tölti ki. A porcógó szélén, ott, ahol a rugalmas rostok boltozatot alkotva a sejtesoportokat kupola módjára járkák körül, a sejtesoportok a porchártya felé mindinkább ellaposodnak és a porcógó felszínével párhuzamosan megnyúlnak. Ezeket a perichondriummal határos sejtesopor-



2. ábra. A rugalmas porcógó rugalmas rosthálózatának sémás térbeli ábrázolása. A porcógó váza a porc két felszíne közt elhelyezkedő ellipszoid idomú, egymásba kapcsolódó zárt rugalmas rosthálózatokból áll.

tokat mindegyre kevesebb rugalmas rost járja körül. Alig észrevehető átmenettel határolódnak a perichondriumnak hosszúkás megnyúlt sejtjei felé. A perichondrium functionális szerepét illetőleg fontos megjegyezni, hogy a porcógó legkülső, rugalmas rostokkal még körüljárt sejtjei már azonos lefutásúak a perichondriuméival, és így a perichondrium ezen sejtek közvetítésével functionális szempontból is szervesen kapcsolódik a porcógóhoz és annak legkülső sejtjeivel együtt nyúlik meg vagy tömörül össze. Minthogy a porchártya szerkezeténél fogva a porcógó minden alakváltozását

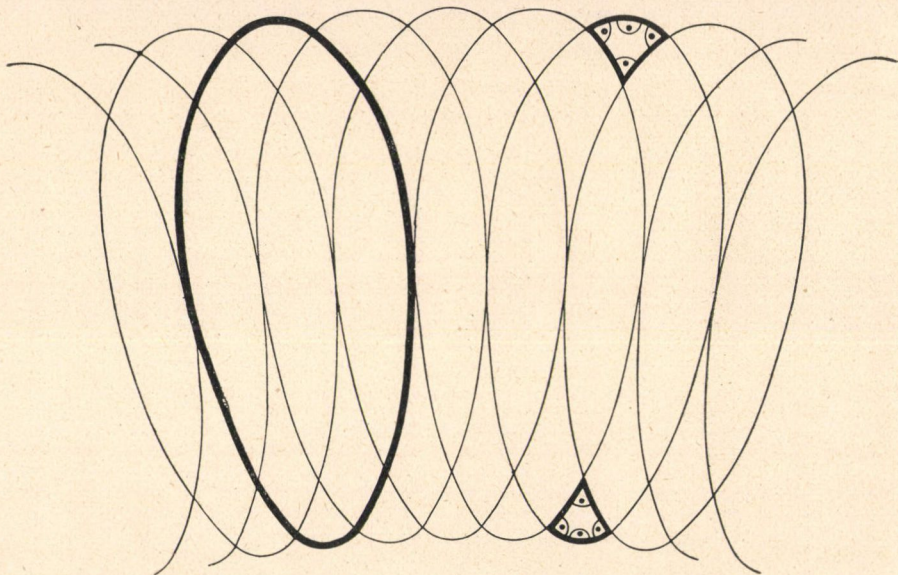
passive követi, sejtjei és rostjai pedig a porc külső sejtcsoportjainak lefutási irányával megegyezők, nincsen olyan berendezésre szükség, amely a porchártyát a porcogóhoz különleges szilárdsággal odarögzítené. A rugalmas rosthálózatból a perichondriumba kisugárzó néhány rost és a sejtcsoportokat a porchártya sejtjeinek és rostjainak szövédékeivel összefűző sejtközzötti kapcsolata kellő szilárdságú összeköttetést biztosít.



3. ábra. A rugalmas porcogó síkban ábrázolt szerkezete. A struktúra ebben az ábrában feszültségmentes állapotban van ábrázolva. A sejtcsoportok is deformálatlan helyzetükben vannak.

Tekintsük meg ezután, hogy a rugalmas porcogónak ezen konstrukciója hogyan viselkedik mechanikai igénybevétellel, pl. a hajlítással szemben. Az egynemű anyagból való lemez a meghajlításkor a húzott oldalon a felületre merőlegesen behasad. A rugalmas porcogónak ellenben a húzott felületen különböző irányban lefutó rostokból és sejtekből álló szövédéke, *porchártyája van*. A porchártya a húzás folytán megvékonyodik, tehát *passive enged* a húzóerőnek. A porchártya alatt a *porcogóban a rugalmas rostok vannak hivatva e behasadást meggátolni*. Ott a felszín alatt az ívalakban lefutó rugalmas rostok boltozatának összességét találjuk. Egy

pillantást vetve a mellékelt 3. számú rajzra, látjuk, hogy a rugalmas rostok a felszínen lévő sejtsoportokat kupolaszerűen járják körül és a megfeszüléskor őket abroncsok módjára szorítják le. A rugalmas rostok a húzóerő hatására rugalmasan megnyúlnak, miközben a hézagjaikban elhelyezkedő porcfészkek az előbb tárgyalt affin átalakulást szenvedik. A húzóerő megszűnésekor a rostok rugalmasságuknál fogva eredeti állapotukba térnek vissza. Kétségtelen, hogy



4. ábra. A rugalmas porcogó szerkezete hajlítás alatt. A neutrális tengely felett, a feszülés oldalán a rugalmas rostok pántszerűen szorítják le a sejtsoportokat. A neutrális tengely alatti rész összetömörült, a sejtsoportok a neutrális tengely irányában összeszorultak.

a rugalmas rostok mellett az alapállománynak is van némi szerepe a nyugalmi helyzetbe való spontán visszatérés létrejöttében. A rugalmas rostok főszerepe a hajlításkor abban nyilvánul meg, hogy az erő behatására nyulékonyságuknál fogva nem szakadnak el, hanem megnyúlnak. Hogy ezek a rostok a trajektoriumoknak megfelelően futnak-e le, kísérleti igazolás nélkül nehezen dönthető el. A hajlítás elméletéből ismert trajektoriumok hálózata ugyanis olyan esetekre érvényes, amikor arányosság áll fenn az alakváltozás,

és a feszülés között ; a jelen esetben azonban, ahol igen nagy deformációk szerepelnek, nem alkalmazhatók minden módosítás nélkül ugyanazok az elvek. Megállapítható azonban annyi, hogy a maximális hajlításkor az előbb kupolaszerűen visszahajló rugalmas rostabroncsok megfeszülve és megnyúlva a felszínnel szinte párhuzamos lefutásúakká válnak (lásd 5. ábrát), és mint ilyenek, most, éppen a legnagyobb igénybevételkor ugyanúgy futnak le, mint ahogyan az elméleti számítások és gyakorlati igazolás alapján a hajlításnak kitett vasbetonszerkezet húzott vasbetétei, az «armatura» van a felszínnel párhuzamosan elhelyezve.

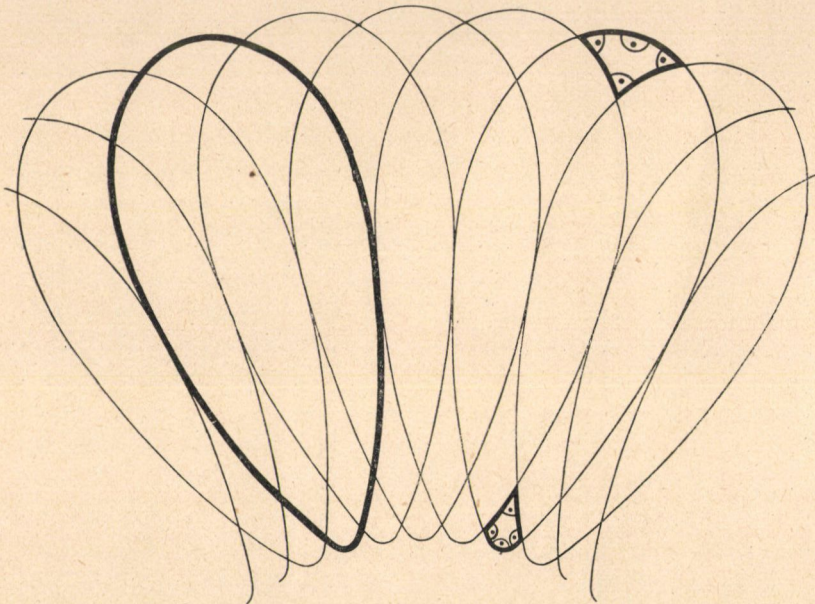
Amint azt az ábrából is láthatjuk, ezek a rugalmas pántok a felszínről a mélybe térnek és így a húzóerő hatására keletkező feszülést részben leadják, áthárítják a porcogó belseje felé.

A nagy deformációt szenvedő rugalmas testek struktúrájára vonatkozólag a technikai tudományok nem szolgáltatnak olyan analógiát, hogy azon az alapon a rugalmas porcogóban a főfeszültségek trajektoriumainak iránya elméleti megfontolásokkal egyszerűen kijelölhető volna. Feltételezhető azonban, hogy az erővonalak a hajlítás különböző fokai és irányai szerint más és más irányú lefutásúak. Egy adott struktúra (jelen esetben rosthálózat) ezen meg gondolás szerint a hajlítás minden fokánál nem fedheti pontosan az erővonalak irányát. Fontos azonban, hogy a legnagyobb feszüléskor helyt álljanak ; és ha a rugalmas porcogóban a rostok — a fentiek szerint — a maximális feszüléskor az erővonalaknak megfelelően a felszínnel párhuzamosan futva (lásd 5. ábra), a porcogó behasadását ilyenkor meggátolják, megengedhetőnek tűnik, hogy a kisebbfokú hajlításkor (lásd 4. ábra) az esetleg másirányú feszülésnek irányában eltérve, már csak kevésbé pontosan fedjék az egyszerű hajlításkor létrejövő erővonalak irányát. Összefoglalva a rugalmas rostok szerepét, megállapítható, hogy azok nagy húzószilárdságuk folytán, a húzással szemben való nagy ellenállóképességüknél fogva a porcogó behasadását gátolják meg, másrészt pedig pántszerűen körülölelve a sejtsoportokat, azokat tehermentesítik.

Hajlításkor a porcogó egyik felszínén lévő részek megnyúlnak, a másikon lévő pedig összenyomódnak. A sejtsoportok alakváltozása a mellékelt 3., 4. és 5. számú ábráról leolvasható, hogy t. i. azok a nyomott oldalon a felszínnel párhuzamosan összenyomód-

nak, miközben az arra merőleges irányban megnyúlnak. A feszülésnek itt is a rugalmas rostok állanak ellent, mégpedig főként azon szakaszuknak van itt szerepe, amely a porcogó két felszínét egymással összekötve arra merőlegesen fut.

A 3., 4. és 5. ábrából együttes áttekintését nyerjük a rugalmas porcogó struktúrája hajlítással járó alakváltozásának. A neutrális



5. ábra. A rugalmas porcogó szerkezete fokozott hajlításkor. A neutrális vonal felett a húzott oldalon a rugalmas rostok pántszerűen szorítják le a sejtsoportokat. A neutrális vonal alatti rész erősen összetömörül, a tengely fölötti rész megnyúlt.

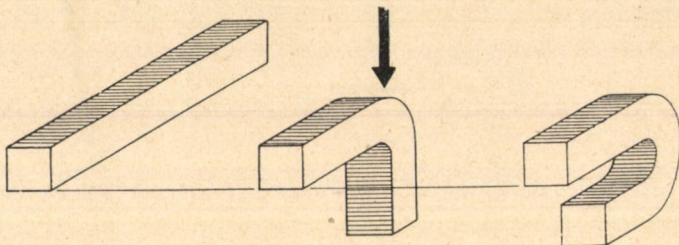
tengely egyik oldalán, a húzásnak megfelelően a fentiekben részletezett mechanizmus szerint kiszélesedő rugalmas rosthálózat hézagjaiban a sejtsoportok lelapulnak, a neutrális tengely másik oldalán pedig a sejtsoportok elkeskenyülnek. A sejtek és a sejtsoportok leírásakor már hangsúlyoztuk, hogy azok ezen alakváltozásokat kár szenvedése nélkül viselik el.

A rugalmas porcogóból készült metszeteken látható, hogy a rugalmas rosthálózat az ezen sémásan ábrázolt egységes hálózaton

belül még más, különböző irányú és lefutású rostokat is tartalmaz. Ezen alárendeltebb jelentőségű rostok a hajlításon felüli egyéb külső behatásoknak (húzásnak, csavarásnak stb.) ellentálló abroncsokat képviselik.

Az eddigiekben elméleti leírását adtuk a rugalmas porcogó functionális szerkezetének. A következőkben azon kísérleteket fogjuk röviden vázolni, amelyekben ezen szerkezetet különböző erőművi behatásoknak tettük ki. Ezen kísérletek eredménye egyúttal az elméleti vizsgálatok értékének ellenőrzéséül is szolgál.

Kísérleteink anyagául friss, rögzítetlen emberi fülporcogót használtunk. A bőrt lepraeparálva a csupasz, porchártyával fedett porcogóból először nagyobb darabot vágunk ki és a porclemezkét



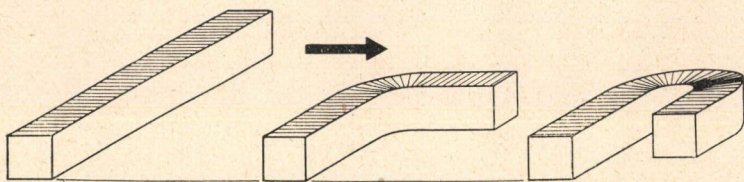
6. ábra. A rugalmas porcogóból kivágott csík meghajlításának ábrázolása. A meghajlítást olyan irányban végeztük, hogy a porchártyával bevont felszíne kerüljön feszülés alá: a porcesík sohasem törött el.

ujjaink között szorosan összehajlítottuk, majd pedig az áthajlás helyén erőyesen összeszorítottuk. Ezen kísérletet többször, több darabon megismételve és a porcogót egyazon helyen az ellenkező irányban is élesen összehajtván az az eredeti alakjába mindig rugalmasan visszaugrott. Ezután az áthajlás helyét csipesszel szorítottuk össze, a porcogót azonban így sem sikerült egyetlenegyszer sem megtörnünk. (Igen erős szorítás alkalmazása mellett a porcogó természetesen szétroncsolódott, a nélkül azonban, hogy a legnagyobb domborulat mentén különösebb behasadás lett volna észlelhető.)

Ezen tájékoztató kísérlet után a rugalmas porcogóból egy olyan keskeny csíkot vágunk ki, mint amilyen a porcogó vastagsága. Ezen hosszú hasábalakú csíknak tehát vastagsága és szélessége egyenlő volt. (Lásd a 6. ábrát.) Ezen csíkkal megismételve az előbbi kísérletet, először ismét úgy hajlítottuk meg, hogy a porc-

hártyával fedett felszíneinek egyike kerüljön húzás alá. (Lásd 6. ábra.) Ezen keskeny darabot sem sikerült eltörni. Ezután ugyanazt a csíkot oldal felé, a porcogó síkjában úgy hajlítottuk meg, hogy a legnagyobb húzásnak a porchártyánélküli szabad metszésalapja volt kitéve (7. ábra). Többször megismételve ezen kísérletet, az ujjak között erősen vagy a csipesz szárai között mérsékeltén összehúzott porcsík a húzott oldalon mindig behasadva eltört. Ez várható is volt, mivel az általunk készített metszésalap felé a rugalmas porcogót a hajlítással szemben semmiféle functionális szerkezet különlegesen nem védi. Sem porchártya, sem pedig a felszín alatti, a húzás irányában álló abroncsok itt nem találhatók.

Ezen kísérletek azt igazolják, hogy a rugalmas porcogó a *maga egészében* mindenféle hajlításnak valóban ellentáll, és így belső szer-



7. ábra. A meghajlítást oldalirányban végeztük úgy, hogy a metszési felszín kerüljön feszülés alá: a porcsík eltört.

kezete valóban functionális struktúrának minősíthető. A porclemez vagy keskeny porcsík hajlításakor a behasadást valóban a fentiekben vázolt és ábrázolt struktúra gátolja meg: ezt bizonyítja az utóbbi kísérlet; amelynél tapasztaltam, hogy a porcogó vastagságával azonos szélességű porcsík azonnal eltörik, ha azt (lásd 7. ábra) az új metszési lapjával kifelé hajlítjuk meg. Porclemezekéket és porcsíkokat ezen fent vázolt kísérleteken kívül még különböző másféle behatásoknak is tettem ki. Ezeknek az előbbiekkal egybehangzó eredménye mellett csak azt akarom még megemlíteni, hogy a metszési lapjával kifelé domborodó, ferdén vagy csavarosan nyomás alá helyezett porcsíknak nem egyszer a közepe törött ki, míg a porchártya alatti része, ahol a húzásnak ellentálló pántszerű rugalmas rostok futnak le, a porchártyával együtt épen maradt. A porchártyától megfosztott porcsík kísérleteimben erős szorítás alkalmazásakor eltört. Ebből kiolvasható, hogy egymagában a rugal-

mas rostoknak fentvázolt konstrukciója még nem elegendő a behasadást a szélső hajlítás esetén is meggátolni, hanem a porchártyának is jut megfelelő szerep. A rugalmas porcogónak adott konstrukciója az őt bevonó porchártyával együtt, tehát a *maga egészében* tudja csak feladatát teljesíteni.

A rugalmas porcogó a mesenchyma származású szövetek között kétségtelenül a legmagasabb differenciáltságú. Sejtjei, az elastochondroblastok oszlásuk után a rugalmas rosthálózatot képezik, azután pedig ők maguk termelik a hyalin porcalapállományt is. Magas differenciáltsága a hiányos regenerációból, a sérüléseknek alacsonyabbrendű szövettel való pótlódásából és egyéb pathológiai vonatkozásaiból is kiolvasható. Struktúrájának mechanikai szempontból való vizsgálata pedig arra a következtetésre vezet, hogy a rugalmas porcogóban az emberi és állati szervezet functionális szerkezetének kétségtelenül egyik legbonyolultabbjával és ugyanakkor egyik legtökéletesebbjével állunk szemben.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. január 9-én tartott üléséből.)

DIE FUNCTIONELLE STRUKTUR DES ELASTISCHEN KNORPELS.

Von STEFAN KROMPECHER.

Neben der statischen Struktur des menschlichen Organismus, die schon seit beinahe einem Jahrhundert Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen ist, wird neuerer Zeit auch die *funktionelle* Struktur der Gewebe und Organe untersucht. Vorliegende Arbeit behandelt die funktionelle Struktur des elastischen Knorpels. Als Material diente der Ohrknorpel von Mensch und Tieren. Die einzelnen Bestandteilen werden in jener Reihenfolge behandelt, wie sie in ihrer Histogenese erscheinen. (KROMPECHER: Die Histogenese des elastischen Knorpels. Verh. d. Anat. Ges. in Amsterdam 1930.) Die *Zellen* einer isogenen Zellgruppe sitzen in den Ecken je eines Zellnestes durch ihr Produkt die hyaline Knorpelgrundsubstanz von einander geschieden. Ihre Plastizität sichert das Intaktbleiben der Zellen trotz der mit der Biegung einhergehenden Deformation. Die *elastischen Fasern* sind strukturell die wichtigsten Bestandteile; sie verlaufen von der einen Oberfläche des Knorpels senkrecht zur anderen, um dort eine Zelle oder Zellgruppe kuppelartig umgehend wieder zurückzukehren. Wird der Knorpel gebogen, so leisten eben diese bogenförmig verlaufenden elastischen Fasern durch ihre Zugfestigkeit einen zähen Widerstand und verhindern das Einreißen des Knorpels. Die bogenförmig verlaufenden elastischen Fasern kehren also von der Oberfläche in die Tiefe, wobei sie einerseits die einwirkende Spannung teilweise der tieferen Lage übermitteln, anderseits die Zellgruppen bandartig umfassend diese entlasten. Der dritte Bestandteil, die *hyaline Grundsubstanz* hat mehr die passive Rolle eines Füllmaterials. Aus funktionellem Gesichtspunkt hat auch die *Knorpelhaut* eine nicht unwesentliche Rolle. Durch die am frischen menschlichen Ohrknorpel angestellten Versuche lassen sich die oben theoretisch beschriebenen strukturellen Verhältnisse auch experimentell veranschaulichen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der
Wissenschaften vom 9. Jänner 1933.)

A TÁPLÁLÉK ÁSVÁNYI ANYAGÖSSZETÉTELÉNEK BEFOLYÁSA A VÉRSAVÓ CALCIUM-, PHOSPHOR- ÉS SZÉNDIOXYD-TARTALMÁRA.

MAREK JÓZSEF I. tagtól és WELLMANN OSZKÁR,
URBANEK LÁSZLÓ vendégektől.

Az elmúlt év folyamán bemutatott nagy munkánkban (MAREK-WELLMANN: A rhachitis stb., Budapest 1931—1932.) arra a következtetésre jutottunk, hogy az állati szervezet ásványi anyagforgalmában a vér és a csontok határán az ásványi anyagok között az egyensúly a heterogen kémiai rendszer szerint rendeződik. Később bemutatott további dolgozatunkban (Biochemische Zeitschrift, 1932. 252. k., 1—3. f.) pedig beszámoltunk az ásványi anyagtartalom megváltoztatásával acidosisossá illetőleg alkalosisossá tett vérsavónak és a csontoknak egymásra való kölcsönös hatásáról. Tovább folytatott kísérleteinkkel, melyek eredményéről ez alkalommal óhajtok beszámolni, azt állapítottuk meg, hogy eltekintve a fajbeli eltérésektől, a vérsavó ásványi anyagösszetételét egyfelől a táplálék összetétele, másfelől a vérminta vételének idejében az emésztési folyamatok változó előrehaladottsága szabja meg.

Kísérleteinket fiatal sertésekkel és felnőtt lovakkal úgy végeztük, hogy a megfelelő alaptakarmányt egyfelől magában, másfelől mészkarbonáttal, illetőleg nátriumphospháttal és phosphorsavval kiegészítettük, az evés előtt egyszer és utána két óránként még hatszor vért vettünk és a kivált vérsavóban megbízható makromethodusokkal az egyes anyagokat meghatároztuk.

Kísérleti megállapításainkat a következőkben foglalhatom össze:

A táplálék különböző ásványi anyagösszetétele lényegesen megváltoztatja a vérsavó összetételét. Míg azonban a calciumtartalom ingadozásai aránylag csekélyek, a phosphortartalomban azok $+55.7\%$ és -39.3% között mozogtak. E mellett a csak kevés vagy mérsékelt mennyiségben adott calcium alig változtatta meg a vérsavó calciumtartalmát, a nagy feleslegben bevitt mész ellenben azt észrevehetően és tartósabban növelte, egyidejűleg apadást eredményezett az anorganikus phosphortartalomban, azonkívül a Ca/P-quotiens növekedését okozta. A sertésekben az anorganikus phosphortartalom a calciummal ellentétes irányban változott, a lovakban ellenben a calciummal egyezően növekedett vagy csökkent.

Phosphordús táplálék a sertések vérében következetesen az anorganikus phosphor megszaporodását és a calcium, valamint az organikus phosphor megkevesbedését eredményezte, míg a ló vérében hasonló viszonyok között a calciumtartalom alig módosult, az organikus phosphor ellenben lényegesen megkevesbedett. A sertés és a ló vére között észlelhető ez az ellentét csak látszólagos, és onnan eredt, hogy a sertések testsúlyukhoz és alkalikészletükhöz viszonyítva tízszer annyi phosphort vettek fel eleségükkel, mint a lovak, bennök a phosphor ennél fogva a vérsavó anorganikus phosphortartalmát megnövelhette és egyben a calcium és az organikus phosphor mennyiségét apaszthatta, szemben a lóval, melynek aránylag nagy alkalikészlete és mindenek szerint a faj feltételezte anyagforgalmi sajátossága is a jelzett kilengéseket kiegyenlítette. További kiegészítő kísérletek lovakba koncentráltabb phosphorsav bevitelével ennek az értelmezésnek helyességét teljes mértékben igazolták.

A kísérletek során a vérsavó széndioxydtartalmában előálló változások nem voltak jellegzetesek.

*

A dolgozat egész terjedelmében legközelebb megjelenik a «Mezőgazdasági kutatások» c. folyóiratban.

EINFLUSS DER MINERALISCHEN ZUSAMMENSETZUNG DER NAHRUNG AUF DEN KALZIUM-, PHOSPHOR- UND KOHLENDIOXYDGEHALT DES BLUTSERUMS.

Von J. MAREK, O. WELLMANN und L. URBANEK.

Anschliessend an frühere Veröffentlichungen (MAREK—WELLMANN, Die Rhachitis usw. Jena 1931—1932; MAREK, WELLMANN und URBANEK, Über die knochensalzlösende Wirkung des Blutserums gesunder und rhachitischer Ferkel, Biochem. Zeitschrift, 1932. Bd. 252., H. 1—3.) wurden Versuche an jungen Ferkeln und erwachsenen Pferden ausgeführt unter Verwendung einerseits in azidotischer, andererseits in alkalotischer Richtung durch entsprechende Fütterung veränderter Blutsera der Versuchstiere.

Es ergab sich hierbei, dass bei der unter solchen Umständen ganz regelmässig eintretenden Veränderung in der mineralischen Zusammensetzung des Blutserums die Schwankungen im Kalziumgehalt verhältnismässig gering sind, im Phosphorgehalt dagegen sie sich zwischen +55.7 und —39.3 % bewegen. Nur auf grosse Kalküberschüsse in der Nahrung tritt eine deutliche und etwas andauernde Vermehrung des Serumkalkes ein bei gleichzeitiger Abnahme des Gehaltes an anorganischem Phosphor und Steigerung des Ca/P-Quotienten. Während aber beim Ferkel der Gehalt an anorganischem Phosphor gegenüber dem Kalkgehalt in entgegengesetzter Richtung verändert wird, lässt er beim Pferd mit dem Kalkgehalt gleichsinnige Verschiebungen erkennen.

Phosphorüberschüsse in der Nahrung rufen im Schweineblut regelmässig eine Vermehrung des anorganischen Phosphors nebst

Verminderung des Gehaltes an Kalk sowie an organischem Phosphor hervor, beim Pferd wird hiergegen unter solchen Umständen der Kalkgehalt kaum beeinflusst und der organische Phosphorgehalt wesentlich herabgedrückt. Der festgestellte Gegensatz zwischen dem Schweine- und dem Pferdeblut ist jedoch nur scheinbar und dadurch bedingt, dass die Versuchsferkel im Verhältnis zu ihrem Körpergewicht und ihrem Alkalivorrat dem Pferde gegenüber die zehnfache Phosphormenge zugeführt erhielten, infolgedessen im Blutserum der Versuchspferde der Eintritt von solchen Verschiebungen einerseits durch die der Pferdegattung eigentümlichen Stoffwechselverhältnisse, andererseits und hauptsächlich durch die verhältnismässig grossen Alkalivorräte im Pferdekörper hintangehalten wurde.

Die Verschiebungen in Gesamt-Kohlendioxidgehalt des Blutserums zeigten sich unter den angeführten Versuchsverhältnissen überhaupt nicht eindeutig.

(Eine ausführliche Mitteilung folgt demnächst in der «Zeitschrift für Tierzüchtung und Züchtungsbiologie».)

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, vom 1. Mai 1933.)

EINE NEUE HERLEITUNG DES KRONECKER'SCHEN SATZES ÜBER DIE DISCRIMINANTE DER GALOIS'SCHEN GATTUNG.

Von GUSTAV RADOS ord. Mitglied.

Wie KRONECKER in seiner Abhandlung «Über die verschiedenen Sturmschen Reihen» im Monatsbericht der Berliner Akademie der Wissenschaften vom Februar 1873 nachgewiesen hat, bilden die $\nu = n!$ Potenzprodukte

$$x_1^{h_1} x_2^{h_2} \dots x_{n-1}^{h_{n-1}}$$

($h_1 = n-1, n-2, \dots, 1, 0; h_2 = n-2, n-3, \dots, 1, 0; \dots; h_{n-1} = 1, 0$) ein Fundamentalsystem der GALOIS'schen Gattung. Bezeichnet man diese Elemente des Fundamentalsystems in einer geeigneten Reihenfolge durch

$$P_{11} P_{12} \dots P_{1\nu}$$

und unterwirft diese in geeigneter Reihenfolge allen Permutationen der symmetrischen Gruppe der Elemente $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$, so ergibt sich das System

$$P_{11} P_{12} \dots P_{1\nu}$$

$$P_{21} P_{22} \dots P_{2\nu}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$P_{\nu 1} P_{\nu 2} \dots P_{\nu \nu}$$

Das Quadrat der hieraus gebildeten Determinante, $[D_n(x_1, x_2, \dots, x_n)]^2$, ist die Discriminante der GALOIS'schen Gattung.

KRONECKER'S Satz über diese Discriminante lautet folgendermassen:

Bezeichnet man die Discriminante der durch $x_h (h=1, 2, \dots, n)$ bestimmten Gattung, nämlich das Quadrat des Differenzenproduktes

$$\prod (x_i - x_k) \quad (i, k = 1, 2, \dots, n; i > k)$$

durch

$$\Delta_n(x_1, x_2, \dots, x_n)^2,$$

so ist

$$D_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = \pm \Delta_n(x_1, x_2, \dots, x_n)^{\frac{n!}{2}}.^1$$

KRONECKER hebt in seinen Vorlesungen über «Die Theorie der algebraischen Gleichungen» (in der mir zur Verfügung stehenden, von KRONECKER revidierten Abschrift seiner Vorlesungen im Wintersemester 1886—87 pag. 338) hervor, dass die direkte Bestimmung der Discriminante der GALOIS'schen Gattung nicht mit unerheblichen Schwierigkeiten verbunden sein dürfte. Es dürfte daher von Interesse sein zu zeigen, dass der Nachweis des KRONECKER'schen Satzes vermittels des Determinantensatzes glatt erledigt werden kann, den ich im Journal für die reine u. angew. Mathematik Bd 162 pag. 198 mitgeteilt habe.

Zu dem Beweis des KRONECKER'schen Satzes wenden wir den Schluss der vollständigen Induction an.

Für den Fall $n = 2$ ist der Satz trivial. Wir setzen nun als als nachgewiesen voraus, dass

$$D_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = \pm [\Delta_n(x_1, x_2, \dots, x_n)]^{\frac{n!}{2}}$$

und wollen beweisen, dass alsdann

$$D_{n+1}(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}) = \pm [\Delta_{n+1}(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1})]^{\frac{(n+1)!}{2}}$$

ist. (Auf das Vorzeichen kommt es nicht an, da ja dieses für die Discriminante, die durch das Quadrat der rechts stehenden Grösse dargestellt wird, irrelevant ist.)

Man kann die Potenzprodukte

$$x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}} x_n^{k_n}$$

$$(k_1 = n, n-1, \dots, 0; k_2 = n-1, n-2, \dots, 0; \dots; k_n = 1, 0)$$

und die auf diese anzuwendenden Permutationen der Elemente

$$x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}$$

derart anordnen, dass $D_{n+1}(x_1, x_2, \dots, x_{n+1})$ in der folgenden Weise hingeschrieben werden kann:

¹ S. L. KRONECKERS' Abh. «Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Grössen». Journal für die reine u. angew. Mathematik Bd. 92 pag. 42.

wo unter $P_{ii}^{(k)}$ die $(n+1)!$ Potenzprodukte

$$x_1^{h_1} x_2^{h_2} \dots x_{k-1}^{h_{k-1}} x_{k+1}^{h_{k+1}} \dots x_{n+1}^{h_{n+1}}$$

$$(h_1 = n-1, n-2, \dots, 1, 0; h_2 = n-2, n-3, \dots, 1, 0; \dots; h_{n+1} = 1, 0)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n+1)$$

in irgend einer Reihenfolge und $P_{gi}^{(k)}$ diejenigen Potzenprodukte bedeuten, die aus den Potenzprodukten $P_{ii}^{(k)}$ durch die $n!$ Permutationen der Elemente

$$x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_{n+1}$$

hervorgehen.

Betrachtet man die Struktur der Determinante $D_{n+1}(x_1, x_2, \dots, x_{n+1})$, so findet man, dass man auf dieselbe den Determinantensatz anwenden kann, den ich im Journal für die reine u. angew. Mathematik Bd. 162 pag. 198 hergeleitet habe. Im Sinne dieses Satzes ergibt sich für D_{n+1} der folgende Ausdruck

$$D_{n+1}(x_1, x_2, \dots, x_{n+1}) =$$

$$= \pm \begin{vmatrix} x_1^n & x_1^{n-1} & \dots & x_1 & 1 \\ x_2^n & x_2^{n-1} & \dots & x_2 & 1 \\ . & . & \dots & . & . \\ x_{n+1}^n & x_{n+1}^{n-1} & \dots & x_{n+1} & 1 \end{vmatrix} \prod_{k=1}^{n+1} \begin{vmatrix} P_{11}^{(k)} P_{12}^{(k)} \dots P_{1\nu}^{(k)} \\ P_{21}^{(k)} P_{22}^{(k)} \dots P_{2\nu}^{(k)} \\ . & . & \dots & . \\ P_{\nu 1}^{(k)} P_{\nu 2}^{(k)} \dots P_{\nu\nu}^{(k)} \end{vmatrix}.$$

Nun ist

$$\begin{vmatrix} P_{11}^{(k)} P_{12}^{(k)} \dots P_{1\nu}^{(k)} \\ P_{21}^{(k)} P_{22}^{(k)} \dots P_{2\nu}^{(k)} \\ . & . & \dots & . \\ P_{\nu 1}^{(k)} P_{\nu 2}^{(k)} \dots P_{\nu\nu}^{(k)} \end{vmatrix} = D_n^{(k)}(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n, x_{n+1})$$

und da wir den KRONECKER'schen Satz über die Discriminante der GALOIS'schen Gattung für n Unbestimmte als erwiesen annahmen, so ist

$$D_n^{(k)}(x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_{n+1}) =$$

$$= [A_n^{(k)}(x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_{n+1})]^{\frac{n!}{2}}$$

und somit kann man für $D_{n+1}(x_1, x_2, \dots, x_{n+1})$ setzen:

$$D_{n+1} = \pm [\Delta_n(x_1, x_2, \dots, x_{n+1})]^{n!} \cdot \left[\prod_{k=1}^{n+1} \Delta_n^{(k)}(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n) \right]^{\frac{n!}{2}} \quad (\text{I})$$

Es handelt sich nunmehr um das Produkt

$$\Delta_n^{(1)} \Delta_n^{(2)} \dots \Delta_n^{(n+1)}.$$

Da in diesem jeder Faktor $x_g - x_h$ genau $(n-1)$ -mal enthalten ist, so ergibt sich für dieses Produkt der Ausdruck

$$\prod_{k=1}^{n+1} \Delta_n^{(k)} = \pm [\Delta_{n+1}(x_1, x_2, \dots, x_{n+1})]^{n-1}.$$

Wird dies in (I) eingesetzt, so hat man schliesslich

$$D_{n+1} = \pm \Delta_{n+1}^{n!} \cdot \Delta_{n+1}^{\frac{(n-1)n!}{2}} = \pm \Delta_{n+1}^{\frac{(n+1)!}{2}},$$

womit die vollständige Induction erledigt ist. Da der KRONECKER'sche Satz für $n=2$ sich als richtig erwiesen hat, ist somit seine allgemeine Gültigkeit nachgewiesen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Feber 1933.)

A GALOIS-FÉLE GENUS DISCRIMINÁNSRA VONATKOZÓ KRONECKER-FÉLE TÉTELNEK ÚJ LEVEZETÉSE.

RADOS GUSZTAV r. tagtól.

KRONECKER KUMMER doktorjubileuma alkalmából irt nevezetes ünnepi értekezésének (Festschrift) 42. lapján bebizonyítás nélkül a következő tételt közölte:

A GALOIS-féle genus discriminánssa mindenkor egyenlő a számtestet definiáló n -edfokú egyenlet discriminánsának $\frac{n!}{2}$ hatványával.

Az algebrai egyenletek elméletéről 1886-ban tartott előadásában, melynek kézírata hiteles másolatban rendelkezésemre állott, e kézirat 338. lapján e tétel bebizonyításáról így nyilatkozik: «Die direkte Bestimmung der Discriminante der GALOIS'schen Gattung dürfte nicht mit unerheblichen Schwierigkeiten verbunden sein.» Nem lehet tehát érdek nélkül való, hogy e direkt meghatározás simán elvégezhető ama determináns-tétel segítségével, amelyet a CRELLE-féle Journal 162. kötetében (pag. 198) föllálistottam és bebizonyítottam.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. február 13-án tartott üléséből.)

A FOURIER-FÉLE SOR RÉSZLETÖSSZEGEINEK KORLÁTOSSÁGÁRÓL ÉS ÖSSZETARTÁSÁRÓL.

SZASZ OTTÓ-tól.¹

Bevezetés.

A FOURIER-féle sorok elméletének főtárgya, a függvény viselkedéséből a hozzárendelt sor tulajdonságaira következtetni (pl. JORDAN és DINI összetartási kritériumai, FEJÉR szummabilitási tétele). Újabban sikerült kombinált feltevésekből, melyek részben a függvényre, részben a sor együtthatóira vonatkoznak, megfelelő eredményekre jutni. Jelen dolgozatban PALEY [4]² két idevágó tételét általánosítom. Legyen

$$f(\vartheta) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} (a_{\nu} \cos \nu\vartheta + b_{\nu} \sin \nu\vartheta); \quad (1)$$

PALEY tételei a következők:

A) Ha $|f(\vartheta)| \leq 1$ és $a_{\nu} \geq 0$, $b_{\nu} \geq 0$, akkor

$$\left| \frac{a_0}{2} + \sum_1^n a_{\nu} \cos \nu\vartheta \right| \leq 1, \quad \left| \sum_1^n b_{\nu} \sin \nu\vartheta \right| \leq 9^{\frac{n}{2}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

B) Ha $f(\vartheta)$ mindenütt folytonos, $f(0) = f(2\pi)$, $a_{\nu} \geq 0$, $b_{\nu} \geq 0$, akkor az (1) sor egyenletesen konvergens a $(0, 2\pi)$ intervallumban.

A cosinussorra vonatkozó állítást sokkal egyszerűbb be-

¹ E dolgozat tartalmát előadtam a Mat. és Fiz. Társulat ülésén 1933. április 6-án.

² Lásd a dolgozat végén felsorolt irodalmat.

³ FEJÉRnek sikerült elemi úton — melyet szíves volt velem közölni — itt a 9 korlátot 3-mal pótolni; ellenben 1 nem elegendő.

bizonyítani, mint a sinussorra vonatkozót. A következőkben is e két sornemet külön-külön kell vizsgálnunk.

Elsősorban az együtthatókra vonatkozó feltevést a következővel pótolom:

$$\left. \begin{aligned} \nu a_\nu &\geq -K \\ \nu b_\nu &\geq -K \end{aligned} \right\} \nu = 1, 2, 3, \dots; K \geq 0. \quad (3a)$$

$$(3b)$$

Másodsorban folytonosság helyett lényegesen általánosabb feltevést vezetek be; itt egy magában is érdekes segédttételre lesz szükségem, mely a függvény ugrásának meghatározására vonatkozik.

1. §. Korlátos függvények.

1. Bebonyomom a következő tételt:

Ia. *Legyen*

$$|f(\vartheta)| \leq M, |\vartheta| < \pi, \quad (4)$$

és legyen $\nu a_\nu \geq -K (K \geq 0, \nu = 1, 2, 3, \dots)$; akkor

$$\left| \frac{a_0}{2} + \sum_1^n a_\nu \cos \nu \vartheta \right| \leq 19M + 3K, n \geq 1.$$

Előrebocsátok két egyszerű segédttételt; az egyik:

1. *Lemma.* Legyen $n \geq 1$,

$$\gamma_\nu \geq 0, \sum_0^\nu \gamma_\lambda = \gamma_\lambda^{(1)}, \nu = 0, 1, 2, \dots, 2n-1,$$

$$\gamma_\nu^{(2)} = \sum_0^\nu \gamma_\lambda^{(1)} \leq x(\nu+1)(\nu+2), x > 0, \nu = 1, 2, 3, \dots, 2n-1; \quad (5)$$

akkor

$$\gamma_\nu^{(1)} \leq 2x(2\nu+1), \nu = 1, 2, \dots, n.$$

Az egyenlőség érvényes, ha

$$\gamma_\nu = 2x(2\nu+1), \gamma_\lambda = 0, \lambda \neq \nu, \lambda \leq 2n-1.$$

Bizonyítás: (5)-ből következik

$$\gamma_{2\nu-1}^{(2)} = 2\nu\gamma_0 + (2\nu-1)\gamma_1 + \dots + \gamma_{2\nu-1} \leq 2x\nu(2\nu+1), \nu \geq 1,$$

tehát

$$\nu \sum_0^\nu \gamma_\lambda \leq \gamma_{2\nu-1}^{(2)} \leq 2x\nu(2\nu+1), \text{ azaz } \gamma_\nu^{(1)} \leq 2x(2\nu+1), \nu = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Itt az egyenlőség nyilván érvényes, ha

$$\gamma_\nu = 2x(2\nu + 1), \gamma_\lambda = 0, \lambda \neq \nu, \lambda \leq 2n - 1;$$

e sorozat eleget tesz az (5) feltételnek, mert

$$\gamma_\lambda^{(2)} = 0, \quad \text{ha } \lambda < \nu,$$

$$\gamma_\lambda^{(2)} = (\lambda - \nu + 1)\gamma_\nu = 2x(\lambda - \nu + 1)(2\nu + 1), \quad \text{ha } \lambda \geq \nu;$$

és itt

$$2x(\lambda - \nu + 1)(2\nu + 1) \leq x(\lambda + 1)(\lambda + 2),$$

ha

$$2(\lambda + 1)(2\nu + 1) - 2\nu(2\nu + 1) \leq (\lambda + 1)^2 + \lambda + 1,$$

azaz

$$(\lambda + 1)^2 - (4\nu + 1)(\lambda + 1) + 2\nu(2\nu + 1) \geq 0,$$

tehát

$$[\lambda + 1 - \frac{1}{2}(4\nu + 1)]^2 \geq \frac{1}{4},$$

ami mindig fennáll.

A második segédétel teljesen elemi, de ismételt használatom, azért külön fogalmazom:

2. *Lemma.* Legyen

$$\nu l_\nu \geq -K \quad \text{és} \quad 0 \leq \delta_\nu \leq 1, \nu = 0, 1, 2, \dots;$$

akkor egyúttal

$$\nu l_\nu \delta_\nu \geq -K.$$

Az egyenlőtlenség nyilván igaz, ha $\delta_\nu = 0$; ha pedig $\delta_\nu \neq 0$, akkor

$$\nu l_\nu \delta_\nu + K = \delta_\nu \left(\nu l_\nu + \frac{1}{\delta_\nu} K \right) \geq \delta_\nu (\nu l_\nu + K) \geq 0.$$

Áttérek az Ia tétel bebizonyítására. Legyen

$$\frac{1}{2}[f(\vartheta) + f(-\vartheta)] = \varphi(\vartheta),$$

akkor (1) szerint

$$\varphi(\vartheta) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_1^\infty a_\nu \cos \nu \vartheta,$$

és (4) szerint

$$|\varphi(\vartheta)| \leq M. \quad (4')$$

Legyen rövidség kedvéért

$$s_0 = \frac{a_0}{2}, \quad s_n = s_\nu(\vartheta) = \frac{a_0}{2} + \sum_1^n a_\nu \cos \nu \vartheta;$$

(4')-ből FEJÉR közismert tétele szerint következík

$$\left| \sum_0^n s_n(\vartheta) \right| \leq (n+1)M; \quad (6)$$

nevezetesen $\vartheta = 0$ -ra, ha röviden $s_n(0) = A_n$:

$$\left| \sum_0^n A_v \right| \leq (n+1)M, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6')$$

Legyen most

$$\sum_0^n A_v = A_n^{(1)}, \quad \sum_0^n A_v^{(1)} = A_n^{(2)};$$

(6')-ből tüstént következík

$$\left| A_n^{(1)} \right| \leq (n+1)M, \quad \left| A_n^{(2)} \right| \leq M \sum_0^n (\nu+1) = \frac{1}{2}(n+1)(n+2)M, \quad (7)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

Nyilván

$$nA_n = A_{n-1}^{(1)} + \sum_1^n \nu a_\nu, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (8)$$

és hasonlóan

$$nA_n^{(1)} = A_{n-1}^{(2)} + \sum_1^n \nu A_\nu, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8')$$

Legyen röviden

$$\nu a_\nu + K = r_{\nu-1}, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots,$$

akkor (8)-ből

$$nA_n = A_{n-1}^{(1)} - nK + \sum_1^n r_{\nu-1} = A_{n-1}^{(1)} - nK + r_{n-1}^{(1)}; \quad (8'')$$

innen (3a) és (7) figyelembevételével ered

$$nA_n \geq -nM - nK, \quad \text{azaz} \quad A_n \geq -M - K, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Továbbá (8')-ből és (7)-ből

$$\sum_1^n \nu A_\nu = nA_n^{(1)} - A_{n-1}^{(2)} \leq n(n+1)M + \frac{1}{2}n(n+1)M = \frac{3}{2}n(n+1)M, \quad (9)$$

és (8'')-ből

$$\sum_1^n \nu A_\nu = A_{n-1}^{(2)} - \frac{1}{2}n(n+1)K + r_{n-1}^{(2)},$$

tehát (9) és (7) figyelembe vételével

$$r_{n-1}^{(2)} = \sum_1^n \nu A_\nu - A_{n-1}^{(2)} + \frac{1}{2} n(n+1) K \leq 2n(n+1) M + \frac{1}{2} n(n+1) K.$$

Most az 1. Lemma alkalmazásával

$$r_{n-1}^{(1)} \leq (4M + K)(2n - 1),$$

és (8'')-ből

$$nA_n \leq nM - nK + (4M + K)(2n - 1) \leq 4Mn + nK,$$

tehát

$$A_n \leq 9M + K.$$

Összefoglalva: Ha (6') és (3a) fennáll, akkor

$$-M - K \leq A_n \leq 9M + K, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

Az átmenet az $s_n(\vartheta)$ részletösszegekre a 2. Lemma segítségével történik. Legyen

$$a_\nu \frac{1 - \cos \nu \vartheta}{2} = c_\nu, \quad \sum_0^n c_\nu = C_n, \quad \sum_0^n C_\nu = C_n^{(1)},$$

akkor

$$C_0 = 0, \quad 2C_n = A_n - s_n(\vartheta), \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad (11)$$

továbbá

$$2C_n^{(1)} = A_n^{(1)} - \sum_1^n s_\nu(\vartheta).$$

Innen (6) és (6') szerint

$$|C_n^{(1)}| \leq (n+1)M, \quad n = 0, 1, 2, \dots;$$

és a 2. Lemma szerint

$$\nu c_\nu \geq -K, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots$$

Innen (10)-hez hasonlóan következik:

$$-M - K \leq C_n \leq 9M + K,$$

és (11)-ből

$$-19M - 3K \leq s_n(\vartheta) = A_n - 2C_n \leq 11M + 3K.$$

Ezzel az Ia tétel be van bizonyítva.

2. A sinussorra a következő tétel érvényes:

Ib. Legyen

$$|f(\vartheta)| \leq M, \quad |\vartheta| < \pi,$$

és

$$\nu b_\nu \geq -K \quad (K \geq 0, \nu = 1, 2, 3, \dots);$$

akkor

$$\left| \sum_1^n b_\nu \sin \nu \vartheta \right| \leq 9M + (1 + \frac{13}{2}\pi)K, \quad |\vartheta| < \pi, \quad n \geq 1. \quad (12)$$

Ha ugyanis

$$\omega(\vartheta) = \frac{f(\vartheta) - f(-\vartheta)}{2},$$

akkor

$$\omega(\vartheta) \sim \sum_1^\infty b_\nu \sin \nu \vartheta,$$

és (4) szerint

$$|\omega(\vartheta)| \leq M, \quad |\vartheta| < \pi.$$

Továbbá

$$\sum_1^\infty \frac{\sin \nu \vartheta}{\nu} = \frac{\pi - \vartheta}{2}, \quad 0 < \vartheta < \pi;$$

ha tehát röviden

$$b_\nu + \frac{K}{\nu} = \beta_\nu, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots$$

és

$$\sum_1^\infty \beta_\nu \sin \nu \vartheta \sim \Omega(\vartheta),$$

akkor

$$|\Omega(\vartheta)| \leq M + \frac{\pi}{2}K, \quad \text{és} \quad \beta_\nu \geq 0, \quad \nu \geq 1.$$

Ezért PALEY eredménye szerint

$$\left| \sum_1^n \beta_\nu \sin \nu \vartheta \right| \leq 9 \left(M + \frac{\pi}{2}K \right); \quad (13)$$

másrészt ismeretes, hogy

$$\left| \sum_1^n \frac{\sin \nu \vartheta}{\nu} \right| \leq 1 + 2\pi, \quad |\vartheta| < \pi, \quad n \geq 1.$$

Innen és (13)-ból következik a (12) egyenlőtlenség.⁴

⁴ FEJÉR közölte velem, hogy PALEY hasonló eredményre jutott.

2. §. Folytonos függvények.

1. IIa. Tétel. Legyen $f(\vartheta)$ mindenütt folytonos és

$$\nu a_\nu \geq -K, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots,$$

akkor $\sum a_\nu \cos \nu \vartheta$ egyenletesen összetartó a $(-\pi, \pi)$ intervallumban.

Mivel $\varphi(\vartheta)$ is a zárt $(-\pi, \pi)$ intervallumban folytonos, azért FEJÉR ismert tétele szerint a sor első arithmetikai közepekkel szummábilis, azaz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} \sum_0^n s_\nu(\vartheta) = \varphi(\vartheta) \quad (14)$$

egyenletesen a $-\pi \leq \vartheta \leq \pi$ intervallumban. Nevezetesen $\vartheta=0$ -ra:

$$\frac{1}{n+1} A_n^{(1)} \rightarrow \varphi(0), \quad \text{ha } n \rightarrow \infty; \quad (14')$$

innen és (3a)-ból HARDY és LANDAU [3, Satz III] egy tétele szerint következik a $\sum a_\nu$ sor összetartása. Most e tétel egy könnyű általánosítására van szükségem; ez a következő:

3. Lemma. Legyen $\sum_0^\infty u_\nu(\vartheta)$ egyenletesen szummábilis első arithmetikai közepekkel az $\alpha \leq \vartheta \leq \beta$ intervallumban, legyen továbbá $\nu u_\nu(\vartheta) \geq -K$ egyenletesen (α, β) -ban; akkor $\sum u_\nu(\vartheta)$ egyenletesen összetartó a zárt (α, β) intervallumban.

Bizonyítás: Legyen röviden

$$\sum_0^n u_\nu = U_n, \quad \sum_0^n U_\nu = U_n^{(1)};$$

nyilván

$$U_n + \dots + U_{n+\nu} = U_{n+\nu}^{(1)} - U_{n-1}^{(1)}, \quad n \geq 1, \nu \geq 0,$$

tehát

$$\frac{U_n + \dots + U_{n+\nu}}{\nu+1} = \frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} + \frac{n}{\nu+1} \left(\frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} - \frac{U_{n-1}^{(1)}}{n} \right).$$

Innen

$$\begin{aligned}
 U_n - \frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} &= \frac{n}{\nu+1} \left(\frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} - \frac{U_{n-1}^{(1)}}{n} \right) - \\
 &- \frac{1}{\nu+1} \sum_{\lambda=0}^{\nu} (U_{n+\lambda} - U_n) = \frac{n}{\nu+1} \left(\frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} - \frac{U_{n-1}^{(1)}}{n} \right) - \quad (15) \\
 &- \frac{1}{\nu+1} [\nu u_{n+1} + (\nu-1)u_{n+2} + \dots + u_{n+\nu}].
 \end{aligned}$$

Most feltevés szerint tetszésszerint adott pozitív ε esetében

$$\left| \frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} - \frac{U_{n-1}^{(1)}}{n} \right| < \varepsilon, \text{ és } nu_n(\vartheta) \geq -K, \text{ ha } n > N(\varepsilon) \text{ és } \nu \geq 0$$

egyenletesen (α, β) -ban. Ezért (15)-ből

$$U_n - \frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} < \frac{n}{\nu+1} \varepsilon + \frac{\nu}{n+1} K, \text{ ha csak } n > N(\varepsilon) \text{ és } \nu \geq 0.$$

Legyen most

$$\nu = [n\sqrt{\varepsilon}], \text{ tehát } n\sqrt{\varepsilon} - 1 < \nu \leq n\sqrt{\varepsilon},$$

akkor

$$U_n - \frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} < \sqrt{\varepsilon} + K\sqrt{\varepsilon}, \text{ ha } n > N(\varepsilon). \quad (16)$$

Hasonlóan

$$U_{n-\nu} + U_{n-\nu+1} + \dots + U_n = U_n^{(1)} - U_{n-\nu-1}^{(1)}, \quad n \geq \nu+1 \geq 1,$$

tehát

$$\frac{U_{n-\nu} + \dots + U_n}{\nu+1} = \frac{n+1}{\nu+1} \left(\frac{U_n^{(1)}}{n+1} - \frac{U_{n-\nu-1}^{(1)}}{n-\nu} \right) + \frac{U_{n-\nu-1}^{(1)}}{n-\nu},$$

és innen

$$\begin{aligned}
 U_n - \frac{U_{n-\nu-1}^{(1)}}{n-\nu} &= \frac{n+1}{\nu+1} \left(\frac{U_n^{(1)}}{n+1} - \frac{U_{n-\nu-1}^{(1)}}{n-\nu} \right) + \\
 &+ \frac{\nu u_n + (\nu-1)u_{n-1} + \dots + u_{n-\nu+1}}{\nu+1}. \quad (15')
 \end{aligned}$$

Már most feltevés szerint adott $\varepsilon > 0$ esetében

$$\left| \frac{U_n^{(1)}}{n+1} - \frac{U_{n-\nu-1}^{(1)}}{n-\nu} \right| < \varepsilon \text{ és } nu_n \geq -K, \text{ ha } n-\nu > N^*(\varepsilon)$$

egyenletesen a zárt (α, β) intervallumban. Innen és (15')-ből:

$$U_n - \frac{U_{n-\nu}^{(1)}}{n-\nu} > -\frac{n+1}{\nu+1} \varepsilon - \frac{K}{\nu+1} \left(\frac{\nu}{n} + \dots + \frac{1}{n-\nu+1} \right) \geq \\ \geq -\frac{n+1}{\nu+1} \varepsilon - \frac{\nu}{n} K.$$

Legyen ismét $\nu = [n\sqrt{\varepsilon}]$ ($\leq n-1$), akkor

$$U_n - \frac{U_{n-\nu}^{(1)}}{n-\nu} > -\frac{n+1}{n} \sqrt{\varepsilon} - K \sqrt{\varepsilon}, \quad (16')$$

hacsak $n(1 - \sqrt{\varepsilon}) > N^*$;

(16) és (16')-ből következik állításunk.

E lemmát alkalmazzuk az

$$u_\nu(\vartheta) = a_\nu \frac{1 - \cos \nu \vartheta}{2}, \quad \alpha = -\pi, \quad \beta = \pi$$

esetre; e szerint tehát $\sum a_\nu (1 - \cos \nu \vartheta)$, azaz $\sum a_\nu \cos \nu \vartheta$ is egyenletesen összetartó a zárt $(-\pi, \pi)$ intervallumban; ezzel a IIa tétel be van bizonyítva.

2. IIb Tétel. Legyen $f(\vartheta)$ mindenütt folytonos (tehát $f(0) = f(2\pi)$), és $\nu b_\nu \geq -K$ ($\nu \geq 1$); akkor $\sum_1^\infty b_\nu \sin \nu \vartheta$ egyenletesen összetartó a $(-\pi, \pi)$ zárt intervallumban.

Mint az előbbi esetben itt is rögtön következik a sor egyenletes szummabilitása $(C, 1)$ rendben; azaz ha

$$U_0 = 0, \quad U_n = \sum_1^n b_\nu \sin \nu \vartheta, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

akkor

$$(C, 1) U_n = \frac{U_n^{(1)}(\vartheta)}{n+1} \rightarrow \omega(\vartheta) \text{ egyenletesen } (-\pi, \pi)\text{-ben.} \quad (17)$$

E szerint

$$\left| \frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} - \frac{U_n^{(1)}}{n+1} \right| < \varepsilon, \quad \text{ha } n \geq N_1(\varepsilon) \text{ és } \nu \geq 1;$$

innen S. BERNSTEIN egy ismert tétele szerint:

$$\frac{1}{n+\nu} \left| D_{\vartheta} \left(\frac{U_{n+\nu}^{(1)}}{n+\nu+1} - \frac{U_n^{(1)}}{n+1} \right) \right| < 2\varepsilon, \text{ ha } n \geq N_1(\varepsilon) \text{ és } \nu \geq 1,$$

azaz

$$\frac{1}{n+\nu} \left| \sum_{\lambda=1}^{n+\nu} \frac{n+\nu-\lambda+1}{n+\nu+1} \lambda b_{\lambda} \cos \lambda \vartheta - \sum_{\lambda=1}^n \frac{n-\lambda+1}{n+1} \lambda b_{\lambda} \cos \lambda \vartheta \right| < 2\varepsilon.$$

Fix $n=N_1(\varepsilon)$ és $\nu > N_2(\varepsilon)$ mellett innen

$$\left| \sum_{\lambda=1}^{n+\nu} \frac{n+\nu-\lambda+1}{(n+\nu)(n+\nu+1)} \lambda b_{\lambda} \cos \lambda \vartheta \right| < 3\varepsilon;$$

azaz az $nb_n \cos n\vartheta$ sorozat második CESÀRO-közepei egyenletesen 0-hoz tartanak; ezt már SIDON [5] megjegyezte. Nevezetesen $\vartheta=0$ -ra a $(C, 2)$ -szummabilitásból és (3b)-ből most DOETSCH [1, Satz 1] egy tétele⁵ szerint következik a sorozat $(C, 1)$ -szummabilitása, azaz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_1^n \nu b_{\nu}}{n} = 0. \quad (18)$$

Kimutatom továbbá, hogy

$$(C, 2) nb_n \sin n\vartheta \rightarrow 0 \quad (18')$$

egyenletesen ϑ -ban;⁶ ugyanis (8)-hoz hasonlóan

$$\sum_1^n \nu b_{\nu} \sin \nu \vartheta = n U_n - U_{n-1}^{(1)}, \quad (19)$$

és innen (8') figyelembevételével

$$\sum_{\lambda=1}^n \sum_{\nu=1}^{\lambda} \nu b_{\nu} \sin \nu \vartheta = \sum_{\lambda=1}^n \lambda U_{\lambda} - \sum_{\lambda=1}^n U_{\lambda-1}^{(1)} = n U_n^{(1)} - 2 U_{n-1}^{(2)}, \quad (19')$$

ami (17) következtében egyenletesen $o(u^2)$.

⁵ Az itt használt speciális esetben e tétel lényegében megegyezik LANDAU [3] II. tételével.

⁶ ALEXITS úr egy szóbeli megjegyzése alapján eredeti bizonyításomat itt rövidíthettem.

Most már

$$nb_n \frac{1 - \sin n\vartheta}{2} \geq -K, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

tehát e sorozat $(C, 2)$ -szummabilitásából [l. (18) és (18')-t] következik DOERSCH tételének könnyű általánosítása révén

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{\nu=1}^n \nu b_\nu \sin \nu\vartheta = 0 \text{ egyenletesen } \vartheta\text{-ban,}$$

azaz (19) figyelembevételével a IIb tétel.

Az itt felhasznált segédétel a következő:

4. *Lemma.* Legyen $\sum_0^\infty u_\nu(\vartheta) = U(\vartheta)$ egyenletesen szummábilis $(C, 2)$ -rendben az (α, β) számközben; legyen továbbá

$U_n(\vartheta) \geq -K$ egyenletesen ϑ -ban minden n -re; akkor a sor. egyenletesen szummábilis $(C, 1)$ rendben.

Bizonyítás. Ha $m > n \geq 0$, akkor nyilván

$$\begin{aligned} U_m^{(2)} - U_n^{(2)} &= U_{n+1}^{(1)} + \dots + U_m^{(1)} = \\ &= (m-n) U_n^{(1)} + U_m + 2U_{m-1} + \dots + \\ &+ (m-n) U_{n+1} \geq (m-n) U_n^{(1)} - \frac{(m-n)(m-n+1)}{2} K. \end{aligned} \quad (20)$$

Hasonlóan, ha $k > n+1 > 1$

$$\begin{aligned} U_n^{(2)} - U_k^{(2)} &= -U_{n+1}^{(1)} - \dots - U_k^{(1)} = \\ &= -(k-n) U_k^{(1)} + U_{n+2} + 2U_{n+3} + \dots + (k-n-1) U_k, \end{aligned}$$

azaz

$$\begin{aligned} U_k^{(2)} - U_n^{(2)} &= (k-n) U_k^{(1)} - U_{n+2} - \dots - (k-n-1) U_k \leq \\ &\leq (k-n) U_k^{(1)} + \frac{(k-n-1)(k-n)}{2} K. \end{aligned} \quad (21)$$

Legyen most adott $\varepsilon > 0$ esetében $\varepsilon n > 1$ és

$$m = [n(1+\varepsilon)];$$

feltevés szerint

$$\left| \frac{U_m^{(2)}}{m^2} - \frac{U_n^{(2)}}{n^2} \right| < \varepsilon^2, \text{ ha } m > n > N(\varepsilon), \text{ egyenletesen } \vartheta\text{-ban.}$$

Most (20)-ból

$$(m-n) U_n^{(1)} \leq \varepsilon^2 m^2 + \frac{U_n^{(2)}}{n^2} (m^2 - n^2) + \frac{(m-n)(n\varepsilon+1)}{2} K,$$

tehát

$$\frac{U_n^{(1)}}{n} \leq \frac{\varepsilon^2 (1+\varepsilon)^2 n}{n\varepsilon-1} + (2+\varepsilon) \frac{U_n^{(2)}}{n^2} + \frac{n\varepsilon+1}{2n} K. \quad (22)$$

Hasonlóan, ha $n = [k(1-\varepsilon)]$, (21)-ből

$$(k-n) U_k^{(1)} \geq -\varepsilon^2 k^2 - \frac{U_n^{(2)}}{n^2} (k^2 - n^2) - \frac{k\varepsilon}{2} (k-n) K,$$

tehát

$$\frac{U_k^{(1)}}{k} \geq -\varepsilon - \frac{U_n^{(2)}}{n^2} (2-\varepsilon) - \frac{\varepsilon}{2} K; \quad (22')$$

(22)- és (22')-ből következik a segédétel.

3. §. Integrális függvények.

1. A következőkben legyen $f(\vartheta)$ csupán LEBESGUE értelmében integrális. Legyen a cosinussor esetében

$$\int_0^h \varphi(t) dt = sh + o(h), \quad \text{ha } h \rightarrow +0; \quad (23)$$

akkor LEBESGUE egy ismert tétele szerint az $\frac{a_0}{2} + \sum_1^\infty a_n$ sor $(C, 2)$ -rendben szummábilis és értéke s ; innen és (3a)-ból következik HARDY és LANDAU [3] tétele szerint a Σa_n sor összetartása. Legyen továbbá valamely ϑ helyen

$$\int_0^h [\varphi(\vartheta+t) + \varphi(\vartheta-t)] dt = 2h\varphi(\vartheta) + o(h), \quad \text{ha } h \rightarrow +0, \quad (24)$$

akkor LEBESGUE szerint a $\Sigma a_n \cos n\vartheta$ sor $(C, 2)$ -rendben szummábilis, tehát a $\Sigma a_n \frac{1 - \cos n\vartheta}{2}$ sor is; és mivel $\nu a_n \frac{1 - \cos n\vartheta}{2} \geq -K$, azért a $\Sigma c_n = \Sigma a_n \frac{1 - \cos n\vartheta}{2}$ sor, tehát végül a $\Sigma a_n \cos n\vartheta$ sor összetartó.

Másrészt HARDY és LITTLEWOOD [2, theorem 1a] kimutatták, hogy (3a) esetében (23) szükséges is a Σa_n sor összetartásához. Kimutatom továbbá, hogy (3a) és (23) teljesülven, a (24) feltétel szükséges a $\Sigma a_n \cos n\vartheta$ sor összetartásához. Ugyanis nyilván

$$\sum_1^\infty c_n \cos n\vartheta = \frac{1}{2} \sum_1^\infty a_n [\cos n\vartheta - \frac{1}{2} \cos n(\vartheta - t) - \frac{1}{2} \cos n(\vartheta + t)] \sim \\ \sim \frac{1}{2} [\varphi(t) - \frac{1}{2} \varphi(\vartheta - t) - \frac{1}{2} \varphi(\vartheta + t)];$$

tehát az imént idézett tétel és (23) figyelembevételével (24) is fennáll. Ezzel a következő tételt bizonyítottuk be:

IIIa. Legyen $f(\vartheta)$ L -integrális és teljesüljön (3a) és (23); akkor Σa_n összetartó; továbbá $\Sigma a_n \cos n\vartheta$ összetartásához szükséges és elegendő, hogy (24) fennálljon.

Ha még (24) egyenletesen áll fenn egy (α, β) számközben, azaz ha $\varphi(\vartheta)$ ott folytonos, akkor — miként hasonlóan könnyen kimutatható — a sor minden belső számközben egyenletesen összetartó.

2. A sinussor esetében egy segédtétele van szükségünk, mely általában a függvény ugrását határozza meg.

Legyen

$$H(r, \vartheta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\vartheta + b_n \sin n\vartheta) r^n, \quad 0 \leq r < 1,$$

$$p(r, t) = \frac{1 - r^2}{1 - 2r \cos t + r^2} = p(r, -t),$$

akkor tudvalevőleg

$$H(r, \vartheta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) p(r, t - \vartheta) dt.$$

Innen nyilván

$$D_{\vartheta} H(r, \vartheta) = \sum_1^{\infty} (nb_n \cos n\vartheta - na_n \sin n\vartheta) r^n = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) D_{\vartheta} p(r, t - \vartheta) dt = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) D_t p(r, t - \vartheta) dt = \\ = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t + \vartheta) D_t p(r, t) dt.$$

Már most

$$\int_{-\pi}^0 f(t + \vartheta) D_t p(r, t) dt = - \int_0^{\pi} f(\vartheta - t) D_t p(r, t) dt,$$

tehát

$$D_{\vartheta} H(r, \vartheta) = - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} [f(\vartheta + t) - f(\vartheta - t)] D_t p(r, t) dt; \quad (25)$$

továbbá

$$\int_0^{\pi} D_t p(r, t) dt = p(r, \pi) - p(r, 0) = - \frac{4r}{1-r^2}. \quad (26)$$

Bebizonyítjuk most e tételt:

IV. Létezzék a

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{1}{h} \int_0^h [f(\vartheta + t) - f(\vartheta - t)] dt = g(\vartheta); \quad (27)$$

akkor

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} (1-r) D_{\vartheta} H(r, \vartheta) = \frac{1}{\pi} g(\vartheta). \quad (28)$$

Ha nevezetesen

$$f(\vartheta + h) - f(\vartheta - h) \rightarrow g(\vartheta), \quad h \rightarrow +0,$$

akkor (27) nyilván teljesül; ebben az esetben g a függvény ugrása a ϑ helyen. Ennek meghatározására először FEJÉR adott módszereket.

Nyilván

$$D_t p(r, t) = - \frac{2r(1-r^2) \sin t}{(1-2r \cos t + r^2)^2} > 0, \quad 0 < t < \pi;$$

legyen röviden

$$f(\vartheta + t) - f(\vartheta - t) - g(\vartheta) = F(t, \vartheta), \quad \int_0^t F(\tau, \vartheta) d\tau = \phi(t, \vartheta).$$

Most (25) és (26) szerint

$$D_{\vartheta} H(r, \vartheta) - \frac{2r}{\pi} \frac{g(\vartheta)}{1-r^2} = - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} F(t, \vartheta) D_t p(r, t) dt, \quad (29)$$

és (27) szerint adott $\varepsilon > 0$ esetében

$$|\phi(t, \vartheta)| \leq \varepsilon t, \quad \text{ha} \quad 0 \leq t \leq \delta(\varepsilon) < \pi.$$

Parciális integrálással adódik

$$\begin{aligned} \int_0^\delta F(t, \vartheta) \frac{\sin t \, dt}{(1 - 2r \cos t + r^2)^2} &= \frac{\sin \delta \phi(\delta, \vartheta)}{(1 - 2r \cos \delta + r^2)^2} - \\ &- \int_0^\delta \frac{\cos t \phi(t, \vartheta) \, dt}{(1 - 2r \cos t + r^2)^2} + \int_0^\delta \frac{4r \sin^2 t \phi(t, \vartheta) \, dt}{(1 - 2r \cos t + r^2)^3} = \\ &= G_1 + G_2 + G_3 \text{ (rövid jelöléssel).} \end{aligned}$$

Itt nyilván

$$|G_1| \leq \frac{\varepsilon \delta^2}{4r^2(1 - \cos \delta)^2} < \frac{\varepsilon}{1 - r}, \text{ ha } 1 - r < \varrho_1(\varepsilon);$$

Továbbá ⁷

$$\begin{aligned} |G_2| &\leq \varepsilon \int_0^\delta \frac{t \, dt}{(1 - 2r \cos t + r^2)^2} = \varepsilon \int_0^\delta \frac{t \, dt}{\left[(1 - r)^2 + 4r \sin^2 \frac{t}{2}\right]^2} < \\ &< \varepsilon \int_0^\delta \frac{t \, dt}{\left[(1 - r)^2 + 4r \frac{t^2}{\pi^2}\right]^2} < \varepsilon \pi^2 \int_0^\infty \frac{t \, dt}{[(1 - r)^2 + rt^2]^2}, \end{aligned}$$

és a $t = \frac{1 - r}{\sqrt{r}} \tau$ helyettesítéssel

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{t \, dt}{[(1 - r)^2 + rt^2]^2} &= \frac{(1 - r)^2}{r} \int_0^\infty \frac{\tau \, d\tau}{[(1 - r)^2 + (1 - r)^2 \tau^2]^2} = \\ &= \frac{1}{r(1 - r)^2} \int_0^\infty \frac{t \, dt}{(1 + t^2)^2}; \end{aligned}$$

tehát

$$|G_2| < \frac{\varepsilon \pi^2}{r(1 - r)^2} \int_0^\infty \frac{t \, dt}{(1 + t^2)^2} = \frac{\varepsilon \pi^2}{r(1 - r)^2} I_1 \text{ (röviden).}$$

⁷ Hasonló lebecslést már HARDY (Trans. Amer. Math. Soc. 17, 1916, p. 305) alkalmazott.

Végül

$$|G_3| < 4\varepsilon \int_0^{\delta} \frac{t^3 dt}{(1 - 2r \cos t + r^2)^3} < 4\varepsilon \int_0^{\delta} \frac{t^3 dt}{\left[(1-r)^2 + r \frac{t^2}{\pi}\right]^3} < \\ < 4\pi\varepsilon \int_0^{\infty} \frac{t^3 dt}{[(1-r)^2 + rt^2]^3},$$

és itt

$$\int_0^{\infty} \frac{t^3 dt}{[(1-r)^2 + rt^2]^3} = \frac{(1-r)^4}{r^2} \int_0^{\infty} \frac{\tau^3 d\tau}{[(1-r)^2(1+\tau^2)]^3} = \\ = \frac{1}{r^2(1-r)^2} \int_0^{\infty} \frac{t^3 dt}{(1+t^2)^3} = \frac{1}{r^2(1-r)^2} I_2,$$

tehát

$$|G_3| < \frac{4\pi^3\varepsilon}{r^2(1-r)^2} I_2.$$

Összefoglalva

$$\left| \int_0^{\delta} F(t, \vartheta) D_t p(r, t) dt \right| \leq 2r(1-r^2) |G_1 + G_2 + G_3| < \\ < \frac{\varepsilon}{1-r} \left(2 + 4\pi^2 I_1 + \frac{16\pi^3}{r} I_2 \right), \quad 1-r < \varrho_1(\varepsilon).$$

Most még

$$\left| \int_0^{\pi} F(t, \vartheta) D_t p(r, t) dt \right| \leq 4r(1-r) \int_0^{\pi} |F(t, \vartheta)| \frac{t dt}{(1-2r \cos t + r^2)^2} \leq \\ \leq \frac{1-r}{r(1-\cos \delta)^2} \int_0^{\pi} |F(t, \vartheta)| dt < \varepsilon, \quad \text{ha } 1-r < \varrho_2(\varepsilon) < \varrho_1;$$

e két egyenlőtlenségből és (29)-ből közvetlenül ered (28).

Legyen most

$$\frac{1}{h} \int_0^h [\omega(t) - \omega(-t)] dt \rightarrow d, \quad h \rightarrow +0, \quad (30)$$

azaz

$$\frac{2}{h} \int_0^h \omega(t) dt \rightarrow d, \quad h \rightarrow +0;$$

akkor a IV. tétel szerint

$$(1-r) \sum_1^{\infty} \nu b_\nu r^\nu \rightarrow \frac{d}{\pi}, \quad r \rightarrow 1-0.$$

Innen és (3b)-ből azonnal adódik [SZÁSZ 6, Satz 2]

$$\frac{1}{n} \sum_1^n \nu b_\nu \rightarrow \frac{d}{\pi}, \quad n \rightarrow \infty. \quad (31)$$

Legyen most

$$\int_0^h [\omega(\vartheta + t) + \omega(\vartheta - t)] dt = 2h\omega(\vartheta) + o(h), \quad (32)$$

akkor LEBESGUE szerint a $\sum \nu b_\nu \sin \nu \vartheta$ sor $(C, 2)$ -rendben szummabilis; legyen röviden

$$\sum_1^\lambda \nu b_\nu \sin \nu \vartheta = V_\lambda, \quad \sum_1^n V_\lambda = V_n^{(1)},$$

akkor (19') szerint

$$V_n^{(1)} = nU_n^{(1)} - 2U_{n-1}^{(2)}.$$

Innen

$$V_n^{(2)} = \sum_1^n V_\nu^{(1)} = \sum_1^n \nu U_\nu^{(1)} - 2U_{n-1}^{(3)} = nU_n^{(2)} - 3U_{n-1}^{(3)} = o(n^3),$$

és ismét DOETSCH [1] tételét alkalmazva az $nb_n (1 - \sin n\vartheta)$ sorozatra, (31) figyelembevételével:

$$V_n^{(1)} = o(n^2), \quad V_n = o(n);$$

innen pedig közvetlenül ered a $\sum \nu b_\nu \sin \nu \vartheta$ sor összetartása. Bebizonyítottuk tehát e tételt:

V. Ha $f(\vartheta)$ L -integrális és (3b) és (30) fennáll, akkor érvényes a (31) reláció és a $\sum \nu b_\nu \sin \nu \vartheta$ sor összetartó minden oly helyen, amelyen (32) teljesül.

Ha (32) egyenletesen áll fenn az (α, β) számközben, azaz $\omega(\vartheta)$ ott folytonos, akkor hasonlóan mutatható ki a $\sum \nu b_\nu \sin \nu \vartheta$ sor egyenletes összetartása minden belső számközben.

3. Az V. tétel szintén megfordítható, azaz:

VI. Ha (3b) és (30) fennáll, akkor (32) szükséges feltétele a $\sum \nu b_\nu \sin \nu \vartheta$ sor összetartásának.

Legyen ugyanis $\sum_1^{\infty} b_\nu \sin \nu \vartheta = \omega(\vartheta)$; nyilván

$$\begin{aligned} \frac{1}{2h} \int_0^h [\omega(\vartheta+t) + \omega(\vartheta-t)] dt &= \sum_1^{\infty} b_\nu \sin \nu \vartheta \frac{\sin \nu h}{\nu h} = \\ &= \sum_1^n + \sum_{n+1}^{\lambda_n} + \sum_{1+\lambda_n}^{\infty} = S_1 + S_2 + S_3, \end{aligned}$$

ahol $0 < n < \lambda_n$. Legyen most adva $\varepsilon > 0$, és legyen $n = \left\lceil \frac{\varepsilon}{h} \right\rceil$, akkor

$$\left| \omega - \sum_1^n b_\nu \sin \nu \vartheta \right| < \varepsilon^2, \quad \text{ha} \quad h < h_0(\varepsilon);$$

és most

$$\begin{aligned} |S_1 - \omega| &= \left| \sum_1^n b_\nu \sin \nu \vartheta - \omega + \sum_1^n b_\nu \sin \nu \vartheta \left(\frac{\sin \nu h}{\nu h} - 1 \right) \right| < \\ &< \varepsilon^2 + \sum_1^n |b_\nu| \left(1 - \frac{\sin \nu h}{\nu h} \right). \end{aligned}$$

Itt nyilván

$$1 - \frac{\sin \nu h}{\nu h} \leq \frac{1}{6} (\nu h)^2,$$

tehát

$$|S_1 - \omega| < \varepsilon^2 + nh^2 \sum_1^n \nu |b_\nu|, \quad \text{ha} \quad h < h_0(\varepsilon).$$

De (31)-ből következik egy q állandó létezése, úgyhogy

$$\left| \sum_1^n \nu b_\nu \right| < q \cdot n, \quad n = 1, 2, 3, \dots;$$

továbbá (3b) szerint

$$\nu(b_\nu - |b_\nu|) \geq -2K, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots,$$

tehát

$$\sum_1^n \nu |b_\nu| \leq \sum_1^n \nu b_\nu + 2nK < n(q + 2K), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

E szerint

$$|S_1 - \omega| < \varepsilon + n^2 h^2 (q + 2K) \leq \varepsilon^2 + \varepsilon^2 (q + 2K), \quad h < h_0(\varepsilon).$$

Legyen most röviden

$$\sum_1^n \nu |b_\nu| = \sigma_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

$$\tau_{n,m} = \sum_n^m \frac{|b_\nu|}{\nu} = \sum_n^m \frac{\sigma_\nu - \sigma_{\nu-1}}{\nu^2} = -\frac{\sigma_{n-1}}{n^2} + \frac{\sigma_m}{m^2} +$$

$$+ \sum_n^{m-1} \sigma_\nu \left(\frac{1}{\nu^2} - \frac{1}{(\nu+1)^2} \right), \quad 1 < n < m;$$

innen

$$|\tau_{n,m}| < \frac{q+2K}{m} + (q+2K) \sum_n^{m-1} \nu \frac{2\nu+1}{\nu^2(\nu+1)^2} < \frac{q+2K}{m} +$$

$$+ 2(q+2K) \sum_n^{m-1} \frac{1}{\nu(\nu+1)} < \frac{2(q+2K)}{n};$$

tehát $\sum_n^\infty \frac{|b_\nu|}{\nu} = \tau_n$ összetartó, és $\tau_n < \frac{2(q+2K)}{n}$.

Most

$$|S_s| \leq \frac{1}{h} \sum_{1+\lambda_n}^\infty \frac{|b_\nu|}{\nu} < \frac{2(q+2K)}{h(1+\lambda_n)};$$

legyen

$$\lambda_n = \left[\frac{\pi}{h\varepsilon} \right],$$

akkor tehát $1 + \lambda_n > \frac{\pi}{h\varepsilon}$, és $|S_s| < (q+2K)\varepsilon$.

Végül az $S_2 = \sum_{\left[\frac{\varepsilon}{h}\right] + 1}^{\left[\frac{\pi}{h\varepsilon}\right]} b_\nu \sin \nu \vartheta \cdot \frac{\sin \nu h}{\nu h}$ összeg $2 \left[\frac{1}{\varepsilon} \right]$ számú részösszegre bontható, amelyek mindegyikében $\frac{\sin \nu h}{\nu h}$ monoton; és innen parciális szummálással ered

$$|S_2| < 4 \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \varepsilon^2 = 4\varepsilon.^8$$

E becslésekből közvetlenül adódik a VI. tétel.

⁸ Hasonló megbecsléseket alkalmaztak HARDY és LITTLEWOOD [2, p. 20—22].

Irodalom.

1. G. DOETSCH, Über die Cesàrosche Summabilität..., Math. Zeitsch. 11 (1921), 161—179.
 2. HARDY és LITTLEWOOD, Two theorems concerning Fourier series, Journal London Math. Soc. 1 (1926), 19—25.
 3. E. LANDAU, Über die Bedeutung einiger neuen Grenzwertsätze..., Prace Mat.—Fiz. 21 (1910), 97—177.
 4. R. E. A. C. PALEY, On Fourier series with positive coefficients, Journal London Math. Soc. 7 (1932), 205—208.
 5. S. SIDON, Bestimmung des Sprunges einer Funktion... (ungarisch) Math. és Phys. Lapok 27 (1918), 309—311.
 6. O. Szász, Verallgemeinerung eines Littlewoodschen Satzes..., Journal London Math. Soc. 3 (1928), 256—262.
-

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. június hó 12.-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE BESCHRÄNKTHEIT DER PARTIALSUMMEN UND ÜBER DIE KONVERGENZ DER FOURIERSCHEN REIHE.

Von OTTÓ SZÁSZ.

In Verallgemeinerung einiger neuerer Resultate (besonders von PALEY) beweise ich folgende Sätze:

Es sei

$$f(\vartheta) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} (a_{\nu} \cos \nu \vartheta + b_{\nu} \sin \nu \vartheta);$$

$\alpha)$ aus $|f(\vartheta)| \leq M (|\vartheta| < \pi)$ und aus $\nu a_{\nu} \geq -K (K \geq 0, \nu \geq 1)$ folgt

$$\left| \frac{a_0}{2} + \sum_1^n a_{\nu} \cos \nu \vartheta \right| \leq 19M + 3K, \quad |\vartheta| < \pi, \quad n \geq 1.$$

$\beta)$ Aus $|f(\vartheta)| \leq M$ und $\nu b_{\nu} \geq -K$ folgt

$$\left| \sum_1^n b_{\nu} \sin \nu \vartheta \right| \leq 9M + (1+7\pi)K.$$

$\gamma)$ Ist $f(\vartheta)$ überall stetig und $\nu a_{\nu} \geq -K$, so konvergiert $\sum a_{\nu} \cos \nu \vartheta$ gleichmässig in jedem endlichen Intervall.

$\delta)$ Ist $f(\vartheta)$ überall stetig und $\nu b_{\nu} \geq -K$, so konvergiert $\sum b_{\nu} \sin \nu \vartheta$ gleichmässig in jedem endlichen Intervall.

$\varepsilon)$ Ist $f(\vartheta)$ L -integrierbar, $\nu a_{\nu} \geq -K (\nu \geq 1)$, und

$$\int_0^h [f(t) + f(-t)] dt = 2sh + o(h), \quad h \rightarrow +0,$$

so ist zur Konvergenz der Reihe $\sum a_{\nu} \cos \nu \vartheta$ notwendig und hinreichend:

$$\int_0^h [f(\vartheta+t) + f(\vartheta-t) + f(-\vartheta-t) + f(-\vartheta+t)] dt = \\ = 2h [f(\vartheta) + f(-\vartheta)] + o(h).$$

x) Ist $f(\vartheta)$ L -integrierbar, $\nu b_\nu \geq -K$ ($\nu \geq 1$), und

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{2}{h} \int_0^h \omega(t) dt = d, \quad 2\omega(t) = f(t) - f(-t),$$

so ist zur Konvergenz der Reihe $\sum b_\nu \sin \nu \vartheta$ notwendig und hinreichend:

$$\int_0^h [\omega(\vartheta+t) + \omega(\vartheta-t)] dt = 2h\omega(\vartheta) + o(h), \quad h \rightarrow +0.$$

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Juni 1933.)

LAGRANGE-FÉLE RESOLVENSEK SZORZÁSA MAGASABBFOKÚ KÖROSZTÁSI SZÁMTESTEK BEN.

TIHANYI MIKLÓS-tól.

A p -edik egységgyökös körosztási számtestekben a LAGRANGE-féle resolvens főbb tulajdonságai eléggé ismeretesek; e főbb tulajdonságok két resolvens szorzatára vezethetők vissza. Ha p -t páratlan törzsszámnak minősítjük, és

$$f(x) = x^{p-1} + x^{p-2} + \dots + x + 1 = 0$$

irreducibilis egyenlet egyik gyökét r -rel jelöljük, akkor r tulajdonképpen p -edik primitív egységgyök, és

$$r = e^{\frac{2\pi i}{p}}$$

alakkal is jelezhető, ahol e a természetes logaritmusrendszer alapszáma. Ha még az

$$\omega = e^{\frac{2\pi i}{p-1}}$$

alakban jelentkező primitív egységgyököt is bevezetjük, akkor a LAGRANGE-féle resolvensre a jól ismert (ω, r) jelzést használva írhatjuk, hogy

$$(\omega, r) = \sum_{\mu=1}^{p-1} \omega^{\text{ind } \mu} r^{\mu}, \quad \text{vagy} \quad (\omega^h, r) = \sum_{\mu=1}^{p-1} \omega^{h \text{ ind } \mu} r^{\mu};$$

itt μ végigfutja p modulus minden maradékát, amely p -hez viszonylagos törzsszám, vagyis

$$(\mu, p) = 1.$$

A fentiek értelmében két resolvens szorzatát az

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = (\omega^{h+k}, r) \sum_{\mu=1}^{p-2} \omega^{h \text{ ind } \mu - (h+k) \text{ ind } (1+\mu)}$$

jól ismert formula szemlélteti, és e formula megadja az alapot ahhoz, hogy az itt szereplő resolvens főbb tulajdonságaihoz hozzáférjünk; meg kell azonban jegyeznünk, hogy $(h+k)$ nem osztható $(p-1)$ -gyel; ekkor ugyanis formulánk

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = (-1)^h p$$

alakot ölt; azt is hangsúlyoznunk kell, hogy sem h , sem k nem osztható $(p-1)$ -gyel, mert ez esetben

$$(\omega^h, r) = (\omega^k, r) = -1,$$

és így a további tárgyalás önként elesik.¹

Ha most r és ω primitív egységgyökök fogalmát szélesebb területre vonatkoztatjuk, és

$$r = e^{\frac{2\pi i}{p^n}}, \quad \omega = e^{\frac{2\pi i}{(p-1)p^n}} \quad 1$$

jelzések értelmében magasabbfokú körosztási számtestekre megyünk át, akkor a LAGRANGE-féle resolvensre vonatkozó ismereteink lényegesen megszűkülnek, és inkább csak kivételes esetekre szorítkoznak; nevezetesen hivatkozhatunk az

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = (-1)^h p^n$$

formulára, amely

$$(h+k) \equiv 0 \pmod{(p-1)p^{n-1}}$$

feltevés mellett érvényes; vagy megemlíthetjük még, hogy

$$(\omega^h, r) = 0,$$

ha h osztható p -vel.²

Ezzel lényegében ki is meritettük e magasabbfokú resolvensekre vonatkozó ismereteinket; mint látjuk, a resolvensek szorzását tárgyaló feladat még megoldásra vár. Mielőtt azonban ezen feladatba kezdenénk, előkészítésül p^n modulus számára alkalmas kongruenciális primitív gyököt kell keresnünk; ezen kongruenciális gyököt oly értelemben állapítjuk meg, hogy

$$g^{p^n-1} \equiv p+1 \pmod{p^2}$$

¹ P. BACHMANN: Die Lehre von der Kreistheilung, 1872. 83—87. l.

² H. WEBER: Lehrbuch der Algebra, II. k. 1899. 69—72. l.

kongruenciának eleget tegyünk; ezen kongruenciából azután ismételt p -re való hatványozással

$$g^{(p-1)p^{n-2}} \equiv p^{n-1} + 1 \pmod{p^n} \quad (1)$$

kongruenciát nyerjük, amelyre a továbbiakban hivatkozni fogunk. Az alapul vett

$$g^{p-1} \equiv p + 1 \pmod{p^2}$$

kongruenciának igazolására figyelembe vesszük, hogy $(p+1)$ szám p^2 modulusra vonatkozólag p kitevőhöz tartozik, amint ezt

$$(p+1)^t \equiv tp + 1 \pmod{p^2}$$

kongruencia világosan jelzi; ha tehát p^2 modulusnak egyik tetszőleges primitív kongruenciális gyökét g_1 -gyel jelezzük, akkor

$$g_1^{e(p-1)} \equiv p + 1 \pmod{p^2}$$

helytálló kongruenciát írhatjuk fel, amelyben

$$(e, p) = 1$$

feltétel magától értetődik. Már most, ha egyúttal

$$(e, p-1) = 1$$

kikötés is fennáll, akkor

$$g_1^e \equiv g \pmod{p^2}$$

kongruenciával a kívánt primitív kongruenciális gyököt g -ben már meg is kaptuk. Ellenkező esetben

$$g_1^{(xp+e)(p-1)} \equiv g_1^{e(p-1)} \equiv p + 1 \pmod{p^2}$$

kongruencia alapján a

$$g_1^{xp+e} \equiv g \pmod{p^2}$$

összefüggés adja meg a kívánt kongruenciális gyököt, g -t, amennyiben x értékét úgy szabjuk meg, hogy

$$x + e = p$$

egyenlőségnek eleget tegyen; ekkor ugyanis $(xp + e)$ és $(p - 1)$ számok nem rendelkeznek közös osztóval, hiszen minden ilyen közös osztó megvolna

$$(xp + e) - x(p - 1) = x + e = p$$

számban is, ami pedig lehetetlen.

Ugyancsak előkészítésül megemlítjük a fent említett egyszerűbb resolvensre érvényes

$$(\omega^h, r^v) = \omega^{-h \text{ ind } v} (\omega^h, r)$$

kapcsolatot is, amelyet könnyen igazolhatunk az imént bevezetett magasabbfokú resolvensekre is. Az

$$(\omega^h, r) = \sum_{\mu=1}^{p^n-1} \omega^{h \text{ ind } \mu} r^\mu$$

resolvensben μ felveszi a p^n modulus minden oly maradékszámát, amely p -hez viszonylagos törzsszám, vagyis

$$(\mu, p) = 1;$$

legyen még

$$\mu \equiv g^\lambda \pmod{p^n},$$

akkor (ω^h, r) értéke:

$$(\omega^h, r) = \sum_{\lambda=1}^{(p-1)p^{n-1}} \omega^{h\lambda} r^{g^\lambda}$$

alakban jelentkezik. Ha még v -re a

$$v \equiv g^q \pmod{p^n}$$

kongruenciális kikötést tesszük, akkor

$$(\omega^h, r^{g^q}) = \sum_{\lambda=1}^{(p-1)p^{n-1}} \omega^{h\lambda} r^{g^{q+\lambda}} = \omega^{-hq} \sum_{\lambda=1}^{(p-1)p^{n-1}} \omega^{h(q+\lambda)} r^{g^{q+\lambda}}$$

összefüggésre jutunk; ámde, ha λ végigfutja az

$$1, 2, 3, \dots, (p-1)p^{n-1}$$

sorozatot, akkor $(q + \lambda)$ is ugyanazon sorozatot adja $(p-1)p^{n-1}$ modulus szerint, csak más sorrendben; így tehát

$$(\omega^h, r^{g^\lambda}) = \omega^{-hq} (\omega^h, r),$$

vagy más alakban

$$(\omega^h, r^v) = \omega^{-h \text{ ind } v} (\omega^h, r). \quad (2)$$

1. Ezen előkészítés után áttérünk első tételünkre, mely a következő formulában nyer kifejezést:

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = (\omega^{h+k}, r) \sum_{\mu=1}^{p^n-2} \omega^{h \text{ ind } \mu - (h+k) \text{ ind } (1+\mu)}; \quad (3)$$

itt μ értékei már kettős követelménynek tesznek eleget:

$$(\mu, p) = 1, (1 + \mu, p) = 1.$$

A két resolvenst

$$(\omega^h, r) = \sum_{\mu=1}^{p^n-1} \omega^{h \text{ ind } \mu} r^{\mu}, \quad (\omega^k, r) = \sum_{\mu_1=1}^{p^n-1} \omega^{k \text{ ind } \mu_1} r^{\mu_1}$$

alakban vezetjük be; h és k értékénél figyelembe kell vennünk

$$(h, p) = 1, (k, p) = 1, (h + k, p) = 1$$

követelményeket, hiszen ellenkező esetben a resolvens értéke 0.

A két resolvens szorzata

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = \sum_{\mu=1}^{p^n-1} \sum_{\mu_1=1}^{p^n-1} \omega^{h \text{ ind } \mu + k \text{ ind } \mu_1} r^{\mu + \mu_1}$$

alakkal jelezhető; vegyünk most adott μ_1 mellett μ helyett $\mu\mu_1$ -et, akkor μ és $\mu\mu_1$ ugyanazon maradék-sorozatot adják p^n modulus szerint, csak más sorrendben; ez alapon a fenti szorzat

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = \sum_{\mu=1}^{p^n-1} \omega^{h \text{ ind } \mu} \sum_{\mu_1=1}^{p^n-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } \mu_1} r^{(1+\mu) \mu_1}$$

alakba megy át. Ámde

$$\sum_{\mu_1=1}^{p^n-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } \mu_1} r^{(1+\mu) \mu_1} = (\omega^{h+k}, r^{1+\mu}),$$

ha μ -nek csak oly értékeit vesszük használatba, amelyekre

$$(1 + \mu, p) = 1$$

feltétel érvényes; ekkor ugyanis $r^{1+\mu}$ szintén primitív egység-gyök. Ha még a (2) alapján

$$(\omega^{h+k}, r^{1+\mu}) = \omega^{-(h+k) \text{ ind } (1+\mu)} (\omega^{h+k}, r)$$

helyettesítéssel élünk, akkor

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = (\omega^{h+k}, r) \sum_{\mu=1}^{p^{n-2}} \omega^{h \text{ ind } \mu - (h+k) \text{ ind } (1+\mu)}$$

eredményre jutunk, mely már a két resolvens szorzatát adja. Itt újból hangsúlyozzuk, hogy μ

$$(\mu, p) = 1, (1 + \mu, p) = 1$$

feltevéseknek tesz eleget, ugyanakkor h és k

$$(h, p) = 1, (k, p) = 1, (h + k, p) = 1$$

követelményeknek tesz eleget. E megszorítások figyelmeztetnek bennünket, hogy a szorzás első tétele csak arra az esetre szorítkozik, midőn $(h+k)$ nem osztható p -vel; másrészt nem szabad felednünk, hogy μ -nek azon értékeiről is el kell számolnunk, melyekre

$$1 + \mu \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruencia érvényes. Ebben az esetben

$$\mu = lp - 1,$$

ahol

$$l = 1, 2, 3, \dots, p^{n-1}.$$

A fenti bizonyításban elejtett tagok a

$$\sum_{l=1}^{p^{n-1}} \omega^{h \text{ ind } (lp-1)} \sum_{\mu_1=1}^{p^{n-1}} \omega^{(h+k) \text{ ind } \mu_1} \gamma^{lp\mu_1}$$

összegezésből adódnak. Ha az összegezést először μ_1 -gyel végezzük, s e célból

$$\mu_1 = sp^{n-1} + m$$

felbontással élünk, akkor tudnunk kell, hogy m végigfutja p^{n-1} modulus maradékait.

$$(m, p) = 1$$

feltevésnek megfelelően, míg s

$$0, 1, 2, \dots, (p-1)$$

értékkel szerepel. Ha most visszagondolunk az (1) alatt levő kongruenciára:

$$g^{(p-1)p^{n-2}} \equiv p^{n-1} + 1 \pmod{p^n},$$

és ebből s -re való hatványozással

$$g^{s(p-1)p^{n-2}} \equiv sp^{n-1} + 1 \pmod{p^n}$$

kongruenciára megyünk át, akkor

$$g^t \equiv m \pmod{p^n}$$

kongruenciával való szorzás után

$$g^{t+s(p-1)p^{n-2}} \equiv msp^{n-1} + m \pmod{p^n} \quad (a)$$

összefüggést nyerjük. Minthogy állandó m mellett

$$s = 0, 1, 2, \dots, p-1$$

sorozatot ms is kiadja p modulus szerint, csak más sorrendben, azért μ_1 számára

$$\mu_1 = msp^{n-1} + m$$

felbontással is élhetünk; másrészt

$$r^{lp\mu_1} = r^{lp(msp^{n-1}+m)} = r^{lpm}$$

egyszerűsítésre támaszkodva, írhatjuk a fenti összegezésre:

$$\sum_{\mu_1=1}^{p^n-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } \mu_1} r^{lp\mu_1} = \sum_{s, m} \omega^{(h+k) \text{ ind } (msp^{n-1}+m)} r^{lpm}.$$

Egyelőre csak s -sel végezzük az összegezést, és rövidség kedvéért

$$\tau = (p-1)p^{n-2}$$

helyettesítést alkalmazunk; ez úton (a) alapján

$$\begin{aligned} \sum_{s=0}^{p-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } (msp^{n-1}+m)} r^{lpm} &= r^{lpm} \omega^{(h+k)t} [1 + \omega^{(h+k)\tau} + \\ &+ \omega^{(h+k)2\tau} + \dots + \omega^{(h+k)(p-1)\tau}] \end{aligned}$$

eredményt nyerjük, melynek egyszerűbb alakot is adhatunk:

$$\sum_{s=0}^{p-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } (msp^{n-1}+m)} r^{lpm} = r^{lmp} \omega^{(h+k)t} \left[\frac{\omega^{(h+k)(p-1)p^{n-1}-1}}{\omega^{(h+k)(p-1)p^{n-2}-1}} \right];$$

minthogy feltevésünk szerint $(h+k)$ nem osztható p -vel, és így

$$\omega^{(h+k)(p-1)p^{n-2}} \neq 1,$$

de már

$$\omega^{(h+k)(p-1)p^{n-1}} = 1,$$

azért az s szerint való összegezés eredménye 0. Ámde ez az eljárás m -nek bármely értéke mellett alkalmazható, azért a $\mu = lp - 1$ értékek valóban mellőzhetők az összegezésben.

2. A resolvensok szorzásának első tétele azon kikötéssel érvényes, hogy $(h + k)$ nem osztható p -vel; nagyon világos, hogy teljesség kedvéért azon esetre is ki kell térnünk, midőn

$$h + k \equiv 0 \pmod{p^a}$$

kongruenciális feltevessel állunk szemben.

A resolvensok szorzatának kifejtésében két részt különböztethetünk meg: első esetben μ értékei között csak azokat vesszük figyelembe, amelyek

$$1 + \mu \not\equiv 0 \pmod{p}$$

feltevésnek eleget tesznek; a második esetben μ értékeit

$$1 + \mu \equiv 0 \pmod{p^x}$$

követelménynek vetjük alá. Jelen vizsgálatunkban az első esettel, midőn

$$1 + \mu \not\equiv 0 \pmod{p},$$

röviden végezhetünk; ekkor ugyanis a szorzat idevágó része 0:

$$(\omega^{h+k}, r) \sum_{\mu=1}^{p^{n-2}} \omega^{h \text{ ind } \mu - (h+k) \text{ ind } (1+\mu)} = 0;$$

hiszen

$$(\omega^{h+k}, r) = 0,$$

mert $(h + k)$ osztható p -vel.

Fennmarad tehát a szorzat azon részének vizsgálata, amelynél

$$1 + \mu \equiv 0 \pmod{p^x},$$

vagyis

$$\mu = lp^x - 1,$$

ahol l értékét

$$1, 2, 3, \dots, p^{n-x} - 1$$

sorozat és $(l, p) = 1$ feltevés állapítja meg. Ez utóbbi feltevések értelmében

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = \sum_{l=1}^{p^{n-x}-1} \omega^{h \text{ ind } (lp^x-1)} \sum_{\mu_1=1}^{p^{n-1}} \omega^{(h+k) \text{ ind } \mu_1} r^{lp^x \mu_1}.$$

Az összegezést először μ_1 értékeivel végzem, még pedig μ_1 -nek oly felbontásával, amely

$$1 + \mu = lp^x$$

követelménynek leginhább megfelel; ezt

$$\mu_1 = sp^{n-x} + m \quad (b)$$

alakkal érem el; itt m szám p^{n-x} modulus maradékait jelenti

$$(m, p) = 1$$

kikötésnek megfelelően, míg s a

$$0, 1, 2, \dots (p^x - 1)$$

számsorral azonos. Látjuk tehát, hogy μ_1 fenti felbontásával μ_1 értékeit

$$\varphi(p^{n-x}) = (p - 1) p^{n-x-1}$$

sorozatba osztottuk, és minden sorozatba p^x számú tagot rendeltünk. Minden sorozatban lesz egy oly szám, melynek indexe p^n modulus szerint a legkisebb; ha ezen számot egy tetszőleges sorozatban az

$$s_1 p^{n-x} + m \equiv g^a \pmod{p^n}$$

kongruenciával jellemezzük, akkor a vizsgált sorozatban a legkisebb index a . Ha a kérdéses sorozat egy tetszőleges tagja

$$sp^{n-x} + m \equiv g^{\lambda} \pmod{p^n}$$

kongruenciának tesz eleget, akkor e sorozaton belül

$$g^{\lambda} \equiv g^a \pmod{p^{n-x}}$$

kongruencia érvényes, amiből

$$g^{\lambda-a} \equiv 1 \pmod{p^{n-x}}$$

kongruenciális összefüggés alapján következik, hogy

$$\lambda - a = t(p - 1)p^{n-x-1},$$

vagyis

$$\lambda = a + t(p - 1)p^{n-x-1}.$$

Ezen utóbbi formulában szereplő a és t mennyiségekre néhány megjegyzést kell tennünk; ha 1 indexét p^n modulusra vonat-

közöleg $(p-1)p^{n-1}$ értékben szögezzük le, akkor minden további nélkül átlátjuk, hogy α -ra

$$\alpha \geq 1$$

feltevés érvényesül; minthogy továbbá λ legnagyobb értéke megállapodásunk szerint $(p-1)p^{n-1}$, a λ -t jellemző fenti formula t -re

$$t < p^x$$

követelményt állítja fel, vagyis az egyes sorozatokban t értékei a

$$0, 1, 2, \dots (p^x - 1)$$

számsort adják. Az egyes sorozatokban α értéke más és más, de $(p-1)p^{n-x-1}$ -nél nagyobb nem lehet, amint ezt λ és t legnagyobb értékei a λ -ra szóló formulában megszabják; α értékét tehát a különböző sorozatokban az

$$1, 2, 3, \dots (p-1)p^{n-x-1}$$

számsorból kell venni.

Ezen előkészítés után visszatérünk tulajdonképpeni feladatunkra, és a két resolvens szorzatát a fenti felbontásnak megfelelően írjuk fel:

$$(\omega^h, r)(\omega^k, r) = \sum_{l=1}^{p^{n-x-1}} \omega^{h \text{ ind } (lp^{x-1})} \sum_{s, m} \omega^{(h+k) \text{ ind } (sp^{n-x+m})} r^{lp^x (sp^{n-x+m})},$$

minthogy

$$r^{lp^x (sp^{n-x+m})} = r^{lp^x m},$$

azért a fenti szorzat egyszerűbb alakot nyer:

$$(\omega^h, r)(\omega^k, r) = \sum_{l=1}^{p^{n-x-1}} \omega^{h \text{ ind } (lp^{x-1})} \sum_{s, m} \omega^{(h+k) \text{ ind } (sp^{n-x+m})} r^{lp^x m}.$$

Ha m -nek egy értékéhez ragaszkodunk, és

$$\tau = (p-1)p^{n-x-1}$$

jelölést használjuk, akkor módunkban van az összegezést s szerint röviden elvégezni:

$$\sum_{s=0}^{p^{x-1}} \omega^{(h+k) \text{ ind } (sp^{n-x+m})} r^{lp^x m} = r^{lp^x m} \omega^{(h+k)\alpha} [1 + \omega^{(h+k)\tau} + \omega^{(h+k)2\tau} + \dots + \omega^{(h+k)(p^{x-1}-1)\tau}]. \quad (4)$$

Mint hogy x értéke az

$$1, 2, 3, \dots, n$$

számsor szerint változik, a fenti összeg elbírálásánál három eset adódik:

$$a) x = a; \text{ ekkor } \omega^{(h+k)\tau} = \omega^{(h+k)(p-1)p^{n-a-1}} = 1, \text{ mert}$$

$$h + k \equiv 0 \pmod{p^a};$$

ennek megfelelően

$$\sum_{s=0}^{p^x-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } (sp^{n-x}+m)} \gamma^{lp^xm} = p^a \omega^{(h+k)a} \gamma^{lp^am}.$$

$\beta) x > a$; ekkor az s szerint végzett összegezés eredménye 0; a fenti (4) eredmény ugyanis rövidebb alakban jelezhető:

$$\sum_{s=0}^{p^x-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } (sp^{n-x}+m)} \gamma^{lp^xm} = \gamma^{lp^xm} \omega^{(h+k)a} \left[\frac{\omega^{(h+k)(p-1)p^{n-1}} - 1}{\omega^{(h+k)(p-1)p^{n-x-1}} - 1} \right],$$

ezen utóbbi formulában

$$\omega^{(h+k)(p-1)p^{n-1}} = 1,$$

azonban $x > a$ feltevés értelmében

$$\omega^{(h+k)(p-1)p^{n-x-1}} \neq 1;$$

tehát m -nek tetszőleges értéke mellett az s szerint rendezett összegezés 0 eredményre vezet; tehát x -nek minden oly értéke mellőzhető, mely a -nál nagyobb.

$\gamma) x < a$; ezen esetben is kimutatható, hogy az s szerint történő összegezés 0 eredményt ad $a = (n-1)$ határig.

Legelőször is leszögezzük, hogy

$$\omega^{(h+k)\tau} = \omega^{(h+k)(p-1)p^{n-x-1}} = 1;$$

hiszen $x < a$ és $(h+k)$ osztható p^a hatvánnyal. Ez alapon az s szerint végzett összegezés a (4) szerint

$$\sum_{s=0}^{p^x-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } (sp^{n-x}+m)} \gamma^{lp^xm} = p^x \omega^{(h+k)a} \gamma^{lp^xm}$$

eredményre vezet. Ezen eredmény jelen alakja kevésbé alkalmas arra, hogy eltűnését felismerjük; átalakítása megkívánja,

hogy az m -mel való összegezést közelebbről megvizsgáljuk; e célból felújítjuk a -ra és m -re tett eddigi megállapításunkat. A

$$\mu_1 = sp^{n-x} + m$$

felbontás szerint m jelenti a p^{n-x} modulus maradékait; az adott m -hez tartozó sorozat számai között van egy, amely p^n modulusra vonatkozólag a legkisebb indexet adja:

$$s_1 p^{n-x} + m \equiv g^a \pmod{p^n};$$

ezen utóbbi kongruencia újabb kongruenciális kapcsolatot is jelent

$$m \equiv g^a \pmod{p^{n-x}}$$

alakban; láthatjuk, hogy a indexe m számnak p^{n-x} modulus szerint. Ebből azután nyilvánvalóvá válik, hogy

$$\sum_{m=1}^{p^{n-x}-1} p^x \omega^{(h+k)a} r^{lp^x m} = p^x \sum_{m=1}^{p^{n-x}-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } m} r^{lp^x m}.$$

Ezen utóbbi eredményben rögtön felismerjük az alsóbbfokú resolvenst, ha m értékeinek megfelelően alsóbbfokú primitív egységgyökökre térünk át; legyen e célból

$$r^{p^x} = r_x = e^{\frac{2\pi i}{p^{n-x}}} \quad \text{és} \quad \omega^{p^x} = \omega_x = e^{\frac{2\pi i}{(p-1)p^{n-x-1}}};$$

ezen utóbbi primitív egységgyökök bevezetését

$$h + k = h_1 p^x$$

helyettesítéssel tudjuk megvalósítani, ahol h_1 még mindig osztható p -vel, mert $x < a$. Írhatjuk tehát, hogy

$$\sum_{m=1}^{p^{n-x}-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } m} r^{lp^x m} = (\omega_x^{h_1}, r_x^l);$$

vagy ha a (2) formulára támaszkodunk:

$$(\omega_x^{h_1}, r_x^l) = \omega_x^{-h_1} \text{ ind } l (\omega_x^{h_1}, r_x) = 0,$$

mert h_1 osztható p -vel. Ezzel igazoltuk, hogy μ -nek azon értékei is mellőzhetők, amelyek

$$\mu = lp^x - 1$$

összefüggés értelmében $x < a$ feltevésnek hódolnak; a két resolvens szorzatában tehát csak $x = a$, illetőleg $\mu = lp^a - 1$ helyettesítés ad el nem tűnő eredményt. Ha tehát (ω^h, r) (ω^k, r) szorzatban

$$(h + k) \equiv 0 \pmod{p^a},$$

akkor a kifejtésben μ -nek csak azon értékeit méltatjuk figyelemre, amelyek eleget tesznek

$$\mu = lp^a - 1$$

egyenlőségnek

$$l = 1, 2, 3, \dots, p^{n-a} - 1$$

helyettesítés mellett és

$$(l, p) = 1$$

feltevésnek megfelelően. A μ_1 -re

$$\mu_1 = sp^{n-a} + m,$$

felbontást alkalmazunk oly értelemben, hogy m végigfutja p^{n-a} modulus maradékait

$$(m, p) = 1$$

feltevással párhuzamosan. Ily értelemben a fenti vizsgálatok alapján

$$(\omega^h, r)(\omega^k, r) = p^a \sum_{l=1}^{p^{n-a}-1} \omega^{h \text{ ind } (lp^a-1)} \sum_{m=1}^{p^{n-a}-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } m} p^{lpm}$$

formulát kapjuk, amely nyilván jelzi, hogy m -re vonatkozólag a modulus fokszáma $(n-a)$ -ra szállt le, és ezzel együtt alacsonyabb fokú resolvens lépett be a formulába. Ha ugyanis

$$h + k = h_1 p^a, \quad \omega^{p^a} = \omega_a \quad \text{és} \quad r^{p^a} = r_a$$

helyettesítést alkalmazunk, akkor a fenti formulánk

$$(\omega^h, r)(\omega^k, r) = p^a \sum_{l=1}^{p^{n-a}-1} \omega^{h \text{ ind } (lp^a-1)} (\omega_a^{h_1}, r_a^l) \quad (5)$$

alakot ölt.

Az elmondottakkal a resolvensok szorzását lényegében ki-merítettük; azonban a szélső esetekre néhány megjegyzés szükségesnek látszik; nevezetesen, ha a β) eset tárgyalásánál x -nek

legnagyobb értékére gondolunk, amidőn $\mu = p^n - 1$; ekkor ugyanis μ_1 -nek (b) alatt jelzett:

$$\mu_1 = sp^{n-x} + m$$

felbontását nem sikerül kialakítani; ez azonban tételünk érvényességét nem érinti, mert módunkban van megmutatni, hogy az összegezés ezen esetben is 0-t eredményez. A két resolvens szorzatának idevágó része ezen esetben

$$\omega^{h \bmod (p^n-1)} \sum_{\mu_1=1}^{p^n-1} \omega^{(h+k) \bmod \mu_1} \gamma^{p^n \mu_1} = \omega^{h \bmod (p^n-1)} \sum_{\mu_1=1}^{p^n-1} \omega^{(h+k) \bmod \mu_1}$$

alakba írható; egyszerű meggondolás a következő eredményt adja az iménti alakból:

$$\omega^{h \bmod (p^n-1)} [\omega^{(h+k)} + \omega^{2(h+k)} + \omega^{3(h+k)} + \dots + \omega^{(p-1)p^{n-1}(h+k)}];$$

ez pedig

$$\omega^{h \bmod (p^n-1)} \left[\frac{\omega^{(h+k)(p-1)p^{n-1}-1}}{\omega^{(h+k)}-1} \right] \omega^{(h+k)}$$

képlet útján jelzi az eredmény eltűnését, amennyiben

$$h + k \equiv 0 \pmod{(p-1)p^{n-1}}$$

kongruenciát, mint szélső és már ismert esetet kizárjuk.

Szükségesnek tartjuk annak hangsúlyozását is, hogy

$$h + k \equiv 0 \pmod{p^a}$$

kongruenciában a -nak legnagyobb értékét $(n-1)$ -ben állapítsuk meg. E határolást megkívánja még az a körülmény is, hogy a tárgyalt magasabbfokú resolvensok, ha fokszámukat $(n-1)$ fokkal leszállítjuk, oly egyszerű resolvenst eredményeznek:

$$(\omega_{n-1}^{h_1}, r_{n-1}),$$

amely már nem tűnhetik el akkor sem, ha

$$h_1 \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruencia fennáll. Egyébként a (4) formula alapján csekély fáradsággal meggyőződhetünk arról is, hogy

$$a = n-1, n, n+1, \dots$$

értékek mellett a két resolvens szorzata nem változik:

$$(\omega^h, r)(\omega^k, r) = p^{n-1} \sum_{i=1}^{p-1} \omega^{h \text{ ind } (tp^{n-1}-1)} (\omega_{n-1}^{h_i}, r_{n-1}^i)$$

ahol h_1 -et

$$h + k = h_1 p^{n-1},$$

egyenlőség jellemzi.

3. Az előzőkben eléggé kiemeltünk egy fontos különbséget, amely a magasabbfokú LAGRANGE-féle resolvenszeket élesen elhatárolja az alsóbbrendű resolvenspektől; nevezetesen (ω^h, r) magasabbfokú resolvens eltűnik, ha h osztható a resolvensben szerepet vivő p törzsszámmal. A következőkben más, nem kevésbé fontos különbségről számolunk be, amidőn azt állítjuk, hogy minden magasabbfokú LAGRANGE-féle resolvens osztható a benne szereplő p törzsszámmal; tételünket

$$(\omega^h, r) = p \sum_{m=1}^{p^{n-1}-1} \omega^{h \text{ ind } m} r^m$$

formulával fejezzük ki és hangsúlyozzuk, hogy m -nek csak oly értékeit kell figyelembe venni, amelyekre

$$m + h \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruencia fennáll.

A szóbanforgó

$$(\omega^h, r) = \sum_{\mu=1}^{p^{n-1}-1} \omega^{h \text{ ind } \mu} r^\mu$$

resolvensre

$$\mu = sp^{n-1} + m$$

felbontást alkalmazzuk oly értelemben, hogy míg s értékei a

$$0, 1, 2, \dots, (p-1)$$

sorozatot merítik ki, addig az m a p^{n-1} modulus maradékait jelzi a rendes kikötés mellett,

$$(m, p) = 1.$$

Az összegezésben az első lépést állandó m mellett tesszük s e célból

$$m \equiv g^t \pmod{p^n},$$

továbbá az (1) alapján

$$p^{n-1} + 1 \equiv g^{(p-1)p^{n-2}} \pmod{p^n}$$

kongruenciákra támaszkodunk; ez utóbbi kongruenciát s -re való hatványozással

$$sp^{n-1} + 1 \equiv g^{s(p-1)p^{n-2}} \pmod{p^n}$$

alakba vihetjük át; majd a fentebbi kongruenciával történt szorzás után

$$smp^{n-1} + m \equiv g^{t+s(p-1)p^{n-2}} \pmod{p^n}$$

végleges alakot kapjuk. Ha figyelembe vesszük, hogy állandó m mellett s és sm ugyanazon maradéksort adja p modulus szerint, akkor resolvensünk

$$(\omega^h, r) = \sum_{s, m} \omega^{h \text{ ind } (smp^{n-1} + m)} r^{smp^{n-1} + m}$$

alakban jelentkezik. Végezzük az összegezést először s szerint és vezessük be a

$$\tau = (p-1)p^{n-2}$$

helyettesítést, akkor

$$\begin{aligned} (\omega^h, r) = & \sum_{m=1}^{p^{n-1}-1} \omega^{ht} r^m [1 + \omega^{h\tau} r^{mp^{n-1}} + \omega^{2h\tau} r^{2mp^{n-1}} + \dots + \\ & + \omega^{(p-1)h\tau} r^{(p-1)mp^{n-1}}]; \end{aligned}$$

ámde

$$\omega^{p-1} = r^p;$$

ezt figyelembe véve oly eredményre jutunk:

$$\begin{aligned} (\omega^h, r) = & \sum_{m=1}^{p^{n-1}-1} \omega^{ht} r^m [1 + r^{(h+m)p^{n-1}} + r^{2(h+m)p^{n-1}} + \dots + \\ & + r^{(p-1)(h+m)p^{n-1}}], \end{aligned}$$

amely világosan jelzi, hogy

$$(\omega^h, r) = \sum_{m=1}^{p^{n-1}-1} p \omega^{ht} r^m = p \sum_{m=1}^{p^{n-1}-1} \omega^{h \text{ ind } m} r^m,$$

ha m -nek csak azon értékeit vesszük számításba, amelyek

$$h + m \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruenciát kielégítik. Hogy m -nek többi értéke nem jöhet figyelembe, az kitűnik a fenti összegnek átírásából:

$$(\omega^h, r) = \sum_{m=1}^{p^{n-1}-1} \omega^{h \text{ ind } m} r^m \left[\frac{r^{(h+m)p^n} - 1}{r^{(h+m)p^{n-1}} - 1} \right];$$

e formulában a feltevés értelmében

$$r^{(h+m)p^{n-1}} \neq 1, \quad \text{de} \quad r^{(h+m)p^n} = 1,$$

az összegezés tehát m -nek többi értékére eltűnő eredménnyel végződik. Tehát joggal írhatjuk, hogy

$$(\omega^h, r) = p \sum_{m=1}^{p^{n-1}-1} \omega^{h \text{ ind } m} r^m, \quad (6)$$

ahol $(h+m)$ osztható p -vel.

Befejezésül megemlítem, hogy ezen utolsó tétel benső kapcsolatban van a resolvens eltűnésével; többször támaszkodtunk azon tényre, hogy (ω^h, r) magasabbfokú resolvens eltűnik, ha h osztható p -vel; e tény egyszerű módon nyer igazolást utolsó tételünkből; hiszen láttuk, hogy az (ω^h, r) resolvensben rejlő összegezés m -nek csak oly értéke mellett szolgáltatott el nem tűnő eredményt, amely

$$m + h \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruenciának eleget tett; ámde, ha h osztható p -vel, akkor a fenti kongruenciának m számára nincs megoldása, mert

$$(m, p) = 1.$$

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. június 12.-én tartott üléséből.)

DIE MULTIPLIKATION DER LAGRANGE-SCHEN RESOLVENTEN IN KREISKÖRPERN VON HÖHEREM GRADE.

Von NIKOLAUS TIHANYI.

Die LAGRANGE-sche Resolvente kann man in der einfachsten Form mit den p -ten und $(p-1)$ -ten primitiven Einheitswurzeln:

$$r = e^{\frac{2\pi i}{p}}, \quad \omega = e^{\frac{2\pi i}{p-1}}$$

ausdrücken; das produkt zwei solcher Resolventen erscheint einerseits in Form

$$(\omega^h, r)(\omega^k, r) = (\omega^{h+k}, r) \sum_{\mu=1}^{p-2} \omega^{h \bmod \mu - (h+k) \bmod (1+\mu)},$$

wenn

$$(h+k) \not\equiv 0 \pmod{p-1};$$

andererseits bekommt man unter der Bedingung

$$(h+k) \equiv 0 \pmod{p-1}$$

das folgende Resultat

$$(\omega^h, r)(\omega^k, r) = (-1)^h p.$$

Diese zwei Formeln erschöpfen ganz die Multiplikation der LAGRANGE-schen Resolventen in den gezeichneten Kreiskörpern.

Eine weitere Untersuchung erwünscht die Multiplikation der LAGRANGE-schen Resolventen, wenn die primitiven Einheitswurzeln von höherem Grade

$$r = e^{\frac{2\pi i}{p^n}} \quad \text{und} \quad \omega = e^{\frac{2\pi i}{(p-1)p^{n-1}}}$$

in die Resolvente eintreten. In diesem allgemeineren Falle — die Multiplikation der LAGRANGE-schen Resolventen betreffend — beschränken sich unsere Kenntnisse nur auf die Ausnahmsformel:

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = (-1)^h p^n,$$

welche unter dieser Bedingung

$$(h + k) \equiv 0 \pmod{(p-1)p^{n-1}}$$

giltig ist. Deshalb ist es sehr mitivirt, dass wir auch in diesem Falle die Multiplikation der Resolventen gründlich behandeln.

Durch diese Untersuchung haben wir zwei wichtigen Sätze bekommen.

1. Bei dem ersten Satze gebrauchen wir der Bedingung

$$(h + k) \equiv 0 \pmod{p},$$

und dann kommen wir auf die Formel:

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = (\omega^{h+k}, r) \sum_{\mu=1}^{p^n-2} \omega^{h \text{ ind } \mu - (h+k) \text{ ind } (1+\mu)},$$

wo μ solche Reste des Moduls p^n durchläuft, welche den Bedingungen

$$(\mu, p) = 1, (1 + \mu, p) = 1$$

entsprechen.

2. Der zweite Fall sei mit der Kongruenz

$$(h + k) \equiv 0 \pmod{p^a}$$

charakterisirt, und dann gibt die folgende Formel:

$$(\omega^h, r) (\omega^k, r) = p^a \sum_{l=1}^{p^{n-a}-1} \omega^{h \text{ ind } (lp^a-1)} \sum_{m=1}^{p^{n-a}-1} \omega^{(h+k) \text{ ind } m} p^{lp^am},$$

die Lösung für das Produkt der Resolventen; die l und m Zahlen, welche in der letzten Formel auftreten, bezeichnen die Reste des Moduls p^{n-a} mit den Bedingungen

$$(l, p) = 1, (m, p) = 1.$$

3. Endlich zeigt der dritte Satz eine sehr interessante Eigenschaft dieser LAGRANGE-schen Resolventen von höherem Grade:

$$(\omega^h, r) = p \sum_{m=1}^{p^{n-1}-1} \omega^{h \text{ ind } m} r^m;$$

in dieser letzten Formel bezeichnet die Zahl m nur solche Reste des Moduls p^{n-1} , welche der Kongruenz

$$m + h \equiv 0 \pmod{p}$$

entsprechen. Es gibt sich leicht aus diesem Satze die bekannte Tatsache, dass

$$(\omega^h, r) = 0,$$

wenn

$$h \equiv 0 \pmod{p}.$$

Eben darum haben wir in den obigen Sätzen diesen Fall ausgeschlossen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Juni 1933.)

VIZSGÁLATOK REÁLIS POLINOMOK ÉS BIZONYOS EGÉSZ FÜGGVÉNYEK KOMPLEX ZÉRÓHELYEINEK HELYZETÉRŐL.

Sz. NAGY GYULÁ-tól.

1. Bevezetés.

Egy egész függvényt akkor nevezünk reálisnak, ha a valós tengely minden pontjában reális értéket vesz fel. Ha $f(z)$ reális polinom vagy reális nullad- vagy elsőfajú egész függvény és ha γ egy nem negatív valós szám, akkor PÓLYA György után¹ az

$$F'(z) = e^{-\gamma z^2} \cdot f(z) \quad (1)$$

legfeljebb másodfajú egész függvényt *felemelt elsőfajú* vagy röviden *1*-fajú* egész függvénynek fogjuk nevezni. A γ nem negatív valós számot a következőkben az *1*-fajú* $F(z)$ egész függvény *magasságának* fogjuk hívni.

Az *1*-fajú* $F(z)$ egész függvény logaritmusi deriváltjának, vagyis az

$$M(z) := \frac{F'(z)}{F(z)} \quad (2)$$

függvénynek az $a + ib$ és $a - ib$ konjugált komplex számpárhoz tartozó differencia-hányadosát, vagyis a

$$K = \frac{M(a + ib) - M(a - ib)}{2bi} \quad (3)$$

¹ PÓLYA Gy.: «Über die algebraisch-funktionentheoretischen Untersuchungen von J. L. W. V. Jensen», Det. Kgl. Danske Videnskab. Selskab., Math-fys. Meddelelser. VII, 17 (1927), 6. old. «Some problems connected with FOURIER's work on transcendental equations», The Quarterly Journal of math. Oxford Series Vol. 1 (1930), 24. old.

számot az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény $a + ib$ vagy $a - ib$ helyen felvett kritikus értékének nevezzük. Abban az esetben, ha $b = 0$,

$$K = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{M(a+ib) - M(a-ib)}{2bi} = M'(a) = \frac{F(a) \cdot F''(a) - [F'(a)]^2}{F^2(a)} \quad (4)$$

A kritikus érték fogalmából következik, hogy az mindig valós.

$$\text{Ha} \quad M(a + ib) = A + iB, \quad \text{akkor} \quad K = \frac{B}{b}, \quad (5)$$

ami egyszerű számítással igazolható.

A komplex számsíknak azokat a pontjait, amelyekben a kritikus érték nem negatív, az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény *elsőrendű kritikus pontjainak*, vagy röviden *kritikus pontjainak* nevezzük, a kritikus pontok közé nem számítjuk azonban az $F(z)$ függvény valós zéróhelyeit. Az $F(z)$ függvény deriváltjának, az $F'(z)$ függvénynek képzetes zéróhelyei nyilvánvalóan kritikus pontjai az $F(z)$ függvénynek.

Az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény első deriváltjának, az $F'(z)$ függvénynek kritikus pontjai az $F(z)$ függvénynek *másodrendű kritikus pontjai*, az $F(z)$ függvény $(k-1)$ -edrendű deriváltjának elsőrendű kritikus pontjai az $F(z)$ függvény k -adrendű *kritikus pontjai*.

Az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény kritikus pontjainak itt adott értelmezése természetszerű általánosítása a függvény valós kritikus pontjaira vonatkozó, tőlünk származó értelmezésnek.¹

Ebben a dolgozatban az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény egy kritikus pontjával és a kritikus ponthoz tartozó kritikus értékével vagy a függvény egyéb adatával olyan tartományokat határozzunk meg, amelyek az $F(z)$ függvénynek legalább egy képzetes zéróhelyét tartalmazzák. Ezek a tartományok egyenoldalú hiperbolák, két oválisból álló CASSINI-féle görbék vagy BERNOULLI-

¹ SZ. NAGY GY.: «Über die Lage der nichtreellen Nullstellen von reellen Polynomen und von gewissen reellen ganzen Funktionen», Journal für Math. 170 (1933), 133—147. old. Ezt a dolgozatot a következőkben röviden N betűvel fogjuk idézni.

féle lemniszkáták által határolt területek. Az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvény akármelyik magasabbrendű kritikus pontja is meghatároz egy bizonyos hiperbola által határolt területet, amely az $F(z)$ függvénynek legalább egy komplex zéróhelyét tartalmazza. Itt közölt eredményeink jórésze általánosítása az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvény valós kritikus pontjaira és magasabbrendű deriváltjainak komplex zéróhelyeire vonatkozó tételeinknek.¹

2. Kritikus pontok és kritikus tartományok.

Kimutatjuk a következő tételt:

I. Az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvény kritikus pontjai ugyanazok, mint az $F(z) = e^{\delta z + \varepsilon} F(z)$ függvény kritikus pontjai, ahol δ és ε tetszőleges valós számokat jelenthetnek.

Egy reális polinom vagy egy reális nullad- vagy elsőfajú egész függvény mindig előállítható

$$f(z) = e^{\delta_0 z + \varepsilon_0} \cdot z^m \prod \left(1 - \frac{z}{a_k} \right) e^{\frac{z}{a_k}}$$

alakban, ahol m nem negatív egész szám, δ_0 és ε_0 reális számok és ahol az a_k zéróhelyek valósak vagy páronként konjugált komplexek.

Az I. tétel igazolására tehát csak azt kell kimutatnunk, hogy az

$$F(z) = e^{-\gamma z^2 + \delta z + \varepsilon} \cdot z^m \prod \left(1 - \frac{z}{a_k} \right) e^{\frac{z}{a_k}} \quad (6)$$

1^* -fajú egész függvény $a + ib$ pontjában felvett kritikus értéke a δ és ε számoktól független és csak a függvény zéróhelyeitől és magasságától függ.

Az $F(z)$ függvény (6) alatti előállításából következik, hogy

$$M(z) = \frac{F'(z)}{F(z)} = -2\gamma z + \delta + \frac{m}{z} + \sum \left(\frac{1}{z - a_k} + \frac{1}{a_k} \right). \quad (7)$$

Minthogy

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2bi} (M(a + ib) - M(a - ib)) = \\ &= \frac{1}{2bi} [(A + iB) - (A - iB)] = \frac{B}{b}, \end{aligned} \quad (8)$$

¹ N dolgozat.

azért a K kritikus értékre fennáll a következő összefüggés

$$K + 2\gamma + \frac{m}{a^2 + b^2} + \sum \frac{1}{(a_k - a)^2 + b^2} = 0. \quad (9)$$

Ha az a_k zéróhely valós részét x_k , képzetes részét pedig y_k jelöli, vagyis ha $a_k = x_k + iy_k$, akkor a (9) egyenlet valós részére a

$$K + 2\gamma + \sum \frac{(x_k - a)^2 - y_k^2 + b^2}{[(x_k - a)^2 - y_k^2 + b^2]^2 + 4(x_k - a)^2 y_k^2} = 0 \quad (10)$$

egyenletet találjuk, amelyben az összegezés az $F(z)$ függvény valamennyi zéróhelyére kiterjesztendő. Az $a_0 = 0$ zéróhely az összegezésben m -szer szerepel, az a_k zéróhelyre vonatkozó tag annyszor fordul elő az összegben, ahányszoros zéróhelye az $F(z)$ függvénynek. Ha a_k komplex, akkor konjugáltja is zéróhely, s az összegnek e két zéróhelyre vonatkozó tagjai egyenlők. Ha tehát a_k h -szoros komplex zéróhelye az $F(z)$ függvénynek, akkor a_k és konjugáltja $2h$ egyenlő tagot szolgáltat az összegben.

Mivel a kritikus értéknek (10) alatti kifejezésében a δ és ε számok nem szerepelnek, azért ezzel az I. tétel be van bizonyítva.

A (10) alatti egyenlet alapján az $F(z)$ 1*-fajú egész függvénynek kritikus $a + ib$ vagy $a - ib$ pontjai a

$$K = -2\gamma - \sum \frac{(x_k - a)^2 - y_k^2 + b^2}{[(x_k - a)^2 - y_k^2 + b^2]^2 + 4(x_k - a)^2 y_k^2} \geq 0 \quad (11)$$

egyenlőtlenséggel értelmezhetők. Valós kritikus pontnak az $F(z)$ zéróhelyeitől azonban különbözönek kell lennie.

Az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény $a + ib$ vagy $a - ib$ kritikus pontjának (11) alatti feltételi egyenlőtlenségén belátható a következő tétel igazsága:

II. Az $F(z)$ 1*-fajú egész függvénynek akkor és csak akkor vannak kritikus pontjai, ha vannak képzetes zéróhelyei.

Ha ugyanis az $F(z)$ 1*-fajú egész függvénynek csak valós zéróhelyei vannak, akkor $y_k = 0$ minden k indexre vonatkozólag és így a (11) egyenlőtlenség helyett a

$$K = -2\gamma - \sum \frac{1}{(x_k - a)^2 + b^2} < 0$$

egyenlőtlenség áll fenn a komplex számsík bármely $a + ib$ pontjában, feltéve, hogy az $F(z)$ függvény nem e^{az+b} alakú elsőfajú egész függvény, amelynek egy zéróhelye sincs. Ez utóbbi függvényre nézve ugyanis a kritikus érték mindenütt zéró.

Ha pedig van az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek egy $x_k + iy_k$ képzetes zéróhelye, akkor mindig vannak kritikus pontjai, mert az olyan $a + ib$ pontokra vonatkozólag, amelyekre $a = x_k$ és $-b^2 + y_k^2$ elég kicsiny pozitív szám, a (11) alapján nyilvánképpen $K > 0$. Ezzel a II. tétel be van bizonyítva.

Ha $x_k + iy_k$ az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek egy képzetes zéróhelye, akkor olyan $a + ib$ pontban, amelyre nézve $a = x_k$ és a $b^2 - y_k^2$ szám elég kicsiny pozitív szám, a (11) alapján nyilvánvalóan a K kritikus érték negatív. Ebből következik a következő tétel:

III. Ha $x_k + iy_k$ az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek egy képzetes zéróhelye, akkor az $x_k + iy_k$ és $x_k - iy_k$ pontokat összekötő egyenesen az $x_k + iy_k$ vagy az $x_k - iy_k$ zéróhelyhez elég közel fekvő pontok az $F(z)$ függvénynek kritikus pontjai illetőleg nem kritikus pontjai a szerint, amint azok az $x_k + iy_k$, $x_k - iy_k$ intervallumon belül illetőleg kívül esnek.

A kritikus érték (11) alatti kifejezésén könnyen belátható az is, hogy az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek egy $x_k + iy_k$ komplex zéróhelye közelében olyan kritikus pontjai is vannak, amelyek nem esnek az $x_k + iy_k$ és $x_k - iy_k$ zéróhelyeket összekötő egyenesre. Az $x_k + iy_k$ komplex zéróhely közelében fekvő kritikus pontok kétdimenziós tartományt alkotnak, amelynek az $x_k + iy_k$ zéróhely határpontja, s mint ilyen a tartományhoz és vele együtt az $F(z)$ függvény kritikus pontjaihoz számítható.

Ha az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek vannak képzetes zéróhelyei, akkor vannak kritikus pontjai és azok a komplex számsíkon bizonyos tartományokat alkotnak, amelyeket az $F(z)$ függvény elsőrendű kritikus tartományainak, vagy röviden kritikus tartományainak nevezünk.

A kritikus tartományok határpontjai azon kritikus $a + ib$ pontok, amelyekre vonatkozólag a kritikus érték zéró. A kritikus tartományok vagy önmaguknak, vagy pedig párosával egymásnak

tükörképei a valós tengelyre nézve. A kritikus tartományok határvonalai az általában több menetből álló

$$2\gamma + \sum \frac{(x - x_k)^2 - y_k^2 + y^2}{[(x - x_k)^2 - y_k^2 + y^2]^2 + 4(x - x_k)^2 y_k^2} \equiv \\ \equiv 2\gamma + \sum \frac{(x - x_k)^2 + y^2 - y_k^2}{[(x - x_k)^2 + y^2]^2 + 2y_k^2[(x - x_k)^2 - y^2] + y_k^4} = 0$$

egyenlettel bíró görbének menetei.

3. A kritikus pontok fogalmának kiterjesztése.

A kritikus pont fogalma és elnevezése FOURIER-től¹ származik. Az a valós szám akkor FOURIER-féle elsőrendű kritikus pont, ha $F(a) \neq 0$, $F'(a) = 0$ és $F(a) \cdot F''(a) \geq 0$, és akkor k -adrendű FOURIER-féle kritikus pont, ha $F^{(k-1)}(a) \neq 0$, $F^{(k)}(a) = 0$ és $F^{(k-1)}(a) \cdot F^{(k+1)}(a) \geq 0$. A FOURIER-féle elsőrendű kritikus pontoknak általánosításai az általunk definiált valós kritikuspontok,² amelyekre vonatkozólag $F(a) \neq 0$ és $F(a) \cdot F'''(a) - F''^2(a) \geq 0$. A valós kritikus pontoknak képzetes kritikus pontokra való általánosításai a jelen dolgozatban definiált kritikus pontok.

A képzetes kritikus pontoknak a valós kritikus pontokkal szemben több előnyük van. A legelső az, hogy a képzetes kritikus pontok értelmezésénél az $F(z)$ 1*-fajú egész függvénynek csak az első deriváltjára van szükség, míg a valós kritikus pontok értelmezése az $F(z)$ függvény második deriváltját is megkívánja. A második előnye a képzetes kritikus pontoknak a valósak felett az, hogy egy $F(z)$ 1*-fajú egész függvénynek mindig van képzetes kritikus pontja, ha van képzetes zéróhelye, de nincs mindig valós kritikus pontja.

A kritikus pontok értelmezése további általánosítást is megenged.

A komplex számsíknak azokat az $a + ib$ pontjait, amelyek-

¹ FOURIER: «Analyse des équations déterminées», Paris (1831), 27., 28. és 155. old. «Die Auflösung der bestimmten Gleichungen», Ostwald's Klassiker (1902), 24., 25. és 149. old.

² N dolgozat 137. old.

ben a γ magasságu $F(z)$ 1*-fajú egész függvény kritikus értékének és kétszeres magasságának összege nem negatív, vagyis amelyekben

$$K + 2\gamma \equiv - \sum \frac{(x_k - a)^2 - y_k^2 + b^2}{[(x_k - a)^2 - y_k^2 + b^2]^2 + 4(x_k - a)^2 y_k^2} \geq 0, \quad (12)$$

a függvény *felemelt kritikus pontjainak* nevezzük.

Mintthogy olyan $a + ib$ pontokban, ahol $K \geq 0$, $K + 2\gamma \geq 0$, azért a felemelt kritikus pontokból álló tartományok, a felemelt kritikus tartományok a közönséges kritikus pontokat mind magukban foglalják. Amennyiben $\gamma \neq 0$, akkor a felemelt kritikus tartományoknak vannak olyan tartománydarabjai, amelyekben a K kritikus érték negatív.

Ha Σ_1 jelöli a (12) jobboldalán szereplő összeg azon tagjainak összegét, amelyek az $F(z)$ függvény valós zéróhelyeire vonatkoznak, és Σ_2 jelöli a többi tagok összegét, akkor a komplex sík azon $a + ib$ pontjait, amelyekre vonatkozólag

$$K + 2\gamma + \Sigma_1 \equiv - \Sigma_2 \geq 0 \quad (13)$$

az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény *kibővített kritikus pontjainak* nevezzük.

A kibővített kritikus pontokból álló tartományok, a kibővített kritikus tartományok nyilvánvalóan magukban foglalják a felemelt kritikus tartományokat és még inkább a közönséges kritikus tartományokat, mivel a Σ_1 összeg egy tagja sem lehet negatív.

A komplex számsík olyan $a + ib$ pontjait, amelyekben az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény K kritikus értéke olyan negatív érték, hogy

$$\bar{K} = -K - 2\gamma - \Sigma_1 > 0, \quad (14)$$

az $F(z)$ függvény *módosított kritikus pontjainak* nevezzük, a K pozitív számot pedig a függvény *módosított kritikus értékének* hívjuk.

Ebből az értelmezésből következik, hogy egy módosított kritikus pont sohasem lehet közönséges kritikus pont, még kevésbé felemelt vagy kibővített kritikus pont.

Az $F(z)$ függvény magasságának növelése a felemelt kritikus

pontok tartományait növeli, a módosított kritikus pontok tartományait ellenben kisebbiti. Akkor és csak akkor, amikor az $F(z)$ függvény magassága zéró és amikor a függvénynek egy valós zéróhelye sincs, a közönséges és a módosított kritikus értékek ellentétesen egyenlők. A módosított kritikus tartományok határpontjai ekkor közönséges kritikus pontok.

A módosított kritikus érték meghatározására szükség van az $F(z)$ függvény magasságán kívül valós zéróhelyeinek ismeretére. Ha az $a + ib$ pontban nem ismerjük a módosított kritikus érték pontos értékét, de ismerünk olyan pozitív S számot, amelyre nézve az $a + ib$ pontban fennáll a

$$K = -K - 2\gamma - \Sigma_1 \geq S > 0 \quad (15)$$

egyenlőtlenség, akkor az $a + ib$ módosított kritikus pont,

4. Hiperbolás tételek.

A komplex számsíkon azt a végesben egymástól elválasztott két tartományt, amelynek pontjaiból egy hiperbolához nem húzható érintő, a *hiperbola belső oldalának*, azt a tartományt pedig, amelynek pontjaiból a hiperbolához két különböző érintő húzható, a *hiperbola külső oldalának* nevezzük.

A komplex sík egy pontjához tartozó egyenoldalú hiperbolán a következőkben azt az egyenoldalú hiperbolát fogjuk érteni, amelynek főtengelye a fölvett pontot a konjugáltjával összekötő távolság. Azt is mondjuk, hogy a fölvett pont meghatározza a mondott hiperbolát. Ha a pont a valós tengelyen fekszik, akkor konjugáltjával összeesik. Ebben az esetben a pont által meghatározott egyenoldalú hiperbola a fölvett ponton átmenő és ott egymást derékszög alatt metsző olyan egyenespárra esik szét, amelyeknek a valós tengely egyik szögfelezőjük. Az a két szögtér, amelyen a valós tengely keresztülmegy, helyettesíti a hiperbola külső oldalát, míg a másik két szögtér, amelyeknek belső szögfelezője a képzetes tengellyel párhuzamos, a hiperbola belső oldalát helyettesíti.

Ezekkel az értelmezésekkel a (10) egyenletből a következő tétel hozható le:

IV. Az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek van legalább egy pár képzetes zéróhelye akármelyik kritikus pontja által meghatározott egyenoldalú hiperbolának belső oldalán vagy pedig magán a hiperbolán. A hiperbola belső oldalán csak akkor nincs zéróhelye az $F(z)$ függvénynek, ha valamennyi zéróhelye a hiperbolára esik. Ez utóbbi esetben az $F(z)$ függvény magassága és kritikus értéke a fölveti kritikus pontban zéró köteles lenni.

Ha ugyanis a $K + 2\gamma > 0$, akkor a (10) alatti összegben kell lennie legalább egy negatív tagnak, vagyis kell lennie legalább egy $\alpha_k = x_k + iy_k$ zéróhelynek és vele együtt a konjugáltjának az

$$(x - a)^2 - y^2 + b^2 = 0$$

hiperbola belső oldalán. Ha pedig $K + 2\gamma = 0$ és ha a (10) alatti összeg egy tagja sem negatív, akkor valamennyi tag eltűnni köteles és így az $F(z)$ függvénynek valamennyi zéróhelye az $a + ib$ kritikus pont által meghatározott egyenoldalú hiperbolára köteles esni.

A tétel első része nyilvánképpen felemelt kritikus pontokra, sőt kibővített kritikus pontokra is érvényes. A tétel második része azonban csak a következő változtatással érvényes: A felemelt, illetve kibővített kritikus ponthoz tartozó egyenoldalú hiperbola belső oldalán csak akkor nincs zéróhelye az $F(z)$ függvénynek, ha valamennyi zéróhelye, illetőleg valamennyi képzetes zéróhelye az egyenoldalú hiperbolára esik, amikor egyezsersmind $K + 2\gamma = 0$, illetőleg $K + 2\gamma + \Sigma_1 = 0$.

A IV. tétel a következőkép általánosítható:

V. Ha H_k jelöli azt a hiperbolát, amelynek két csúcspontja az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvény egy k -adrendű kritikus konjugált komplex pontpárja és amelynek melléktengelye a főtengety \sqrt{k} -szorosa, akkor az $F(z)$ függvénynek van legalább egy pár komplex zéróhelye a H_k hiperbolán vagy annak belső oldalán.

Az $a + ib$ és vele együtt az $a - ib$ pont az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek akkor k -adrendű kritikus pontja, ha az $F^{(k-1)}(z)$ függvénynek elsőrendű kritikus pontja. A IV. tétel értelmében van tehát legalább egy pár képzetes zéróhelye az $F^{(k-1)}(z)$

függvénynek az $a + ib$ ponthoz tartozó H_1 egyenoldalú hiperbola belső oldalán vagy a hiperbolán. Az $F^{(k-1)}(z)$ függvény komplex zérőhelyei azonban az $F^{(k-2)}(z)$ függvénynek elsőrendű kritikus pontjai. Az $F^{(k-2)}(z)$ függvénynek tehát van legalább egy pár konjugált komplex zérőhelye abban a tartományban, amelyet a H_1 hiperbola főtengelyével párhuzamos hurokhoz mint főátmérőkhöz tartozó egyenoldalú hiperbolák kerületén és belső oldalán fekvő pontok alkotnak. Igazolni fogjuk, hogy ennek a tartománynak pontjai közül egy sem lehet az $a + ib$ és $a - ib$ pontpár által meghatározott H_2 hiperbola külső oldalán.

Általánosan kimutatjuk, hogy azoknak az egyenoldalú hiperboláknak, amelyeknek főtengelyei a H_{k-1} hiperbola főtengelyével párhuzamos húrjai, kerületén vagy belső oldalán fekvő pontok közül egy sem fekehetik a H_k hiperbola külső oldalán.

Egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy az $a + ib$ pont ráesik a képzetes tengelyre, vagyis $a = 0$. A H_{k-1} hiperbola egyenlete ekkor oly derékszögű koordinátarendszerben, amelynek x tengelye a valós, y tengelye pedig a képzetes tengely,

$$(k-1)y^2 - x^2 - (k-1)b^2 = 0.$$

A ξ abszcisszához tartozó és az x tengelyre merőleges hiperbolahúr végpontjainak $\pm \eta$ ordinátái eleget tesznek a

$$\eta^2 = b^2 + \frac{\xi^2}{k-1}$$

egyenletnek. Annak az egyenlőoldalú hiperbolának egyenlete, amelynek ez a húr a főtengelye,

$$y^2 - (x - \xi)^2 = \eta^2 = b^2 + \frac{\xi^2}{k-1}. \quad (16)$$

Ezt az egyenletet k -val való átszorzás és megfelelő átalakítás után felírhatjuk a

$$ky^2 - x^2 - kb^2 = (k-1) \left[x - \frac{k\xi}{k-1} \right]^2$$

alakban. Ebből következik, hogy a (16) alatti egyenlőoldalú hiperbola bármely (x, y) pontjára nézve fennáll a

$$ky^2 - x^2 - kb^2 \geq 0 \quad (17)$$

egyenlőtlenség, ami azt fejezi ki, hogy ezek a pontok a H_k hiperbola belső oldalán vagy magán a H_k hiperbolán vannak. Még inkább áll ez a (16) hiperbola belső oldalán fekvő pontokra.

Ennek alapján állíthatjuk, hogy van legalább egy pár komplex zéróhelye az $F^{(k-2)}(z)$ függvénynek a H_2 hiperbolán vagy annak belső oldalán, az $F^{(k-3)}(z)$ függvénynek a H_3 hiperbolán vagy annak belső oldalán, s végül az $F(z)$ függvénynek a H_k hiperbolán vagy annak belső oldalán. Ezzel az V. tétel be van bizonyítva.

Az V. tétel igazolásánál felhasználtuk azt a tényt, hogy az $F^{(h)}(z)$ függvénynek egy képzetes zéróhelye az $F^{(h-1)}(z)$ függvénynek kritikus pontja. Az I. tétel értelmében az $F(z)$ és az $e^{\delta_1 z} F(z)$ függvénynek kritikus pontjaik ugyanazok. Ebből következik, hogy az

$$F_1(z) = e^{-\delta_1 z} [e^{\delta_1 z} F(z)]' = F'(z) + \delta_1 F(z)$$

függvénynek akármelyik képzetes zéróhelye kritikus pontja az $F(z)$ függvénynek, feltéve, hogy δ_1 valós számot jelent. Ha $\delta_1, \delta_2, \dots$ tetszőleges valós számokat jelentenek, akkor hasonlóképp elsőrendű kritikus pontja az $F_1(z)$ ill. $F_h(z)$ függvénynek az

$$F_2(z) = e^{-\delta_1 z} [e^{\delta_1 z} F_1(z)]' = F''(z) + (\delta_1 + \delta_2) F'(z) + \delta_1 \delta_2 F(z), \text{ ill.} \\ F_h(z) = e^{-\delta_h z} [e^{\delta_h z} F_{h-1}(z)]'$$

függvénynek bármely képzetes zéróhelye. Az $F_k(z)$ függvénynek a $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k$ számokkal és az $F(z)$ függvénnyel és deriváltjaival kifejezett alakja nyilvánvalóan

$$F_k(z) \equiv F^{(k)}(z) + (\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_k) F^{(k-1)}(z) + \\ + (\delta_1 \delta_2 + \delta_1 \delta_3 + \dots + \delta_{k-1} \delta_k) F^{(k-2)}(z) + \dots + \delta_1 \delta_2 \dots \delta_k F(z).$$

Ha tehát

$$g(z) \equiv A_k(z + \delta_1)(z + \delta_2) \dots (z + \delta_k) \equiv A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \dots + A_k z^k, \\ \text{akkor}$$

$$A_k F_k(z) = A_0 F(z) + A_1 F'(z) + \dots + A_k F^{(k)}(z) = \\ = g(0) F(z) + \frac{g'(0)}{1!} F'(z) + \dots + \frac{g^{(k)}(0)}{k!} F^{(k)}(z).$$

Az $F_k(z)$ függvény egy $a + ib$ képzetes zéróhelyéhez tartozó H_1 egyenoldalú hiperbola és ennek belső oldala tartalmazza

legalább egy pár konjugált komplex zéróhelyét az $F_{k-1}(z)$ függvénynek. Ez által a pontpár által meghatározott egyenoldalú hiperbola vagy ennek belső oldala tartalmazza az $F_{k-2}(z)$ függvénynek legalább egy pár konjugált komplex zéróhelyét, ez a pontpár azonban az $a + ib$ pont által meghatározott H_2 hiperbola belső oldalán vagy a hiperbolán fekszik. Ezzel a gondolatmenettel belátható a következő tétel igazsága:

VI. Ha $F(z)$ egy 1^* -fajú egész függvény, ha a

$$g(z) = A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \dots + A_k z^k$$

polinom zéróhelyei mind valósak, ha továbbá $a + ib$ a

$$\begin{aligned} G_k(z) &\equiv A_0 F(z) + A_1 F'(z) + \dots + A_k F^{(k)}(z) \equiv \\ &\equiv g(0) F(z) + \frac{g'(0)}{1!} F'(z) + \dots + \frac{g^{(k)}(0)}{k!} F^{(k)}(z) \end{aligned}$$

függvénynek egy képzetes zéróhelye és ha végül H_k jelöli azt a hiperbolát, amelynek főtengelye az $a + ib$ és $a - ib$ pontok összekötő távolsága, melléktengelye pedig \sqrt{k} -szor akkora, akkor van legalább egy pár zéróhelye az $F(z)$ függvénynek a H_k hiperbolán vagy ennek belső oldalán. Ha pedig $a' + ib'$ a $G_k(z)$ függvénynek egy kritikus pontja, akkor az $a' + ib'$ és $a' - ib'$ pontpár távolságával mint valós tengellyel és $\sqrt{k+1}$ -szer akkora képzetes tengellyel bíró H_{k+1} hiperbola és belső oldala tartalmazza legalább egy pár zéróhelyét az $F(z)$ függvénynek.

Abban az esetben, amikor $F(z)$ függvénynek egy k -adrendű kritikus pontja valós, akkor az V. tétel helyett a következőt mondhatjuk ki:

VII. Ha az « a » valós szám az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek egy k -adrendű kritikus pontja, akkor van legalább egy pár képzetes zéróhelye az $F(z)$ függvénynek annak az « a » szögponthoz tartozó és $2 \arctg \sqrt{k}$ nyílású csúcshelyénél beljében vagy határán, amelynek belső szögfelezője a képzetes tengellyel párhuzamos.

Hasonlóképp módosítható a VII. tétel is.

Ezek a tételek nyilvánvalóan akkor is igazak, ha a bennük szereplő kritikus pontok helyett felemelt vagy kibővített kritikus pontokat veszünk.

FOURIER-féle kritikus pont esetére, tehát arra a speciális esetre, amikor a kritikus pont valós és az $F'(z)$ ill. $F^{(k)}(z)$ függvénynek zéróhelye, a IV. tételt ill. a VII. tételt PÓLYA GYÖRGY bizonyította be.¹

5. Az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény kritikus pontjainak a függvény képzetes zéróhelyeihez viszonyított helyzete.

A IV., V. és VI. tételek analogok a JENSEN-től kimondott² és általunk³ bebizonyított és általánosított következő tételekkel:

Ha az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény egy JENSEN-körén olyan kört értünk, amelynek átmérője az $F(z)$ függvény egy konjugált komplex zéróhelypárját összekötő távolság, akkor az $F(z)$ függvénynek bármely képzetes zéróhelye benne van legalább egy JENSEN-kör belsejében vagy kerületén.

Ha pedig az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény egy k -indexű JENSEN-ellipszise olyan ellipszist jelent, amelynek melléktengelye az $F(z)$ függvény egy konjugált komplex zéróhelypárját összekötő egyenesdarab, főtengelye pedig a melléktengely \sqrt{k} -szorosa, akkor az $F^{(k)}(z)$ függvénynek, vagy a VI. tétel jelölései mellett a $G_k(z)$ függvénynek akármelyik nem reális zéróhelye benne van az $F(z)$ függvényhez tartozó k -indexű JENSEN-ellipszisek közül legalább egynek belsejében vagy kerületén.

A JENSEN-körök és ellipszisek itt adott értelmezése alapján a következő tételek mondhatók ki:

VIII. Egy $F(z)$ 1*-fajú egész függvény bármely elsőrendű kritikus pontja benne van a függvény JENSEN-körei közül legalább egynek belsejében vagy kerületén. Egy ilyen kritikus pont csak akkor nem fekszik egy JENSEN-körnek sem a belsejében, ha valamennyinek kerületére esik.

IX. Egy $F(z)$ 1*-fajú egész függvény akármelyik k -adrendű kritikus pontja a függvény k -indexű JENSEN-ellipszisei közül leg-

¹ L. az 1. lábjegyzet második dolgozatát. 31. old.

² J. L. W. V. JENSEN: «Recherches sur la théorie des équations», Acta math. 36 (1913), 190. old.

³ SZ. NAGY GYULA: «Zur Theorie der algebraischen Gleichungen», Jahresbericht d. DMV. 31 (1922), 238—251. old.

alább egynek belsejébe vagy kerületére esik. Egy ilyen kritikus pont csak akkor nem esik egy k -indexű JENSEN-ellipszisnek sem a belsejébe, ha valamennyi kerületének közös pontja.

A VIII. tétel $k = 1$ esetében következik a IX. tételből, elég tehát csak a IX. tételt igazolni.

Egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy az $F(z)$ függvénynek az $a + ib$ k -adrendű kritikus pontja a képzetes tengelyen fekszik, vagyis, hogy $a = 0$.

Az V. tétel értelmében van az $F(z)$ függvénynek olyan $\xi + i\eta$ zéróhelye, amelynek ábrázoló pontja a

$$x^2 - ky^2 + kb^2 = 0 \quad (18)$$

egyenlettel bíró H_k hiperbola belső oldalán vagy kerületén van. A (ξ, η) koordinátapár tehát eleget tesz a

$$\xi^2 - k\eta^2 + kb^2 \leq 0 \quad (19)$$

egyenlőtlenségnek.

Annak az E_k k -indexű JENSEN-ellipszisnek egyenlete, amelynek melléktengelye a (ξ, η) és $(\xi, -\eta)$ pontok távolsága,

$$(x - \xi)^2 + ky^2 - k\eta^2 = 0. \quad (20)$$

A (19) egyenlőtlenség miatt a H_k hiperbola főtengelyének $(0, b)$ és $(0, -b)$ pontjai az E_k ellipszisen vagy pedig ezen belül vannak a szerint, amint a (19) egyenlőségi, illetőleg egyenlőtlenségi jellel teljesül. Ebből következik, hogy az $F(z)$ függvény $a + bi = bi$ k -adrendű kritikus pontja a függvény $\xi + i\eta$ zéróhelye által meghatározott k -indexű JENSEN-ellipsziszre vagy ennek belsejébe esik. Ezzel a IX. és vele együtt a VIII. tétel be van bizonyítva.

Abban a speciális esetben, amikor a kritikus pont reális és az $F'(z)$ ill. $F^{(k)}(z)$ függvénynek egyik zéróhelyével összeesik, vagyis FOURIER-féle kritikus pontok esetén a VIII. és IX. tételt PÓLYA GYÖRGY bizonyította be.¹

A két utolsó tétel bizonyításából könnyen belátható, hogy hogy azok felemelt, sőt kibővített kritikus pontokra is kiterjeszthetők.

¹ Lásd 1. lábjegyzet második dolgozatát, 30. old.

A IX. tétel igazolásával mellékesen a következő, tisztán geometriai tételt is bebizonyítottuk:

A hasonló ellipszisek egy olyan sorában, amelyeknek két közös pontjuk van és amelyeknek az egyik fajta (fő- vagy mellék-) tengelyeik a két közös pont felező merőlegesére esnek, a másik fajta tengelyeiknek végpontjai egy olyan hiperbolán vannak, amelynek a két közös pont csúcspontja és amelynek tengelyei az ellipszissor legkisebb ellipszisének tengelyeivel összeesnek.

Hasonlóképp igazolható a következő geometriai tétel is:

A hasonló hiperbolák egy olyan sorában, amelyeknek két közös pontjuk van és amelyeknek melléktengelyeik a két pont felező merőlegesére esnek, a csúcspontok geometriai helye egy olyan ellipszis, amelynek tengelyei a hiperbolasorban a legnagyobb tengelyekkel bíró hiperbola tengelyeivel összeesnek.

6. Cassini-féle görbék.

A következőkben többször lesz szükségünk az

$$[(x-a)^2+y^2]^2+2b^2[(x-a)^2-y^2]+b^4\leq 2c^2[y^2-(x-a)^2-b^2] \quad (21)$$

egyenlőtlenségre, amelyben a, b, c reális számokat jelentenek. Ezt az egyenlőtlenséget

$$[(x-a)^2+(y-\sqrt{b^2+c^2})^2]\cdot[(x-a)^2+(y+\sqrt{b^2+c^2})^2]\leq c^4 \quad (22)$$

alakban is lehet írni. Ha $F_1=(a, \sqrt{b^2+c^2})$, $F_2=(a, -\sqrt{b^2+c^2})$ és $P=(x, y)$, akkor a (22) egyenlőtlenség geometriai jelentését a

$$\overline{PF_1}\cdot\overline{PF_2}\leq c^2 \quad (23)$$

egyenlőtlenség fejezi ki, ahol $\overline{PF_1}$ és $\overline{PF_2}$ a P pontnak az F_1 , illetőleg F_2 pontoktól, fókuszoktól való távolságát jelenti.

A síknak azok a $P=(x, y)$ pontjai, amelyekre a (21) egyenlőségi jellel teljesül, vagyis amelyekre vonatkozólag

$$[(x-a)^2+y^2]^2+2(b^2+c^2)[(x-a)^2-y^2]+b^4+2b^2c^2=0 \quad (24)$$

vagyis $\overline{PF_1}\cdot\overline{PF_2}=c^2$

egy CASSINI-féle görbén vannak, amelynek az $(a, 0)$ középpontja

és az F_1 és F_2 fókuszai. Ezt a görbét a fókuszain átmenő egyenes négy pontban metszi, és pedig az (a, b) , $(a, -b)$, $(a, \sqrt{b^2+2c^2})$ és az $(a, -\sqrt{b^2+2c^2})$ pontokban. A következőkben az (a, b) és $(a, -b)$ pontok távolságát a CASSINI-féle görbe *belső*, az $(a, \sqrt{b^2+2c^2})$ és $(a, -\sqrt{b^2+2c^2})$ pontok távolságát pedig a görbe *külső tengelyének* fogjuk nevezni, a c pozitív számot, vagyis a görbe egy P pontjához tartozó $\overline{PF_1}$ és $\overline{PF_2}$ rádiuszvektorok mértani középarányosát a görbe *középsugarának* fogjuk hívni.

A (24) alatti egyenlettel előállított görbe két oválisból áll, ami abból is következik, hogy középsugara kisebb, mint a középpontnak a fókuszoktól való $\sqrt{b^2+c^2}$ távolsága.

A következőkben a (24) görbét $C(a+ib; c^2)$ -tel, a két oválisa által bezárt területet együttvéve és a határvonalakat is hozzászámítva $T(a+ib; c^2)$ -tel fogjuk jelölni. Nyilvánvaló, hogy a $C(a+ib; c^2)$ és $C(a-ib; c^2)$ illetőleg $T(a+ib; c^2)$ és $T(a-ib; c^2)$ ugyanazt a görbét, illetőleg tartományt jelölik.

Ha az (a, b) pont állandó, a c^2 értékét pedig változtatjuk, akkor olyan $C(a+ib; c^2)$ görbéket kapunk, amelyeknek ugyanaz a *belső tengelyük* és amelyek közül a nagyobb középsugárral bíró görbének oválisai a kisebb középsugárral bíró görbe egy oválisát körül fogják. Ha $c=0$, akkor a görbe az (a, b) és $(a, -b)$ izolált kettőspontokra esik szét, ha ellenben $c \rightarrow \infty$, akkor a görbe az

$$(x-a)^2 - y^2 + b^2 = 0 \quad (25)$$

hiperbolába megy át. Ezt az (a, b) vagy az $(a, -b)$ pont által egyértelműen meghatározott egyenoldalú hiperbolát a következőkben $H(a+ib)$ vagy $H(a-ib)$ hiperbolának fogjuk nevezni.

A $C(a+ib; c^2)$ görbék az (a, b) és $(a, -b)$ pontokban érintik a $H(a+ib)$ hiperbolát, e két pont kivételével valamennyi pontjuk a $H(a+ib)$ hiperbola *belső oldalán* van.

Ha $b=0$, akkor a speciális $C(a; c^2)$ CASSINI-féle görbék BERNOULLI-féle lemniszkáták. Ekkor a $H(a)$ görbe a $H(a+ib)$ hiperbolák két aszimptotájára esik szét.

A mondottakból most már nyilvánvaló, hogy a (21) egyenlőtlenségnek eleget tevő (x, y) pontok benne vannak a $T(a+ib; c^2)$ tartományban.

Azt a tartományt, amelyet a

$$\begin{aligned} [(x-a)^2 + y^2]^2 + 2b^2[(x-a)^2 - y^2] + b^4 &\leq \\ &\leq -2c^2[y^2 - (x-a)^2 - b^2] \end{aligned} \quad (26)$$

egyenlőtlenségnek eleget tevő (x, y) pontok alkotnak, a következőkben $\overline{T}(a + ib; c^2)$ határát pedig $\overline{C}(a + ib; c^2)$ jellel fogjuk jelölni. A $\overline{C}(a + ib; c^2)$, görbe szintén CASSINI-féle görbe, amelynek középsugara c , fókuszai pedig az $(a, \sqrt{b^2 - c^2})$ és az $(a, -\sqrt{b^2 - c^2})$ illetőleg az $(a + \sqrt{c^2 - b^2}, 0)$ és $(a - \sqrt{c^2 - b^2}, 0)$ pontok a szerint, amint $c \leq b$ illetőleg $c > b$.

Az (a, b) és $(a, -b)$ pontok a $\overline{C}(a + ib; c^2)$ görbének is pontjai. E két pont távolságát a görbe *külső tengelyének* fogjuk nevezni. E két pont összekötő egyenese csak akkor metszi még a görbét, ha $b^2 \geq 2c^2$. Ekkor az $(a, \sqrt{b^2 - 2c^2})$ és $(a, -\sqrt{b^2 - 2c^2})$ pontok távolsága a görbe *belső tengelye*.

Amíg $b^2 > 2c^2$, addig a $\overline{C}(a + ib; c^2)$ görbe két oválisból áll, a $b^2 = 2c^2$ esetben a görbe a $\overline{C}(a + ib; \frac{b^2}{2})$ lemniszkátába megy át. Ha pedig $b^2 < 2c^2$, akkor a $\overline{C}(a + ib; c^2)$ görbe csak egy menetből áll, amelyen belül van a görbe középpontja és mindkét fókusza.

A $\overline{C}(a + ib; c^2)$ görbék fix a, b és változó c mellett az (a, b) és $(a, -b)$ pontokban érintik egymást és a $H(a + ib)$ hiperbolát, amelynek valamennyien a külső oldalán vannak. A $\overline{T}(a + ib; c_1^2)$ és $\overline{T}(a + ib; c_2^2)$ tartományok közül az első magában foglalja a másodikat, mihelyt $c_1^2 > c_2^2$.

7. Az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény képzetes zéróhelyeinek elhatárolása Cassini-féle oválisokkal.

A (10) egyenletben előforduló összegnek azokat a tagjait, amelyek az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény valós zéróhelyeire vonatkoznak, a Σ_1 összegbe foglaljuk össze. Az összeg többi tagjainak Σ_2 összegében az $F(z)$ függvény konjugált komplex zéróhelypárjaihoz tartozó tagokat, mivel azok egyenlők, összevonjuk. Az összevonás után a Σ_2 összeget

$$\Sigma_2 = 2\Sigma_+ + 2\Sigma_- + 2\Sigma_0 \quad (27).$$

összegekre bontjuk fel. A $2\Sigma_+$, $2\Sigma_-$ illetőleg $2\Sigma_0$ összegekbe a Σ_2 összeg pozitív, negatív illetőleg eltűnő tagjainak összegét foglaljuk egybe. A Σ_+ , Σ_- és Σ_0 összegekben az $F(z)$ függvény bármely konjugált komplex zérőhelypárját a két pont közül csak az egyik képviseli, pl. az, amelynek képzetes része pozitív.

Ha

$$U(x, y) \equiv y^2 - (x - a)^2 - b^2 \text{ és} \\ V(x, y) \equiv [(x - a)^2 + y^2]^2 + 2b^2[(x - a)^2 - y^2] + b^4, \quad (28)$$

akkor a (10) alapján a Σ_2 összegnek az a tagja, amely az $F(z)$ függvény $x_k + iy_k$ zérőhelyéhez tartozik,

$$\frac{(x_k - a)^2 - y_k^2 + b^2}{[(x_k - a)^2 + y_k^2]^2 + 2b^2[(x_k - a)^2 - y_k^2] + b^4} = -\frac{U(x_k, y_k)}{V(x_k, y_k)} \quad (29)$$

alakban írható fel. Minthogy $V(x_k, y_k) \geq 0$, azért a (29) alatti kifejezés, vagyis a Σ_2 összeg megfelelő tagja pozitív, negatív illetőleg zéró a szerint, amint az $F(z)$ függvény $x_k + iy_k$ zérőhelye az $U(x, y) = 0$ egyenlettel előállított $H(a + ib)$ egyenoldalú hiperbola külső oldalára, belső oldalára illetőleg a $H(a + ib)$ hiperbolára esik. A $H(a + ib)$ hiperbola külső oldalán, belső oldalán illetőleg a $H(a + ib)$ hiperbolán tehát olyan zérőhelyei fekszenek az $F(z)$ függvénynek, amelyekhez tartozó tagjai a Σ_2 összegnek a $2\Sigma_+$, $2\Sigma_-$ illetőleg $2\Sigma_0$ összegekben vannak egybefoglalva.

A bevezetett jelölésekkel a (10) egyenlet

$$S \equiv K + 2\gamma + \Sigma_1 + 2\Sigma_+ = -2\Sigma_- \quad (30)$$

alakban írható, ahol a baloldali összegeknek tagjai pozitívok, a jobboldali összegnek tagjai pedig -2 -vel való szorzás után válnak pozitívokká.

A komplex sík egy tetszőleges $a + ib$ pontjában az S összeg négy tagja közül csak a K kritikus érték lehet negatív. Ha $a + ib$ közönséges, felemelt illetőleg kibővített kritikus pont, akkor $S \geq 0$, mert a három esetnek megfelelően már $K \geq 0$, $K + 2\gamma \geq 0$ illetőleg $K + 2\gamma + \Sigma_1 \geq 0$.

Föltételezzük, hogy a $-\Sigma_-$ összegnek q tagja van. Az $F(z)$ függvény konjugált zérőhelypárjait egyszerűség kedvéért úgy

indexezzük, hogy a $-\Sigma_-$ összeg q tagja az $x_k + iy_k$ ($k=1, 2, \dots, q$) zéróhelyekhez tartozzék és hogy közöttük a

$$\frac{U_1}{V_1} \geq \frac{U_2}{V_2} \geq \frac{U_3}{V_3} \geq \dots \geq \frac{U_q}{V_q} > 0, \quad (31)$$

$$(U_k \equiv U(x_k, y_k), \quad V_k \equiv V(x_k, y_k))$$

nagysági viszony álljon fenn.

Ezekkel a jelölésekkel a (30) egyenlet

$$S \equiv K + 2r + \Sigma_1 + 2\Sigma_+ = 2 \left(\frac{U_1}{V_1} + \frac{U_2}{V_2} + \dots + \frac{U_q}{V_q} \right) \quad (32)$$

alakban írható fel. Ebből az egyenletből az egyenlőtlenségek egész sora hozható le, amelyek közül a legegyszerűbb az

$$S \leq 2q \frac{U_1}{V_1}, \quad \text{vagyis a} \quad V(x_1, y_1) \leq 2 \frac{q}{S} U(x_1, y_1) \quad (33)$$

egyenlőtlenség. Ebben az egyenlőtlenségben az egyenlőségi jel csak akkor állhat fenn, ha a (32) egyenlőség jobboldalán a zárójelben levő q tag mind egyenlő.

A (33) egyenlőtlenség a (28) alatti jelölésekkel azt fejezi ki, hogy az $F(z)$ függvény $x_1 + iy_1$ és $x_1 - iy_1$ zéróhelyei a $T\left(a + ib; \frac{q}{S}\right)$ tartományban vannak.

Ha $K \geq 0$, akkor a (33) egyenlőtlenségben S helyett K -t is írhatjuk, mivel $K \leq S$. A $K = S$ egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha $r = 0$, $\Sigma_1 = 0$ és $\Sigma_+ = 0$. Ennek alapján most kimondhatjuk a következő tételt:

X. Ha K az $F(z)$ 1*-fajú egész függvény $a + ib$ kritikus pontjához tartozó kritikus érték és ha ehhez a kritikus ponthoz tartozó $H(a + ib)$ egyenoldali hiperbolának belső oldalán legfeljebb $2q$ zéróhelye van az $F(z)$ függvénynek. akkor van legalább egy pár zéróhelye a $C\left(a + ib; \frac{q}{K}\right)$ CASSINI-félc görbe oválisai által bezárt $T\left(a + ib; \frac{q}{K}\right)$ tartományban. Csak akkor nincs zéróhelye az $F(z)$ függvénynek a két különálló részből álló $T\left(a + ib; \frac{q}{K}\right)$ tartomány belső pontjaiban, ha a függ-

vény zéró magasságú és ha a függvénynek pontosan $2q$ zéróhelye van a CASSINI-féle görbén, a többi zéróhelye pedig mind rajta van a $H(a + ib)$ hiperbolán.

Minthogy a $K \geq 0$ esetben $S \geq 2\gamma$, azért a (33) egyenlőtlenségből a következő tétel következtethető:

XI. Ha $a + ib$ a γ magasságú 1^* -fajú $F(z)$ egész függvénynek egy kritikus pontja és ha a $H(a + ib)$ hiperbola belső oldalán legfeljebb $2q$ zéróhelye van az $F(z)$ függvénynek, akkor föltétlenül van zéróhelye a $T\left(a + ib; \frac{q}{2\gamma}\right)$ tartományban. Ennek a tartománynak belsejében csak akkor nincs zéróhelye az $F(z)$ függvénynek, ha a függvénynek kritikus értéke az $a + ib$ pontban zéró és ha a függvénynek pontosan $2q$ zéróhelye van a $C\left(a + ib; \frac{q}{2\gamma}\right)$ görbén, a többi zéróhelye pedig mind rajta van a $H(a + ib)$ hiperbolán.

Mivel $K + 2\gamma \leq S$, azért abban az esetben, amikor $K + 2\gamma \geq 0$, a (33) egyenlőtlenségből a következő tétel is következik:

XII. Ha a γ magasságú 1^* -fajú $F(z)$ függvénynek K a kritikus értéke az $a + ib$ felemelt kritikus pontban és ha a függvénynek legfeljebb $2q$ zéróhelye van a $H(a + ib)$ hiperbola belső oldalán, akkor van zéróhelye a $T\left(a + ib; \frac{q}{K + 2\gamma}\right)$ tartományban. Ennek a tartománynak belsejébe csak akkor nem esik egy zéróhelye sem az $F(z)$ függvénynek, ha pontosan $2q$ zéróhelye van a $C\left(a + ib; \frac{q}{K + 2\gamma}\right)$ görbén, míg a többi zéróhelye mind a $H(a + ib)$ hiperbolán fekszik.

Ha x_h az $F(z)$ függvénynek egy reális zéróhelye, akkor a Σ_1 összegnek erre a zéróhelyre vonatkozó tagja

$$\frac{1}{(x_h - a)^2 + b^2} = \frac{1}{d_h^2},$$

ahol d_h jelöli az $a + ib$ pontnak az x_h ponttól való távolságát.

Ha az $F(z)$ függvénynek van legalább p olyan reális zéróhelye, amelynek az $a + ib$ ponttól való távolsága nem nagyobb, mint d , akkor $S \geq \Sigma_1 \geq \frac{p}{d^2}$, mihelyt $K + 2\gamma \geq 0$. Ennek alapján a (33) egyenlőtlenségből a következő tétel következik:

XIII. Ha az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvény $a + ib$ felemelt kritikus pontjához tartozó $H(a + ib)$ hiperbola belső oldalán a függvénynek legfeljebb $2q$ zéróhelye van és ha a függvénynek van legalább p olyan reális zéróhelye, amelynek az $a + ib$ ponttól való távolsága nem nagyobb, mint d , akkor van zéróhelye az $F(z)$ függvénynek a $T(a + ib; \frac{q}{p} d^2)$ tartományban. Csak akkor nem tűnik el az $F(z)$ függvény ennek a tartománynak egyetlenegy belső pontjában sem, ha a függvény $a + ib$ ponthoz tartozó kritikus értékének és kétszeres magasságának összege zero, ha továbbá $2q$ zéróhelye van a függvénynek a $C(a + ib; \frac{q}{p} d^2)$ CASSINI-féle görbén, együttesen p zéróhelye van a reális tengelynek az $a + ib$ ponttól d távolságra fekvő két pontjában és ha végül a függvénynek ezen a $2q + p$ zéróhelyén kívül valamennyi más zéróhelye a $H(a + ib)$ hiperbolára esik.

Az előbbi négy tételnél általánosabb a (33) egyenlőtlenségből lehozható következő tétel:

XIV. Ha a γ magasságú $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek K a kritikus értéke az $a + ib$ kibővített kritikus pontban, ha továbbá a függvénynek legfeljebb $2q$ zéróhelye van a $H(a + ib)$ hiperbola belső oldalán és legalább p olyan zéróhelye van, amelynek az $a + ib$ ponttól való távolsága legfeljebb d -vel egyenlő, és ha végül $K + 2\gamma + \frac{p}{d^2} > 0$, akkor az $F(z)$ függvénynek van zéróhelye a $T(a + ib; \frac{qd^2}{(K + 2\gamma)d^2 + p})$ tartományban. Ennek a tartománynak belsejében csak akkor nincs zéróhelye az $F(z)$ függvénynek, ha a határán $2q$ zéróhelye van, azonkívül együttvéve p zéróhelye esik a reális tengelynek az $a + ib$ ponttól d távolságra levő két pontjába, a többi zéróhelye pedig mind ráesik a $H(a + ib)$ hiperbolára.

A (32) egyenletből a következő két egyenlőtlenség is következik:

$$S \geq 2q \frac{U_q}{V_q}, \text{ amiből } V(x_q, y_q) \geq 2 \frac{q}{S} U(x_q, y_q), \quad (34)$$

$$S \geq 2 \frac{U_1}{V_1}, \text{ amiből } V(x_1, y_1) \geq 2 \frac{1}{S} U(x_1, y_1). \quad (35)$$

Abban az esetben, amikor az $a + ib$ az $F(z)$ függvénynek olyan kibővített kritikus pontja, hogy arra nézve az (30) alatti S összegnek $2\Sigma_+$ tagja hiányzik és amikor az $F(z)$ függvénynek legfeljebb p reális zéróhelye van, s ezek közül egyiknek sem kisebb az $a + ib$ ponttól való távolsága $d(\geq |b|)$ -nél,

$$S = K + 2\gamma + \Sigma_1 + 2\Sigma_2 \leq K + 2\gamma + \frac{p}{d^2}.$$

Ebből a (34) és (35) egyenlőtlenségek alapján a következő tétel következik:

XV. Ha a γ magasságú $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek K a kritikus értéke az $a + ib$ kibővített kritikus pontban, ha továbbá a függvénynek legfeljebb $2q$ képzetes zéróhelye van a $H(a + ib)$ hiperbola belső oldalán, de egy képzetes zéróhelye sincs a $H(a + ib)$ hiperbola külső oldalán, és ha végül a függvénynek legfeljebb p valós zéróhelye van, amelyeknek az $a + ib$ ponttól való távolsága legalább $d(\geq |b|)$, akkor az $F(z)$ függvénynek a $H(a + ib)$ hiperbola belső oldalán van olyan zéróhelye, amely a $T\left(a + ib; \frac{qd^2}{(K + 2\gamma)d^2 + p}\right)$ tartománynak nem belső pontja, és nincs olyan zéróhelye, amely belső pontja volna a $T\left(a + ib; \frac{d^2}{(K + 2\gamma)d^2 + p}\right)$ tartománynak.

A (32) egyenlőség alapján könnyen lehozható egy egész sor újabb tétel is. A X—XIV. tételekben a $H(a + ib)$ hiperbola kihagyható, ha tudjuk azt, hogy az $F(z)$ függvénynek legfeljebb $2q$ képzetes zéróhelye van.

Abban az esetben, ha az $a + ib$ pont az $F(z)$ függvénynek módosított kritikus pontja, akkor a $H(a + ib)$ hiperbola külső oldalán fekvő képzetes zéróhelyekre is tudunk következtetéseket tenni. Így áll a következő tétel:

XVI. Ha az $F(z)$ 1^* -fajú egész függvénynek \bar{K} a módosított kritikus értéke az $a + ib$ módosított kritikus pontban és ha a függvénynek legfeljebb $2q$ képzetes zéróhelye van a $H(a + ib)$ hiperbola külső oldalán, akkor van a függvénynek képzetes zéróhelye a $\bar{T}\left(a + ib; \frac{q}{\bar{K}}\right)$ tartományban. Ennek a tartománynak belsejében csak akkor nincs a függvénynek kép-

zetes zéróhelye, ha a $\bar{C}\left(a + ib; \frac{q}{K}\right)$ görbén $2q$ képzetes zéróhelye van, a többi képzetes zéróhelye pedig mind rajta van a $H(a + ib)$ hiperbolán.

A (30) egyenletből ugyanis

$$2\Sigma_+ = -(K + 2\gamma + \Sigma_1) - 2\Sigma_- = \bar{K} - 2\Sigma_- \geq \bar{K}. \quad (36)$$

A föltevés szerint az $F(z)$ függvénynek legfeljebb $2q$ zéróhelye van a $H(a + ib)$ hiperbola külső oldalán, ennél fogva a Σ_+ összegnek legfeljebb q tagja van. Ha ezek közül az a tag a legnagyobb, amely az $F(z)$ függvény $\xi + i\eta$ képzetes zéróhelyeihez tartozik, akkor a (28) alatti jelölésekkel

$$2q \frac{-U(\xi, \eta)}{V(\xi, \eta)} \geq 2\Sigma_+ \geq \bar{K},$$

amiből

$$V(\xi, \eta) \leq -2 \frac{q}{K} U(\xi, \eta). \quad (37)$$

Ebből az egyenlőtlenségből a (26) egyenlőtlenség alapján következik a kimondott tétel igazsága.

A XVI. tételből következik a következő:

XVII. Ha a γ magasságú $F(z)$ I^* -fajú egész függvénynek legfeljebb p valós zéróhelye van, ha továbbá az $a + ib$ a függvénynek olyan módosított kritikus pontja, amelyre teljesül a $S^* = -K - 2\gamma - \frac{p}{d^2} > 0$ egyenlőtlenség, amelyben K a függvény kritikus értéke az $a + ib$ pontban és d jelöli az $a + ib$ pontnak a függvény hozzá legközelebb fekvő valós zéróhelyétől való távolságát, és ha végül a függvénynek legfeljebb $2q$ képzetes zéróhelye van a $H(a + ib)$ hiperbola külső oldalán, akkor van a függvénynek képzetes zéróhelye a $\bar{T}\left(a + ib; \frac{q}{S^*}\right)$ tartományban. Ennek a tartománynak belsejében csak akkor nincs képzetes zéróhelye az $F(z)$ függvénynek, ha $2q$ képzetes zéróhelye van a $\bar{C}\left(a + ib; \frac{q}{S^*}\right)$ görbén, ha továbbá a valós tengelynek az $a + ib$ ponttól d távolságra eső két pontjában együtt-

vége p zéróhelye van és ha végül minden más zéróhelye a $H(a+ib)$ hiperbolára esik.

A föltételek változtatásával újabb tételek kimondása nem okoz nehézséget.

8. Valós együtthatókkal bíró polinomok képzetes zéróhelyeinek helyzetéről.

A X. tételből közvetlenül következnek a következő tételek:

XVIII. Ha a valós együtthatókkal bíró $f(z)$ polinomnak legfeljebb $2q$ képzetes zéróhelye van és ha a polinom $a+ib$ kritikus pontjában K a kritikus érték, akkor van zéróhelye a polinomnak a $T\left(a+ib; \frac{q}{K}\right)$ tartományban. A polinom csak akkor nem tűnik el e tartomány egy pontjában sem, ha $2q$ -ad-fokú és valamennyi zéróhelye a $C\left(a+ib; \frac{q}{K}\right)$ CASSINI-féle görbére esik.

XIX. Ha a valós n -edfokú $f(z)$ polinom $a+ib$ kritikus pontjában K a kritikus érték, akkor van zéróhelye a polinomnak a $T\left(a+ib; \frac{n}{2K}\right)$ tartományban, sőt n páratlan értéke mellett a $T\left(a+ib; \frac{n-1}{2K}\right)$ tartományban is. A $T\left(a+ib; \frac{n}{2K}\right)$ tartomány belsejében csak akkor nincs zéróhelye, ha n páros szám és ha a polinom zéróhelyei mind ráesnek ennek a tartománynak határvonalaira.

A XIV. tételből következik a következő:

XX. Ha az $f(z)$ reális polinomnak legfeljebb $2q$ képzetes zéróhelye van és legalább p olyan reális zéróhelye van, amelynek a polinom $a+ib$ kritikus pontjától való távolsága legfeljebb d , és ha K a polinom kritikus értéke az $a+ib$ pontban, akkor van zéróhelye a polinomnak a $T\left(a+ib; \frac{qd^2}{Kd^2+p}\right)$ és a $T\left(a+ib; \frac{q}{p}d^2\right)$ tartományok bármelyikében.

A XVII. tételből a következő tétel következik:

XXI. Ha az $f(z)$ n -edfokú reális polinomnak p valós zéróhelye van és ha az $a+ib$ a polinomnak olyan módosított

kritikus pontja, amelyre vontkozólag $S = -K - \frac{p}{d^2} > 0$, ahol K a polinom kritikus értéke az $a + ib$ pontban és d ($\geq |b|$) az $a + ib$ pontnak a polinom hozzá legközelebb eső valós zéróhelyétől való távolsága, akkor a polinomnak van képzetes zéróhelye a $T\left(a + ib; \frac{n}{2S}\right)$ tartományban.

Ebből a tételből $p = 0$ esetben a következő tétel következik:

XXII. Ha a legfeljebb n -edfokú reális $f(z)$ polinomnak nincs valós zéróhelye és ha az $a + ib$ pontban a polinom K kritikus értéke negatív, akkor a polinomnak van zéróhelye a $T\left(a + ib; -\frac{n}{2K}\right)$ tartományban. Ennek a tartománynak belsejében csak akkor nincs zéróhelye a polinomnak, ha a tartomány határán n zéróhelye van.

Arra a másik szélső esetre, amikor az $f(z)$ polinomnak csak valós zéróhelyei vannak, a következő tétel áll:

XXIII. Ha az $f(z)$ legfeljebb n -edfokú polinomnak csak valós zéróhelyei vannak, akkor a komplex sík bármely $a + ib$ pontjában a polinom K kritikus értéke eleget tesz a

$$0 < -K \leq \frac{n}{b^2}$$

egyenlőtlenségnek. Az egyenlőségi jel akkor és csak akkor állhat fenn, ha $f(z) = c(z - a)^n$.

Ez a tétel még a következőkép is kifejezhető:

A komplex számsíknak azok az $a + ib$ pontjai, amelyekben a csupa valós zéróhelyekkel bíró és legfeljebb n -edfokú polinomok kritikus értéke K , a valós tengelytől legfeljebb

$\sqrt{\frac{n}{-K}}$ távolságra vannak.

Mivel az $f(z)$ polinomnak nincs képzetes zéróhelye, ezért a komplex sík bármely pontjában a polinom K kritikus értéke negatív. Ha a XXIII. tétellel ellentétben volna olyan $a + ib$ ($b \neq 0$), amelyben a K kritikus érték eleget tenne a $-K > \frac{n}{b^2}$ egyenlőtlenségnek, akkor a (36) egyenlet alapján

$$2\Sigma_+ = -K - \Sigma_1 - 2\Sigma_- \geq -K - \Sigma_1 \geq -K - \frac{n}{b^2} > 0$$

volna, a Σ_+ összegnek volna tehát legalább egy (pozitív) tagja és így volna a polinomnak legalább egy pár képzetes zéróhelye. Ezzel az ellentmondással a XXIII. tétel be van bizonyítva, mint-hogy az $f(z) = c(z - a)^n$ polinomnak az $a + ib$ pontban a kritikus értéke $-\frac{n}{b^2}$.

A XXIII. tétel lehozható LAGUERRE következő tételéből¹ is:

Ha az $f(z)$ n -edfokú polinom mindegyik zéróhelye valós, akkor az

$$a + ib \ (b \neq 0) \text{ és a } P + iQ = (a + ib) - n \frac{f'(a + ib)}{f(a + ib)}$$

számok képzetes részei ellenkező előjelűek.

Ez a tétel azonban úgy módosítandó, hogy a Q előjele nem lehet a b szám előjelével ellenkező, miként ezt az $f(z) = c(z - a)^n$ polinom mutatja, amelyre nézve $Q = 0$.

Ha az $f(z)$ polinom valós zéróhelyeiről sem tudunk semmit, akkor azok helyének meghatározására is szolgálhat a XIX. tételt magában foglaló következő tétel:

XXIV. Ha K az $f(z)$ legfeljebb n -edfokú valós együtt-hatókkal bíró polinomnak kritikus értéke az $a + ib$ pontban, akkor van a polinomnak zéróhelye a $T\left(a + ib; \frac{n}{2K}\right)$ illetőleg a $\bar{T}\left(a + ib; -\frac{n}{K}\right)$ tartományban a szerint, amint $K \geq 0$, illetőleg $K < 0$.

Negatív kritikus értékre vonatkozólag ennek a tételnek igazsága a

$$\Sigma_1 + 2\Sigma_+ = -K - 2\Sigma_- \geq -K > 0$$

egyenletből következik.

¹ Oeuvres de Laguerre I. (1898), 139. oldal.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE LAGE DER NICHTREELLEN NULLSTELLEN VON REELLEN POLYNOMEN UND VON GEWISSEN REELLEN GANZEN FUNKTIONEN.

Von JULIUS von SZ. NAGY.

Eine ganze Funktion ist reell, wenn ihr Wert in jedem Punkte der reellen Achse reell ist. Ist $f(z)$ ein reelles Polynom oder eine reelle ganze Funktion vom Geschlechte Null oder Eins, so wird die ganze Funktion

$$F(z) = e^{-\gamma z^2} f(z) \quad (\gamma \geq 0)$$

eine ganze Funktion vom Geschlechte 1^* und die nichtnegative reelle Zahl γ die Höhe der Funktion $F(z)$ genannt.

Die Zahl

$$K = K(a+ib) = K(a-ib) = \frac{1}{2bi} \left[\frac{F'(a+ib)}{F(a+ib)} - \frac{F'(a-ib)}{F(a-ib)} \right]$$

ist der *kritische Wert* der Funktion $F(z)$ im Punkte $a+ib$ oder $a-ib$. Der kritische Wert im Punkte a der reellen Achse ist $\lim_{b \rightarrow 0} K(a+ib)$.

$b \rightarrow 0$

Ist

$$\frac{F'(a+ib)}{F(a+ib)} = A+iB, \text{ so ist } K = \frac{B}{b}.$$

Die reellen oder nichtreellen Punkte $a+ib$ der komplexen Ebene, in denen $K(a+ib) \geq 0$ ist, werden *kritische Punkte* der Funktion $F(z)$ genannt. Die kritischen Punkte der Funktion $F^{(k-1)}(z)$ sind kritische Punkte k -ter Ordnung der Funktion $F(z)$.

Die Begriffe der kritischen Punkte lassen sich verallgemeinern.

Hat die Funktion $F(z)$ mindestens zwei nichtreelle Nullstellen, so hat sie immer nichtreelle kritische Punkte.

Für die kritischen Punkte einer ganzen Funktion $F(z)$ vom Geschlechte 1^* haben wir unter anderen die folgenden Sätze bewiesen:

Der kritische Punkt $a+ib$ für die Funktion $F(z)$ bestimmt eine gleichseitige Hyperbel H , deren Hauptachse die Strecke zwischen den Punkten $a+ib$ und $a-ib$ ist. Die Funktion $F(z)$ hat immer Nullstellen auf der Hyperbel oder auf ihrer inneren Seite. (Die innere Seite von H ist die Menge der Punkte, aus denen keine Tangenten an die Hyperbel gehen.)

Kennt man im kritischen Punkte $a+ib$ den kritischen Wert K , oder die Höhe der Funktion $F(z)$, oder einige ihrer reellen Nullstellen, so kann man eine aus zwei Ovalen bestehende Cassinische Kurve bestimmen, deren Ovale im Inneren oder am Rande mindestens je eine nichtreelle Nullstelle von $F(z)$ enthalten.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 1. Mai 1933.)

A MÁSODFOKÚ SZÁMTEST OSZTÁLYCSOPORTJÁNAK 8-CAL OSZTHATÓ INVARIÁNSAI.

RÉDEI LÁSZLÓ-tól (Mezőtúr).

A másodfokú számtest (szűkebb értelemben vett) abszolút osztálycsoportja páros invariánsainak számosságát GAUSSnak a génuszokról szóló ismert tétele adja meg. Megelőző dolgozatomban¹ meghatároztam a 4-gyel osztható invariánsok számosságát. Ebben a dolgozatban a 8-cal osztható invariánsok számosságát határozom meg.

Rövid áttekintés a dolgozat tárgyalásáról s eredményeiről: Ha k másodfokú számtest, D a discrimináns, k_{2x} relatív ciklikus, 2^x relatív fokszámú abszolút osztálytest k fölött, akkor, mint ismeretes, $k_2 = R(\sqrt[4]{D_1}, \sqrt[4]{D_2})$, ahol D_1, D_2 az $R(\sqrt[4]{D_1}), R(\sqrt[4]{D_2})$ discriminánsai, $D_1 D_2 = D$. A D_1, D_2 számpárt (valódi) D -felbontásnak nevezem (l. az I-ben) — ezek tehát egyértelmű vonatkozásban vannak a k_2 testekkel. Minden k_{2x} tartalmaz egyetlen k_2 -t — az ilyen k_2 -hez tartozó D -felbontást x -edfajúnak nevezem. Ezek számossága az osztálytestek elmélete által egyszerű vonatkozásba kerül $e(2^x)$ -vel (198. l. D .), ami a k abszolút osztálycsoportjában 2^x -vel osztható invariánsok számossága. A feladat tehát az összes oly k_2 meghatározása, amely k_2 fölött van k_{2x} , vagyis meghatározandók az x -edfajú D -felbontások. Miután az

¹ A másodfokú számtest osztálycsoportjának 4-gyel osztható invariánsai, ez az Értesítő 49 (1933), 338—61; ezt a dolgozatot röviden I-gyel fogom idézni. Ugyanez A. Reichardt úr által egyszerűsített tárgyalásban kettőnk neve alatt (Die Anzahl der durch vier teilbaren Invarianten etc. címen) megjelenik a Journ. f. d. Math.-ban. Ehhez a dolgozathoz inkább idomul a jelenlevő, mégis ez a nélkül is olvasható. — Hibajavítások az I-hez: A 344. lapon 8. sorban « $k=R(\sqrt[4]{m})$ » helyett « k_2 », a 18. sorban «1» helyett «-1», a 345. lapon alulról 9. sorban «p» helyett «p».

$x = 2$ esetet megelőző dolgozatomban letárgyaltam, itt elintézem az $x = 3$ esetet, a k_s testek tényleges megszerkesztése által. Fennáll továbbá bizonyos összefüggés az alapegység normája előjelének kérdésével, mégpedig az erre vonatkozó DIRICHLET-TANO-féle tételekkel. Ezek a tételek ugyancsak a D-felbontások segítségével nyernek egyszerű kifejezést. (L. még az 211—214. lapokon a tételt, az ott ehhez fűzött megjegyzéseket és az *a.*—*d.* pontokat.)

★

1. Legyen R a racionális számok teste, $k = R(\sqrt{D})$ tetszőszerinti másodfokú számtest, D ennek discriminánsa. Az összes D -k röviden *discriminánsszámok*.

Ha K_1 bővítési teste K -nak, akkor K_1/K discriminánsa alatt értem a K_1 -nek K -ra vonatkoztatott relatívdiscriminánsát. Hasonlóan értendő K_1/K fokszáma, GALOIS-csoportja.

Legyen k_n/k ciklikus, discriminánsa 1 (azaz k_n elágazás nélküli k fölött), fokszáma n . Tudvalevőleg minden k_n/k osztálytest.² Az osztálytestek elmélete szerint legyenek k_n és a H_n ideálcsoport (egy-egyértelműen) egymáshoz rendelve. A H_n értelmezhető mod p_∞ .³

Legyen H a k összes ($\neq 0$) ideáljainak⁴ csoportja, C_0 a szűkebb-értelemben vett abszolút főosztály, vagyis C_0 az összes (α) ideál csoportja, ahol α normája pozitív.⁵ Akkor H/C_0 (faktor-csoport), a szűkebb értelemben vett abszolút osztálycsoport. A H_n a C_0 mindama mellékcsoportjának foglalata, mely mellékcsoportok tartalmaznak ideálnormát a k_n/k testből. A jövőben k_n és H_n csupán $n = 2^x$ mellett jönnek tekintetbe.

² Az osztálytestek elméletét illetően H. HASSE, Bericht über neuere Untersuchungen und Probleme aus der Theorie der algebraischen Zahlkörper, Teil I, Ia, II (Jahresb. d. D. Math. Verein. 35 (1926), 36 (1927), ill. Ergänzungsband 6 (1930)) című munkákra utalok. A jövőben ezeket mint HASSE, Ber. I, Ia, ill. II említem.

³ HASSE, Ber. Ia, §§ 2—4.

⁴ Ideál alatt közönségesen tört vagy egész ideált értek.

⁵ Vagy e helyett: α total-pozitív; másodfokú számtest esetében a kétféle definíció fedi egymást. Más szóval C_0 a sugár (Strahl) mod p_∞ .

Legyen $e(2^x)$ a H/C_0 (mint ABEL-csoport) 2^x -vel osztható invariánsainak számossága ($x > 0$ racionális egész).

Minden k_{2^x} tartalmaz egyetlen k_{2^y} -t, ha $1 \leq y < x$. A « k_n »-hez H_n » hozzárendelés miatt, egyszerű megfontolással:

A. Adott $x \geq 1$ mellett az összes k_{2^x} által tartalmazott k_2 számossága⁶

$$2^{e(2^x)} \quad 1. \quad (1)$$

Mint ismeretes, az összes k_2 testek a $k(\sqrt{D_1}) = k(\sqrt{D_2}) = R(\sqrt{D_1}, \sqrt{D_2})$ testek, ahol D_1, D_2 discriminánsszámok, $D_1 D_2 = D$.

B. Ha $D_1 D_2 = D$, ahol D_1, D_2 discriminánsszámok (tehát $(D_1, D_2) = 1$) vagy D_1 és D_2 egyike 1 (másika tehát D), akkor a D_1, D_2 számpárt D -felbontásnak nevezem. A D_1, D_2 és a D_2, D_1 nem különböző D -felbontások. Az 1, D a nem valódi D -felbontás (a többi valódi).

Legyen D_1, D_2 és D'_1, D'_2 két tetszésszerű D -felbontás; feltehető, hogy D'_2 páratlan. Töröljük a $D_1 D'_2, D_2 D'_2$ számpár mindegyik tagjából az előforduló legnagyobb páratlan teljesnégyzet tényezőt — az így visszamaradt D -felbontást az eredeti D -felbontások összetevésének nevezem. E szerint az összetevési szabály szerint az összes D -felbontások $(2, 2, \dots)$ típusú ABEL-csoportot alkotnak. Egységelem a nem valódi D -felbontás. A rendszám $2^{\lambda-1}$, ahol λ a D különböző törzstényezőinek számossága.

Az előbbieket szerint az összes k_2 és a valódi D -felbontások egy-egyértelmű hozzárendelésben állnak.

C. Egy D -felbontást x -edfajúnak nevezek, ha a hozzárendelt k_2 testnek van k_{2^x} bővítési teste, továbbá x -edfajúnak nevezem a nem valódi D -felbontást.⁷

⁶ A mondottak szerint, és mert $k_m \langle k_n, H_n \rangle H_m$ kölcsönösen feltételezik egymást, ez azoknak a H_2 csoportoknak számossága, amely csoportok tartalmazznak H_{2^x} -t. Más szóval: azoknak a H_2/C_0 csoportoknak számossága (H/C_0 -ból), amely csoportok tartalmazznak H_{2^x}/C_0 -t. A kérdéses számosság tehát: a ciklikus faktorcsoporttal bíró 2^x indexű alcsoportok fölött lévő 2 indexű alcsoportok számossága (a H/C_0 véges ABEL-csoportban). Ez a különböző $\chi^{2^{x-1}}$ (másodrendű) karakterterek számossága, ha χ befutja a H/C_0 összes 2^x rendű csoportkarakterét (v. ö. pl. E. HECKE, Vorlesungen über die Theorie der algebraischen Zahlen (1923) 38. l.), s így nyerjük a fenti (1)-et.

⁷ Az idézett dolgozatomban — a másodfajú D -felbontásokra nézve —

Az (1) szerint

$$2^{e(2^x)}$$

az összes (valódi és nem-valódi) x -edfajú D -felbontások számossága.

Minthogy pedig az x -edfajú D -felbontások az összes D -felbontások csoportjának egy alsocsoportját alkotják,⁸ (a típus most is $(2, 2, \dots)$), azért

D. az osztálycsoport 2^x -vel osztható invariánsainak számossága $e(2^x)$ egyenlő a független báziselemek számosságával a discrimináns x -edfajú D -felbontásainak csoportjában.

E szerint az $e(2^x)$ meghatározása visszavezetett az x -edfajú D -felbontások meghatározására; más szóval, megvizsgálható, melyek azok a D_1, D_2 D -felbontások, amelyekhez tartozó $k_2 = R(\sqrt{D_1}, \sqrt{D_2})$ fölött van k_{2^x} osztálytest.

2. Felsorolok néhány megállapodást a jelölésekben és néhány ismeretes ténnyt, melyekre később külön nem hivatkozok.

Egy LAGRANGE-LEGENDRE-féle tétel szerint $ux^2 + vy^2 + wz^2 = 0$ megoldható zérustól különböző racionális egész x, y, z értékekkel, ha u, v, w zérustól különböző racionális egészek, van közöttük pozitív és van közöttük negatív. $(u, v, w) = 1$ és $-vw, -uw, -uv$ rendre négyzetes maradék mod u, v , ill. w . A megoldás választható úgy is, hogy ux, vy, wz páronként relatív primek — egy ilyen x, y, z megoldást primitívnek nevezek.⁹

más definícióból indultam ki; ez csupán tétel és definíció felcserélését vonja maga után. Áttekinthetőbbnek tartom a tényeknek most végzendő csoportosítását.

⁸ Legyenek ugyanis D'_1, D'_2 és D''_1, D''_2 különböző x -edfajú valódi D -felbontások, k'_2, k''_2 a hozzájuk tartozó k_2 testek, továbbá k'_{2^x}, k''_{2^x} a megfelelő k_{2^x} testek $(k'_2 \langle k_{2^x}^{(i)}, i = 1, 2)$, végül rendre $H'_2, H''_2, H'_{2^x}, H''_{2^x}$ a hozzárendelt ideálcsoportok. Ha $H_* = [H'_2, H''_2]$ és $H_{**} = [H'_{2^x}, H''_{2^x}]$, hol $[]$ a közös rész (Durchschnitt) jele, akkor H/H_* és H/H_{**} típusa $(2, 2)$, ill. $(2^x, 2^x)$. Könnyen láthatólag van egyetlen H_2 a H_* és H között, mely különbözik H'_2 -től és H''_2 -től, továbbá van oly H_{2^x} , mellyel $H_{**} \langle H_{2^x} \langle H_2$. Akkor a hozzárendelt osztálytestekre (H_2 -hoz k_2 , H_* -hoz k_* stb.) $k_2 \langle k_{2^x}$ teljesül; másrészt $H_* \langle H_2$ miatt $k_2 \langle k_* = k(\sqrt{D'_1}, \sqrt{D_1})$, így csupán $k_2 = k(\sqrt{D'_1 D''_1})$ lehet, és így k_2 az összetett D -felbontáshoz tartozik.

⁹ L. pl. Dirichlet—Dedekind, Vorl. ü. Zahlentheorie, 4. Aufl. (1894) 432.

$\left(\frac{x}{y}\right)$ legyen az általánosított KRONECKER-féle jel (azaz páratlan y mellett $\left(\frac{x}{y}\right) = \left(\frac{x}{-y}\right)$ a JACOBI-jel, míg $x \equiv 1 \pmod{4}$ mellett $\left(\frac{x}{2}\right) = \left(\frac{x}{-2}\right) = (-1)^{\frac{x-1}{4}} = \left(\frac{2}{x}\right)$ és mindenkor $\left(\frac{x}{yz}\right) = \left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{x}{z}\right)$, ha a jobboldali tényezők értelmezve vannak). Különösen tehát $(x, y) = 1$, y törzsszám mellett akkor és csak akkor $\left(\frac{x}{y}\right) = 1$, ha x négyzetes maradék mod y , ill. mod 8, a szerint, amint y páratlan vagy $y = 2$.

p legyen mindenkor racionális törzsszám, hasonlóan p_1, p_2, p', \dots

E. A D_1, D_2 valódi D-felbontás másodfajú akkor és csak akkor, ha

$$\left(\frac{D_1}{p_2}\right) = 1, \left(\frac{D_2}{p_1}\right) = 1 \quad (p_1 | D_1, p_2 | D_2).^{10} \quad (2)$$

A (2) következményeként, a négyzetes reciprocitás tétel miatt, $D > 0$ mellett $D_1, D_2 > 0$ (azaz valós k mellett csak valós k_2 fölött van k_1).

A jövőben a tetszésszerűen valódi másodfajú D_1, D_2 D-felbontást (az elemeknek megengedett esetleges felcserélése által) úgy veszem fel, hogy D_2 páratlan legyen, továbbá, amennyiben ez is lehetséges, $D_2 \equiv 1 \pmod{8}$ legyen. (A (2) szerint $2 | D$ mellett mindenesetre $D_2 \equiv 1 \pmod{8}$.)

Minden D_1, D_2 valódi másodfajú D-felbontáshoz hozzárendelem az

$$a^2 - b^2 D_1 - c^2 D_2 = 0 \quad (3)$$

egyenletnek egyetlen a, b, c primitív megoldását a

$2 | b$; $a + b \sqrt{D_1} \equiv 1 \pmod{4}$; $D_2 \equiv 1 \pmod{8}$ mellett $4 | b$ (4) mellékfeltételekkel.¹¹

¹⁰ Idézett dolgozatom főeredménye (v. ö. ⁷ jegyzettel).

¹¹ A $2 | b$ feltétel páratlan D esetében a D_1, D_2 számpár esetleges felcserélését kívánja, amit eleve végrehajtva gondolunk; a (4) alatti második feltétel az a alkalmas előjelét kívánja, amellyel ugyanis $a \equiv b + 1 \pmod{4}$. $D_2 \equiv 1 \pmod{8}$ mellett még $a^2 - b^2 D_1 - c^2 D_2 = 0$ is megoldható, és így $4 | b$ teljesíthető; ekkor az a előjelét $a \equiv 1 \pmod{4}$ által szabályozva, tel-

Legyen (ugyancsak minden másodfajú D-felbontáshoz egyértelműen hozzárendelve)

$$X = a + b \sqrt{D_1}. \quad (5)$$

F. Az összes k_4 testek adva $k_2(\sqrt{DX})$ által, ahol k_2 másodfajú D-felbontáshoz tartozik, ehhez rendelve az X ; Δ discrimináns-szám, vagy 1 és $\Delta \mid D$. Minden k_4 -et pontosan egyszer nyerünk, ha Δ befut oly $\Delta_i (i = 1, 2, \dots, 2^{\lambda-2})$ értékeket, melyek eleget tesznek a következő feltételnek: $\sqrt{\Delta_i \Delta}$ nem száma k_2 -nek $i \neq l$ mellett.¹² Minden k_4 abszolút GALOIS-test.¹³

Az X konjugáltja legyen X_0 . Akkor $X_0 = a - b \sqrt{D_1}$.

A \sqrt{DX} konjugáltjai

$$\sqrt{DX}, \sqrt{DX_0} = \frac{\Delta c \sqrt{D_2}}{\sqrt{DX}}, -\sqrt{DX}, -\sqrt{DX_0}. \quad (6)$$

3. Legyen adva egy bizonyos k_8 test; ezzel együtt adva vannak: a $k_2 = R(\sqrt{D_1}, \sqrt{D_2}) \{k_4 = k_2(\sqrt{DX})\} k_8$ sorozat, a D_1, D_2 valódi másodfajú D-felbontás, az ehhez rendelt meg-

jesül (4). Ezek által némileg eltértem az I-ben használt jelölésektől, mégpedig az ottani (63)-beli D_1, D_2 helyébe D_2, D_1 lépett, a (64) helyébe (a szövegben következő) (5); a (65) helyett természetesen megfelel a (4).

¹² V. ö. az I-ben (357. l.) (65) előtt mondottakkal, mely szerint mindenekelőtt $k_2(\sqrt{X})$ egy k_4 test. Akkor azonban $k_2(\sqrt{DX})/k_2$, tehát $k_2(\sqrt{DX})/k$ is elágazás nélküli az ismert HILBERT-féle tételek szerint, mert $\Delta \mid D$ és így $\Delta = a^2$, ahol a ideál k_2 -ben, továbbá $\Delta X \equiv 1 \pmod{4}$. Ezenfelül $k_2(\sqrt{DX})/k$ is ciklikus. A $\Delta = \Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{2^{\lambda-2}}$ számok például így választhatók: 1. páratlan D mellett Δ a $\frac{D}{p'p''}$ összes (pozitív vagy negatív) $4m+1$ alakú osztója, ahol p', p'' egyik tetszőszerinti törztényezője D_1 -nek, ill. D_2 -nek; 2.) páros D mellett Δ a $\frac{D}{p''}$ osztóit futja be az előbbi megszorítással. Ezután nyilvánvaló, hogy $k_2(\sqrt{\Delta_i X}) \neq k_2(\sqrt{\Delta_l X})$, ha $i \neq l$, azaz az egy bizonyos k_2 fölött megadott $2^{\lambda-2}$ számú k_4 testek különböznek. Másrészt, hasonló megfontolással, mint a 6 jegyzetben, könnyen nyerhető, hogy általában, ha $k_2^x (x \geq 1)$ fölött van k_2^{x+1} , akkor az összes ilyenek számossága $2^{e(2)-1} = 2^{\lambda-2}$ (GAUSS tétele szerint $e(2) = \lambda - 1$!). Ezek szerint fent tényleg az összes k_4 -et adtuk meg.

¹³ Közvetlenül is könnyen kiderül, vagy hasonló megfontolásból, mint ami fent csakhamar következik.



oldása (3)-nak, továbbá X az (5)-ből, végül J (a $J = J_1, J_2, \dots$ sorozatból).

Legyen H_8 a k_8 -hoz tartozó ideálcsoport. Legyen $H/H_8 = \{c\}$, $c^8 = H_8$. A H_8 tartalmaz minden racionális ideált, ami nem zérus, tehát a $\{H_8\}$ -ból következik $a' \in H_8$, ahol «'» a k testben a konjugáltra való áttérést jelenti. Következésképp $H'_8 = H_8$ és $c' = c^{-1} \neq c$. H. HASSE¹⁴ tételei szerint tehát k_8/R 16-odfokú GALOIS-test, nem ABEL-féle.

Legyen G a k_8/R GALOIS-csoportja. Mivel k_8/k ciklikus 8-adfokú, azért G -nek van egy S 8-adrendű eleme, mellyel $S\sqrt[8]{D} = \sqrt[8]{D}$. Az $\{S\}$ elemeit k_4 -re alkalmazva, k_4/k összes automorphismusát nyerjük; feltehető, hogy épp $S\sqrt[8]{DX} = \sqrt[8]{DX_0}$; akkor $S\sqrt[8]{D_1} = -\sqrt[8]{D_1}$, $S\sqrt[8]{D_2} = -\sqrt[8]{D_2}$. Jelentsen T egy oly elemet $\{S\}$ mellékcsoportjából G -ben, mellyel $T\sqrt[8]{DX} = \sqrt[8]{JX}$; ilyen T elem van, mert alkalmas i -vel $S^i\sqrt[8]{DX}$ a $\sqrt[8]{DX}$ -nek bármely (abszolút) konjugáltját előállítja, azaz van oly i , mellyel $S^i\sqrt[8]{JX} = T\sqrt[8]{DX}$, bármelyik elemet is jelentse T az $\{S\}$ mellékcsoportjából, s akkor $S^{-i}T\sqrt[8]{JX} = \sqrt[8]{JX}$. Egyszersmind $T\sqrt[8]{D_1} = \sqrt[8]{D_1}$, az (5) miatt, és $T\sqrt[8]{D_2} = -\sqrt[8]{D_2}$. Akkor $G = \{S, T\}$.

Mivel $\{S\}$ normálosztó, azért $T^{-1}ST = S^x$. Továbbá $T^{-1}ST\sqrt[8]{DX} = ST\sqrt[8]{JX} = T\sqrt[8]{JX_0} = T\frac{Jc\sqrt[8]{D_2}}{\sqrt[8]{JX}} = -\frac{Jc\sqrt[8]{D_2}}{\sqrt[8]{JX}} = -\sqrt[8]{JX_0} = S^3\sqrt[8]{JX}$, tehát $x \equiv 3 \pmod{4}$, azaz $x = -1$ vagy $x = 3$ vehető.

Minthogy $T^2\{S\}$ és $T^2\sqrt[8]{JX} = \sqrt[8]{JX}$ azért, $T^2 = 1$ vagy S^4 .

Ezek szerint $T^2 = S^{4u}$, $T^{-1}ST = S^{-1+4v}$, ahol $u = 0, 1$; $v = 0, 1$. Kimutatom, hogy eme 4 eset közül csupán $u = 0$, $v = 0$ lehetséges.

Ugyanis $k \leftrightarrow \{S\}$, $R(\sqrt[8]{D_1}) \leftrightarrow \{S^2, T\}$, $R(\sqrt[8]{D_2}) \leftrightarrow \{S^2, ST\}$, ahol « \leftrightarrow » a GALOIS-elmélet szerinti egy-egyértelmű hozzárendelés jele. Ha \mathfrak{P} törzsideál k_8 -ban, $\mathfrak{P} \nmid p$ és $p \mid D$, akkor $p = \mathfrak{P}^2$, ahol \mathfrak{P} törzsideál a k -ban, továbbá $\mathfrak{P} \nmid p$ ¹⁵ mert k_8/k discriminánsa 1, azaz $\mathfrak{P}^2 \nmid p$. A \mathfrak{P} -hez tartozó (R -re vonatkoztatott) G_i tehetetlen-

¹⁴ Ber. II, § 5, I., II.

¹⁵ Altalában $\alpha^r \nmid \beta$, ha $\alpha^r \mid \beta$ és $\alpha^{r+1} \nmid \beta$.

ségi csoport rendje tehát 2^{16} . A \mathfrak{P} -nek k -ra vonatkoztatott tehetetlenségi csoportja $[\{S\}, G_t]$; minthogy pedig $\mathfrak{P} \parallel p$, azért

$$[\{S\}, G_t] = 1. \quad (7)$$

Ha éppen $p \mid D_1$, akkor $p = p_1^2$, ahol p_1 törzsideál $R(\sqrt{D_1})$ -ben, tehát $\mathfrak{P} \parallel p_1$. Hasonlóan, mint előbb, nyerjük, hogy

$$[\{S^2, T\}, G_t] = 1, \quad (p \mid D_1). \quad (8)$$

Ugyancsak

$$[\{S^2, ST\}, G_t] = 1, \quad (p \mid D_2). \quad (8')$$

Általában $(S^a T)^2 = S^a T^2 \cdot T^{-1} S^a T = S^{4(u+av)}$. A G összes 2-odrendű elemei tehát

1. S^4 , ha $u = 1, v = 0$;
2. $S^4, T, S^2 T, S^4 T, S^6 T$, ha $u = 0, v = 1$;
3. $S^4, ST, S^3 T, S^5 T, S^7 T$, ha $u = 1, v = 1$.

Mivel G_t 2-odrendű, azért rendre ellentmondást nyerünk a (7); (7), (8); (7), (8') egyenletekkel. Ezzel kimutattuk, hogy $u = v = 0$.

Nyertük tehát, hogy $T^2 = 1, T^{-1}ST = S^{-1}$, ami $S^8 = 1$ -gyel együtt mutatja, hogy $G = \{S, T\}$ a 16-odrendű diedercsoport.

4. Állítom, hogy ha k_4 fölött van k_8 , és $p \mid D$, akkor p csupa elsőfokú törzsideál szorzata k_4 -ben.

Legyen pl. $p \mid D_1$ (a $p \mid D_2$ eset hasonlóan tárgyalható). Legyen ismét \mathfrak{P} a p -nek egyik törzsideáltényezője k_8 -ban, G_t a tehetetlenségi csoport, G_2 a felbontási csoport (Zerlegungsgruppe), K_t és K_2 a tehetetlenségi, ill. felbontási test.

Felsorolom a G összes valódi alcsoportját (az illető csoport elé írva a rendszámot, utána írva a GALOIS-elmélet értelmében hozzátartozó testet, ahol ez szükséges):

¹⁶ HASSE, Ber. Ia, § 8. Többször tekintetbe jönnek különösen (4) és (11).

8	$\{S\}$	k
4	$\{S^2\}$	k_2
2	$\{S^4\}$	k_4
2	$\begin{Bmatrix} \{T\} \\ \{ST\} \\ \vdots \\ \{S^7T\} \end{Bmatrix}$	
8	$\begin{Bmatrix} \{S^2, T\} \\ \{S^2, ST\} \end{Bmatrix}$	$R(\sqrt{D_1})$ $R(\sqrt{D_2})$
4	$\begin{Bmatrix} \{S^4, T\} \\ \{S^4, S^2T\} \\ \{S^4, ST\} \\ \{S^4, S^3T\} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} K_1 \\ K_1' \\ K_2 \\ K_2' \end{Bmatrix} \rangle R(\sqrt{D_1})$ $\rangle R(\sqrt{D_2})$

Eme táblázat szerint (7) és (8) miatt (mivel G_i rendje 2) G_i az $\{S^iT\}$ ($i=1, 3, 5, 7$) csoportok valamelyike; ezek konjugáltak a G -ben, a \mathfrak{P} alkalmas választásával tehát $G_i = \{ST\}$. Mivel G_i invariáns alcsoportha G_2 -nek, azért $G_2 \langle \{S^4, ST\}$. Következésképp $K_2 \langle K_2$. Ha tehát \mathfrak{P} a \mathfrak{P} -vel osztható törzsideál K_2 -ben, akkor $\mathfrak{P} \parallel p$, $n\mathfrak{P} = p^{17}$ (n a norma jele). Mivel pedig $R(\sqrt{D_2}) \langle K_2$ és $p = p'p''$ ($p' \neq p''$) az $R(\sqrt{D_2})$ -ben (2) miatt, azért p' vagy p'' felbomlik két különböző törzsideál szorzatára K_2 -ben. Tehát p -nek van legalább három különböző törzsideáltényezője K_2 -ben s annál inkább k_4 -ben mert $K_2 \langle k_4$. Mivel k_4 8-adrendű abszolút GALOIS-test, azért p -nek van négy különböző törzstényezője k_4 -ben. Minthogy pedig $p = \alpha^2$ a k_4 -ben, ezzel az állítást kimutattam.

5. Állítom, hogyha $k_4 = k_2(\sqrt{DX})$ fölött van k_8 , (azaz, ha D_1, D_2 harmadfajú D -felbontás), akkor

$$\left(\frac{aA_\star}{p} \right) = 1, \quad (p \mid D_1) \quad (9')$$

$$\left(\frac{2aA_\star}{p} \right) = 1, \quad (p \mid D_2) \quad (9'')$$

¹⁷ HASSE, Ber. Ia, § 8, (12).

ahol $p \mid D$ mellett $\Delta_* = \Delta$, ha $p \nmid D$, míg $\Delta_* = \frac{D}{J}$, ha $p \mid \Delta$ ($p = 2$ mellett tehát $\Delta_* = \Delta$).

A bizonyítást az alábbi részletezésben végzem:

1. Legyen $p \mid D_1$, $p \neq 2$. Mivel $\sqrt{\Delta_* X}$ egész szám $k_4 = k_2(\sqrt{\Delta X})$ -ben (ugyanis $\Delta_* = \frac{D}{J}$ mellett $\sqrt{\Delta_* X} = \frac{1}{J} \sqrt{D} \sqrt{\Delta X}$) és az előbbiek szerint p elsőfokú törzsideálok szorzata k_4 -ben, azért $\sqrt{\Delta_* X} \equiv r \pmod{\mathfrak{P}}$, ahol $\mathfrak{P} \mid p$ törzsideál k_4 -ben, r racionális egész. Minthogy $\mathfrak{P} \mid \sqrt{D_1}$, azért tekintettel (5)-re, négyzetre emelés után $\Delta_* a \equiv r^2 \pmod{\mathfrak{P}}$, tehát \pmod{p} , ami a jelen esetre (9')-t igazolja.

2. Legyen $p = 2 \mid D_1$. Akkor (4) szerint $4 \mid b$, $a \equiv 1 \pmod{4}$ és így $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{\Delta X})$ egész szám k_4 -ben, mert $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{\Delta X})$ konjugáltjával együtt (5) miatt kielégítik az

$$x^2 - x - \frac{a\Delta - 1}{4} - \frac{b\Delta\sqrt{D_1}}{4} = 0$$

egyenletet. Ismét szükséges, hogy a baloldal elsőfokú racionális tényezőkre essen szét $\pmod{\mathfrak{P}}$, ahol $\mathfrak{P} \mid 2$ törzsideál k_4 -ben, és így $x^2 - x - \frac{a\Delta - 1}{4}$ reducibilis R -ben $\pmod{2}$. Akkor $a\Delta \equiv 1 \pmod{8}$, amint (9') kívánja.

3. Legyen $p \mid D_2$. A (3) miatt

$$(a + b\sqrt{D_1}) \cdot 2(a + c\sqrt{D_2}) = (a + b\sqrt{D_1} + c\sqrt{D_2})^2,$$

és így $\sqrt{2\Delta_*(a + c\sqrt{D_2})}$ egész szám k_4 -ben. Tovább hasonlóan járhatunk el, mint 1. alatt, s ezzel az állítást kimutattuk.

6. *Kimutatani, hogy fordítva, ha D_1, D_2 oly valódi másodfajú D -felbontás, amely mellett az (5)-nek hozzárendelt a, b, c megoldásában az a elemre alkalmas Δ -val teljesülnek (9'), (9''), akkor $k_4 = k_2(\sqrt{\Delta X})$ fölött van k_8 test (természetesen $k_2 = R(\sqrt{D_1}, \sqrt{D_2})$ értendő).*

A bizonyítást több részletben végzem.

Jelentsen P egy bizonyos páratlan pozitív törzsszámot, mellyel

$$\left(\frac{-1}{P}\right) = \left(\frac{2}{D_2}\right), \quad (10)$$

$$\left(\frac{P}{p}\right) = 1. \quad (p \mid D_1) \quad (10')$$

$$\left(\frac{2P}{p}\right) = 1 \quad (p \mid D_2) \quad (10'')$$

teljesülnek (akkor $P \nmid D$). Az ily P létezését biztosítja a szám-tani haladvány tétele.

Meghatározzuk az $e, f, g; h, i, l; r, s, t$ racionális egész számokat, mint rendre a

$$4e^2 + \frac{D}{A}f^2 - aPg^2 = 0, \quad (11)$$

$$h^2 + D_2i^2 - 2Pl^2 = 0, \quad (12)$$

$$r^2 - D_1s^2 - Pl^2 = 0 \quad (13)$$

egyenletek primitív megoldásait a következő mellékfeltételekkel:

$$D_2 \equiv 1 \pmod{8} \text{ mellett } 2 \mid f, 2 \mid s, 4 \mid ch - i; \quad (14')$$

$$D_2 \equiv 5 \pmod{8} \text{ mellett } 2 \mid e, 2 \mid r, 4 \mid ch + i. \quad (14'')$$

A (11)–(13) teljesíthetőségére elég kimutatnunk a következőket:

$$D > 0 \text{ mellett } aA > 0; \quad (15)$$

$$\left(\frac{\frac{D}{A}aP}{p}\right) = 1, \quad (p \mid A) \quad (16)$$

$$\left(\frac{AaP}{p}\right) = 1, \quad \left(p \mid \frac{D}{A}\right) \quad (17)$$

$$\left(\frac{-D}{p}\right) = 1, \quad (p \mid aP) \quad (18)$$

$$\left(\frac{-D_2}{P}\right) = 1, \quad (19)$$

$$\left(\frac{D_1}{P}\right) = 1. \quad (20)$$

Mégpedig $P > 0$ miatt (11), (12), (13) megoldhatóságát biztosítják rendre a: (15)–(18); (10''), (19); (10'), (20) összefüggések. (Természetesen pl. (16) törölendő, ha A -nak nincs törzstényezője.)

A (9') és (9'') összes oly egyenletét szorozva, melyek páratlan p -re vonatkoznak:

$$\left(\frac{2}{D_2}\right) \left(\frac{a}{D_0}\right) \left(\frac{2}{A}\right)^x \left(\frac{A}{A'}\right) \left(\frac{A'}{A}\right) = 1,$$

ahol $D = 2^x D_0$, $2^x \parallel D$, $AA' = D_0$. Ebből a négyzetes reciprocitás tétele szerint, ha $D > 0$ (tehát $D_0 > 0$):

$$\left(\frac{2}{D_2}\right) \left(\frac{D_0}{a}\right) \left(\frac{2}{A}\right)^x (-1)^{\frac{a-1}{2} \cdot \frac{D_0-1}{2} + \frac{\text{sgn } A-1}{2}} = 1,$$

ahol $z \neq 0$ mellett $z = \text{sgn } z \cdot |z|$, és figyelembe vettük, hogy $A \equiv 1 \pmod{4}$. Minthogy (3) miatt $\left(\frac{-D}{a}\right) = 1$, azért

$$\left(\frac{D_0}{a}\right) = \left(\frac{-2^x}{a}\right) = \left(\frac{2}{a}\right)^x (-1)^{\frac{a-1}{2} + \frac{\text{sgn } a-1}{2}},$$

továbbá $\left(\frac{2}{aA}\right)^x = 1$ (mert páratlan x mellett $2 \parallel D$, s ekkor (9') miatt $\left(\frac{2}{aA}\right) = \left(\frac{aA}{2}\right) = 1$), végül $\left(\frac{2}{D_2}\right) = (-1)^{\frac{a-1}{2}}$ [(3) és (4) szerint], és így az előbbi egyenletből

$$(-1)^{\frac{a-1}{2} \cdot \frac{D_0-1}{2} + \frac{\text{sgn } aA-1}{2}} = 1.$$

Ha mármost $\frac{a-1}{2}$ páratlan, akkor (4) miatt $2 \parallel b$, tehát D páratlan, azaz $D = D_0 \equiv 1 \pmod{4}$, tehát mindig $\text{sgn } aA = +1$, amivel (15)-öt kimutattuk.

Ha $p \mid A$, (most $A_* = \frac{D}{A}$) akkor $p \mid D_1$ mellett (9')-ból és (10')-ból szorzással nyerjük (16)-ot, s ugyancsak ezt $p \mid D_2$ mellett (9'')-ból és (10'')-ból.

Ha $p \mid \frac{D}{A}$, akkor hasonlóan nyerjük (17)-et (most $A_* = A$).

A (10'') egyenleteket szorozva $\left(\frac{2}{D_2}\right) \left(\frac{P}{D_2}\right) = 1$ következik, amiből (10) és a reciprocitás tétele miatt folyik (19).

Hasonlóan (10')-ból páratlan D mellett $\left(\frac{P}{D_1}\right) = 1$, azaz (20)

következik, és ugyancsak ez következik könnyen láthatóan $2 \mid D$ mellett, mert ekkor (10') szerint $P \equiv 1 \pmod{8}$.

Végül (18) is helyes $p = P$ mellett (19)-ből és (20)-ból, $p \mid a$ mellett pedig (3)-ból.

A (14') és (14'') teljesíthetősége is könnyen kiderül a következőkből: Mindenkor $aP \equiv 1 \pmod{4}$, mert (4) és (10) szerint $D_2 \equiv 1 \pmod{8}$ mellett $a \equiv 1 \pmod{4}$, $P \equiv 1 \pmod{4}$, míg $D_2 \equiv 5 \pmod{8}$ mellett $a \equiv 3 \pmod{4}$, $P \equiv 3 \pmod{4}$; ezért (11)-ben akár $2 \mid f$, akár $2 \nmid e$ szabadon előírható (v. ö. ¹¹ jegyzet). Ugyancsak a P most részletezett viselkedése miatt $2 \mid s$, ill. $2 \mid r$ teljesíthető. Végül h , i nyilvánvalóan páratlanok, s így alkalmas előjellel $4 \mid ch - i$, ill. $4 \mid ch + i$.

7. Legyen

$$2da = 2acgl\Delta P(r + s\sqrt{D_1}), \quad (21)$$

$$2d\beta = [c(eh\Delta + fiD_2\sqrt{D_1}) + (a - b\sqrt{D_1})(-ei\Delta + fh\sqrt{D_1})](r + s\sqrt{D_1}), \quad (22)$$

$$2d\gamma = [c(eh\Delta - fiD_2\sqrt{D_1}) + (a - b\sqrt{D_1})(ei\Delta + fh\sqrt{D_1})](r - s\sqrt{D_1}), \quad (23)$$

$$Y = a + \beta\sqrt{dX}, \quad (24)$$

ahol d racionális egész szám, tehát $a, \beta, \gamma \in R(\sqrt{D_1})$ és $Y \in k_4 = = k_2(\sqrt{dX})$, továbbá d úgy választandó, hogy Y racionális osztótól mentes egész ¹⁸ és

$$Y \equiv 1 \pmod{4} \quad (25)$$

legyen.

¹⁸ Ez egész d -vel teljesül, mert (21) és (22) jobboldala osztható 2-vel, (4) miatt és mert h, i páratlanok. Továbbá (22) jobboldala osztható 4-gyel, míg (21) jobboldala $\equiv 2 \pmod{4}$ a (14'), (14'') miatt, így d páratlan (mert Y egész).

¹⁹ Ez a d alkalmas előjelét kívánja. Mégpedig ¹⁸ jegyzet szerint $\beta \equiv 0 \pmod{2}$ (ez a kongruencia úgy értendő, hogy ha éppen β nem egész, akkor alkalmas, 2-hez prim ω egész számmal $\omega\beta \equiv 0 \pmod{2}$), továbbá $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{dX})$ egész (v. ö. 5, 2), így $Y \equiv a + \beta \pmod{4}$. Ezután (21), (22), (4), (14'), (14'') alapján könnyű számítással nyerhetjük, hogy $Y \equiv dm \pmod{4}$, ahol m racionális egész, s így alkalmas d -vel teljesül (25).

(21)–(23) alapján egyszerű számítással nyerjük, hogy

$$a^2 - \Delta X \beta^2 - \Delta X_0 \gamma_0^2 = 0, \quad (26)$$

$$a\alpha_0 + \Delta X \beta \gamma + \Delta X_0 \beta_0 \gamma_0 = \text{racionális szám négyzete} (\neq 0), \quad (27)$$

(az utóbbi egyébként $\frac{acght\Delta P}{d}$ négyzete), ahol, mint eddig is, $\omega \langle R(\sqrt{D_1})$ mellett ω_0 az ω konjugáltja.

8. A 6. állításhoz mindenekelőtt kimutatom, hogy $k_4(\sqrt{Y})/k$ ciklikus 8-adfokú.

Ha $\sqrt{Y} \langle k_4 = k_2(\sqrt{\Delta X})$ lenne, azaz $Y = a + \beta \sqrt{\Delta X} = (\varepsilon + \eta \sqrt{\Delta X})^2$, ahol $\varepsilon, \eta \notin k_2$, akkor $a^2 - \Delta X \beta^2 = (\varepsilon^2 - \Delta X \eta^2)^2$, és így (26) miatt $\sqrt{\Delta X_0} \langle k_2$, ami lehetetlen; e szerint $k_4(\sqrt{Y})/k$ 8-adfokú.

Ahhoz, hogy $k_4(\sqrt{Y})/k$ GALOIS-féle, elég megmutatni, hogy \sqrt{Y} minden abszolút konjugáltja $\langle k_4(\sqrt{Y})$. Ezt elég lesz a

$$(\sqrt{Y})' = \sqrt{a_0 + \beta_0 \sqrt{\Delta X_0}}, \quad (28)$$

$$(\sqrt{Y})'' = \sqrt{a - \beta \sqrt{\Delta X}}, \quad (29)$$

$$(\sqrt{Y})''' = \sqrt{a_0 - \beta_0 \sqrt{\Delta X_0}} \quad (30)$$

konjugáltakra megmutatni (ezekből és \sqrt{Y} -ből előjelváltással nyerjük a többi konjugáltat).

A (24), (29), (26) egyenletekből

$$\sqrt{Y} \cdot (\sqrt{Y})'' = \pm r_0 \sqrt{\Delta X_0} \quad (31)$$

$\langle k_4$, tehát $(\sqrt{Y})'' \langle k_4(\sqrt{Y})$.

(24)-ből és (28)-ből $\sqrt{Y} \cdot (\sqrt{Y})' = \sqrt{u + v}$, ahol $u = a\alpha_0 + \beta\beta_0 \sqrt{\Delta X} \sqrt{\Delta X_0}$, $v = a\beta_0 \sqrt{\Delta X_0} + \alpha_0\beta \sqrt{\Delta X}$. Akkor $u^2 - v^2 = (a^2 - \Delta X \beta^2)(\alpha_0^2 - \Delta X_0 \beta_0^2)$, tehát (26) miatt $u^2 - v^2 = \Delta^2 X X_0 \gamma_0^2 \gamma_0^2$. Ezután a

$$\sqrt{u + v} = \sqrt{\frac{1}{2}(u + \sqrt{u^2 - v^2})} + \sqrt{\frac{1}{2}(u - \sqrt{u^2 - v^2})}$$

identitás alkalmazásával

$$\sqrt{Y} \cdot (\sqrt{Y})' = \sqrt{U} + \sqrt{V},$$

ahol

$$U = \frac{1}{2}[aa_0 + (\beta\beta_0 + r\gamma_0)\sqrt{\Delta X}\sqrt{\Delta X_0}],$$

$$V = \frac{1}{2}[aa_0 + (\beta\beta_0 - r\gamma_0)\sqrt{\Delta X}\sqrt{\Delta X_0}].$$

Ha most $u' = \frac{1}{2}aa_0$, $v' = \frac{1}{2}(\beta\beta_0 + r\gamma_0)\sqrt{\Delta X}\sqrt{\Delta X_0}$, akkor $\sqrt{U} = \sqrt{u' + v'}$ -on az előbbihez hasonló átalakítást végezve, mivel (26) miatt $u'^2 - v'^2 = \frac{1}{4}(\Delta X\beta\gamma - \Delta X_0\beta_0\gamma_0)^2$, és ugyancsak a megfelelő eljárást alkalmazva \sqrt{V} -re, nyerjük, hogy

$$\sqrt{Y} \cdot (\sqrt{Y})' = \frac{1}{2} \sum_{\mu, \nu = \pm 1} g(\mu, \nu),$$

ahol $g(\mu, \nu) = \sqrt{aa_0 + \mu\Delta X\beta\gamma + \nu\Delta X_0\beta_0\gamma_0}$.

Itt $g(1, 1) \in R$ a (27) szerint. Továbbá (26) miatt egyszerű számítással

$$g(1, 1) \cdot g(-1, -1) = \pm (\beta\beta_0 - r\gamma_0)\sqrt{\Delta X}\sqrt{\Delta X_0},$$

$$g(1, 1) \cdot g(1, -1) = \pm (a\gamma + a_0\beta)\sqrt{\Delta X},$$

$$g(1, 1) \cdot g(-1, 1) = \pm (a_0\gamma_0 + a\beta_0)\sqrt{\Delta X_0},$$

tehát $\sqrt{Y} \cdot (\sqrt{Y})' \in k_4$,²⁰ amiből $(\sqrt{Y})' \in k_4(\sqrt{Y})$.

Végül (26) miatt (28)–(30) baloldalainak $s\sqrt{Y}$ -nak szorzata $= \pm r\gamma_0\sqrt{\Delta X}\sqrt{\Delta X_0}$ és így ugyancsak $(\sqrt{Y})''' \in k_4(\sqrt{Y})$. Ezzel kimutattuk, hogy $k_4(\sqrt{Y})/k$ GALOIS-test.²¹

Jelentse S a $k_4(\sqrt{Y})/k$ testnek egyik oly isomorphismusát, mellyel $S\sqrt{Y} = \sqrt{a_0 + \beta_0\sqrt{\Delta X_0}}$; akkor $S\sqrt{D_1} = -\sqrt{D_1}$, $S\sqrt{D_2} = -\sqrt{D_2}$, $S\sqrt{\Delta X} = \sqrt{\Delta X}$. E szerint S előállító (erzeugende) substitutio a k_4/k testre nézve, különösen tehát $S^2\sqrt{\Delta X} = S\sqrt{\Delta X_0} = \sqrt{\Delta X}$. Akkor $S^2\sqrt{Y} = \pm \sqrt{a - \beta\sqrt{\Delta X}}$ és így (29), (31) szerint $\sqrt{Y} \cdot S^2\sqrt{Y} = \pm \gamma_0\sqrt{\Delta X_0}$. Erre S^2 -et alkalmazva (mivel egyszersmind $S^2\sqrt{\Delta X_0} = -\sqrt{\Delta X_0}$) nyerjük, hogy $S^2\sqrt{Y} \cdot S^4\sqrt{Y} = -\sqrt{Y} \cdot S^2\sqrt{Y}$. Akkor $S^4\sqrt{Y} = -\sqrt{Y}$,

²⁰ A későbbiek kedvéért megjegyzem, hogy tekintettel (6)-ra, (mely szerint $\sqrt{\Delta X}\sqrt{\Delta X_0} = \Delta c\sqrt{D_2}$) egyszersmind

$$(\sqrt{Y} \cdot (\sqrt{Y})') = \sqrt{a + \beta\sqrt{\Delta X}}\sqrt{a_0 + \beta_0\sqrt{\Delta X_0}} = r' + r''\sqrt{D_2} + \omega\sqrt{\Delta X},$$

ahol $r', r'' \in R$, $\omega \in k_2$, $r' \neq 0$ (mert $r' = g(1, 1)$ a (27) baloldalának négyzetgyöke).

²¹ Egyszersmind $YY^* = \omega^2$, ahol $\omega \in k_4$ és Y^* bármely konjugáltja Y -nak.

tehát S rendje 8 (több nem lehet!), azaz $k_4(\sqrt[4]{Y})/k$ ciklikus, amit állítottunk.

9. Kimutatom, hogy Y ideálnégyszet k_4 -ben.

A $k_4 = k_2(\sqrt[4]{\Delta X})$ abszolút GALOIS-test ((6) miatt). Legyen $H = \{\sigma, \tau\}$ a k_4/R GALOIS-csoportja, ahol

$$\sigma^4 = \tau^2 = 1, \tau^{-1}\sigma\tau = \sigma^{-1}, \sigma\sqrt[4]{\Delta X} = \sqrt[4]{\Delta X_0}, \sigma\sqrt[4]{D_i} = -\sqrt[4]{D_i} \quad (i=1, 2), \\ \tau\sqrt[4]{\Delta X} = \sqrt[4]{\Delta X}, \tau\sqrt[4]{D_1} = \sqrt[4]{D_1}, \tau\sqrt[4]{D_2} = -\sqrt[4]{D_2}.^{22}$$

Ha $p|p$ törzsideál k_4 -ben és $p|D$, akkor a p -hez tartozó H_t tehetetlenségi csoport: a) $\{\sigma\tau\}$ vagy $\{\sigma^3\tau\}$, ha $p|D_1$; b) $\{\tau\}$ vagy $\{\sigma^2\tau\}$, ha $p|D_2$.

Legyen

$$p^\mu \parallel Y. \quad (32)$$

Akkor egy bizonyos p -hez tartozik néhány (legfeljebb 8) μ érték. Kimutatom előbb, hogy ezek vagy mind párosak vagy mind páratlanok. Legyen ugyanis

$$\varrho p^{\mu'} \parallel Y,$$

ahol ϱp a p egyik konjugáltja ($\varrho \in H$). Akkor $p^{\mu'} \parallel \varrho^{-1}Y$, s ezt (32)-vel egybevetve: $p^{\mu+\mu'} \parallel Y \cdot \varrho^{-1}Y$. Akkor ²¹ jegyzet szerint tényleg $\mu \equiv \mu' \pmod{2}$.

Ha mármost valamelyik p -hez páratlan μ értékek tartoznának, akkor mindenekelőtt $p \nmid D$; különben ugyanis p csupa különböző törzsideál szorzata k_4 -ben, amiből $p|Y$, holott Y -nak nincs racionális osztója.

Legyen tehát előbb $p|D_2$. Akkor p tehetetlenségi csoportja $H_t = \{\tau\}$ vagy $\{\sigma^2\tau\}$; a p alkalmas választásával $H_t = \{\tau\}$. Mint-hogy (24) szerint $\tau Y = Y$, azért $Y \in K_t$ (tehetetlenségi test), és így a (32)-beli μ páros.

Legyen ezután $p|D_1$. Most alkalmas p -vel $H_t = \{\sigma^{-1}\tau\}$. Ha $\varrho = \sqrt[4]{Y} + \sqrt[4]{\sigma Y}$, akkor ²¹ szerint $\varrho \sqrt[4]{Y} \in k_4$, tehát $k_4(\sqrt[4]{Y}) = k_4(\varrho)$. Továbbá $\varrho \in \sqrt[4]{Y_1}$, ahol $Y_1 = Y + \sigma Y + 2\sqrt[4]{Y \cdot \sigma Y}$. Minthogy

²² Mindezek, valamint a fent következő észrevétel közvetlenül is beláthatók, vagy hasonló, de egyszerűbb tárgyalásban, mint amiben k_8 a 3. és 4. alatt részesült.

$\sigma^{-1}\tau Y = \tau\sigma Y = \sigma Y$ és $\sigma^{-1}\tau(\sigma Y) = \tau Y = Y$, azért $\sigma^{-1}\tau Y_1 = Y + \sigma Y \pm 2\sqrt{Y \cdot \sigma Y}$. Ha itt a $+$ jel érvényes, akkor $\sigma^{-1}\tau Y_1 = Y_1$, azaz $Y_1 \in k_i$ (tehetetlenségi test) s így az eredeti Y helyett Y_1 -et véve, az előbbihez hasonló esettel van dolgunk. A $-$ jel azonban nem lehet érvényes, azaz nem lehet $\sigma^{-1}\tau\sqrt{Y \cdot \sigma Y} = -\sqrt{Y \cdot \sigma Y}$, minthogy $\sigma Y = \alpha_0 + \beta_0\sqrt{4X_0}$, a ²⁰ szerint (mert az ottani $r' \neq 0$).

Ezek szerint a (32)-beli μ mindig páros, azaz Y ideálnégyszet k_4 -ben, amihez még hozzávéve (25)-öt, a HILBERT-féle tételek szerint $k_4(\sqrt{Y})/k_4$, egyszersmind tehát $k_4(\sqrt{Y})/k$ elágazásnélküli. Mindezek szerint $k_4(\sqrt{Y})$ egy k_8 test, amivel a 6. állítást kimutattuk.

10. Érvényes tehát a következő

Tétel. A másodfokú számtest (szűkebb értelemben vett) abszolút osztálycsoportjának annyi 2^n -vel osztható invariánsa van, amennyi független báziseleme (invariánsa) van a discrimináns μ -edfajú különböző D-felbontásai csoportjának. Az elsőfajú D-felbontások az összes D-felbontás.²³ A másodfajú D-felbontások azok és csak azok, melyekre (2) teljesül, és a nem valódi D-felbontás. A harmadfajú D-felbontások azok és csak azok a valódi másodfajú D-felbontások, melyeknél a (3) és (4)²⁴ által meghatározott α számra alkalmas Δ -val²⁵ (9'), (9'') teljesülnek,^{26 27} és a nem valódi D-felbontás.

²³ GAUSS tétele, amit itt teljesség kedvéért említettem.

²⁴ Figyelembe veendő a (3) előtt tett megállapodás a másodfajú D-felbontásokra vonatkozólag.

²⁵ Δ páratlan discriminánsszám vagy 1, osztója a test discriminánsának.

²⁶ Hasonlóan F -hez (200. l.): az összes k_8 adva $k_2(\sqrt{\Delta X}, \sqrt{\Delta' Y})$ által, ahol k_2 harmadfajú D-felbontáshoz tartozik, ehhez rendelve X (3), (4) és (5) által, Δ eleget tesz (9')-nak és (9'')-nak, Y a (10)–(14''), (21)–(24) által meghatározva, Δ' jelentése, mint Δ -é volt (200. l.) F -ben. (Ha csupán az ott felsorolt Δ_i értékeket engedjük meg Δ és Δ' számára, akkor minden k_8 -at pontosan egyszer nyerünk.)

²⁷ Könyvű kimutatni, hogy minden k_4 -hez található a (3)-nak oly megoldása, mely (4)-et ugyancsak kielégíti, úgyhogy az (5) alatti X értékkel éppen $k_4 = k_2(\sqrt{X})$, vagyis az F -ben bevezetett Δ szám helyébe 1 kerül,

Ezek szerint $e(2)$ csupán a D (különböző) törzstényezőinek számától függ; $e(4)$ még ugyancsak közvetlen kapcsolatban áll D -vel, $e(8)$ -ról azonban, sajnos, ilyen nem mondható. Az $e(4)$ attól függ, hogy hány D_1 , D_2 számpár mellett oldható meg (3) (a $D \equiv 12 \pmod{16}$ esetben a $D_2 \equiv 1 \pmod{8}$ mellékfeltétellel), míg $e(8)$ -hoz tekintetbe jön a megoldás maga. Ép ezért csak néhány nagyon egyszerű esetben tudok D -ről közvetlenül $e(8)$ -ra következtetni (l. alább). Az I-ben (360. l. ¹⁴ jegyzet) megadtam az összes $e(4)=e(2)$ eseteket, azonban semmi általános természetű kijelentést sem tudok tenni $e(8)$ és $e(4)$ viszonyáról.

Megelőző dolgozataimban az osztálycsoport szerkezetét bizonyos összefüggésbe hoztam az alapegység normájának kérdésével,²⁸ mégpedig kiderült, hogy (természetesen oly pozitív D -k mellett, melyek páratlan törzstényezői $4m+1$ alaknak) $e(4)=0$ mellett az alapegység normája -1 . Sajnos azonban, $e(4)>0$ mellett a két kérdés összefüggése lazábbá válik, csupán fel tudok sorolni bizonyos feltételeket, melyek teljesülése esetén egyrészt $e(8)=0$, másrészt az alapegység normája -1 . Mégpedig ezek a feltételek a DIRICHLET-TANO által negatív normájú alapegység létezésére elégségesnek talált feltételek közül azok melyek $\begin{pmatrix} a \\ p \end{pmatrix}$ jelekkel nyertek kifejezést.²⁹

A mondott összefüggéseket összeállítandó, rövidség kedvéért csupán páratlan D -re szorítkozva, legyen D csupa pozitív $4m+1$

ha mindenkor a (3)-nak alkalmas megoldását vesszük s nem szorítkozunk, mint eddig, annak egyetlen megoldására. Megfelelőleg (9')-ban és (9'')-ban $A_* = 1$, úgyhogy a fent megadott kritérium így alakul: *a harmadfajú D-felbontások azok és csak azok a valódi másodfajú D-felbontások, melyeknél a (3) és (4) valamelyik megoldására*

$$\begin{pmatrix} a \\ p \end{pmatrix} = 1 \pmod{D_1}, \begin{pmatrix} 2a \\ p \end{pmatrix} = 1 \pmod{D_2}$$

teljesülnek, és a nem valódi D-felbontás. Így a kritérium alaki egyszerűsödést nyert, mégis sokszor kényelmes lehet, hogy elég a (3)-nak egyetlen megoldásával számolnunk, míg a (9')-ban és (9'')-ban A_* alig okoz kényelmetlenséget. Ezért alkalmasabbnak véltük a fenti fogalmazást.

²⁸ V. ö. I (361. l.).

²⁹ F. TANO. Sur quelques théorèmes de Dirichlet, Journ. f. d. Math., 105 (1889), 160—169.

alakú törzsszám szorzata, legyen ε a k (egyik) alapegysége. Páratlan pozitív $4m+1$ alakú p -re $\left(\frac{a}{p}\right) = 1$ mellett legyen $\left(\frac{a}{p}\right)_4 = 1$ vagy -1 a szerint, amint $x^4 \equiv a \pmod{p}$ racionális x értékkel megoldható vagy nem megoldható; továbbá $\left(\frac{a}{\beta\gamma}\right)_4 = \left(\frac{a}{\beta}\right)_4 \left(\frac{a}{\gamma}\right)_4$, ha a jobboldali tényezők értelmezve vannak:

a. Ha nincs valódi másodfajú D-felbontás (azaz (2) nem teljesül $D_1, D_2 > 1$ mellett) — ekkor és csak ekkor $e(4) = 0$ — akkor $n\varepsilon = -1$.

b. Ha egyetlen D_1, D_2 valódi másodfajú D-felbontásra sem teljesül $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4$, akkor $e(8) = 0$; ha azonfelül mindig $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4 = -1$, akkor $n\varepsilon = -1$.

Az a. csupán ismétlése eddigi ismereteinknek. Az a.-nak és b.-nek $n\varepsilon$ -ra vonatkozó része a 29. jegyzetben idézett dolgozat tartalma, a D-felbontások nyelvén kifejezve.³⁰ Bizonyítani kell csupán azt, hogy b. alatt $e(8) = 0$ teljesül. Ez az előbb nyert tétel alapján DIRICHLET-nek a 29-beli dolgozatban is felhasznált módszerével történhetik:

Ha a jelentése, mint (3)-ban, és $p \mid D_1$, akkor

$$\left(\frac{a}{p}\right) = \left(\frac{a^2}{p}\right)_4 = \left(\frac{c^2 D_2}{p}\right)_4 = \left(\frac{c}{p}\right) \left(\frac{D_2}{p}\right)_4,$$

ahol többször felhasználtuk, hogy

$$\left(\frac{a}{\beta}\right) = \left(\frac{a^2}{\beta}\right)_4, \quad \left(\frac{a\beta}{\gamma}\right)_4 = \left(\frac{a}{\gamma}\right)_4 \left(\frac{\beta}{\gamma}\right)_4$$

továbbá $\left(\frac{a}{\beta}\right)_4 = \left(\frac{a'}{\beta}\right)_4$, ha $a \equiv a' \pmod{\beta}$. Szorzás által

$$\left(\frac{a}{D_1}\right) = \left(\frac{c}{D_1}\right) \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4.$$

Minthogy pedig $\left(\frac{c}{D_1}\right) = \left(\frac{D_1}{c}\right)$, s ez utóbbi értéke 1 a (3) miatt,

³⁰ Ott kissé hibásan van fogalmazva a 164. lapon szereplő tétel.

azért

$$\left(\frac{a}{D_1}\right) = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4. \quad (32)$$

Hasonlóképpen $p \mid D_2$ mellett

$$\left(\frac{a}{p}\right) = \left(\frac{a^2}{p}\right)_4 = \left(\frac{b}{p}\right) \left(\frac{D_1}{p}\right)_4,$$

amiből szorzással

$$\left(\frac{a}{D_2}\right) = \left(\frac{2}{D_2}\right)^x \left(\frac{D_2}{b_0}\right) \left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4,$$

ahol $2^x \parallel b$, $b = 2^x b_0$ ($x \geq 1$). Ismét (3) miatt $\left(\frac{D_2}{b_0}\right) = 1$, továbbá $x \geq 2$ mellett (3) miatt $D_2 \equiv 1 \pmod{8}$, azaz $\left(\frac{2}{D_2}\right) = 1$, és így mindenkor $\left(\frac{2}{D_2}\right)^{x+1} = 1$. Az előbbiből tehát

$$\left(\frac{2a}{D_2}\right) = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4. \quad (33)$$

Másrészt, ha $e(8) > 0$, akkor valamelyik D_1, D_2 valódi másodfajú D -felbontásra teljesülnek (9') és (9''). Előbb a (9')-nak egyenleteit szorozva, majd hasonlóan járva el (9'')-sal (mivel a $\left(\frac{D_*}{p}\right)$ -nek megfelelő rész könnyű számítással a reciprocitás tétel szerint mindkét esetben 1-nek bizonyul), nyerjük, hogy $\left(\frac{a}{D_1}\right) = \left(\frac{2a}{D_2}\right) = 1$. Ezt (32)-vel s (33)-mal egybevetve, látjuk, hogy helyes b.

Kimutatom még a következőket:

c. Ha $D = pq$, ahol p, q pozitív törzsszámok, $p \equiv q \equiv 1 \pmod{4}$, tehát $e(2) = 1$, akkor $e(8) = 1$ teljesüléséhez szükséges és elegendő, hogy $\left(\frac{p}{q}\right) = 1$, továbbá $\left(\frac{p}{q}\right)_4 = \left(\frac{q}{p}\right)_4 = 1$ legyen.

d. Ha $D = -pq$, ahol p, q pozitív törzsszámok, $p \equiv 1 \pmod{4}$, $q \equiv 3 \pmod{4}$, tehát $e(2) = 1$, akkor $e(8) = 1$ teljesüléséhez szükséges és elegendő, hogy $\left(\frac{p}{q}\right) = 1$, továbbá $\left(\frac{-q}{p}\right)_4 = 1$ legyen.

(Ha $D = pq$, ahol p, q pozitív törzsszámok, $p \equiv q \equiv 3 \pmod{4}$, akkor, mint ismeretes, $e(2) = 1$, $e(4) = 0$.)

A c. esetben ugyanis p, q az egyedüli valódi D-felbontás; ez akkor és csak akkor másodfajú, ha $\left(\frac{p}{q}\right) = 1$, továbbá a (9'), (9'') feltételekben $\Delta = 1$ -re szorítkozhatunk (v. ö. F.). A tétel szerint, tekintettel (32)-re és (33)-ra, helyes c.

A d. esetben $p, -q$ az egyedüli valódi D-felbontás; ez akkor és csak akkor másodfajú, ha $\left(\frac{p}{q}\right) = 1$ (ekkor egyszersmind $\left(\frac{-q}{p}\right) = 1$). A (3)-ban vagy $\alpha) D_1 = p, D_2 = -q$; vagy $\beta) D_1 = -q, D_2 = p$. Az $\alpha)$ esetben a tétel szerinti (9'), (9'') feltételek (most is $\Delta = 1$ választható) így alakulnak: $\left(\frac{a}{p}\right) = 1, \left(\frac{2a}{q}\right) = 1$; ez utóbbi azonban az előbbivel együtt³¹ teljesül vagy nem teljesül, tehát (32)^{31a} miatt helyes d. a jelen $\alpha)$ esetben. A $\beta)$ esetben az előbbi feltételek helyébe $\left(\frac{2a}{p}\right) = 1, \left(\frac{a}{q}\right) = 1$ lép, s a többi hasonló, mint $\alpha)$ alatt.

³¹ Ugyanis $\left(\frac{a}{q}\right) = \left(\frac{q}{a}\right) (-1)^{\frac{a-1}{2}}$, továbbá (3) miatt $\left(\frac{-D}{a}\right) = 1$, azaz $\left(\frac{pq}{a}\right) = 1$, tehát $\left(\frac{2a}{q}\right) = \left(\frac{p}{a}\right) \left(\frac{2}{q}\right) (-1)^{\frac{a-1}{2}}$. Minthogy (3) most így alakul: $a^2 - b^2p + c^2q = 0$, azért $\left(\frac{2}{q}\right) = (-1)^{\frac{b}{2}}$, továbbá $a - 1 \equiv b \pmod{4}$ (v. ö. ¹¹ jegyzet) és így $\left(\frac{2a}{q}\right) = \left(\frac{p}{a}\right) = \left(\frac{a}{p}\right)$.

^{31a} Nyilvánvaló, hogy (32), ill. (33) biztosítva van már akkor, ha D_1 , ill. D_2 pozitív törzstényezői $4m + 1$ alakúak.

DIE ANZAHL DER DURCH ACHT TEILBAREN INVARIANTEN EINES BELIEBIGEN QUADRATISCHEN ZAHLKÖRPERS.

Von LADISLAUS RÉDEI (Mezőtúr.)

Ich setze die Resultate meiner Arbeit in diesem Anzeiger 49 (1933) 338–63 fort, wie folgt: Ist D_1, D_2 eine eigentliche D-Zerfällung zweiter Art, so nehme ich immer (eventuell nach der zulässigen Vertauschung von D_1 und D_2) D_2 als ungerade an, und — wenn dies auch möglich ist — $D_2 \equiv 1 \pmod{8}$. (Bei $2 \mid D$ muss jedenfalls $D_2 \equiv 1 \pmod{8}$ sein.)

Dann ist nach einem Satze von LAGRANGE-LEGENDRE⁹

$$a^2 - b^2 D_1 - c^2 D_2 = 0 \quad (1)$$

lösbar mit den Nebenbedingungen

$$2 \mid b; 4 \mid b \text{ für } D_2 \equiv 1 \pmod{8}; a \equiv b + 1 \pmod{4}. \quad (2)$$

Dabei sollen a, b, c ganz rational ($\neq 0$) und $(a, bD_1, cD_2) = 1$ sein.

Ich nenne die eigentliche D-Zerfällung zweiter Art D_1, D_2 eine der dritten Art, wenn für eine geeignete Lösung von (1), (2)

$$\left(\frac{a}{p}\right) = 1, (p \mid D_1); \left(\frac{2a}{p}\right) = 1, (p \mid D_2)$$

stattfinden.³² Dabei soll p jede Primteiler von D bedeuten. Ich

³² Eine äquivalente (oft bequemere) Fassung ist: «wenn für eine (beliebige) bestimmte Lösung

$$\left(\frac{aA^*}{p}\right) = 1, (p \mid D_1); \left(\frac{2aA^*}{p}\right) = 1, (p \mid D_2)$$

ist, wobei A^* durch A bez. $\frac{D}{A}$ zu ersetzen ist, je nachdem $p \nmid A$ oder $p \mid A$ ist und $A \equiv 1 \pmod{4}$ einen geeigneten (positiven oder negativen) Teiler von D bedeutet.»

nenne auch die uneigentliche D-Zerfällung 1, D eine der dritten Art. Alle D-Zerfällungen dritter Art bilden nochmals eine Abelsche Gruppe von Typus $(2, 2, \dots)$.

Dann besteht der Satz wörtlich, wie in der obigen Arbeit (Seite 363), nur «vier» durch «acht» und «zweiter» durch «dritter» zu ersetzen ist.

Ich merke einige Spezialfälle des Satzes und einige Zusammenhänge mit der Norm der Grundeinheit (der Kürze halber nur für ungerade D) an, in welchen der erhaltene Satz sich in einer expliziten Form ausdrücken lässt:

Ist D ein Produkt von positiven Primzahlen, die alle von der Gestalt $4m + 1$ sind (bei einem ungeraden D können nur in diesem Fall Einheiten negativer Norm vorkommen) und

a. *Gibt es keine eigentliche D-Zerfällung zweiter Art — dann und nur dann ist $e(4) = 0$ — so ist $n\epsilon = -1$. (Es ist $e(2^\mu)$ die Anzahl der durch 2^μ teilbaren Invarianten und $n\epsilon$ die Norm der Grundeinheit.)*

b. *Stattdes findet für keine eigentliche D-Zerfällung zweiter Art $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4 = 1$,³³ so ist $e(8) = 0$; ist sogar immer $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4 = -1$, so ist $n\epsilon = -1$.*

c. *Ist $D = pq$, wobei p, q positive Primzahlen sind und $p \equiv q \equiv 1 \pmod{4}$ (es ist dann $e(2) = 1$), so ist $e(8) = 1$ dann und nur dann, wenn $\left(\frac{p}{q}\right) = 1$, $\left(\frac{p}{q}\right)_4 = 1$, $\left(\frac{q}{p}\right)_4 = 1$ ist.*

d. *Ist $D = -pq$, wobei p, q die vorige Bedeutung haben, mit der Abweichung $q \equiv 3 \pmod{4}$ (es ist dann $e(2) = 1$), so ist $e(8) = 1$ dann und nur dann, wenn $\left(\frac{p}{q}\right) = 1$, $\left(\frac{-q}{p}\right)_4 = 1$ ist.*

In den Fällen a., b. sind die Aussagen betreffend $n\epsilon$ die bekannten DIRICHLET-TANOSCHE²⁹ Resultate (neu sind nur die

³³ Sind α, β ganz rational, $(\alpha, \beta) = 1$, $\beta > 0$, β Primzahl, $\beta \equiv 1 \pmod{4}$ und $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) = 1$, so ist $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_4 = 1$ bez. -1 , je nachdem $x^4 = \alpha \pmod{\beta}$ mit rationalem x lösbar oder nicht lösbar ist. Es ist $\left(\frac{\alpha}{uv}\right)_4 = \left(\frac{\alpha}{u}\right)_4 \left(\frac{\alpha}{v}\right)_4$, wenn die Faktoren der rechten Seite definiert sind.

durch D-Zerfällungen ausgedrückte Form dieser Resultate und der Zusammenhang mit $e(4)$ bez. $e(8)$). Selbst a. (in ganzem Umfang) habe ich schon in einer früheren Arbeit ausgesagt (dieser Anzeiger, 48 (1931) 681), hier nur der Vollständigkeit halber wiederholt.

Alle Resultate ergeben sich mit Hilfe der Klassenkörpertheorie, durch wirkliche Konstruktion der relativ zyklischen absoluten Klassenkörper achten Relativgrades zum gegebenen Grundkörper k .

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Dec. 1932.)

A MÁSODFOKÚ SZÁMTEST EGYIK TÉTELÉNEK ÚJ BIZONYÍTÁSA.

RÉDEI LÁSZLÓ-tól (Mezőtúr).

Régebben meghatároztam a másodfokú számtest osztálycsoportja 4-gyel osztható invariánsainak számosságát.¹ Az erről szóló tétel, mint már megjegyeztem,² közvetlen kibővítése a génuszokról szóló GAUSS-féle tételnek s ehhez hasonló egyszerűségű.³ Tételemet eddig csupán az osztálytestek elméletének felhasználásával, tehát a függvénytan belevonásával, tudtam bizonyítani.

Ebben a dolgozatban tételmemnek aritmetikai bizonyítását

¹ RÉDEI L.: A másodfokú számtest osztálycsoportjának 4-gyel osztható invariánsai, ez az *Értesítő*, 49 (1933), 338—61. Valamivel egyszerűbb tárgyalásban: L. RÉDEI u. H. REICHARDT, Die Anzahl durch vier teilbaren Invarianten der Klassengruppe des quadratischen Zahlkörpers, *Journ. f. d. Math.*, 170 (1933), 69—74. További irodalom: RÉDEI L., A másodfokú számtest osztálycsoportjának 8-cal osztható invariánsai, ez a kötet 195—218; H. REICHARDT, Zur Struktur der absoluten Idealklassengruppe im quadratischen Zahlkörper, *Journ. f. d. Math.*, 170 (1933), 75—82 (ez a dolgozat általában a 2^n -nel osztható invariánsok kérdésével foglalkozik).

² L. az ¹ alatti első dolgozatban 360. lapon.

³ Közvetlenül a discriminánsból, mégpedig a discrimináns törzstényezőinek egymásra vonatkoztatott négyzetes maradék illetőleg nem maradék jellegéből megállapítható a 4-gyel osztható invariánsok számossága. A 8-cal osztható invariánsok számossága már nem nyer hasonlóan átlátszó kifejezést, és még kevésbbé az általános eset, amelyben a kérdéses számosság bizonyos rekurzív eljárástól van függővé téve, amely eljárás még hozzá irreducibilis számokkal végzendő.

közlöm.⁴ A leginkább figyelemreméltó az, hogy a legegyszerűbb eszközökkel, minden különösebb műfogás nélkül nyertem a tételt, s ezért szinte érthetetlen, hogy GAUSS úttörése után ez a nagy-érdekű kérdés ilyen sokáig elintézetlen maradt.⁵

★

Könnyebb áttekintés kedvéért itt szögezlek le néhány mindig szóló megállapodást:

k egy bizonyos tetszőszerinti másodfokú számtest;

D a k discriminánsa;

p_1, p_2, \dots, p_t a D összes különböző racionális törzstényezői, t ezek számossága; ha D páros, akkor $p_t = 2$; ha p_i páratlan, akkor $p_i \equiv 1 \pmod{4}$ (ehhez képest tehát a páratlan törzstényezők alkalmas előjellel vannak ellátva);

P néhány különböző p_i szorzata, vagy $P = 1$;

Q néhány különböző $|p_i|$ szorzata, vagy $Q = 1$;

$[a]$ racionális $a (\neq 0)$ értékre jelenti azt a négyzetmentes racionális egész számot, melyre $[a] = as^2$, s racionális, teljesül;

$P' = [PD]$, $Q' = [QD]$ (tehát $(P, P') = 1$ vagy 2 , és hasonló érvényes a Q, Q' számpárról);

$d = [D]$; tudvalevőleg $D = d$ vagy $4d$, mégpedig csupán a $D = d \equiv 1 \pmod{4}$, $D = 4d \equiv -4 \pmod{16}$, $D = 4d \equiv 8 \pmod{16}$ esetek lehetségesek;

a res. b értelmezve racionális egész a, b értékekre, melyek közül b nem zérus, és azt jelenti, hogy $a \equiv x^2 \pmod{b}$ racionális egész x értékkel megoldható;

(\dots) a LEGENDRE-JACOBI-KRONECKER-féle négyzetes maradék karakter jele;

$\operatorname{sgn} a$ értelmezve $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$ által ($a \neq 0$);

ideál általában egész vagy tört ideált jelent;

$N(\dots)$ a k -ban képzett norma jele:

⁴ A fentiekhez megemlítem, hogy a Dirichlet-féle osztályképleteknek egy része ugyancsak aritmetikai bizonyítását nyerte a következő dolgozatban: B. A. WENKOV, Über die Klassenzahl positiver binärer quadr. Formen, Math. Zeitschr., 33 (1931), 350—74.

⁵ V. ö. ¹¹ jegyzettel.

\mathfrak{D} a D -nek az az ideáltényezője, amelyre $\mathfrak{D}^2 = (Q)$, egyúttal tehát $N(\mathfrak{D}) = Q$.

★

1. Legyen H a k olyan főideáljainak csoportja, amely ideálok a k total pozitív számai által előállíthatók. A k abszolút ideálosztályai azok, amelyek létrejönnek a k összes ideáljainak H szerint végzett osztályokba sorolásával. Ezek csoportja legyen \mathcal{K} , a «szűkebb» értelemben vett abszolút osztálycsoport. A \mathcal{K} (mint ABEL-csoport) 2-vel, illetőleg 4-gyel osztható invariánsainak számosságai legyenek e_2 és e_4 . GAUSS tétele szerint $e_2 = t - 1$. A jelenlévő dolgozat e_4 meghatározásával foglalkozik. Az ABEL-csoportok alaptétele szerint:

2. 2^{e_4} egyenlő az összes különböző olyan C^2 ideálosztály számosságával, amelyek a $C^4 = H$ feltételt kielégítő C ideálosztályokból állnak elő.

Másrészt mindezekre a C^2 ideálosztályokra $(C^2)^2 = H$ és így azok megvannak a $B^2 = H$ feltételt kielégítő B ideálosztályok között. Az utóbbiak az összes \mathfrak{D} ideál által előállított ideálosztályok, mégpedig minden B pontosan két \mathfrak{D} -t tartalmaz.⁶ Ezek szerint:

$$2^{e_4} = \frac{1}{2} n, \quad (1)$$

ahol n jelenti az összes olyan \mathfrak{D} ideál számosságát, amelyre

$$a^2 = (a) \mathfrak{D} \quad (2)$$

megoldható; itt a egész ideál és a total pozitív szám a k -ban. Elemi tétel szerint kiköthető az is, hogy $(a, D) = 1$ legyen (minden ideálosztály tartalmaz olyan egész ideált, amely tetszés szerint megadott ideálhoz relatív prím).

Állítom, hogy

3. (2) és az

$$u^2 Q - v^2 Q' - w^2 = 0 \quad (3)$$

egyenlet egyidőben megoldhatók; a (3) «megoldását» zérustól különböző racionális u, v, w számokkal értem.

⁶ L. pl. HECKE, Vorl. ü. d. Theorie d. alg. Zahlen, (1923) 179—181.

Ha ugyanis fennáll (2) és $\alpha = x + y\sqrt{D}$, ahol $N(\alpha) = x^2 - y^2D > 0$, akkor

$$N(\alpha)^2 = (x^2 - y^2D)Q,$$

azaz megoldható (3), mert $[DQ] = Q'$.

Ha fordítva, (3) megoldható, akkor mindenekelőtt u, v, w egészeknek és páronként relatív primeknek is feltételezhetők. Ezután a (3) baloldalának tagjai ugyancsak páronként relatív primek, vagy páronként a 2-t adják legnagyobb közös osztóul (ez utóbbi akkor és csak akkor lehetséges, ha $Q \equiv Q' \equiv 0 \pmod{2}$). Végül u, v, w pozitívoknak is választhatók. Ezek feltételezése után tekintem az

$$\alpha = (w, uQ + v\sqrt{QQ'})$$

egész ideált; ez a k -ban van, mert $[QQ'] = [D]$. Négyzetre emeléssel

$$\alpha^2 = (w^2, (uQ + v\sqrt{QQ'})^2).$$

Ebből tekintettel (3)-ra az $\langle \alpha, \beta \rangle = \langle \alpha, \beta + Q\alpha \rangle$ átalakítással

$$\alpha^2 = (w^2, 2uQ(uQ + v\sqrt{QQ'})).$$

Innen a $\langle 2uQ \rangle$ tényezőből u törölhető, mert $(u, w) = 1$, és ugyancsak törölhető Q is.⁷ Még Q -val szorozva és (3)-at figyelembe véve:

$$Q\alpha^2 = (uQ + v\sqrt{QQ'})(uQ - v\sqrt{QQ'}, 2Q).$$

A jobboldal második tényezője \mathfrak{D} vagy (2) \mathfrak{D} ,⁸ az első tényező (3) miatt főideál s így érvényes (2), amivel 3.-at bebizonyítottam.

⁷ Csúpan a $(Q, w) > 1$ esetben szorul külön megerősítésre; ekkor $(Q, w) = 2$, u, v páratlanok, (3) miatt Q' páros, tehát csúpan a $D = 4d \equiv -4 \pmod{16}$ eset lehetséges, és így $\frac{Q}{2} \cdot \frac{Q'}{2} = d \equiv -1 \pmod{4}$, továbbá (3) miatt $w^2 \equiv 4 \pmod{8}$; minthogy pedig most $4 \mid 2(uQ + v\sqrt{QQ'})$, azért Q -nak a fent említett törlése nem vonja magával egy ideáltényező „elvesztését”.

⁸ «Eltérés» ugyanis a fenti állítástól csúpan olyan tényezőben mutatkozhatnék, amelynek törzs-ideáltényezői a 2-nek osztói. E szerint elég azt az esetet vizsgálni, amelyben $N(uQ - v\sqrt{QQ'}) = w^2Q$ páros, és ezután az állítás helyessége könnyen kideríthető.

4. LAGRANGE és LEGENDRE⁹ szerint a (3) megoldhatóságának szükséges és elegendő feltétele:

$$Q \text{ res. } Q', -Q' \text{ res. } Q.^{10 \ 11 \ 12} \quad (4)$$

⁹ L. pl. DIRICHLET-DEDEKIND, Zahlentheorie, 4. kiad. (1894) 432.

¹⁰ Ez közvetlenül csupán a $(Q, Q')=1$ esetben következik. Az ellenkező esetben $(Q, Q')=2$, w páros és így a (3) helyett $u^2 \cdot \frac{Q}{2} - v^2 \cdot \frac{Q'}{2} - \left(\frac{w}{2}\right)^2 \cdot 2=0$ vehető, tehát (4) helyébe $Q \text{ res. } \frac{Q'}{2}, -Q' \text{ res. } \frac{Q}{2}, \frac{Q}{2} \cdot \frac{Q'}{2} \text{ res. } 2$ lép. Ez a módosulás azonban csak látszólagos, mert mindig a res. 2.

¹¹ Tehát 2^e félannyi, mint a (4)-et kielégítő Q, Q' számpárok számossága. Ezt a megállapítást mégis csupán átmeneti eredménynek tekintem, nemcsak azért, mert az ¹ alatti első dolgozatból ismert (és később itt is bevezetendő) «másodfajú D-felbontások» által az e_4 meghatározása alakilag is valamivel egyszerűbbé válik, hanem azért is, mert (ugyancsak az említett dolgozat szerint) a másodfajú D-felbontások közvetlen kapcsolatban állnak a k bizonyos abszolút osztálytesteivel, illetve általában az « n -edfajú D-felbontások» központi fogalomná váltak a 2^n -nel osztható invariánsok kérdésében, az ¹ alatti későbbi dolgozatokban. Ezekkel szemben a (4)-et kielégítő Q, Q' számpárokról hasonló mondani nem tudok. Érdekes jelenség mindenesetre, hogy egyrészt a (4)-et kielégítő Q, Q' számpárok az itt követett arithmetikai tárgyalásban, másrészt a «D-felbontások» az osztálytestek oldaláról a legtermészetesebben, minden kényszer nélkül jelentkeznek; érdekes ez annál inkább, mert az utoljára mondottak ellenére az e_4 megfelelő kétféle kifejezőmódja egymásba csupán egy viszonylag (a (4)-et kielégítő Q, Q' számpárok és a «másodfajú D-felbontások» fogalmának közeli rokonságához képest) mesterkéltnak tűnő úton, a fent következő M_D matrix segítségével sikerült. Figyelmet keltő az is, hogy megelőző vizsgálataimban, amelyekben az $e_4 > 0$ feltételét kerestem, ismételtén találkoztam hasonló matrixokkal (azonban csupán átmeneti szerepben), s így mindez sejteni enged egy szorosabb kapcsolatot.

¹² Ha éppen $D > 0$ és minden páratlan p_i -re $|p_i| \equiv 1 \pmod{4}$, akkor a $Q=1, Q'=[D]$ triviális megoldáson kívül $Q=[D], Q'=1$ is kielégíti (4)-et. Ha tehát $e_4=0$ (azaz, ha a génuszok páratlan számú ideálosztályt tartalmaznak), akkor ¹¹ első szavai szerint (4)-nek több megoldása nem lehet, tehát az alapegység normája -1 a ⁶ alatt idézett hely szerint (e szerint ugyanis az ellenkező esetben létezik egy $\mathfrak{D} \sim (1)$, amely nem az egységideál és nem is $\mathfrak{D}^2 = ([D])$). V. ö. az ¹ alatti első dolgozat bevezetésével.

5. Értelmezem az

$$M_D = \begin{pmatrix} \left(\frac{d}{p_1}\right) & \left(\frac{p_2}{p_1}\right) & \left(\frac{p_3}{p_1}\right) & \dots & \left(\frac{p_{t-1}}{p_1}\right) \\ \left(\frac{p_1}{p_2}\right) & \left(\frac{d}{p_2}\right) & \left(\frac{p_3}{p_2}\right) & \dots & \left(\frac{p_{t-1}}{p_2}\right) \\ \left(\frac{p_1}{p_3}\right) & \left(\frac{p_2}{p_3}\right) & \left(\frac{d}{p_3}\right) & \dots & \left(\frac{p_{t-1}}{p_3}\right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\frac{p_1}{p_{t-1}}\right) & \left(\frac{p_2}{p_{t-1}}\right) & \left(\frac{p_3}{p_{t-1}}\right) & \dots & \left(\frac{d}{p_{t-1}}\right) \\ \left(\frac{p_1}{p_t}\right) & \left(\frac{p_2}{p_t}\right) & \left(\frac{p_3}{p_t}\right) & \dots & \left(\frac{p_{t-1}}{p_t}\right) \end{pmatrix} \quad (5)$$

matrixot, amelyben tehát t és $t-1$ a sorok, illetőleg oszlopok számossága, és az elemek értéke ± 1 . Az M_D i -dik sorát vagy oszlopát így is fogom nevezni: a p_i -hez tartozó sor, illetőleg oszlop. Általánosabban, az M_D P -hez tartozó sorai (oszlopai) alatt értem a P törzstényezőihez tartozó sorok (oszlopok) halmazát; ez az «üres» halmaz, ha $P=1$.

Beszélni fogok egy matrix sorainak (oszlopainak) szorzatáról, hasonló értelemben, mint ahogyan szokás sorok (oszlopok) összegéről: Egy matrix néhány sorának szorzata alatt értem mindama számok összességét, amelyeket nyerek, ha azoknak a soroknak egy-egy oszlopban álló elemeit szorzom; a sorok üres halmazához szorzatul az $1, 1, \dots, 1$ számokat (annyi 1 , amennyi az oszlopok számossága) rendelem. Hasonlóan értendő az «oszlopok szorzata».

Nem függetlennek nevezem egy matrix sorainak (oszlopainak) olyan halmazát, amelyhez $1, 1, \dots, 1$ szorzat tartozik. A sorok (oszlopok) üres halmaza nem független.

Állítom, hogy

6. Az M_D matrix P -hez tartozó sorainak halmaza akkor és csak akkor nem független, ha $Q = |P|$ -re teljesül (4).

Az M_D matrix P -hez tartozó sorainak szorzata a következő számokból áll:

$$\left(\frac{p'}{P}\right), \left(\frac{p}{P}\right) \cdot \left(\frac{d}{p}\right) \quad (p | P, p' | P'; p, p' \neq p_t), \quad (6)$$

ahol p és p' a p_1, p_2, \dots, p_{t-1} sorozatból a P , illetőleg P' osztóit jelentik (megjegyzendő ehhez, hogy $(P, P') = 1$ vagy p_t); ha éppen $P = 1$, akkor is igaz (6), mert $\left(\frac{p'}{1}\right) = 1$ és p «nincs».

A négyzetes reciprocitás tétel szerint a (6) számai a következőkbe mennek át:

$$\left(\frac{P}{p'}\right) \left(\frac{-1}{p'}\right)^{\frac{\text{sgn } P-1}{2}}, \left(\frac{P'}{p}\right) \left(\frac{-1}{p}\right)^{\frac{\text{sgn } P+1}{2}} \quad (p, p' \text{ mint fent}), \quad (7)$$

ahol tekintetbe vettem azt is, hogy $\left[\frac{P}{p} \cdot \frac{d}{p}\right] = P'$.

Másrészt a (4) helyettesíthető a következővel:

$$Q \text{ res. } Q_*, -Q' \text{ res. } Q_*, \quad (4')$$

ahol a « $*$ » jelenti az esetleges p_t tényező törlését, azaz általában $a_* = a$, ha $p_t \nmid a$, míg $p_t a_* = a$, ha $p_t | a$.

Ha ugyanis $p_t = 2$, akkor (4') csak alakilag különbözik (4)-től, mert $a \text{ res. } 2$ minden racionális egész a -ra. Ha pedig p_t és ezzel együtt D páratlan, akkor (4) ebbe megy át:

$$\left(\frac{Q}{q'}\right) = 1, \left(\frac{-Q'}{q}\right) = 1, \quad (8)$$

ahol q és q' a Q , illetőleg Q' összes törzstényezőjét jelentik. A (8) baloldalainak szorzata

$$\left(\frac{Q}{Q'}\right) \left(\frac{-Q'}{Q}\right)$$

a reciprocitás tétel szerint 1, mert most $QQ' = D \equiv 1 \pmod{4}$. Ez azt jelenti, hogy a (8) bármelyik egyenlete következménye a többinek, amit különösen a p_t «nevezővel» bíró egyenletre figyelembe véve, kiderült a (4')-ről szóló állítás helyessége.

Elegendő tehát a 6.-hoz csupán még azt kimutatni, hogy a (7) alatti számok mindegyike akkor és csak akkor 1, ha $Q = |P|$ -re teljesül (4'). Ez azonban most már közvetlenül világos abból az észrevételből, hogy ama (7) alatti számok a $P > 0$, $P < 0$ esetek szerint

$$\left(\frac{P}{p'}\right), \left(\frac{-P'}{p}\right), \text{ illetve } \left(\frac{-P}{p'}\right), \left(\frac{P}{p}\right)$$

(figyelmeztetek arra, hogy $Q = aP$ mellett $Q' = aP'$, ha $a = \pm 1$).

Bebizonyítom a következőt:

7. Ha egy M matrix minden eleme 1 vagy -1 , az M sorainak s oszlopainak számossága r , illetőleg s és $r \geq s$, továbbá l és m a nem független sorok, illetőleg oszlopok halmazainak számossága, akkor $\frac{l}{m} = 2^{r-s}$.¹³

Mindenekelőtt, ha M -nek S_1 sorát helyettesítjük az $S'_1 = S_1 S_2$ szorzattal, ahol S_2 egy S_1 -től különböző sor, akkor l és m változatlanok maradnak. Legyen ugyanis a «régi» matrix soraiból alkotott h halmaz nem független. Ha ez nem tartalmazza S_1 -et, akkor ugyanez az «új» matrix sorainak is egy (természetesen nem független) halmaza. Ha h tartalmazza S_1 -et, akkor h -ból törölöm vagy h -hoz hozzáveszem az S_2 sort a szerint, amint h tartalmazta vagy nem tartalmazta S_2 -t, továbbá (mindkét esetben) az S_1 -et helyettesítem $S_1 S_2$ -vel; így nyilvánvalóan létrejött az új matrix sorainak egy nem független halmaza. Láthatólag ezzel felsoroltam az új matrix sorainak l számú különböző nem független halmazát, tehát az M matrixon végrehajtva a szóbanlevő helyettesítést, l nem kisebbedik. Minthogy pedig ama művelet megismétlése (S'_1 helyébe $S'_1 S_2 = S_1$ visszaadja az eredeti M -et, azért az l bizonyosan nem is változott. Az m változatlansága azonnal világos abból a megjegyzésből, hogy ha c_1, c_2, c_3, \dots , az M matrix néhány oszlopának szorzata (c_i az adott oszlopok S_i sorban levő elemeinek szorzata), akkor az «új» matrix ugyan-

¹³ Fenti állítás egy általános matrixelméleti tételből is következethető (l. pl. HASSE: Höhere Algebra I, S. 102, Satz 53), a jelenlevő tárgyalásban azonban minél kevesebbet akarva felhasználni, közlök egy külön bizonyítást.

olyan indexű oszlopainak szorzata $c_1 c_2, c_2, c_3, \dots$ s ez akkor és csak akkor áll csupa 1-ből, ha ugyanez c_1, c_2, c_3, \dots -ra is igaz.

Éppígy változatlan marad l és m az M egyik oszlopának egy másik oszloppal való szorzásánál.

Mármost a 7. igaz, ha M minden eleme 1, mert ekkor a sorok, illetőleg oszlopok minden halmaza nem független, s ezek számossága 2^r , illetőleg 2^s . Ugyancsak igaz a 7., ha $s = 1$ és M -nek nem minden eleme 1, mert ekkor $m = 1$ és $l = 2^{r-1}$. A továbbiakban tehát feltehető 7. az s «kisebb» értékeire, és még feltehető, hogy az első sor első eleme -1 . Akkor az első sorral (egymásután) szorozva a többi sor némelyikét, majd hasonlóan járva el az oszlopokkal, elérhető, hogy az első sor és oszlop minden eleme 1-gyé válik, kivéve a közös elemet, amely marad -1 . Mindeme változtatások l -et és m -et változatlanul hagyták. Most már ezek akkor sem változnak, ha még az első sort és oszlopot töröljük, mert ezek úgysem szerepelhetnek nem független sorok vagy oszlopok halmazában. A létrejött matrixra helyesnek feltételezett 7. szerint $\frac{l}{m} = 2^{(r-1)-(s-1)} = 2^{r-s}$, miáltal az általában helyesnek bizonyult.

8. Összegezve az eddigieket: Az (1)-beli n , ami eredetileg jelentette a (2)-t kielégítő Ω -k számosságát, egyúttal — a (3)-at, majd e helyett — a (4)-et kielégítő Ω -k számossága. Továbbá 6. szerint ez a számosság az M_D matrix soraiból alakított nem független halmazok számossága, amire 7.-et alkalmazva, amely szerint az M_D soraiból kétszer annyi nem független halmaz alakítható, mint az oszlopokból:

$$2e = n_1, \quad (9)$$

ahol n_1 az M_D matrix oszlopaiból alakítható nem független halmazok számossága.

Hátra van még az n_1 kiértékelése. Ehhez megalkotom az (5)-beli M_D matrix P -hez tartozó oszlopainak szorzatát. Ez a következő számokból áll:

$$\left(\begin{smallmatrix} P \\ p' \end{smallmatrix} \right), \left(\begin{smallmatrix} P \\ p \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} d \\ p \end{smallmatrix} \right) \quad (p_i + P; p | P, p' | 2P),$$

ahol P a $p_t + P$ korlátozásnak van alávetve, míg p és p' a p_1, p_2, \dots, p_t sorozatból a P , illetőleg $2P'$ osztóit jelentik (megjegyzendő, hogy itt P páratlan, tehát $(P, 2P') = 1$). Tekintettel még $\left[\frac{P}{p} \cdot \frac{d}{p}\right] = P'$ -ra:

Az n_1 az olyan P -k számossága, amelyekre $p_t + P$ és

$$\left(\frac{P}{p'}\right) = 1, \left(\frac{P'}{p}\right) = 1 \quad (p, p' \text{ mint fent}). \quad (10)$$

9. Hogy a talált eredményt világosan megfogalmazhassam:

Legyen D_i ($i=1, 2$) ugyancsak discrimináns egy másodfokú számtestnek, vagy $D_i = 1$. Ha $D = D_1 D_2$, akkor a D_1, D_2 számpárt D -felbontásnak nevezem; a D_1, D_2 és D_2, D_1 «nem különböző» D -felbontások. Ha még

$$\left(\frac{D_1}{\pi_2}\right) = 1, \left(\frac{D_2}{\pi_1}\right) = 1,$$

ahol π_i ($i=1, 2$) a D_i valamennyi racionális törzstényezőjét jelenti, akkor másodfajú D -felbontásról beszélek.

Tétel. Ha k tetszőszerinti másodfokú számtest, D a discrimináns, e_k a k «szűkebb» értelemben vett abszolút osztály-csoportja 4-gyel osztható invariánsainak számossága, akkor 2^{e_k} egyenlő a D különböző másodfajú D -felbontásainak számosságával.¹⁴

Ennek belátására elég ennyit megjegyezni: A (10)-et kielégítő P, P' számpár vagy másodfajú D -felbontás, vagy a belőle nyert $P, 4P'$ ilyen a szerint, amint D páratlan vagy páros, és az így előálló D -felbontások különbözők $p_t + P$ miatt. Fordítva, ha D_1, D_2 másodfajú D -felbontás és, alkalmas jelöléssel, $p_t + D_1$, akkor $P = D_1, P' = [D_2]$ kielégíti (10)-et.

¹⁴ Bizonyos esetekben könnyebben alkalmazható lehet az e_k meghatározására maga a (9) összefüggés. A « D -felbontások csoportja» stb. összefüggésekre nézve az ¹ alatti első dolgozatra utalok.

NEUER BEWEIS EINES SATZES DES QUADRATISCHEN ZAHLKÖRPERS.

Von L. RÉDEI in Mezötúr.

Der Beweis meines Satzes über die Anzahl der durch vier teilbaren Invarianten der absoluten Klassengruppe eines beliebigen quadratischen Zahlkörpers ist bisher nur mit funktionentheoretischen Mitteln, nämlich mit Hilfe der Klassenkörpertheorie vollführt; in der vorliegenden Arbeit gebe ich einen arithmetischen Beweis. (Als absolute Klassengruppe nehme ich die Gruppe der Klassen aller Ideale des Körpers an, wobei die Hauptklasse die Gesamtheit aller, durch total positive Körperzahlen erzeugbaren Hauptideale ist.)

Ist e_4 die fragliche Anzahl, so ist nach dem Fundamentalsatz der Theorie der ABELSchen Gruppen 2^{e_4} gleich der Anzahl der ambigen Klassen, die durch Duplikation entstehen. Da die quadratfreien Idealteiler \mathfrak{D} ($\mathfrak{D} = 1$ inbegriffen) der Discriminante D des vorliegenden quadratischen Körpers k alle ambigen Klassen genau zweimal representieren, so ist

$$2^{e_4} = \frac{1}{2}n, \tag{a}$$

wobei n die Anzahl der \mathfrak{D} bedeutet, für die die Gleichung

$$a^2 = (a)\mathfrak{D} \tag{b}$$

lösbar ist (a Ideal, a total positive Zahl in k). Durch Normenbildung folgt die Lösbarkeit der Gleichung

$$u^2Q - v^2Q' - w^2 = 0 \tag{c}$$

in ganzen rationalen positiven teilerfremden u, v, w , wobei Q die Norm von \mathfrak{D} und Q' den quadratfreien Kern von QD bedeutet

(d. h. $QQ' = D$ oder $\frac{1}{4}D$, je nachdem D ungerade oder gerade ist). Umgekehrt nach leichter Rechnung liefert jede solche Lösung von (c) das (b) befriedigende Ideal in k : $\alpha = (w, uQ + v\sqrt{QQ'})$. Nun ist nach LAGRANGE und LEGENDRE (c) dann und nur dann lösbar, wenn die Relationen

$$Q \text{ res. } Q', \quad -Q' \text{ res. } Q \quad (d)$$

stattfinden, wobei « $a \text{ res. } b$ » bedeutet, dass die Kongruenz $a \equiv x^2 \pmod{b}$ lösbar ist (a, b, x ganz rational). n ist also zugleich die Anzahl der Zahlenpaare Q, Q' , die (d) befriedigen; (dabei gilt die independente Definition: « Q ist ein positiver ganz rationaler quadratfreier Teiler von D »). Durch diese Erklärung von n ist wegen (a) eine *neue* Bestimmung von e_4 gegeben, was ich aber gegen die *alle*, mit Hilfe der «D-Zerfällungen zweiter Art» formulierte Bestimmung nur als eine nicht endgültige halte; nicht nur wegen der einfacheren Form der *alten* Bestimmung, sondern auch wegen des einfachen Zusammenhanges der «D-Zerfällungen» mit gewissen Klassenkörpern von k .

Die bekannte endgültige Form des Satzes folgt dann durch eine elementare, ziemlich komplizierte Umformung, trotzdem, dass die beiden Aussagen « Q, Q' befriedigt (d)» und « D_1, D_2 ist eine D-Zerfällung zweiter Art» nur wenig voneinander abweichen (vgl. S. 363 in der unter ¹ zitierten ersten Arbeit).

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Juni 1933.)

EGY DETERMINÁNS-TÉTEL.

HAJÓS GYÖRGY-től.

A jelen dolgozat célja annak kimutatása, hogy, ha a (4) alatt megadandó determinánsokból az (5) szabály szerint egy új determinánst szerkesztünk, ennek értéke a (6) alatt megadott.

Ez a tétel speciális esetként magában foglalja a RADOS,⁴ KRONECKER—RADOS,⁶ SCHLÄFLI⁸—RADOS,⁹ SCHOLTZ¹⁰—HUNYADY¹¹-féle tételeket.

I. Legyenek adva $m; n_1, n_2, \dots, n_m$ pozitív és k_1, k_2, \dots, k_m nem-negatív egész számok. A pozitív egész számokból álló:

$$t_1^{(1)}, t_2^{(1)}, \dots, t_{k_1}^{(1)}; t_1^{(2)}, t_2^{(2)}, \dots, t_{k_2}^{(2)}; \dots; t_1^{(m)}, t_2^{(m)}, \dots, t_{k_m}^{(m)} \quad (1)$$

számesortot t -vel jelöljük, föltéve, hogy $t_j^{(i)} \leq n_i$. A t csoporton belül a $t_1^{(i)}, t_2^{(i)}, \dots, t_{k_i}^{(i)}$ alcsoportot $t^{(i)}$ -vel jelöljük.

$t^{(i)}$ alcsoport tehát elemeinek sorrendjére való tekintet nélkül annyiféleképpen választható meg, ahány ismétléses k_i tagú kombináció alkotható n_i elemből, azaz $\binom{n_i + k_i - 1}{k_i}$ -féleképpen. Legyen az összes, alcsoportokon belüli sorrendtől eltekintve különböző t csoport halmaza T . Ha T elemeinek számát N -el jelöljük, akkor:¹

$$N = \prod_{i=1}^m \binom{n_i + k_i - 1}{k_i}. \quad (2)$$

A $t^{(i)}$ alcsoport elemeiből alkotható permutációk száma legyen τ_i . Ezen permutációk legyenek ${}^1t^{(i)}, {}^2t^{(i)}, \dots, {}^{\tau_i}t^{(i)}$; maga a $t^{(i)}$ permutáció pedig legyen: ${}^{t_1^{(i)}}t^{(i)}, {}^{t_2^{(i)}}t^{(i)}, \dots, {}^{t_{k_i}^{(i)}}t^{(i)}$.

¹ $\binom{0}{0} = 1$ veendő.

T elemeiből az i -edik alcsoportok elhagyásával nyert számcsoporthalmaza legyen T_i . Ennek elemeinek számát N_i -vel jelölve, (2)-ből:

$$N_i = \frac{N}{\binom{n_i + k_i - 1}{k_i}}. \quad (3)$$

Legyen T két tetszőleges, nem föltétlenül különböző eleme t és s . Ezek alcsoportjaiból képezzük a: $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(i-1)}, s^{(i+1)}, s^{(i+2)}, \dots, s^{(m)}$ számcsoporthalmaza. Ez T_i eleme, mert az i -edik alcsoport benne hiányzik. Adjunk T_i elemeinek tetszőleges, de állandó sorrendet és legyen az előbb megadott számcsoporthalmaza ezen sorrendben $(ts)_i$. Mivel $(ts)_1$ független t -től, $(s)_1$ -el jelöljük.

Legyenek adva a következő determinánsok:

$${}^h A^{(i)} = \begin{vmatrix} {}^h a_{11}^{(i)} & \dots & {}^h a_{1n_i}^{(i)} \\ \vdots & & \vdots \\ {}^h a_{n_i 1}^{(i)} & \dots & {}^h a_{n_i n_i}^{(i)} \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} 1 \leq i \leq m \\ 1 \leq h \leq N_i \end{matrix} \quad (4)$$

Képezzünk egy N -edfokú determinánst, melyet

$$D = D(A_{k_1}^{(1)}, A_{k_2}^{(2)}, \dots, A_{k_n}^{(m)})\text{-el}$$

jelöljük. D soraihoz valamely tetszőleges sorrendben rendeljük T elemeit és ugyanilyen sorrendben rendeljük ezeket D oszlopaihoz. Így beszélhetünk D -nek t -soráról, illetőleg t -oszlopáról. D s -sorának és t -oszlopának közös elemét d_{st} -vel jelölve legyen:

$$d_{st} = \prod_{i=1}^m \sum_{l=1}^{n_i} \prod_{j=1}^{k_i} {}^{(ts)_i} a_{s_j^{(i)}, t_l^{(i)}}. \quad (5)$$

Az itt és a bizonyítás folyamán esetleg szereplő \prod_1^0 és \prod_2^1 értéke 1-nek veendő.

A következőkben bebizonyítandó tételünk:

Tétel: D értéke ² a következő szorzattal egyenlő:

$$D = \prod_{i=1}^m \prod_{h=1}^{N_i} {}^h A^{(i)} \binom{n_i + k_i - 1}{n_i}. \quad (6)$$

Megjegyzés: T_i elemeihez sorrendmutatóul nem kell föltét-

² $\binom{n-1}{n} = 0$ veendő.

lenül az első N_i egész számot rendelni. Ez esetben (a hozzájuk rendelt számok összességét (N_i) -vel jelölve) $\prod_{h=1}^{N_i}$ helyébe $\prod_h^{(N_i)}$ lép.

II. Legyen $n_1 + n_2 + \dots + n_m = n$; $k_1 + k_2 + \dots + k_m = k$. Az $a = n + k + m$ számot D indexének nevezzük. a minimális értéke 2, mert $n, m \neq 0$.

Tételünk bizonyítását oly módon végezzük, hogy minden D -re kimutatjuk a tétel helyes voltát, föltételezván, hogy alacsonyabb indexek esetére a tétel helyes; vagy pedig a tétel evidens voltát mutatjuk ki.

A) Legyen $n_1 \neq 1$, $k_1 \neq 0$.

T azon elemeinek halmazát, melyeknek első alcsoportjaiban 1-es szerepel, jelöljük $'T$ -vel. Legyen $T = 'T + ''T$, vagyis $''T$ elemeinek első alcsoportjaiban 1-es nem szerepel.

A $D'(\bar{A}_{k_1-1}^{(1)}, A_{k_1}^{(2)}, \dots, A_{k_m}^{(m)})$ determináns T halmaza $'T$ -ből úgy keletkezik, hogy ennek minden elemének első alcsoportjából egy 1-est elhagyunk. T'_i elemeihez rendelt sorrendmutató számokat úgy választjuk meg, hogy ezek $'T_i$ megfelelő elemeihez rendelvekkel egyezők legyenek. Ezek összességét $(N_i)'$ -vel jelöljük; (N_1) tehát az első N_1 egész szám.

A $D''(\bar{A}_{k_1}^{(1)}, A_{k_1}^{(2)}, \dots, A_{k_m}^{(m)})$ determináns $''T''$ halmaza azonos $''T$ -vel; $''T''$ halmaz elemeinek első alcsoportjaiban ugyanis 1-es nem szerepel, mert $\bar{A}^{(1)}$ determinánsok elemeinek indexei között 1-es nem lehet. T''_i elemeihez sorrendmutató számokként rendeljük a $''T_i$ megfelelő elemeihez rendelveket. Ezek összességét $(N_i)''$ -vel jelöljük; $(N_1)''$ tehát az első N_1 egész szám. Ha $i > 1$, $(N_i)' + (N_i)''$ az első N_i egész szám.

Legyen $'T$ egy eleme s . T azon elemét, melyet s -ből úgy nyerünk, hogy $s^{(1)}$ -ben az első helyre tett 1-est elhagyva helyére p -es számot írunk ($1 \leq p \leq n_1$), jelöljük $p s$ -el. Tehát:

$$s \equiv {}_1s; (s)_1 = ({}_ps)_1; (ts)_i = (t{}_ps)_i; p s_1^{(1)} = p;$$

$$p s_j^{(1)} = s_j^{(1)}, \text{ ha } j > 1; p s_j^{(i)} = s_j^{(i)}, \text{ ha } i > 1.$$

D determináns minden $'T$ -höz tartozó s -sorát szorozzuk meg ${}^{(s)}_1 \bar{A}^{(1)}$ -el és adjuk hozzá az ${}_2s$ -sor ${}^{(s)}_1 A_{21}^{(1)}$ -szeresét, ..., az $n_1 s$ -sor

³ \bar{A} jelölje az A_{11} aldeterminánst.

$(s)_1 A_{n_1 1}^{(1)}$ -szeresét. Ezt az átalakítást elvégezhetjük, ha először az s -sorokra végezzük, melyeknél $s^{(1)}$ -ben szereplő 1-esek száma k_1 , majd amelyekében $k_1 - 1, \dots$, végül amelyekében egy 1-es van. Az átalakításnál D -t megszorozzuk minden egyes $h A^{(1)}$ annyiadik hatványával, ahány oly $s^{(1)}$ alcsoport képezhető, amelyben legalább egy 1-es szerepel. Ezen lehetőségek száma $\binom{n_1 + k_1 - 2}{k_1 - 1}$. A keletkező D^* determináns értéke tehát:

$$D^* = D \cdot \prod_{h=1}^{N_1} h \bar{A}^{(1)} \binom{n_1 + k_1 - 2}{k_1 - 1}. \quad (7)$$

Az átalakítást végrehajtva D^* elemei a következők lesznek:

$$\begin{aligned} d_{st}^* &= \sum_{p=1}^{n_1} \left[(s)_1 A_{p1}^{(1)} \prod_{i=1}^m \sum_{l=1}^{\tau_i} \prod_{j=1}^{k_i} \bar{a}_{p s_j^{(i)}, t_j^{(i)}}^{(ts)_i} \right] = \\ &= \sum_{p=1}^{n_1} \left[(s)_1 A_{p1}^{(1)} \sum_{l=1}^{\tau_1} \prod_{j=1}^{k_1} \bar{a}_{p s_j^{(1)}, t_j^{(1)}}^{(s)_1} \right] \cdot \prod_{i=2}^m \sum_{l=1}^{\tau_i} \prod_{j=1}^{k_i} \bar{a}_{s_j^{(i)}, t_j^{(i)}}^{(ts)_i} = \\ &= \sum_{l=1}^{\tau_1} \sum_{p=1}^{n_1} \left[(s)_1 A_{p1}^{(1)} \prod_{j=1}^{k_1} \bar{a}_{p s_j^{(1)}, t_j^{(1)}}^{(s)_1} \right] \cdot \prod_{i=2}^m \sum_{l=1}^{\tau_i} \prod_{j=1}^{k_i} \bar{a}_{s_j^{(i)}, t_j^{(i)}}^{(ts)_i} = \\ &= \sum_{l=1}^{\tau_1} \left[\sum_{p=1}^{n_1} \left((s)_1 A_{p1}^{(1)} \cdot (s)_1 \bar{a}_{p, t_l^{(1)}}^{(1)} \right) \cdot \prod_{j=2}^{k_1} \bar{a}_{s_j^{(1)}, t_j^{(1)}}^{(s)_1} \right] \cdot \prod_{i=2}^m \sum_{l=1}^{\tau_i} \prod_{j=1}^{k_i} \bar{a}_{s_j^{(i)}, t_j^{(i)}}^{(ts)_i} = \\ &= (s)_1 A^{(1)} \sum_{l=1}^{\tau_1} \left[\varepsilon_{1, t_l^{(1)}} \cdot \prod_{j=2}^{k_1} \bar{a}_{s_j^{(1)}, t_j^{(1)}}^{(s)_1} \right] \cdot \prod_{i=2}^m \sum_{l=1}^{\tau_i} \prod_{j=1}^{k_i} \bar{a}_{s_j^{(i)}, t_j^{(i)}}^{(ts)_i}. \end{aligned} \quad (8)$$

ε_{xy} alatt 1 értendő, ha $x = y$; 0 értendő, ha $x \neq y$.

D^* -nak ' T -sorai tehát oszthatók $(s)_1 A^{(1)}$ -el. Ezen osztás után nyerjük a D^{**} determinánst. Minden $h A^{(1)}$ annyiadik hatványával osztottuk D^* -ot, ahányadik hatványával $h \bar{A}^{(1)}$ -nek D -t szoroztuk. Tehát (7) szerint:

$$D^* = D^{**} \cdot \prod_{h=1}^{N_1} h A^{(1)} \binom{n_1 + k_1 - 2}{k_1 - 1}. \quad (9)$$

D^{**} -nak " T -sorai változatlanul D sorai; ezek " T oszlopai-nak képzésénél tehát s és t szerepét D " megfelelő s'' és t'' csoportja veszi át; D^{**} ezen elemeire tehát: $d_{st}^{**} = d_{s''t''}^{**}$. D^{**} -nak ' T -sorainak " T -oszlopaiban 0-k állnak, mert itt $t_l^{(1)} \neq 1$, mint-hogy $t^{(1)}$ -ben 1-es nem szerepel. ' T -sorainak ' T -oszlopaiban pe-dig (8) szerint s és t szerepét D ' megfelelő s' és t' csoportja veszi át; D^{**} ezen elemeire tehát $d_{st}^{**} = d_{s't'}^{**}$.

Fejtsük ki D^{**} determinánst ' T -sorai szerint LAPLACE-féle kifejtéssel. Az előzők szerint $D^{**} = D' \cdot D''$. Az előjel pozitív, mert D' -t alkotó ' T -sorok és ' T -oszlopok ugyanannyiadikok.

D' -re $k' = k - 1$; D'' -re $n' = n - 1$, tehát D' és D'' indexe D -énél kisebb s így föltételünk értelmében a tétel ezekre alkalmazható. (7) és (9) felhasználásával tehát:

$$D = \frac{\prod_{h=1}^{N_1} h A^{(1)} \binom{n_1+k_1-2}{k_1-1}}{\prod_{h=1}^{N_1} h \bar{A}^{(1)} \binom{n_1+k_1-2}{k_1-1}} \cdot \prod_{h=1}^{N_1} h A^{(1)} \binom{n_1+k_1-2}{n_1} \prod_{i=2}^m \prod_h h A^{(i)} \binom{(N_i)'}{n_i} \binom{n_i+k_i-1}{n_i}.$$

$$\cdot \prod_{h=1}^{N_1} h \bar{A}^{(1)} \binom{n_1+k_1-2}{n_1-1} \prod_{i=2}^m \prod_h h A^{(i)} \binom{(N_i)''}{n_i} \binom{n_i+k_i-1}{n_i} = \prod_{i=1}^m \prod_{h=1}^{N_i} h A^{(i)} \binom{n_i+k_i-1}{n_i}.$$

B) Legyen $n_1 = 1$, $k_1 \neq 0$.

T minden elemének első alcsoportjában csak 1-esek szerepelnek, tehát $t_j^{(1)} = 1$, $\tau_1 = 1$; $h A^{(1)} = h a_{11}^{(1)}$.

A $D'(A_{k_1-1}^{(1)}, A_{k_2}^{(2)}, \dots, A_{k_m}^{(m)})$ determináns T' halmaza T -ből úgy keletkezik, hogy ennek minden egyes elemének első alcsoportjában egy 1-est elhagyunk. T'_i elemeihez rendelt sorrendmutató számok legyenek a T_i megfelelő elemeihez rendelvek. D elemeire nézve:

$$d_{st} = \prod_{j=1}^{k_1} {}^{(s)}_1 a_{11}^{(1)} \cdot \prod_{i=2}^m \sum_{l=1}^{\tau_i} \prod_{j=1}^{k_i} {}^{(ts)l}_i a_{s_j^{(i)}, t_j^{(i)}} =$$

$$= {}^{(s)}_1 A^{(1)} \cdot \prod_{j=2}^{k_1} {}^{(s)}_1 a_{11}^{(1)} \cdot \prod_{i=2}^m \sum_{l=1}^{\tau_i} \prod_{j=1}^{k_i} {}^{(ts)l}_i a_{s_j^{(i)}, t_j^{(i)}}. \quad (10)$$

D minden s -sora tehát osztható ${}^{(s)}_1 A^{(1)}$ -el. Az osztás útján keletkező D^* determinánst tehát minden $h A^{(1)}$ -el való osztás útján nyerjük, vagyis:

$$D = D^* \cdot \prod_{h=1}^{N_1} h A^{(1)}. \quad (11)$$

D^* -ban s és t szerepét (10) szerint D' megfelelő s' és t' csoportja veszi át. Tehát $d_{st}^* = d_{s't'}^*$, azaz $D^* = D'$. Azonban D' -re vonatkozólag $k' = k - 1$ s így indexe D -énél kisebb, alkalmazható rá tételünk. (11) felhasználásával tehát:

$$D = \prod_{h=1}^{N_1} h A^{(1)} \cdot \prod_{h=1}^{N_1} h A^{(1)} \binom{n_1+k_1-2}{n_1} \cdot \prod_{i=2}^m \prod_{h=1}^{N_i} h A^{(i)} \binom{n_i+k_i-1}{n_i} =$$

$$= \prod_{i=1}^m \prod_{h=1}^{N_i} h A^{(i)} \binom{n_i+k_i-1}{n_i}.$$

C) Legyen $k_1 = 0$, $m \neq 1$.

D értelmezése szerint felépítésében az $A^{(1)}$ determinánsok nem szerepelnek s így $D = D'(A_{k_2}^{(2)}, \dots, A_{k_m}^{(m)})$. D' -re $m' = m - 1$ s így indexe D -énél kisebb lévén, tételünk rá alkalmazható:

$$D = \prod_{i=2}^m \prod_{h=1}^{N_i} h A^{(i)} \binom{n_i+k_i-1}{n_i} = \prod_{i=1}^m \prod_{h=1}^{N_i} h A^{(i)} \binom{n_i+k_i-1}{n_i}.$$

D) Legyen $k_1 = 0$, $m = 1$.

D determináns értelmezése szerint $D \equiv |1|$, a tétel szerint pedig $D = 1$. Tehát a tétel ezen esetben evidens.

III. Speciális esetek.

A) Legyen $k_1 = k_2 = \dots = k_m = 1$; ekkor $N = n_1 n_2 \dots n_m$. A tétel szerint:

$$D = \prod_{i=1}^m \prod_{h=1}^{n_i} h A^{(i)}.$$

B) Legyen A) esetben $m = 2$. Tehát $N = n_1 n_2$, tételünk szerint:

$$D = {}^1A^{(1)} \cdot {}^2A^{(1)} \dots {}^{n_2}A^{(1)} \cdot {}^1A^{(2)} \cdot {}^2A^{(2)} \dots {}^{n_1}A^{(2)}.$$

Ezzel lényegileg azonos a RADOS által⁴ 1929-ben közölt determinánstétel. Ott azonban D sorai permutálva vannak, amely permutációnak inverziószáma $\frac{1}{4} n_1(n_1-1) n_2(n_2-1)$. Ennek megfelelőleg előjelkülönbözet lép föl.

C) Legyenek a $h A^{(i)}$ determinánsok h -tól függetlenek, ekkor az első indexek elhagyhatók. A tétel szerint:

$$D = \prod_{i=1}^m A^{(i)} \frac{k_i}{n_i} \cdot N.$$

⁴ M. T. A. Matematikai és Természettudományi Értesítője. 1929. p. 724.

D) Legyen $C)$ esetben $m = 2$, $k_1 = k_2 = 1$. Tehát

$$D = [A^{(1)}]^{n_1} \cdot [A^{(2)}]^{n_1}.$$

Ezt a tételt állította fel KRONECKER, közölte ZEHFUSS⁵ 1858-ban, más bizonyítással RADOS⁶ 1886-ban és HENSEL⁷ 1890-ben.

E) Legyen $n_1 = n_2 = \dots = n_m = n$ és ${}^hA^{(i)}$ független i -től. Ekkor:

$$D = \prod_{h=1}^{N_i} {}^hA^{i=1} \sum_{n=1}^m (n+k_i-1).$$

F) Legyenek $E)$ esetben az hA determinánsok h -tól is függetlenek. Tehát:

$$D = A^{\frac{N}{n}(k_1+k_2+\dots+k_m)}$$

G) Legyen $F)$ esetben $m = 1$; a tétel szerint:

$$D = A^{\binom{n+k_1-1}{n}}.$$

Ezt a tételt közölte SCHLÄFLI⁸ 1851-ben. Ugyancsak ezt a tételt állította föl RADOS⁹ az indukált helyettesítésekkel kapcsolatban.

H) Legyen $G)$ esetben $k_1 = 2$, tehát ekkor $D = A^{n+1}$. Ez a SCHOLTZ¹⁰—HUNYADY¹¹-féle determinánstétel. Különösen nevezetes $n = 3$ esetben, amikor $D = A^4$.

IV. Szemléltesse a D determináns szerkesztését egy példa. Legyen $m = 1$, $n_1 = 2$, $k_1 = 3$. (III. G) alá tartozó eset). A felső indexek elhagyhatók.

Ekkor T elemei a következők: $(1, 1, 1)$, $(1, 1, 2)$, $(1, 2, 2)$

⁵ Zeitschrift für Mathematik und Physik. III. 1858. p. 298.

⁶ M. T. A. Mat. és Term. Ért. 1886. p. 268.

⁷ Acta Mathematica. XIV. 1890. p. 317.

⁸ Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften. Math.-naturw. Cl. IV. 1851. p. 52.

⁹ M. T. A. Mat. és Term. Ért. 1898. p. 396.

¹⁰ Archiv der Math. und Physik. LXX. 1878. p. 317.

¹¹ Crelle's Journal. LXXXIX. 1879. p. 47.

(2, 2, 2). A megfelelő τ_1 értékek sorban 1, 3, 3, 1. D elemei a következők:

$$\begin{array}{ll}
 & (1, 1, 1) \qquad \qquad \qquad (1, 1, 2) \\
 (1, 1, 1) & a_{11}a_{11}a_{11}, \quad a_{11}a_{11}a_{12} + a_{11}a_{12}a_{11} + a_{12}a_{11}a_{11}, \\
 (1, 1, 2) & a_{11}a_{11}a_{21}, \quad a_{11}a_{11}a_{22} + a_{11}a_{12}a_{21} + a_{12}a_{11}a_{21}, \\
 (1, 2, 2) & a_{11}a_{21}a_{21}, \quad a_{11}a_{21}a_{22} + a_{11}a_{22}a_{21} + a_{12}a_{21}a_{21}, \\
 (2, 2, 2) & a_{21}a_{21}a_{21}, \quad a_{21}a_{21}a_{22} + a_{21}a_{22}a_{21} + a_{22}a_{21}a_{21}, \\
 & (1, 2, 2) \qquad \qquad \qquad (2, 2, 2) \\
 (1, 1, 1) & a_{11}a_{12}a_{12} + a_{12}a_{11}a_{12} + a_{12}a_{12}a_{11}, \quad a_{12}a_{12}a_{12} \\
 (1, 1, 2) & a_{11}a_{12}a_{22} + a_{12}a_{11}a_{22} + a_{12}a_{12}a_{21}, \quad a_{12}a_{12}a_{22} \\
 (1, 2, 2) & a_{11}a_{22}a_{22} + a_{12}a_{21}a_{22} + a_{12}a_{22}a_{21}, \quad a_{12}a_{22}a_{22} \\
 (2, 2, 2) & a_{21}a_{22}a_{22} + a_{22}a_{21}a_{22} + a_{22}a_{22}a_{21}, \quad a_{22}a_{22}a_{22}
 \end{array}$$

Ha $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ helyett röviden $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ -t írunk, nyerjük:

$$\begin{vmatrix} a^3 & 3a^2b & 3ab^2 & b^3 \\ a^2c & a^2d + 2abc & b^2c + 2abd & b^2d \\ ac^2 & bc^2 + 2acd & ad^2 + 2bcd & bd^2 \\ c^3 & 3c^2d & 3cd^2 & d^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}^6$$

Végül magát a tételt szemléltesse a következő eset: Legyen III. F) esetben $m=3$, $n=2$, $k_1=k_2=k_3=1$. Az adott determináns legyen $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$. Ekkor $N=8$, tehát:

$$\begin{vmatrix} a^3 & a^2b & a^2b & a^2b & ab^2 & ab^2 & ab^2 & b^3 \\ a^2c & a^2d & abc & abc & abd & abd & b^2c & b^2d \\ a^2c & abc & a^2d & abc & abd & b^2c & abd & b^2d \\ a^2c & abc & abc & a^2d & b^2c & abd & abd & b^2d \\ ac^2 & acd & acd & bc^2 & ad^2 & bcd & bcd & bd^2 \\ ac^2 & acd & bc^2 & acd & bcd & ad^2 & bcd & bd^2 \\ ac^2 & bc^2 & acd & acd & bcd & bcd & ad^2 & bd^2 \\ c^3 & c^2d & c^2d & c^2d & cd^2 & cd^2 & cd^2 & d^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}^{12}.$$

EIN DETERMINANTENSATZ.

Von GEORG HAJÓS.

Seien $m; n_1, \dots, n_m$ positive und k_1, \dots, k_m nicht-negative ganze Zahlen. Wir bezeichnen mit t die Zahlenfolge (1), vorausgesetzt, dass die Bedingung $0 < t_j^{(i)} \leq n_i$ erfüllt ist. Die Teilfolge $t_1^{(i)}, \dots, t_{k_i}^{(i)}$ bezeichnen wir mit $t^{(i)}$. Die Gesamtheit T aller Folgen t , die abgesehen von der Reihenfolge in den Teilfolgen verschieden sind, besitzt die unter (2) angegebene Elementenzahl N .

Die Permutationen der Elemente von $t^{(i)}$ seien ${}_1t^{(i)}, \dots, {}_{\tau_i}t^{(i)}$. Die Permutation ${}_it^{(i)}$ sei: ${}_it_1^{(i)}, \dots, {}_it_{k_i}^{(i)}$.

Wird aus jedem Element von T die Teilfolge $t^{(i)}$ weggelassen, so entsteht T_i , dessen Elementenzahl die unter (3) angegebene N_i ist. Den Elementen dieser Gesamtheit geben wir eine feste Reihenfolge, in welcher die Folge: $t^{(1)}, \dots, t^{(i-1)}, s^{(i+1)}, \dots, s^{(m)}$ an der $(ts)_i$ -ten Stelle stehe, wo s und t zwei beliebige Elemente von T sind.

Es seien die Determinanten (4) angegeben. D sei eine Determinante vom Grade N , an derer Zeilen und Spalten die Elemente von T in derselben Reihenfolge zugeordnet werden. Sei d_{st} unter (5) angegeben, wo d_{st} das der zu s zugeordneten Zeile und zu t zugeordneten Spalte gemeinsame Element bedeutet.

In der vorliegenden Arbeit wird bewiesen, dass D den unter (6) angegebenen Wert besitzt.

Im Spezialfalle $m=2, k_1 = k_2 = 1$ gibt unser Satz den durch RADOS⁴ gefundenen Determinantensatz. Wenn die Determinanten

(4) in diesem Falle von h unabhängig sind, ergibt sich der durch KRONECKER aufgestellte und mit verschiedenen Beweisen durch ZEHFUSS,⁵ RADOS,⁶ HENSEL⁷ mitgeteilte Satz.

Im Falle $m = 1$ bekommen wir einen durch SCHLÄFLI⁸ und RADOS⁹ aufgestellten Satz; wenn noch $k = 2$ angenommen wird, ergibt sich der SCHOLTZ—HUNYADY-sche Determinantensatz.

Es werden noch andere bisher nicht bekannte Spezialsätze aufgezählt.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. November 1932.)

A TÖBBATOMÚ GÁZOK STATISZTIKÁJA.

SZÉLL KÁLMÁN-tól.

E dolgozat «A kétatomú gázok statisztikája» c. értekezésem ¹ folytatását képezi. A FERMI — DIRAC, illetőleg a BOSE — EINSTEIN-féle (röviden F.—D., illetőleg B.—E.) statisztikát alkalmazom olyan merev molekulájú, többatomú gázok rotációs mozgására, amelyeknél egy molekula súlypontjához tartozó három főtehetetlenségi nyomaték közül kettő egyenlő, a második tárgyalta esetben mindhárom főtehetetlenségi nyomaték egyenlő. A merev molekulájú gázok e statisztikája az alacsony hőmérséklet melletti fajhő értékének számításánál jelentős, ahol a molekulák atomai számottevő rezgéseket nem végeznek.

Először a SCHRÖDINGER-féle saját függvények segítségével számítok, majd a régebbi kvantumelmélet, és pedig PLANCK-nak ² az állapotterre vonatkozó vizsgálatai alapján. Az utóbbi tárgyalásnál szó lesz egy két egyenlő főtehetetlenségi nyomatékkal bíró molekula állapotterére vonatkozó PLANCK-féle vizsgálatok egy szükséges kiegészítéséről is. Megállapítom azokat a feltételeket, amelyek mellett a F.—D., illetőleg B.—E.-féle eloszlási függvény a klasszikus statisztikai és klasszikus kvantumstatisztikai eloszlási függvényekbe megy át.

1. §. Egy két egyenlő főtehetetlenségi nyomatékkal bíró gázmolekula súlypontja körüli forgására vonatkozó hullámeqyenlet ³ szabad térben:

¹ Előterjesztve a M. T. Akadémia III. osztályának 1933. márc. 13-án tartott ülésén. E dolgozatot a hivatkozásoknál I-el jelölöm.

² M. PLANCK: Ann. d. Phys. 50, 385, 1916, továbbá Berl. Ber. 1166, 1918.

³ L. pl. A. E. RUARK and H. C. UREY: Atoms, molecules and quanta (1930) 671. lap.

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi_r}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi_r}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{A}{C} + \cotg^2 \vartheta \right) \frac{\partial^2 \psi_r}{\partial \chi^2} - \\ - \frac{2 \cos \vartheta}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi_r}{\partial \varphi \partial \chi} + \frac{8\pi^2 A}{h^2} E_r \psi_r = 0, \quad (1)$$

ahol E_r , illetőleg ψ_r a súlypontja körül forgó molekula rotációs energiája, illetőleg rotációs hullámfüggvénye, ϑ, φ, χ az EULER-féle (nutációs, precessziós, saját forgási) szögek, $A = B, C (A > C)$ a súlyponthoz tartozó három főtehetetlenségi nyomatékokat jelenti.

(1) megoldása:

$$\psi_r = N t^{\frac{d}{2}} (1-t)^{\frac{s}{2}} F(-p, 1+d+s+p, 1+d, t) e^{i\lambda\varphi + i n \chi}, \quad (2)$$

ahol N egy normáló tényező,

$$t = \frac{1}{2} (1 - \cos \vartheta), \quad d = |\lambda - n|, \quad s = |\lambda + n|, \\ F(-p, 1+d+s+p, 1+d, t)$$

a hypergeometriai sor.

$$E_r = E_m = \frac{h^2}{8\pi^2} \left[\frac{j(j+1)}{A} + \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right) n^2 \right], \quad (3)$$

$$j = 0, 1, 2, \dots, \infty, \\ \lambda = -\infty \dots -1, 0, 1, 2, \dots \infty, \\ n = -\infty \dots -1, 0, 1, 2, \dots \infty, \\ |\lambda| \leq j, \quad |n| \leq j.$$

Tehát adott rotációs energiánál, azaz adott j és n kvantumszámoknál $2j+1$ különböző rotációs hullámfüggvény lehetséges. Egy haladó és forgó mozgásban levő molekulához a

$$\varphi = \psi_h \psi_r e^{\frac{2\pi i}{h} (E_h + E_r)}$$

saját függvény tartozik.

2. §. Egy molekula-súlypont haladó mozgási energiájának ΔE_i intervallumában adott j és n kvantumszámok által meghatározott rotációs energiánál egy molekula

$$A_{jn} = (2j+1) \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_i} \Delta E_i, \quad (4)$$

féleképpen helyezkedhetnek el.¹

¹ L. I. 3. §-át is.

Legyen az A_{ijn} intervallumba eső molekulák száma: N_{ijn} . Az I. dolgozatomban 3. §-ában követett eljárással a F.—D.-féle statisztika esetében

$$N_{ijn} = \frac{A_{ijn}}{e^{a+b(E_i+E_{jn})} + 1}, \quad (5)$$

a B.—E.-féle statisztika esetében

$$N_{ijn} = \frac{A_{ijn}}{e^{a+b(E_i+E_{jn})} - 1}, \quad b = \frac{1}{kT}. \quad (6)$$

3. §. Az állapotter celláit a következőképpen határozzuk meg: Az állapotter fizikai szerkezetére vonatkozó PLANCK-féle vizsgálatok szerint a súlypontja körül forgó molekula állapotterében a koordináták és impulzus-koordináták g és g' függvényeit kell meghatározni, amelyeket a

$$g = nh, \quad g' = n'h$$

egyenletekbe helyettesítve az ú. n. statikai pályákat kapjuk. A $g = \text{állandó}$, $g + dg = \text{állandó}$, $g' = \text{állandó}$, $g' + dg' = \text{állandó}$ felületek által határolt elemi tartomány:

$$dG = \iiint d\vartheta d\phi d\chi dp_s dp_\psi dp_\chi = dg dg'^2. \quad (7)$$

dG -nek a $dg dg'^2$ szorzatra való bontása PLANCK első dolgozatában¹ nem volt helyes. Egy későbbi dolgozatában² PLANCK az adiabatikus hipotézis segítségével állapította meg $dg dg'^2$ pontos értékét abban az esetben, amikor a molekula három főtéhetetlenségi nyomatéka különböző. Két egyenlő főtéhetetlenségi nyomatékú molekula állapotterében e kiigazító számítás hiányzik, PLANCK eredményei pedig erre az esetre $A=B$ írásával további vizsgálatok nélkül nem alkalmazhatók.³

PLANCK vizsgálatait szem előtt tartásával a következőképpen számíthatjuk esetünkben $dg dg'^2$ helyes értékét:

¹ M. PLANCK: Ann. d. Phys. 50, 407, 1916.

² M. PLANCK: Berl. Ber. 1166, 1918.

³ $A \neq B \neq C$ esetben PLANCK (10) egyenletben $2E_r$, v (forgási impulzus négyzete), $\omega^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ -ot (l. (8)) vezeti be integrációs változóknak. $A = B \neq C$ esetben ez nem lehetséges, mivel ω^2 értékét $2E_r$ és v már meghatározza.

A forgási sebességnek a molekula súlypontjához tartozó főtengelyekre vonatkozó komponensei:

$$\begin{aligned} a &= \sin \vartheta \sin \chi \dot{\phi} + \cos \chi \dot{\vartheta} \\ \beta &= \sin \vartheta \cos \chi \dot{\phi} - \sin \chi \dot{\vartheta} \\ \gamma &= \cos \vartheta \dot{\phi} + \dot{\chi}. \end{aligned} \quad (8)$$

A rotációs energia:

$$E_r = \frac{1}{2} \{ A (a^2 + \beta^2) + C \gamma^2 \}$$

kifejezéséből az impulzus-koordináták:

$$\begin{aligned} p_\vartheta &= A a \cos \chi - A \beta \sin \chi \\ p_\psi &= A a \sin \vartheta \sin \chi + A \beta \sin \vartheta \cos \chi + C \gamma \cos \vartheta \\ p_\chi &= C \gamma. \end{aligned} \quad (9)$$

A (7) alatti egyenletben p_ϑ , p_ψ , p_χ helyett a , β , γ -t vezetve be, a függvény determináns kiszámításával

$$dG = 8\pi^2 A^2 C \int \int \int da d\beta d\gamma. \quad (10)$$

a , β , γ helyett (10)-ben vezessük be

$$\begin{aligned} 2E_r &= A (a^2 + \beta^2) + C \gamma^2 \\ v &= A^2 (a^2 + \beta^2) + C^2 \gamma^2 \\ \varepsilon &= \operatorname{arctg} \frac{\beta}{a} \end{aligned} \quad (11)$$

értékét integrációs változónak, ahol v a teljes forgási impulzus négyzete. A függvény determináns:

$$F = \frac{1}{\begin{vmatrix} \frac{\partial 2E_r}{\partial a} & \frac{\partial 2E_r}{\partial \beta} & \frac{\partial 2E_r}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial v}{\partial a} & \frac{\partial v}{\partial \beta} & \frac{\partial v}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial a} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial \beta} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial \gamma} \end{vmatrix}} = \frac{1}{4AC(A-C)} \sqrt{\frac{C(A-C)}{2AE_r - v}},$$

$$d \sqrt{2AE_r - v} = \frac{A dE_r}{\sqrt{2AE_r - v}}$$

helyettesítéssel és ε szerint 0-tól 2π -ig integrálva

$$dG = 8\pi^3 dv d \sqrt{\frac{C(2AE_r - v)}{A - C}}. \quad (12)$$

Ebből az egyenletből

$$g = 2\pi \sqrt{\frac{C(2AE_r - v)}{A - C}} = nh \quad (13)$$

$$g'^2 = 4\pi^2 v = (jh)^2. \quad (14)$$

Az állapotter celláit meghatározó ezek az egyenletek eleget tesznek az adiabatikus hipotézis azon követelésének, hogy a g és g' kvantumfüggvények a rendszer bármely végtelen lassú adiabatikus reverzibilis változásánál invariánsok. (14) alatt g' adiabatikus invariáns, mivel, amint PLANCK megállapítja, g' egyenletében v adiabatikus invariáns.

Mivel HERTZ¹ vizsgálatai szerint dG adiabatikus invariáns, (13) alatt g is adiabatikus invariáns.

(13), (14)-ből

$$E_r = \frac{h^2}{8\pi^2} \left\{ \frac{j^2}{A} + \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right) n^2 \right\}. \quad (15)$$

$2AE_r - v = C(A - C)r^2$ egyenletben r pozitív és negatív lehet, ezért (13)-ban n pozitív és negatív egész szám. $|n| \leq j$, $n = j$ $v = 2CE_r$ esetében. (14)-szerint a j -hez tartozó statisztikai súly: $2j + 1$.

E következtetések alapján megállapított A_{jn} megegyezik a (4) alatti egyenlettel.

4. §. A F.—D., illetőleg B.—E.-féle statisztika (5), illetőleg (6) alatti egyenletéből $e^a \gg 1$ mellett

$$\begin{aligned} N &= \sum_i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=|n|}^{\infty} N_{ijn} = \\ &= \frac{(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}} V}{h^3} e^{-a} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=|n|}^{\infty} (2j+1) e^{-\sigma_1 j(j+1) - \sigma_2 n^2}, \end{aligned} \quad (16)$$

ahol

$$\sigma_1 = \frac{h^2}{8\pi^2 AkT}, \quad \sigma_2 = \frac{h^2}{8\pi^2 kT} \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right). \quad (17)$$

A j és n -re vonatkozó összegezést az EULER-féle összegezési egyenlettel számítjuk. Az EULER-féle összegezési egyenletek maradék tagjait kicsiny értékek miatt elhanyagoljuk.

¹ P. HERTZ: Ann. d. Phys. 33, 225, 537, 11. §. 1910.

(16)-ban

$$\sum_{j=-|n|}^{\infty} = \sum_{j=0}^{\infty} - \sum_{j=0}^{|n|}$$

$j + \frac{1}{2} = y$, majd $\sigma_1 y^2 = x$ helyettesítéssel az EULER-féle egyenletben

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^{|n|} (2j+1) e^{-\sigma_1 j(j+1)} = \\ & = \frac{-e^{\frac{\sigma_1}{4}}}{\sigma_1} e^{-\sigma_1(|n|+\frac{1}{2})^2} + \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1 + (2|n|+1) e^{-\sigma_1|n|(|n|+1)}}{2}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} (2j+1) e^{-\sigma_1 j(j+1)} = \int_0^{\infty} (2j+1) e^{-\sigma_1 j(j+1)} dj + \frac{1}{2} = \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{2}. \quad (19)$$

Tehát (18), (19) alapján

$$\sum_{j=-|n|}^{\infty} (2j+1) e^{-\sigma_1 j(j+1)} = \frac{e^{\frac{\sigma_1}{4}}}{\sigma_1} e^{-\sigma_1(|n|+\frac{1}{2})^2} - \frac{(2|n|+1) e^{-\sigma_1|n|(|n|+1)}}{2}. \quad (20)$$

Következőleg (16)-ban

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=|n|}^{\infty} (2j+1) e^{-\sigma_1 j(j+1) - \sigma_2 n^2} = \\ & = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2e^{\frac{\sigma_1}{4}}}{\sigma_1} e^{-\sigma_1(n+\frac{1}{2})^2 - \sigma_2 n^2} - (2n+1) e^{-\sigma_1(n^2+n) - \sigma_2 n^2} \right) - \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (21)$$

σ_1, σ_2 értékei a tekintetbe vehető gázoknál egynél kisebbek.

Megengedhető elhanyagolásokkal

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=|n|}^{\infty} (2j+1) e^{-\sigma_1 j(j+1) - \sigma_2 n^2} = \\ & = \frac{2}{\sigma_1} \int_0^{\infty} e^{-(\sigma_1 + \sigma_2) n^2} dn - \int_0^{\infty} (2n+1) e^{-(\sigma_1 + \sigma_2) n^2} dn = \end{aligned} \quad (21a)$$

$$= \frac{(2 - \sigma_1) \sqrt{\pi}}{2\sigma_1 \sqrt{\sigma_1 + \sigma_2}} - \frac{1}{\sigma_1 + \sigma_2}. \quad (21b)$$

(16)-ból (21b) segítségével

$$e^a = \frac{V}{N} \frac{(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \left\{ \frac{(2 - \sigma_1) \sqrt{\pi}}{2\sigma_1 \sqrt{\sigma_1 + \sigma_2}} - \frac{1}{\sigma_1 + \sigma_2} \right\}. \quad (22)$$

5. §. Néhány többatomú gáznál, így a methannál a molekula három főtéhtetlenségi nyomatóka egyenlő. Ennek az esetnek külön tárgyalása szükséges.

A (3) alatti egyenlet helyett ebben az esetben

$$E_r = E_j = \frac{h^2 j(j+1)}{8\pi^2 A}, \quad (23)$$

(4) helyett

$$A_{ij} = (2j+1)^2 \frac{2\pi V (2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \sqrt{E_i} \Delta E_i. \quad (24)$$

(5), (6) helyén kapjuk

$$N_{ij} = \frac{A_{ij}}{e^{a+b(E_i+E_j)} + 1}, \quad (25)$$

illetőleg

$$N_{ij} = \frac{A_{ij}}{e^{a+b(E_i+E_j)} - 1}, \quad b = \frac{1}{kT}. \quad (26)$$

PLANCK vizsgálatai¹ szerint három egyenlő főtéhtetlenségi nyomatók esetében a három szabadsági fok «kohärens». A 0 és n kvantumszámok által meghatározott állapottér-rész térfogata:

$$G = \frac{4}{3} (nh)^3.$$

Az n . cella térfogata:

$$G_n = \frac{4}{3} (3n^2 + 3n + 1) h^3,$$

az n . cella statisztikai súlya (0 . cellához viszonyítva):

$$p_n = 3n^2 + 3n + 1. \quad (27)$$

A statisztikai súly ez értéke egy szorzótényezőben különbözik a (24)-ben fellépő $(2n+1)^2$ -től.

(25), (26) alapján

$$N = \sum_i \sum_{j=0}^{\infty} N_{ij} = \frac{(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}} V}{h^3} e^{-a} \sum_{j=0}^{\infty} (2j+1)^2 e^{-aj(j+1)}, \quad (28)$$

$$\sigma = \frac{h^3}{8\pi^2 A k T}.$$

¹ M. PLANCK: Ann. d. Phys. 50, 404, 1916.

$$\sum_{j=0}^{\infty} (2j+1)^2 e^{-\sigma j(j+1)} = \int_0^{\infty} (2j+1)^2 e^{-\sigma j(j+1)} dj + \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{e^{\frac{\sigma}{4}}}{\sigma} \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} - \frac{e^{\sigma(\frac{1}{4}-\frac{9}{4})}}{6} + \frac{1}{2}, \quad (29)$$

ahol ϑ_1 0 és $\frac{1}{2}$ között van.

(28), (29)-ből

$$e^a = \frac{V}{N} \frac{(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \left\{ \frac{e^{\frac{\sigma}{4}}}{\sigma} \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} - \frac{e^{\sigma(\frac{1}{4}-\frac{9}{4})}}{6} + \frac{1}{2} \right\}. \quad (30)$$

A PLANCK-féle vizsgálatok alapján számítva (27) alkalmazásával, $E_r = \frac{h^2 j^2}{8\pi^2 A}$ írásával

$$e^a = \frac{V}{N} \frac{(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \left\{ \frac{3}{4\sigma} \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} + \frac{3}{2\sigma} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} + \frac{1}{2} \right\}. \quad (31)$$

6. §. A nyert eredmények ((22), (30), (31)) alapján megállapíthatjuk a következőket:

Ha a molekulák súlypontjai haladó mozgásánál a F.—D., illetőleg B.—E.-féle elfajulás fellép, fellép a rotációs mozgásnál is. A többatomú gázoknál azonban a molekulasúlyok és a kritikus hőmérsékletek értékei folytán bármily lehetséges alacsony hőmérsékletnél ¹ $e^a \gg 1$, ezért sem a haladó, sem a rotációs mozgásnál F.—D., illetőleg B.—E.-féle elfajulás nem lép fel.

Összefoglalás.

«A kétatomú gázok statisztikája» c. dolgozatom folytatása-képpen a F.—D., illetőleg B.—E.-féle statisztikát alkalmaztam olyan merev molekulájú, többatomú gázok rotációs mozgására, amelyeknél egy molekula súlypontjához tartozó három főtehetetlenségi nyomaték közül kettő egyenlő, a második tárgyalt esetben mindhárom főtehetetlenségi nyomaték egyenlő.

Először a SCHRÖDINGER-féle saját függvények segítségével számítottam, majd PLANCK-nak az állapottérre vonatkozó vizsgálata-

¹ V. ö. I-nek a hidrogén tárgyalására vonatkozó részével.

tai alapján. E két különböző úton számított eloszlási függvények egymással megegyeznek azzal a különbséggel, hogy a hullámmechanikai következtetésnél a forgási impulzus értéke $\lambda \frac{h}{2\pi}$ helyett $\sqrt{\lambda(\lambda+1)} \frac{h}{2\pi}$, továbbá három egyenlő főtéhetetlenségi nyomaték esetében a statisztikai súlyok egy szorzó tényezőben különböznek. A F.—D., illetőleg B.—E.-féle statisztika érvényességi feltételein kívül megállapítottam egy két egyenlő főtéhetetlenségi nyomatékkal bíró molekula állapotterére vonatkozó PLANCK-féle vizsgálatok egy szükséges kiegészítését is.

Ha a többatomú gázban a molekulák súlypontjai haladó mozgásánál a F.—D., illetőleg B.—E.-féle elfajulás fellép a rotációs mozgásnál is. *A többatomú gázokban azonban a molekulasúlyok és a kritikus hőmérsékletek értékei folytán bármily lehetséges alacsony hőmérsékletnél egyenleteink szerint sem a haladó, sem a rotációs mozgásnál F.—D., illetőleg B.—E.-féle elfajulás nem lép fel.*

A merev molekulájú gázok tárgyalt statisztikája az alacsony hőmérséklet melletti fajhő értékének számításánál fontos, ahol a molekulák atomai számottevő rezgéseket nem végeznek.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. június hó 12.-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE STATISTIK DER MEHRATOMIGEN GASE.

Von KOLOMAN SZÉLL.

Es wird die Fermi-Diracsche bzw. Bose-Einsteinsche Statistik auf die Translations- und Rotationsbewegung der mehratomigen Gase von starren Molekeln angewendet, bei welchen von den drei Hauptträgheitsmomenten der Molekeln zwei einander gleich sind, im zweiten untersuchten Falle sind alle drei Hauptträgheitsmomente einander gleich. Es werden die Bedingungen des Auftretens der Fermi-Diracschen bzw. Bose-Einsteinschen Statistik mit Hilfe der Eulerschen Summenformel berechnet.

Wenn die F.-D. bzw. B.-E.-sche Entartung bei den Translationskoordinaten der Molekelschwerpunkte auftritt, tritt sie auch bei den Rotationskoordinaten auf. *Nach den erhaltenen Resultaten aber tritt die F.-D. bzw. B.-E.-sche Entartung mit Rücksicht auf die Molekulargewichte und kritische Temperaturen in keinem Falle auf.*

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Juni 1933.)

PETERSEN GRAPH-TÉTELÉNEK BIZONYÍTÁSA.

SCHÖNBERGER TIBOR-tól.

Egy graphban háromféle él fordulhat elő: 1. szabályszerű él, amely két különböző szögpontot köt össze egymással, 2. hurok, vagyis olyan él, amely egy szögpontból kiindulva, ugyanabba tér vissza, 3. olyan kör, amely nem tartalmaz szögpontot.

A graph egy szögpontjának *foka* az illető szögpontba futó élek számát jelenti. A hurok itt két élnek számít.

Valamely graph akkor *reguláris*, ha mindegyik szögpontja egyenlő fokú. Az ilyen graph egyik szögpontjának a fokát a graph *fokának* nevezzük.

Híd a graphnak olyan szabályszerű éle, amelynek két végpontját a graphban csak egyetlen út köti össze egymással: maga az él. Híd e szerint nem lehet része valamely, a graph által tartalmazott körnek. De, ha egy szabályszerű él nem híd, akkor mindig része ilyen körnek.

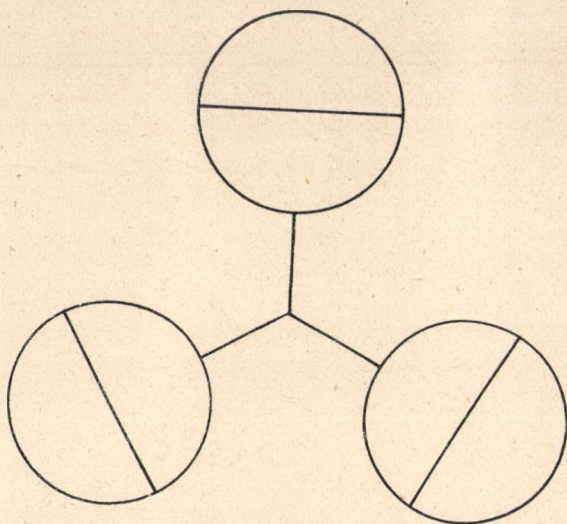
Levél a graphnak olyan része, amely csak egyetlen híd által függ össze a graph többi részével, de maga nem tartalmaz hidat.

*Egyszerű graph*nak nevezzük az olyan reguláris, harmadfokú graphot, amely összefüggő és nem tartalmaz hidat. Ha egy graph **csak** egy szögpont nélküli körből áll, akkor nem számít egyszerű graphnak. Ha e körön kívül még egyéb része is van, akkor nem összefüggő. Ha egy reguláris, harmadfokú graph hurkot tartalmaz, akkor van hídja, mert a hurok csak egyetlen híd által függ össze a graph többi részével. Egyszerű graph tehát sem szögpont nélküli kört, sem hurkot nem tartalmaz és így mindegyik éle szabályszerű él.

Egy graph *rendje* szögpontjainak a számát jelenti.

Egy reguláris graph akkor *primitív*, ha nem bontható fel két ugyanolyan rendű, de alacsonyabb fokú reguláris graphra. SYLVES-

TER bemutatta egy példán (1. ábra), hogy van olyan graph, amely reguláris, harmadfokú és primitív. Mint látható, ez a graph három levelet tartalmaz. PETERSEN tétele kimondja, hogy egy reguláris, harmadfokú, primitív graphnak legalább három levele van. E tételnek PETERSENTŐL származó hosszú és nehéz bizonyítását¹ BRAHANA,²



1. ábra.

ERRERA³ és FRINK⁴ egyszerűsítették. Jelen bizonyítás a FRINK-féle dolgozattal van kapcsolatban és abból átvett részeket is tartalmaz.⁵

Legyen x'_1 egy reguláris, harmadfokú graph egyik élének olyan

¹ Acta Mathematica, 15. köt. (1891), 193—220. old.

² Annals of Mathematics (2), 19. köt. (1917), 59—63. old.

³ «Du coloriage des cartes etc.», thèse, Bruxelles (1921), 16—20. old.

⁴ Annals of Mathematics (2), 27. köt. (1926), 491—493. old.

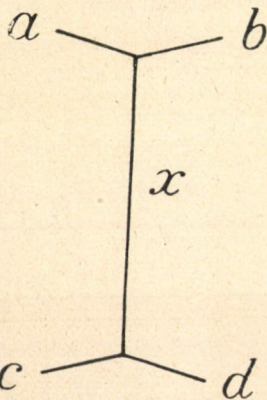
⁵ Átvettem onnét az I. tételt, bizonyítása nélkül és a III. tétel bizonyítását. Az I. tételnek új bizonyítását adom, mert FRINKÉ nem kielégítő.

Megjegyzem, hogy PETERSEN tételét FRINK cikkétől függetlenül bizonyítottam be, ugyancsak az I. tétel alapján, amelyet önállóan találtam meg, de kissé eltérő alakban, a graph összefüggőségének feltétele nélkül mondtam ki.

Az él széthasításának és összeforrasztásának most leírandó módszerére már évekkal az említett cikk megjelenése előtt rájöttem.

folytonos vonaldarabja, amelynek nincs többszörös pontja és amely két egymástól különböző végponttal bír, de ezek egyike sem szög-pont. Legyen továbbá x'_1 a graphnak egy másik, ugyanezekkel a tulajdonságokkal bíró vonaldarabja. x'_1 és x''_1 része lehet vagy két különböző élnek, vagy ugyanannak az élnek. Az utóbbi esetre való tekintettel kikötjük, hogy a kettőnek sem belső pontja, sem végpontja nem lehet közös.

Helyezzük e két folytonos vonaldarabot egymásra, úgy, hogy azok egymást teljesen fedjék, azután *egyesítsük* a kettőt, egyetlen folytonos vonaldarabbá. Ekkor x'_1 és x''_1 egy x élle egyesülnek, amely két különböző, az egyesítés folytán keletkezett harmadfokú szögponthoz köt össze egymással, tehát szabályszerű él (2. ábra). Az egyesítés műveletét *összeforrasztásnak*, x'_1 -t és x''_1 -t pedig az x él két *forradójának* nevezem. Minden összeforrasztás két új szögponthoz eredményez, tehát kettővel növeli a graph rendszámát.



2. ábra.

Az összeforrasztás művelete meg is fordítható, és pedig úgy, hogy egy reguláris, harmadfokú graphnak egy x szabályszerű élét (2. ábra) összeforrasztás által keletkezettnek tekintjük és felbontjuk a két forradóra. E műveletet az x él *széthasításának* nevezem. A széthasítás kétféleképpen vihető keresztül. Az egyik esetben x az x'_1 és x''_1 forradókra hasad szét (3. ábra),¹ amelyek a -t c -vel, illetőleg b -t d -vel, a másik esetben az x'_2 és x''_2 forradókra (4. ábra), amelyek a -t d -vel, illetőleg b -t c -vel kötik össze. Minden széthasítás két meglévő szögponthoz megszüntet, tehát kettővel csökkenti a graph rendszámát.

I. tétel: Bármely egyszerű graphnak, amely kettőnél magasabb rendű, egy tetszőleges éle széthasítható úgy, hogy a keletkező új graph is egyszerű legyen.

A G egyszerű graph egy tetszőleges x élének kétféle széthasí-

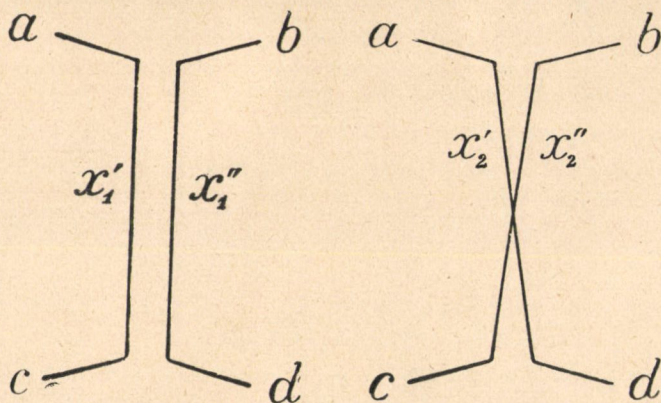
¹ A 3., 4., 5. és 7. ábrákon látható vonalak törési pontjai a forradók végpontjait jelzik, tehát nem szögpontok.

tása két különböző, reguláris, harmadfokú graphot eredményez: G_1 -et és G_2 -t. Tartalmazza G_1 az x'_1 és x''_1 , G_2 pedig az x'_2 és x''_2 forradókat. Tegyük fel, hogy G_1 nem egyszerű. Ekkor érvényes a következő

Segéd-tétel: G_1 nem tartalmaz olyan kört, amelynek részét képezi mind a két forradó.

Mivel G_1 nem egyszerű, két eset lehetséges: I. G_1 nem összefüggő, II. G_1 -nek hídja van.

Az I. esetben G_1 legalább két, egymással össze nem függő, különálló részgraphból áll. De nincs olyan különálló részgraphja, amely egyik forradót sem tartalmazza, mert, ha volna, akkor x -et



3. ábra.

4. ábra.

újából összeforrasztva, ez a részgraph nem változnék és a helyreálló G -nek is különálló része maradna, ami lehetetlen, mert G összefüggő. G_1 tehát épen két, egymással össze nem függő részgraphból áll, amelyek egy-egy forradót tartalmaznak. G_1 -ben nincs olyan út, amely a két részgraphot összeköti egymással, tehát ugyanez áll a két forradóra is. Ha azonban G_1 tartalmazna olyan kört, amelynek részét képezi mind a két forradó, akkor volna G_1 -ben olyan út, amely a két forradót összeköti egymással, ez pedig lehetetlen. G_1 -nek tehát az I. esetben nincs ilyen köre.

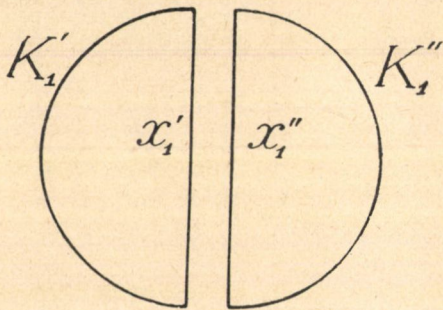
A II. esetben G_1 legalább két levelet tartalmaz.¹ De nincs olyan levele, amely a két forradó egyikét sem tartalmazza, mert, ha volna,

¹ ERRERA: id. h. 13. old.

akkor x -et újból összeforrasztva, ez a levél nem változnék és a helyreálló G -nek is levele maradna, ami lehetetlen, mert G -nek nincs levele. G_1 -nek tehát épen két levele van, amelyek egy-egy forradót tartalmaznak. G_1 -ben a két levelet csakis olyan út köti össze egymással, amely hidat tartalmaz, tehát ugyanez áll a két forradóra is. Ha azonban G_1 tartalmazna olyan kört, amelynek részét képezi mind a két forradó, akkor a két forradót összekötné egymással G_1 -ben olyan út, amely nem tartalmaz hidat, ez pedig lehetetlen. G_1 -nek tehát a II. esetben sincs ilyen köre és így a segédétel mind a két esetben igaz.

Ha G_1 helyett G_2 -ről tesszük fel, hogy nem egyszerű, akkor a segédétel nyilvánvalóan arra is érvényes.

Megállapítottuk, hogy, ha G_1 -nek hídja van, akkor a két forradó két különböző levélben fekszik. Levél azonban nem tartalmaz hidat, tehát egyik forradó sem lehet része hídnak. Ezért az x'_1 -t, vagy x''_2 -t tartalmazó él, ha szabályszerű él, akkor része valamely, a graph által tartalmazott körnek. Ha nem szabályszerű él, akkor az csak hurok vagy szögpont nélküli kör lehet és így a két forradó minden esetben körnek képezi részét. G_1 -nek ennél-



5. ábra.

fogva van olyan K'_1 köre, amely x'_1 -t és olyan K''_1 köre, amely x''_1 -t tartalmazza. De x'_1 és x''_1 az I. esetben két, egymással össze nem függő részgraphban, a II. esetben két különböző levélben fekszik, amelyek nem bírnak közös résszel, ezért K'_1 -nek és K''_1 -nek sincs közös része (5. ábra).

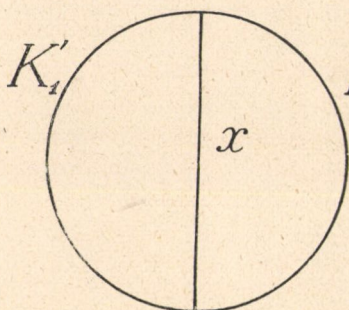
Forrasszuk újból össze x -et. Ezáltal K'_1 -t és K''_1 -t egy-egy folytonos vonaldarabjuk mentén egymáshoz forrasztottuk és x a két körnek közös részévé vált (6. ábra).

Hasítsuk most szét x -et a másik módon: G_2 jön létre. x szét hasad az x'_2 és x''_2 forradókra, a K'_1 és K''_1 körök pedig egyesülnek a K_2 körre, amely mind a két forradót tartalmazza (7. ábra).

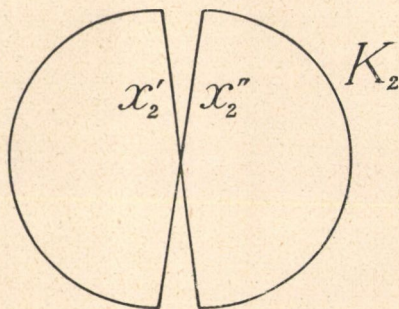
Ha G_2 nem egyszerű, akkor a segéd-tétel szerint nincs olyan köre, amelynek részét képezi mind a két forradó. K_2 azonban tartalmazza mind a két forradót, ezért G_2 egyszerű, ami bizonyítandó volt.

Megjegyzés: Ha egy reguláris, harmadfokú graph felbontható egy első- és egy másodfokúra, akkor az elsőfokú graph éleit pirosra, a másodfokú graphéit pedig kékre festve, a harmadfokú graph mindegyik szögpontjába egy piros és két kék színű él fut. Az éleknek ilyen módon való megfestését nevezzük röviden a graph megfestésének.

II. tétel: Bármely egyszerű graph megfesthető úgy, hogy két tetszőleges él kék legyen.



6. ábra.



7. ábra.

Tegyük fel, hogy a tétel nem igaz. Legyen G az a legalacsonyabb rendű graph, amelyre nem érvényes a tétel, x és y pedig annak két tetszőleges éle. Másodrendű graphra a tétel nyilvánvalóan igaz, ezért G kettőnél magasabb rendű.

Az x egyik szögpontjából kiinduló z élt hasítsuk szét az I. tétel szerint. Ekkor x folytatódik z két forradója közül legalább az egyikben és részévé válik egy x_1 élnek. y -ra nézve három eset lehetséges: I. nincs közös szögpontja z -vel, tehát változatlan marad, II. van közös szögpontja z -vel, ekkor részévé válik egy y_1 élnek, vagy III. x_1 -nek.

A széthasítás után keletkező új graphra már érvényes a II. tétel, ezért fessük azt meg úgy, hogy két éle: x_1 és — a leírt három esetnek megfelelően — I. y , II. y_1 , III. egy tetszőleges él kék legyen.

Forrasszuk újból össze z -t. Két forradója közül legalább az

egyik x_1 -nek része, tehát kék színű. Ha a másik is kék, fessük z -t pirosra, ha piros, akkor kékre. A többi élek tartsák meg színüket. Ezáltal megfestettük G -t úgy, hogy x és y kék lett, szemben a feltevessel.

III. tétel: Bármely reguláris, harmadfokú graph, amelynek háromnál kevesebb levele van, megfesthető.

Elegendő a tételt összefüggő graphra bebizonyítanunk, mert, ha arra igaz, akkor nem összefüggőre is nyilvánvalóan igaz.

Az egyszerű graph, mint a II. tételből kitűnik, megfesthető. Csupán egy levele nem lehet a graphnak.¹ Ha két levele van, kössük össze egymással azoknak egy-egy belső pontját, egy új él által: egyszerű graph keletkezik.² Fessük ezt meg úgy, hogy két éle, amely az új élen kívül annak egyik szögpontjába fut, kék legyen. Ekkor az új él piros lesz. Hagyjuk el az új élet, visszkapjuk az eredeti graphot, megfestve.

Ezzel bebizonyítottuk PETERSEN tételét:

Reguláris, harmadfokú, primitív graphnak legalább három levele van.

Befejezésül őszinte köszönetet mondok dr. KÖNIG DÉNES tanár úrnak, aki szíves útmutatásaival e dolgozat megírását nagy mértékben elősegítette.

¹ ERRERA: id. h. 13. old.

² ERRERA: id. h. 14. old.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1931. nov. 16-án tartott üléséből.)

EIN BEWEIS DES PETERSEN'SCHEN GRAPHENSATZES.

Von T. SCHÖNBERGER.

Die Abhandlung gibt einen Beweis für folgenden PETERSEN'schen Satz, einen Fundamentalsatz der Graphentheorie:

Ein regulärer, primitiver Graph dritten Grades enthält wenigstens drei Blätter.

Bei der Beweisführung wird zuerst ein Verfahren angegeben, das die *Zerspaltung* einer Kante genannt wird und darin besteht, dass man eine regelmässige Kante (Fig. 2) eines regulären Graphen dritten Grades auf die in Fig. 3 oder Fig. 4 dargestellte Weise in zwei Teile zerlegt und dadurch die Ordnung des Graphen um zwei vermindert. Die Umkehrung dieses Verfahrens wird die *Ver-schmelzung* der betreffenden Kante genannt.

Es werden sodann folgende drei Sätze bewiesen :

I. In jedem einfachen Graphen («einfach» heisst ein regulärer Graph dritten Grades, der zusammenhängend ist und keine Brücke enthält), der höherer, als zweiter Ordnung ist, kann man eine beliebige Kante so zerspalten, dass der entstehende neue Graph ebenfalls einfach sei.

II. Jeder einfache Graph lässt sich derart in einen Graphen ersten und in einen Graphen zweiten Grades zerlegen, dass zwei beliebige Kanten des einfachen Graphen zum Graphen zweiten Grades gehören.

III. Jeder reguläre Graph dritten Grades, der weniger, als drei Blätter enthält, lässt sich in einen Graphen ersten und in einen Graphen zweiten Grades zerlegen.

A MUNKÁSONKÉNTI GÉPHÁNYAD, A TERMELÉKENYSÉG, AZ ÁTLAGOS KERESET ÉS A GYÁRTÁSSAL TERMELT ÉRTÉKEMELKEDÉS ÖSSZEFÜGGÉSE.

(Mellékelve I—VII. tábla.)

HOOR—TEMPIS MÓRIC I. tagtól.

A művelt népek energiagazdálkodására vonatkozó, az Akadémia III. oszt. elé terjesztett dolgozataimban a mechanikai munka fejenkénti és évenkénti hányadával, a lakosonkénti és munkásonkénti géphányad fejlődésével foglalkoztam.¹ A munkahányadoknak és géphányadoknak évről-évre való változását ábrázoló időgörbéket megszerkesztve kimutattam, hogy a fejlődés mindenütt teljesen azonos egymásutánban, határozott törvényszerűséggel halad. Kimutattam, hogy a munkahányad, a hőfejlesztésre használt kalóriahányad (vagy a szénfogyasztási, tüzelőolajfogyasztási hányad), a lakosonkénti géphányad (lóerő- vagy kilowatt-hányad) a legtöbb országban közel állandó gyorsulással, néhány esetben exponenciális függvényben növekszik és sehol sem észlelhetünk e növekedő irányzatban tartós visszaesést. E gyorsulásokat a *gazdasági egyensúly*nak nevezett dinamikai állapot jellemző állandóinak minősíthetjük.

A tek. Akadémia III. oszt. elé terjesztett jelen dolgozatomban azoknak a kutatásoknak az eredményéről számolok be röviden,

¹ HOOR—TEMPIS MÓRIC: «A művelt nemzetek mechanikai munkaszükséglete» I. közl. Math. és Természettud. Ért. XXXVIII. köt. 293. o., II. közl. ugyanott, 306. o. — «Az elektromos művek terhelési diagramjai és az energiagazdálkodás javítása» ugyanott, 315. o. — «A gépkvóta növekedésének energiagazdaságtani hatása.» Előt. a M. T. Akad. III. oszt. 1924. évi febr. 18-i ülésén.

amelyeket a munka- és géphányad gyorsulását okozó gazdasági kényszer mineműségének és mértékének megállapítására végeztem. Ilyen vizsgálatokra — a különféle üzemekben jelenleg alkalmazott technológiai eljárások és gépszerszámok hasonlóságára való tekintettel — a különféle nyersanyagokat feldolgozó, kikészítő és átalakító, gyáripari vagy egyáltalán a gyáripart, közép- és kisipart összefoglaló gyártóipari termelés különösen alkalmas.

Nyilvánvaló, hogy a gépi kultúra fejlesztésére ösztökélő gazdasági kényszer csak a gépnek a termelésre és fogyasztásra, a munkások foglalkoztatására és keresetére és a tőkeképzés sebességére gyakorolt kedvező hatásából fakadhat. Ezért a munkásonkénti géphányadnak, átlagkeresetnek, az ipari termelés értékének és a gyártással termelt értékelelkedésnek,¹ a munkásonként tőkeberuházási hányadnak és a munkás termelékenységének összefüggését kellett rendszeresen megvizsgálnom, és nem elégedhettem meg az ipari termelés értékének, a munkások átlagos számának és évi keresetének egymás mellé állításával; ez utóbbi — a statisztikai közleményekben rendszerint található — adatok az ipari termelés nyers eredményeit mérő számok, melyek a termelés önköltségének felépítése, a munkás termelékenysége és a tőkeképzés gyorsasága dolgában semmit sem mondanak.

Az egyes gyártóipari ágak és általában a gyártóipari termelés fejlődésének közös vonásait és törvényszerűségét keresve — az egyes ipari ágazatok és egyes államok egyéni elemeinek és a konjunktúrák okozta zavarok hatásának megállapíthatására, az adatgyűjtést és az adatok feldolgozását valamennyi művelt állam gyártóipari termelésére kellett kiterjesztenem és évtizedekre — néhány esetben százötven évre visszamenőleg — a gépi kultúra kezdetére vonatkozó adatsorozatokon kezdtem a gyűjtést.

Az egyes ipari ágak termelési eredményeit elemezve, a különféle államok ipari fejlődését összehasonlítva, a technológiai folyamatok fejlődésére, az éghajlatra, a népszokásokra, a földrajzi és világkereskedelmi helyzetre is tekintettel kellett lennem.

Különös gondot fordítottam a fonó-szövőipari termelés és a

¹ Az amerikai terminológia szerint: «value added by manufacture», az angol terminológia szerint: «net out-put».

nagyolvasztóipari termelés fejlődésének vizsgálatára. A fonó-szövőipar fejlődése azért tanulságos, mert már a XIX. század első felében nagy fejlettségi fokot ért el, a termelés rendjét vagy menetét gyökeresen megváltoztató találmány az utolsó évtizedekben a gyakorlatba nem került és végre, mert minden népréteget egyaránt érdeklő tömegfogyasztási cikkeket termel. A vasnagyolvasztó ipart azért kellett különösen figyelemmel kísérni, mert a gépi kultúra e termelési ágban — a munkások termelékenységében, átlagkeresetében, beruházási tőkehányadában és géphányadában — óriási lépésekben haladt a legutolsó időkig.

Az összegyűjtött és feldolgozott adatsorozatok tömegéből az idemellékelte I—VII. táblákban állítottam össze néhány jellemző példát. Ezekből a fejlődés következetességét és a fejlődést zavaró külső tényezők hatását tisztán láthatjuk. Elég, ha néhány számot kiemelek :

Az A. Egyesült Államok gyártóiparában foglalkoztatott munkások száma 1849-ben 1.200.000 (ezer lakosonként 51·8 munkás), 1914-ben 7.036.247 (ezer lakosonként 71·2 munkás) volt, a munkások átlagos géphányada 0·917 l. e.-ről (1849) 3·188 l. e.-re, a munkások átlagos évi bérkeresete 247 \$-ról 580 \$-ra, a gyártással termelt értékelmelkedés munkásonként 485 \$-ról 1404 \$-ra, a munkásonkénti tőkeberuházási hányad 557 \$-ról 3237 \$-ra növekedett. Az Egyesült Államok fonó- és szövőiparában 1859-ben 191.152 munkás (ezer lakosonként 6·06) 1919-ben 969.260 munkás (ezer lakosonként 9·15) dolgozott, a géphányad kb. 0·6 l. e.-ről 2·913 l. e.-re, a munkások átlagos évi keresete 206·5 \$-ról 851 \$-ra, a munkásonkénti beruházási tőke 781 \$-ról 4235 \$-ra növekedett.¹

Az Egyesült Államok vasnagyolvasztó iparában 1859-ben 15.927 munkás, 1914-ben 29.356 munkás dolgozott, a munkások

¹ A II. táblában közölt adatokkal való összehasonlíthatás céljából hazánk fonó-szövőiparának 1906. évi (Magyar Birodalom) és 1929. évi (Csonka Magyarország) adatait közlöm: Munkásszám 1906-ban 32.152 (ezer lakosonként 1·58) és 1929-ben 44.536 (ezer lakosonként 5·17), a munkások lóerőhányada 1906-ban 0·963 l. e. és 1929-ben 1·888 l. e. volt. A munkások átlagos évi keresete 1906-ban 560 P. (a termelési érték 10·04 %-a), 1929-ben 1182 P. (a termelési értéknek 13·07 %-a) volt.

géphányada pedig 1859-ben 2·2 l. e. és 1914-ben 41·65 l. e. volt. A munkások átlagos évi keresete 285 \$-ról 777 \$-ra, átlagos termelési hányada 51 tonna nyersvasról 805 tonnára, a termelési értékhányad 1312 \$-ról 10,828 \$-ra, a munkások beruházási hányada 1,550 \$-ról 15,750 \$-ra növekedett. Amíg a munkások átlagos évi keresete 1859-ben a termelt értéknek 21·75 %-a, a gyártással termelt értékelmelkedésnek 52·9 %-a volt, addig 1914-ben a termelési értéknek mindössze 7·17 %-a, az értékelmelkedésnek 42·95 %-a volt. (III. tábla.)¹

Svédország gyártóiparában, központi elektromos műveiben és bányauzemeiben az 1896—1900. évi időközben átlag 238,181 munkás (ezer lakosonként 47·2), 1929-ben 453,244 munkás (ezer lakosonként 74·2) dolgozott, a munkások géphányada 1·247 l. e., illetőleg 4·91 l. e. volt.

Svájc gyáriparában 1882-ben 134,862 munkás (ezer lakosonként 47·0), 1929-ben 409,083 munkás (ezer lakosonként 101·0) dolgozott, a munkások géphányada 1882-ben 0·442 és 1929-ben 1·683 l. e. volt. (VI. tábla.)² Sajnos, az iparstatisztikai rendszeres adatgyűjtés Svájcban nem öleli fel a termelési értékstatisztikát, úgy-hogy a fejlődést minden vonatkozásában nem követhetjük.

¹ Az arány változását az értékelmelkedésben foglalt, a nagy beruházási hányadból eredő nagy tőketheher (mely azonban 1914-ben a tőkének jóval kisebb százalékos tétele volt, mint 1859-ben) és a gépi felszerelések fenntartási költségei és a közterhek okozzák. I. példa mutatja, hogy csak valamennyi jellemző adatból nyerhetünk helyes képet. Ha a munkások keresetének csupán arányszámait tekintenők, arra az eredményre jutnánk, hogy helyzete rosszabbodott, holott keresete (III. tábla e. oszl.) 173 %-kal növekedett.

² Ugyanez időben a gyáripari hajtógépek teljesítőképességéből számított ezerlakosonkénti géphányad 20·7 l. e.-ről 190·0 lőerőre, a Svájcban dolgozó összes primér gépek teljesítőképességéből számított ezerlakosonkénti primér motorhányad 20·8 l. e.-ről — 434·0 lőerőre növekedett. E fejlődéssel lépést tartott a munkások keresetének és életstandardjának fejlődése, mely 1840 körül, különösen a fonó-szövőiparban, oly alacsony volt, hogy az alacsony munkabérek mellett a vállalati tulajdonosokat semmi sem serkentette a gépek alkalmazására. Lásd pl. WILLIAM E. BAPPARD: «La révolution industrielle et les origines de la protection légale du travail en Suisse». Berne, 1914. Staempfli et Co., 158. o.

Vizsgálataim eredményét a következőkben foglalom össze:

1. A mechanikai munkát szolgáltató primér motorok és a munka- és szerszámgépek alkalmazásának fejlődésével, a lakosonkénti és munkásonkénti géphányadnak növekedésével szoros, törvényszerű összefüggésben a munkások termelte termelési érték, gyártással termelt értékelmelkedés és a munkások átlagos évi keresete folytonosan gyarapszik, és növekszik a foglalkoztatott munkásoknak száma, valamint a lakosság százalékaiban kifejezett arányszáma is. Az egyes ipari ágak, illetőleg egyes államok fejlődését ábrázoló időgörbék hasonló jellegűek. A fejlődés *irányzata* állandóan növekvő és gyorsuló. A fejlődést ábrázoló időgörbékben fordulópontok, törések vagy hosszabb időig tartó inflexiók nincsenek. Nagyobb fejlődési zökkenések kizárólag a belső piaci vagy világpiaci csereforgalom lebonyolítását zavaró tények, rendzavarások, munkásviták, önkényes és okatlan beavatkozások következményei. A fejlődési zavart okozó, a gazdasági egyensúlyt megbolygató események hatása minden esetben tisztán megállapítható és következményeiben kísérhető. A zavar megszűntével — a zavar erősségéhez és tartamához mértén rövidebb-hosszabb idő után — de minden esetben, a zavart megelőzően követett fejlődési irányzat ismét helyreáll; az újabban felvett eredmény sorozatokból szerkesztett pontok az extrapoláció útján a régebbi eredményekből szerkesztett görbék mentén helyezkednek el. E rendezkedési folyamat annál rövidebb idő alatt megy végbe, minél nagyobb a munkások és lakosság géphányada és minél nagyobb egy-egy államban az ipari foglalkozások sokfélesége és minél jobban közelítik meg egymást az egyes termelési ágak fejlettség dolgában.

2. A gépi kultúrára való áttérés, a munkások és a lakosság géphányadának növekedése a piacon újabb és újabb szükségleteket teremt, újabb és újabb ipari termékek jelennek meg a piacon, és ez új termékek sokfélesége ismét a mechanikai munkahányad és géphányad növekedését eredményezi. A gép nyomán újabb és újabb munkaalkalmak és fogyasztócsoporthoz keletkeznek, és sehol — még a legelőrehaladottabb államokban sem — látunk példát arra, hogy a fejlődés gyorsulása tartósan zérusra csökkent volna s a fejlődés valamely határérték felé közelednék.

3. A géphányad növekvő irányzata mindig és mindenütt a

munkapiac javulásával, a munkaalkalmak és evvel a foglalkoztatott munkások számának gyarapodásával jár. A gép — bár oktanul alkalmazva egyes ipari alcsoportokban vagy egyéni esetekben a munkaalkalmak múlt csökkenését okozhatja — országos átlagban a munkapiacon javuló, haladó irányzatot teremt. A munkaalkalmak számának hirtelen, válságos mértékben való apadása sohasem a gép alkalmazásának, hanem zavaró eseményeknek, vagy a válságot megelőző években folytatott erőszakos fejlesztésnek (pl. a piac felvevőképességének fejlődésmenetét túlbecsülő, túlzott évi termelési mennyiségekre alapított, nagy beruházásokkal járó tömeggyártási folyamatok bevezetése), az oktanul «racionalizálás»-nak, a kivitel túlzott olcsó árak révén való erőszakos fejlesztésének (dumping) stb. természetes következménye.¹

A termelési rendet és a piaci csereforgalmat korlátozó vagy zavaró események a gépi termelésre való áttérés előtt is válságos munkátlanságot és kereseti romlást okoztak. E válságok a mechanikai munkát szolgáltató primérgépek és a korszerű munkagépek megjelenése előtt hosszú ideig tartottak, a gazdasági egyensúly helyreállítására sokkal hosszabb idő kellett, mint a gépek korszakában.² A gépek alkalmazása révén meggyorsított ipari termelés az idő egységének gazdasági eseményekben való tartalmát hatalmasan megnövelte. A forgalmi célokat szolgáló gépek az áruk szállítására szükséges időt és költséget nagymértékben lecsökkentve, a szállítási idővel és szállítási költséggel mért földrajzi távolságok mérőszámait összezsugorították. Mindez a fejlődést zavaró események okozta ingadozások csillapítását nagymértékben növelte.

4. Az összegyűjtött adatok azt bizonyítják, hogy a munkások géphányadának és termelékenységének, a termelés értékeinek és a

¹ Részben ilyen túlzott racionalizálás és árrontásnak következménye a német munkapiac és az Egyesült-Államok munkapiacának mostani válságos állapota.

² A svájci gyáripárban foglalkoztatott munkások száma 1882-től 1911-ig, sőt ezen túl 1914-ig (VI. tábla) állandó gyorsulással gyarapodott. A fejlődés lassúbbodását a háború alatt és a háború után a világpiac romlása és nem a géphányad nagysága okozta. Az 1923. évet követő gyors javulást 1930-ban ismét válság követte, mely a bélszerződések káros világpiaci hatásának következménye.

munkás átlagos keresetének növelésére, a gazdasági fejlődés irányzatának biztosítására szükséges vállalati tőke sokkal nagyobb gyorsulással nő, mint amilyen gyorsulással az előbb említett hányadok gyarapodnak. E tény többi között a gépi termelésnek a tőkeképzésre gyakorolt gyorsító hatását bizonyítja. Így pl. az Egyesült Államok gyáriparában a felvétel idején lekötött vállalati tőkét 1849-től 1914-ig 3300 százalékkal, a munkások vállalati tőkehányadát 481 százalékkal kellett növelni, hogy a munkások átlagos keresete 135 százalékkal (I. tábla) gyarapodhassék. Az Egyesült Államok fonó- és szövőiparában 1859-től 1919-ig a vállalati tőke munkásonkénti hányada 443 százalékkal emelkedett, a munkások átlagos évi keresete pedig csak 312 százalékkal gyarapodott. (II. tábla.)

Az Egyesült Államok vasnagyolvasztó iparában a gazdaságos gépi termelés eszközeinek alkalmazására 1849-től 1914-ig a vállalati tőke munkásonkénti hányadát 1890 százalékkal kellett növelni, hogy a munkások átlagos évi keresete 225 százalékkal javítható legyen. (III. tábla.)

Kanada gyártóiparában pl. a vállalati tőke munkásonkénti hányada 1871-től 1923-ig 1722 százalékkal gyarapodott, míg a munkások átlagos évi keresete csak 341 százalékkal nőtt. (IV. tábla.)

5. Amíg a gépek használatára való áttérés és a gépi kultúra első idejében a gyártással termelt értékelmelkedést a termelés értékének százalékaiban kifejező arányszámok, továbbá a munkások átlagos keresetét a gyártással termelt értékelmelkedés százalékaiban és a termelés értékének százalékaiban kifejező arányszámok évről-évre, államról-államra változnak, ingadoznak, addig a géphányad és a munkásonkénti vállalati tőkehányad növekedésével ez arányszámok állandósulására, lassú csökkenésére törekvő irányzat egyre határozottabb lesz. A különféle államok gyártóiparára vonatkozó arányszámok egymáshoz közelednek.

A géphányad és a munkásonkénti vállalati tőkehányad növekedésével növekvő termelékenység és munkásonkénti termelési érték lehetővé teszi, hogy a százalékos arányszámok csökkenése dacára a munkások átlagkeresete egyre gyarapodjék. A munkásonkénti vállalati tőkehányad növekedésével a gyártással termelt értékelmelkedésben többi között foglalt tőketerhek (és közterhek

is) az értékelkedésnek nagyobb és nagyobb hányadát foglalják le. A vállalati tőke átlagos kamatozása állandóan csökkenő irányzatban halad. A munkások kereseti arányszámainak csökkenő irányzata tehát nem a tőke növekvő százalékos hozadékanak, hanem a vállalati tőkeszükségletek gyors növekedésének következménye. Minél nagyobb a munkásonkénti vállalati tőkehányad, minél nagyobb (a csökkenő kamatozás dacára) a tőketether és minél nagyobb részt foglal le az értékelkedésből, annál nagyobb rugalmassággal követhetik a munkaadó vállalatok a munkásoknak bérjavításra és a munkaidő csökkentésére irányuló törekvését. Minél nagyobb gyorsulással gyarapszik a tőkehányad, annál határozottabb a munkások keresetének haladó irányzata.

6. Az ipari termelés fejlődését ábrázoló időgörbék hasonlósága, az irányzat állandósága, a zavaró tényezők hatásának elmultával a rendes irányzatba való visszatörekvés annak a ténynek kifejezője, hogy a gazdasági tevékenységben lefolyó, egyenként nem követhető találkozások, kölcsönhatások beláthatatlan sokaságának *rendező-dése révén átlagállapot fejlődik, mely kifejeli az ipari tevékenységi volument jellemző állandókban és állandó vonatkozásokban nyilvánul.*

A fejlődés oly határozott irányzatú, a gépi kultúra útjára különböző időkben tért, tehát más-más fejlődési fokot elért államok fejlődését jellemző görbék annyira hasonlóak, hogy per analogiam a kevésbé előrehaladt államok jövő fejlődésének menetére biztosan következtethetünk. Az időgörbékből extrapoláció útján a fejlődést hosszú időre előre megjósolhatjuk.

Ez időgörbéket felhasználva — a fejlődést évről-évre (a termelési adatokat hónapról-hónapra) követő statisztikai felvételeket végezve és ezeket feldolgozva — az iparfejlesztés helyes és természetes eszközeit és a beavatkozások megengedhető mértékét felismerhetjük.

Az iparfejlesztés helyes módja a gazdasági egységet jellemző fejlődési irányzat állandósításában és a zavarok idejekorán való elhárításában áll. Az egyes ipari ágazatokra vagy az ipari termelés összességére alkalmazott erőszakos eszközök tartós eredménnyel nem járnak.

Az ipari termelésnek túlhajtott védelme, a munkabérek szerfeletti emelése, a munkaidőnek hirtelen csökkentése, a munkásviták

alkalmával való hosszabb termelési szünetek végeredményben — a zavar tartamához és erősségéhez mérten — a fejlődő irányzatot megállítják, a munkapiac romlását okozzák.¹

7. Ha a termelékenység növelését és a termelés gazdaságát javító újabb eszközökről nem gondoskodunk, de a munkások átlagos munkaidejét hirtelen csökkentjük, akkor a munkások termelékenységét csökkentjük, a termelt értékelelkedésben a munkabérhányadot hirtelen megnöveljük, a nélkül, hogy a munkás keresetét, életfeltételeit megjavíthatnók. Az ipari tevékenység tőkeképződését meglassítjuk és a termelést megdrágítjuk. Abból a szoros összefüggésből, mely a munkások és a lakosság géphányadai és a termelékenység között van, következik, hogy a géphányadok és munkásonkénti tőkehányadok dolgában nem ugyanazon fejlettségi fokon álló államoknak az átlagos munkaidőt egységesen szabályozó nemzetközi egyezményekbe való szorítása helytelen és a gazdaságilag fejletlenebb államokra felette káros hatással van s a gyengébbek fejlődését mesterségesen meglassítja.

8. A munkátlanoknak rendszeresen, hosszabb időn át vagy állandóan, munkának igénylése nélkül való támogatása az ipari termelés fejlődésének menetét meglassítja, a termelési volument nem gyarapítja és a munkapiacon újabb és újabb romlást okoz. A munkátlanságot fokozatosan csak az olyan támogatás szünteti meg, mely a támogatás fejében a munkástól hasznos munkát, újabb ipari javak termelését követeli: *idejekorán és tervszerűen* újabb munkaalkalmakat teremtet és a termelési volument növeli vagy legalábbis annak csökkenését megakadályozza.²

¹ Az ilyen végzetes termelési zavar példáját látjuk az 1926. évi nagy angol szénipari vitában. A munkaszünet máj. 6-tól okt. 2-ig, tehát 149 napig tartott. Ezalatt kereken 3130 millió pengő értékű szén termelése maradt el és a szénipari munkások kereken 1790 millió pengő keresettől estek el. Ez elmaradt termelési érték és kereset (melyhez más tevékenységi ágak szüneteléséből származó hiányok is járulnak) Nagy-británia gazdasági tevékenységét alaposan megzavarta és az 1929 óta tartó munkátlanság egyik oka.

² Az ilyen munkaalkalmak tervszerű előkészítésére a fentiek szerint a termelés menetének figyelése a módot megadja. Fentiekben a «szükségmunka» kifejezést gondosan kerülöm, a munkátlanság válságos idején, előkészítés nélkül, későn és találomra előrántott szükségmunka nem vezethet eredményre.

9. Az összegyűjtött anyag, valamint a megszerkesztett táblázatok és a fejlődés időgörbéi kifogástalan bizonyítékát adják SMITH ÁDÁM azon tételének, hogy a munkabérek haladó irányzatát nem a nemzeti vagyon nagysága, hanem állandó, gyarapodó irányzata szabja meg.¹

Az életfeltételek javítására, a haladó irányzat biztosítására, a nemzeti vagyon folytonos gyarapítására irányuló törekvésből fakad a gazdasági kényszer, mely a gépnek újabb és újabb alkalmazási módjaira, a géphányadok és mechanikai munkahányadok növelésére készíti a gazdasági tevékenységet.

10. *Csonka Magyarország* gyártóipari termelésének fejlettsége dolgában — bár egyes ipari ágazatok az eszközök fejlettségében és a termékek minőségében megütik a korszerű mértéket — még ezidőszert szerény helyet foglal el a művelt népek társaságában. Ipari munkásainak a lakossághoz mért százalékos arányszáma a munkások és a lakosság géphányada és a munkások átlagos keresete jóval kisebb népességű és határozottan agrár jellegű államoknak, pl. Finnországnak és Dániának² mérőszámait sem éri el. A munkások átlagos évi keresete a kis géphányadnak megfelelően szerény; a munkások keresetének a termelési érték és az értékelelkedés százalékaiban kifejezett arányszáma kisebb, mint az előrehaladottabb államokban. Ennek okát az átlagos életszint szerénységének, a kis géphányaddal járó kis termelékenységnek és annak is kell tulajdonítanunk, hogy ipari termelésünk összességében nagy hányaddal szerepelnek az olyan ipari ágazatok, melyek munkabéhányadai a termelési ág természeténél fogva kisebbek, mint más ipari ágazatban. (Ilyen pl. az élelmiszeripar.)

¹ «It is not the actual greatness of national wealth, but its continual increase, which occasions a rise in the wages of labor. It is not, accordingly, in the richest countries, but in the most thriving, or in those, which are growing rich the fastest, that the wages of labor are highest.» — A. SMITH: »Nature and Causes of the Wealth of Nations. 4th Edit. Basel, 1791. I. köt., 105. o. SMITH, munkáját az angol ipari revolúció kezdetén írván, a gépek nyomán járó fejlődést megsejtette, de megbízható eredményssorozatokkal nem bizonyíthatta. A tanulmányaim során gyűjtött eredmények minden esetben SMITH ÁDÁM tételének helyességét számszerűen bizonyítják.

² V. és VII. tábla.

Egyes ipari ágakban a munkabérhányad csekélyisége onnan is ered, hogy nagyrészből külföldről behozott félkész árut vagy ipari alaptermékeket használnak, amelyek hazai termelési statisztikánkban mint anyagok szerepelnek, de értékükben számottevő munkabértételeket rejtenek magukban, melyek külföldön kifizetve, hazai ipari termelésünk munkabérköltségeiben nem szerepelnek. Ilyen pl. hazai szövő-fonóiparunk.¹

Nemzeti jövedelmünk növelésére, a fejlődés gyorsítására leg-hathatósabb eszköz a gyártóipari termelés céltudatos fejlesztése, ipari termelésünk számára új piacok megnyitása. A nyugati ipari államok fejlődését jellemző időgörbék azt bizonyítják, hogy a mezőgazdasági termékek belső piacának állandó javulását, a földmívelő és őstermelő üzemek fejlődésének haladó irányzatát — mint egyebütt, úgy nálunk is — csak a gyártóipari termelés és a gyártóipari munkások keresetének fokozásától, a gyártóipari termelés folytonosságától és haladó irányzatától várhatjuk.

¹ Lásd a fent már jegyzet alatt közölt, a hazai szövő-fonóiparra vonatkozó adatokat.

I. tábla.¹

*Az Amerikai Egyesült Államok gyáripari termelése, a haj-
értéke és a gyártással ter-*

Év	a	b	c	d	e	f	g	h
	A hajtó- gépek teljesítő- képessége	A munkások átlagos száma	A hajtó- gépek teljesítő- képes- sége	Vállalati tőke	A felhasznált anyagok költ- sége 6	A gyártással ter- melt értékel- kedés 7	A termelés értéke	Az évenként kif- zetett munkabér
			átlag munkásonként					
	lőerő ⁴		lőerő	\$ 5	átlag munkásonként és évenként \$			
1849	1.100,000	1.200,000	0·917	557	580	485	1065	247
1859	1.600,000	1.500,000	1·067	769	787	651	1437	289
1869	2.346,142	2.053,996	1·142	825	969	679	1648	302
1879	3 410,837	2.732,595	1·248	1022	1243	721	1965	347
1889	5.938,635	4.251,135	1·397	1534	1215	990	2205	445
1899 ²	—	5.306,143	—	1950	1385	1066	2450	437
1899 ³	10.097,893	4.712,763	2·143	1905	1396	1026	2420	426
1904	13.487,707	5.468,383	2·467	2340	1553	1152	2705	477
1909	18.675,376	6.615,046	2·822	2785	1835	1288	3120	518
1914	22.437,072	7.036,247	3·188	3237	2040	1404	3445	580
1919	29.504,792	9.096,372	3·245	4890	4106	2750	6870	1158
1921	—	6.946,570	—	—	3647	2637	6285	1181
1923 ⁸	33.094,228	8.778,156	3·770	—	3955	2945	6900	1254
1925 ⁸	35.766,944	8.381,511	4·265	—	4280	3190	7470	1280
1927 ⁸	38.825,681	8.349,755	4·650	—	4210	3305	7515	1298

¹ Lásd az a és b oszlopokban közölt adatokat, valamint a c—p oszlopokban közölt adatok kiszámítására felhasznált számokat: «Abstract of the Census of Manufactures, 1914.» Washington, Governm. Printing Off. 1917. — «Fourteenth Census of the United States, 1919.» Vol. X. Manufactures. Washington Governm. Printing Off. 1923. — «Abstract of the fourteenth Census of the United States, 1920.» Washington, Governm. Printing Off. 1923. — ² 1849—1899-ig gyáripar a házi- és közép-
iparral együtt. — ³ 1899—1927-ig csak gyáripar. — ⁴ Primérgépek és

I. tábla.¹

*tőgépek teljesítőképessége, a munkások száma, a termelés
melt értékelkedés stb.*

<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>o</i>	<i>p</i>	Év
Az évenként ki- zetett munkabér %-os arányszáma		A fel- használt anyagok költsége	Az érték- emelke- dés	Az ipari termelés értéke	Az érték- emelke- dés	Átlagos munkás- szám	A hajtó- gépek teljesítő- képes- sége	
a terme- lés értéké- hez	az érték- emelke- déséhez	a termelés értéke- nek %-ában					lóerő	
					lakosonként S		ezer lakosonként	
23-20	50-90	54-50	45-50	44-00	20-00	51-80	47-45	1849
20-10	44-40	54-70	45-30	59-90	27-20	47-70	50-90	1859
18-30	44-50	58-80	41-20	85-00	35-00	51-50	58-90	1869
17-65	48-10	63-30	36-70	106-70	39-30	54-50	68-10	1879
20-20	44-90	55-10	44-90	148-80	66-90	67-50	94-30	1889
17-85	41-00	56-50	43-50	171-00	74-50	66-30	—	1899 ²
17-60	41-50	57-60	42-40	150-20	63-50	62-00	133-0	1899 ³
17-63	41-40	57-40	42-60	176-00	74-90	66-60	164-3	1904
16-62	40-20	58-70	41-30	224-70	92-70	71-90	203-0	1909
16-83	41-30	59-25	40-75	245-00	99-90	71-20	228-5	1914
16-86	42-10	59-90	40-10	591-00	237-00	86-00	279-5	1919
18-78	44-80	58-05	41-95	402-00	168-70	63-90	—	1921
18-17	42-60	57-30	42-70	550-00	234-50	78-80	297-50	1923 ⁸
17-13	40-10	57-25	42-75	544-00	234-00	72-70	310-00	1925 ⁸
17-28	39-55	56-05	43-95	529-00	232-50	70-40	327-50	1927 ⁸

vásárolt energiával hajtott elektromotorok és egyéb bérelt teljesítő-
képesség összege. — ⁵ Az egész vállalati tőkét beleértve; a kölcsöntőkét
is. — ⁶ Mindennemű felhasznált anyag, beleértve a tüzelőanyagot,
vásárolt energiát stb. — ⁷ A termelt érték és a felhasznált anyagok
költségének különbözete. (Nagybritannia hivatalos statisztikájában «net
output.») — ⁸ Évenként 5000 S-nál kisebb termelési értékű vállalatok
nélkül.

II. tábla.

A munkások száma, lőerőhányada, termelési hányada és munkabérkeresete az Amerikai Egyesült Államok fonó-szövő iparában.¹

372

HOOB-TEMPIS MÓRIC.

Év	a		a ₁	b		c	d		e	f		g		h	i	Év
	A munkások átlagos száma		ezer lakosonként	A hajtógépek teljesítő-képessége		A vállalati tőke	A termelés értéke	A kifizetett munkabérek	A kifizetett munkabér		A felhasznált anyagok értéke	A gyártással termelt érték-emelkedés				
	összesen			átlag munkásonként		átlag munkásonként		a termelés értékének %-ában	a gyártással termelt érték-emelkedés %-ában	a termelés értékének %-ában						
				lőerő		\$										
1849	141,792	6.11	—	—	759	799.5	—	—	—	—	57.53	42.47	—	—	1849	
1859	191,152	6.06	—	—	781	1108.0	206.5	18.62	40.30	53.75	46.25	—	—	1859		
1869	267,321	6.70	—	—	1067	1566.0	311.0	19.86	52.70	62.25	37.75	—	—	1869		
1879	387,534	7.74	1.125	1048	1380.0	269.0	19.48	46.75	58.30	41.70	—	—	1879			
1889	497,822	7.91	1.542	1467	1468.0	344.0	23.43	58.05	59.60	40.40	—	—	1889			
1899	631,979	8.31	1.945	1556	1405.0	311.0	22.15	51.20	56.75	43.25	—	—	1899			
1904	704,051	8.58	2.167	1782	1655.0	332.0	20.50	53.30	62.35	37.65	—	—	1904			
1909	834,087	9.07	2.367	2058	1908.0	375.0	19.65	48.85	59.75	40.25	—	—	1909			
1914	874,702	8.84	2.705	2195	2016.0	417.0	20.67	54.50	62.05	37.95	—	—	1914			
1919	969,260	9.15	2.913	4235	5165.0	851.0	16.47	41.20	60.05	39.95	—	—	1919			
1923	1,077,433	9.67	3.070	—	4695.0	946.0	18.97	49.20	59.00	41.00	—	—	1923			

¹ 1899-ig gyári-, közép- és kisipari üzemek, 1899-től kezdődőleg csak gyáripár és középipár. Lásd az adatokat, melyekből a táblázatban közölt eredményeket számítottam: «Abstract of the Census of Manufactures, 1914.» Governm. Printing Off., Washington 1917. — «Fourteenth Census of the United States, 1919. — Vol. X. Manufactures.» Washington, 1923. — «Census of Manufactures, 1923.»

III. tábla.

A munkások száma, lóerőhányada, termelési hányada és munkabérkeresete az Amerikai Egyesült Államok vasnagyolvasztó iparában.¹

Év	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	Év
	A munkások száma	A hajtógépek teljesítő-képessége	A vállalati tőke	A termelés értéke	A kifizetett munkabér	A kifizetett munkabér		A felhasznált anyag értéke	A gyártással termelt érték-emelkedés	A munkásonként átlag termelt nyersvas mennyi-sége	A termelt nyersvas átlagos gyári ára	
		átlag munkásonként		átlag munkásonként		a termelés értékének	a gyártással termelt értékemel-kedés	a termelés értékének		tonna	\$	
		lóerő	\$	\$	%-ában	%-ában	%-ában					
1849	21,054	—	791	641	238	37·15	84·10	55·85	44·15	—	—	1849
1859	15,927	2·20	1,550	1,312	285	21·75	52·90	58·90	41·10	51·0	25·70	1859
1869 ²	27,554	2·32	2,090	2,529	453	17·92	51·63	65·33	34·67	62·7	40·35	1869
1879	41,695	2·92	2,147	2,143	303	14·14	41·15	65·65	34·35	82·2	26·05	1879
1889	33,415	7·45	3,880	4,358	437	10·25	41·10	75·55	24·45	268·5	16·20	1889
1899	39,241	12·42	3,647	5,272	471	8·93	40·75	63·62	36·38	374·0	14·08	1899
1904	35,078	22·05	6,730	6,608	540	8·17	35·78	77·17	22·83	481·5	13·55	1904
1909	38,429	30·55	12,680	10,192	641	6·29	39·45	81·92	18·08	677·5	14·88	1909
1914	29,356	41·65	15,750	10,828	777	7·17	42·95	83·30	16·70	805·0	13·23	1914
1919	41,660	37·95	19,270	19,005	1770	9·29	42·55	78·20	21·80	745·0	25·33	1919
1923	41,469	44·20	—	24,285	1422	5·85	32·76	82·15	17·85	989·0	24·55	1923

¹ Lásd a II. tábla 1. sz. jegyzetét.

² A dollárban megadott számértékek az aranyértéknek kerekén 80 százalékára tehetők.

¹ Lásd a II. tábla 1. sz. jegyzetét.

² A dollárban megadott számértékek az aranyértéknek kerekén 80 százalékára tehetők.

IV. tábla.

A munkások száma, lóerőhányada, termelési hányada és munkabérkeresete Kanada gyáriparában.¹

274

HOOR-TEMPIS MÓRIC.

Év	a	a ₁	a ₂	b	c	d	e	f	g	h	i	Év
	A munkások átlagos száma		A gyártó- iparban használt hajtógépek teljesítő- képesége átlag ezer lakoson- ként	A hajtógépek teljesítő- képesége	A vállalati tőke	A termelés értéke	A kifizetett munka- bérek	A kifizetett munkabér		A felhasznált anyagok értéke	A gyártással termelt érték- emelkedés	
	összesen	ezer lakoson- ként		átlag munkásonként		átlag munkásonként		a termelés értékének %-ában	a gyártással termelt érték- emelkedés %-ában	a termelés értékének %-ában		
				lóerő	§	§						
				lóerő	§	§						
1871	187,942	56·8	27·4	0·48	415	1180	217·5	18·44	42·30	56·3	43·7	1871
1881	254,935	59·8	32·9	0·55	649	1215	233·0	19·18	45·70	58·0	42·0	1881
1891	369,595	76·5	62·1	0·81	957	1272	272·0	21·40	45·85	53·4	46·6	1891
1900	308,482	57·9	116·5	2·01	1444	1556	290·0	18·63	41·85	55·5	44·5	1900
1910	471,126	68·2	224·5	3·29	2645	2475	419·0	16·93	35·00	51·6	48·4	1910
1918 ²	603,116	70·3	326·5	4·64	5030	5737	866·0	15·10	35·30	57·2	42·8	1918 ²
1919 ²	593,184	68·6	347·0	4·33	5450	5940	942·0	15·87	35·50	55·3	44·7	1919 ²
1923 ³	446,994	48·8	410·5	8·41	7560	6230	959·0	15·40	34·20	54·95	45·05	1923 ³

¹ Lásd az adatokat, melyek alapján az a₁—i oszlopokban közölt eredményeket számítottam: «The Canada Yearbook, 1914» Idem, 1920. Ottawa. Valamennyi gyártóipari üzemet foglalja össze, a munkások számára való tekintet nélkül.

² Lásd az a₁—i oszlopokban közölt eredmények kiszámítására szolgáltat adatokat: Canada Dom. Bureau of Stat.: «Census of Industries. Preliminary Report on general manufactures.» Ottawa, 1919.

³ «The Canada Yearbook, 1925.» F. A. Acland, Ottawa, 1926. — Öt vagy ennél több munkást foglalkoztató ipari üzemek.

V. tábla.

*A munkások száma, lóerőhányada, termelési hányada és munkabérkeresete
Finnország tizenöt ipari csoportjában.¹*

Év	a	a ₁	a ₂	b	c	d	e	f		g	h	i	Év
	A munkások átlagos száma		A hajtógépek teljesítő-képessége átlag ezer lakosonként	A hajtógépek teljesítő-képessége átlag munkásonként	A vállalati tőke	A termelés értéke	A kifizetett munkabérek	A kifizetett munkabér		a felhasznált anyagok értéke	A gyártással termelt érték-emelkedés		
	összesen	ezer lakosonként	lóerő	átlag munkásonként	átlag munkásonként	értéke	bérek	a termelés értékének %-ában	a gyártással termelt érték-emelkedés %-ában	a termelés értékének %-ában			
1910	98,149	31.50	77.9	2.47	—	912.0	166.9	18.30	45.85	60.05	39.95	1910	
1920	117,230	34.85	88.1	2.53	—	2,048.0	305.7	14.93	30.78	54.10	45.90	1920	
1926	149,367	42.00	129.5	3.08	—	1,846.0	313.8	17.00	36.76	53.80	46.20	1926	

Va. tábla.

*A munkások száma, lóerőhányada, termelési hányada és munkabérkeresete
Csonka-Magyarország tizenegy gyáripari csoportjában.³*

1906 ⁶	289,101	14·20	16·10	1·13	—	9,730 ⁵	1,044 ⁵	10·73	—	—	—	1906 ⁶
1925	193,015	23·0	66·4	2·88	—	10,290 ⁵	1,212 ⁵	11·77	28·95	59·3 ⁴	40·7	1925
1926	199,423	23·6	67·4	2·85	—	10,553	1,234	11·70	26·75	56·3 ⁴	43·7	1926
1927	235,558	27·6	66·4	2·41	—	10,985	1,304	11·88	26·73	55·5 ⁴	44·5	1927
1928	235,845	27·6	67·1	2·43	—	11,725	1,403	11·97	24·65	51·4 ⁴	48·6	1928
1929	236,817	27·5	68·4	2·49	—	11,600	1,418	12·22	24·60	50·2 ⁴	49·8	1929

¹ Lásd az adatokat, melyekből az eredményeket számítottam (a_i-i oszlopok): «Ann. Stat. de Finlande, Vol. 1913—1929. Helsinki», továbbá: «Statistique des Industries, 1913—1929. Helsinki». — Magában foglalja a bányákat, az elektromos műveket, vízvezetési és gázműveket és a gyártóipart. — ² 100 finn márka átlagos dollárárfolyama 1910-ben 19·3 \$, 1920-ban 3·89 \$ és 1926-ban 2·52 \$ volt. — ³ Lásd az adatokat, melyekből az a_i-i oszlopokban közölt eredményeket számítottam: Magy. Stat. Évk. 1926, 1927, 1928, 1929. — Az elektromos központi műveket és egyéb közműveket nem foglalja magában. Legalább 20 munkást foglalkoztató gyártóipari üzemek. — ⁴ Tüzelőanyagok és egyéb üzemi apróanyag, valamint a vásárolt energia költsége nélkül. — ⁵ Ezek és a következő tételek pengőben. — ⁶ Magyar Birodalom.

VI. tábla.

Svájc gyaripara.¹

A munkások száma, géphányada, az ezer lakosonkénti géphányad.

Év	A munkások átlagos száma		A gyáripari hajtógépek teljesítőképessége ²		A gazdasági tevékenység valamennyi ágában dolgozó helyhez ³ kötött primer-motorok teljesítőképessége ezer lakosonként
	összesen	ezer lakosonként	munkásonként	ezer lakosonként	
					lóerő
1882	134,863	47·0	0·442	20·7	20·8
1888	160,531	54·8	0·508	27·8	28·0
1895	200,199	62·7	0·726	45·1	46·7
1901	242,534	72·6	0·939	68·2	84·8
1911	328,841	87·3	1·260	110·0	189·2
1923	337,403	86·5	1·533	132·7	343·5
1929	409,083 ⁴	101·0	1·683	190·0	434·0

¹ Olyan gyártóüzemek, amelyek motorokat ugyan nem alkalmaznak, ifjűmunkásokat sem alkalmaznak, de több mint 10 munkással dolgoznak, továbbá olyan, motorokat használó üzemek, amelyek ötnél több munkást alkalmaznak. Lásd az adatokat, amelyekből a közölt eredményeket számítottam: «Ergebnisse der Eidgen. Betriebszählung vom 22. Aug. 1929» I. köt. — «Schweizerische Fabrikstatistik.» Bern, 1930. — II. köt. «Die Gewerbebetriebe in den Cantonen». Bern 1931.

² A közvetetlen hajtásra szolgáló primérmotorok és vásárolt energiával táplált elektromotorok teljesítőképességének összege.

³ A központi elektromos művek primérmotorjainak teljesítőképességével együtt.

⁴ Valamennyi gyártóipari üzemből (gyáripar, kis- és háziipar) 1929-ben 45,331 üzem használt motort összesen 852,222 l. e. teljesítőképességgel, és 520,968 (ezer lakosonként 128·5) munkással, munkásonként 1·637 l. e.-nyi géphányaddal.

VII. tábla.

A tizenkét ipari csoportban dolgozó munkások száma és géphányada, és az összlakossághoz való aránya Dániában.¹

Év	Mótorokat használó üzemek				Valamennyi üzem		
	a munkások átlagos száma		a hajtómotorok teljesítőképessége		a munkások átlagos száma		a hajtómotorok teljesítőképessége
	összesen	ezer lakosonként	átlag munkásonként	átlag ezer lakosonként	összesen	ezer lakosonként	munkásonként
			lóerő				lóerő
1897	43,110	18·4	1·11	20·5	178,442	76·1	0·27
1906	102,294	39·5	1·11	43·8	206,592	75·1	0·548
1914	147,352	51·5	1·56	80·3	227,458	79·5	1·010
1925	183,417	53·4	2·39	127·5	269,830	78·5	1·622

¹ A gázművekkel és vízvezetési művekkel együtt, de a központi elektromos művek nélkül. — Lásd az adatokat, melyekből a közölt eredményeket számítottam: «Stat. du Danemark: Industrie, Commerce et Transport selon le recensement 1925.» København, 1929.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1932. márc. 14-én tartott üléséből.)

DIE MASCHINENQUOTE UND DER JÄHRLICHE DURCHSCHNITTSVERDIENST JE ARBEITER UND DEREN BEZIEHUNGEN ZU DER DURCH DIE FABRIKATION ERZEUGTEN WERTSTEIGERUNG.

Von MORIZ v. HOOR-TEMPIS, corr. Mtgl.

Es wird — zurückgreifend bis auf die Anfänge des Maschinenzeitalters — die Entwicklung der in den Fabrikations-Industrien arbeitenden Antriebsmaschinen, die Zahl der Pferdekkräfte je Arbeiter, die Arbeiterzahl und deren Verhältnis zur Gesamtbevölkerung, der durchschnittliche Verdienst der Arbeiter, ferner der Erzeugungswert der Güter und die Wertzunahme der verarbeiteten Stoffe und endlich das angelegte Kapital je Arbeiter untersucht, und die einzelnen Industriezweige, sowie die Gesamtheit der Fabriksindustrien der Kulturländer in Bezug auf die soeben erwähnten Arbeiterquoten verglichen.

Die konstruierten Zeitkurven sind für alle Kulturländer ähnlich und beweisen, dass die Maschinenquote (Pferdekkräfte bzw. KW-Aequivalente der Antriebsmaschinen) je Arbeiter überall mit Beschleunigung zunehmen und mit zunehmender Maschinenquote der Wert der erzeugten Güter, sowie die Wertzunahme und der durchschnittliche Verdienst je Arbeiter ebenfalls mit Beschleunigung zunehmen. Es wird nachgewiesen, dass — wenn auch in einzelnen Industriezweigen und in individuellen Fällen die fortschreitende Anwendung von Antriebs- und Arbeitsmaschinen vorübergehende Arbeitslosigkeit erzeugt — im Allgemeinen, und ohne Ausnahme, mit zunehmender Maschinenquote nicht nur die absolute Zahl der in der Industrie beschäftigten Arbeiter, sondern auch deren Verhältniszahl zur Gesamtbevölkerung ständig zunimmt.

Die herangezogenen Zahlen-Tafeln und Beispiele beweisen, dass die Kapitalsanlagen je Arbeiter, die notwendig sind, um die beschleunigte Entwicklung der Produktivität und des Durchschnittsverdienstes zu sichern, mit bedeutend grösserer Beschleu-

nigung ansteigen, als die Produktivität und der Durchschnittsverdienst selbst. Diese Tatsache zeigt die beschleunigende Wirkung, die die Entwicklung der fabrikatorischen Industrien und das Anwachsen der Maschinenquote auf die Zunahme des Nationalvermögens ausübt.

Verfolgt man das prozentuelle Verhältnis des durchschnittlichen Verdienstes je Arbeiter zum Wert der erzeugten Güter und der Wertzunahme je Arbeiter, so findet man, dass mit zunehmender Maschinenquote — und unbeirrt durch die vorübergehenden Störungen — bei ansteigendem Verdienst je Arbeiter die Zahlen, die den durchschnittlichen Verdienst je Arbeiter in Prozenten der erzeugten Werte und der Wertzunahme ausdrücken, stetig eine abfallende Tendenz zeigen. Eine nähere Untersuchung ergibt, dass auch die durchschnittliche Verzinsung der angelegten Kapitalien abfällt und daher der prozentuelle Abfall des Durchschnittsverdienstes nicht einer ansteigenden Verzinsung des Anlagekapitals, sondern dem raschen Anwachsen der Anlagenquote je Arbeiter zuzuschreiben ist, das trotz abfallender Verzinsungstendenz fort-schreitend höhere Kapitalsgesamtlasten ergibt.¹

Die Entwicklung ist in allen untersuchten Fällen stetig und zeigt eine ausgesprochene Gesetzmässigkeit. Kehrpunkte, oder länger andauernde Inflexionen wurden nicht beobachtet. Störungen des natürlichen Entwicklungsganges — des *wirtschaftlichen Gleichgewicht* genannten dynamischen Zustandes — (Ordnungsstörungen, Störungen im Tauschverkehr des Weltmarktes, unzweckmässige Beeinflussung der Entwicklung, „Konjunkturschwankungen etc.) verursachen, je nach Grösse und Dauer der Störung, grössere oder kleinere Schwankungen um die Entwicklungskurve. Es kommt jedoch die ausgesprochene Tendenz zur Wiederherstellung des normalen und für jedes Wirtschaftsgebiet bezeichnenden Entwicklungsganges zur Geltung. Die Dämpfung der durch derartige Störungen verursachten Ausschwingungen um die wirtschaftlichen Gleichgewichtskurven ist umso grösser, je grösser das Wirtschaftsgebiet, je grösser die Maschinenquote, je vielartiger die Produktionszweige sind und je höher deren Entwicklungsstufe ist.

Aus den Entwicklungskurven der wirtschaftlich fortgeschrittenen Staaten kann man per analogiam mit voller Sicherheit auf

den zukünftigen Entwicklungsgang (decennial trend, secular trend) der minder fortgeschrittenen Staaten schliessen. Durch Extrapolation der für jedes Wirtschaftsgebiet bezeichnenden Zeitkurven kann man auf Jahre hinaus den Entwicklungsgang bestimmen. Die zu erwartenden Störungen, sowie deren Folgen, die Grösse der Ausschwingungen um die extrapolierten Kurvenwerte lassen sich in allen Fällen mit genügender Genauigkeit voraussehen.

Die Ergebnisse beweisen, dass sich in der unübersehbaren Vielheit der wirtschaftlichen Beziehungen und Ereignisse eine allgemeine Durchschnittsordnung einstellt, die durch eindeutig bestimmte Beziehungen und Konstanten zum Ausdruck kommt.

Die herangezogenen Zahlen und Beispiele geben einen vollkommenen Beweis des von Adam SMITH aufgestellten Satzes, wonach die fortschreitende Richtung der Arbeitslöhne (und damit aller übrigen individuellen Einkommen) nicht durch die jeweilige Grösse, sondern durch das Anwachsen des Nationalvermögens und die Geschwindigkeit des Anwachsens bedingt wird.

Während die Produktionsgeschwindigkeit der landwirtschaftlichen Güter durch die Jahreszeiten* u. s. w. begrenzt wird, kann die Produktionsgeschwindigkeit der Fabrikationsgüter durch Maschinenarbeit unbegrenzt gesteigert werden. Daher der aus dem Streben nach Verbesserung der Lebensverhältnisse folgende *wirtschaftliche Zwang*, der die Kulturvölker zur Verallgemeinerung der Maschinenarbeit und zur beschleunigten Industrialisierung anspornt.

In Anwendung der obengeschilderten Ergebnisse wird gezeigt, dass in Trianon-Ungarn von einer Überindustrialisierung nicht die Rede sein kann und dass das wirtschaftliche Gleichgewicht fortlaufend nur durch stetige Entwicklung der Industrie gesichert werden kann und ausschliesslich nur im Gefolge einer solchen industriellen Entwicklung ein gesundes Fortschreiten der landwirtschaftlichen Produktion möglich ist.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 14. März 1932. der III. Klasse der Ung. Akad. der Wiss.)

A MŰVELT NEMZETEK GAZDASÁGI TEVÉKENYSÉGÉNEK KÜLÖNFÉLE ÁGAZATAIBAN FOGYASZTOTT ÉVI ENERGIAMENNYISÉGEK VISZONYÁNAK ÁLLANDÓSÁGA.

I. közlemény.

HOOR-TEMPIS MÓRIC I. tagtól.

A tekintetes Akadémia III. osztályának 1932. március 14-i ülésén előterjesztett dolgozatomban¹ rámutattam arra, hogy az ipari termelés fejlődését ábrázoló időgörbék hasonlósága, az irányzat állandósága, a zavaró tényezők hatásának elmultával a rendes irányzatba való visszatörekvés, a gazdasági tevékenységben lefolyó kölcsönhatások sokaságában bekövetkező rendeződésnek eredménye, mely kifelé az ipari tevékenységi volument jellemző állandókban és állandó vonatkozásokban nyilvánul.

Előbb említett dolgozatomban a munkások géphányada, a termelékenység, átlagos kereset, termelés és gyártással termelt értékelkedés közötti vonatkozásokat és ezek fejlődési irányzatát tárgyaltam. Jelen értekezésemben a mechanikai munkaszükségletre és a hőszükséglet növekedésére vonatkozó vizsgálataim sorából a szénfélék fogyasztására vonatkozó vizsgálataim eredményét mutatom be. Az előbb említett rendeződési folyamatnak, a gazdasági egyensúly megtartására irányuló törekvésnek hatását a gyártóipari szénfogyasztás és az összes szénfogyasztás viszony-számán mutatom be.

¹ HOOR-TEMPIS MÓRIC: «A munkásonkénti géphányad, a termelékenység, az átlagos kereset és a gyártással termelt értékelkedés összefüggése.» Math. és Természettud. Ért. L. köt. 259. o.

A tekintetes Akadémia elé régebben terjesztett értekezéseimben¹ kimutattam, hogy a művelt nemzetek mechanikai munkaszükséglete, valamint a különféle ipari célokra szükséges hőmennyiség lakosonkénti hányada a gépi kultúrára való áttérés után állandó, sőt növekvő gyorsulással gyarapszik. Kimutattam továbbá azt is, hogy, jóllehet a tüzelőanyagok energiakészleteinek mechanikai munkára és hasznos hőre való átalakítására szolgáló berendezések átlagos hatásfoka állandóan javult, a tüzelőanyagokból való fejenkénti fogyasztási hányad, így a lakosság szénfogyasztási hányada is, állandó, sőt növekvő gyorsulással gyarapodott.

A művelt államok lakosságának fejenkénti és évenkénti szénfogyasztása 150 év alatt megsokszorozódott, 80 év alatt hazánkban százszorosára növekedett. E növekedés a gépi közlekedési eszközök, talajművelő és egyéb gazdasági gépek és elsősorban a gyártóipari fejlődésnek eredménye.

Az összegyűjtött és feldolgozott adatsorozatokból pl. az I. táblában Nagybritánia, a II. táblában az Egyesült-Államok és a III. táblában a Magyar Birodalom és Csonka-Magyarország összes szénfogyasztására és a gyáripari illetőleg gyártóipari szénfogyasztás arányszámára vonatkozó néhány adatot állítottam össze. Ez adatokat még a következő néhány számpéldával egészítem ki:

¹ HOOR-TEMPIS MÓRIC: «A művelt nemzetek mechanikai munkaszükséglete.» I. közl. Math. és Természettud. Ért. XXXVIII. köt. 293. o., II. közl. ugyanott, 306. o. — «Az elektromos művek terhelési diagrammjai és az energiagazdálkodás javítása» ugyanott, 315. o. — «A gépkvóta növekedésének energiagazdaságtani hatása.» Előt. a M. Tud. Akad. III. oszt. 1924. évi febr. 18-i ülésén.

I. tábla.

Nagybritannia szénfogyasztása és a gyártóipar szénfogyasztásának százalékos arányszáma.

Terület	Év	A szénfogyasztás		A gyártóipar szénfogyasztása az összes szénfogyasztás %-ában
		összesen millió tonna	átlag lakosonként kilogramm	
Nagybritannia	1837	21·75 ¹	1233	28·5
	1852	39·56 ²	1907	42·2
Nagybritannia és Írország	1869	95·74 ³	3092	63·0
	1903	169·62	4008	52·0
	1913	191·98	4208	48·8
Nagybritannia	1913	186·86	4524	48·4
	1920	182·87	4344	46·8
	1923	171·13	3963	44·3
	1925	172·33	3938	44·8
	1927	182·46	4133	46·9
	1928	166·5	3755	41·0

II. tábla.

Az Amerikai Egyesült Államok antracit- és zsírosszénfogyasztása és a gyáripár szénfogyasztásának százalékos arányszáma.⁴

Év	Az antracit és zsírosszénfogyasztás		A gyáripár antracit- és zsírosszénfogyasztása az összes fogyasztás %-ában
	összesen millió tonna	átlag lakosonként kilogramm	
1909	398	4480	40·75
1914	448	4600	37·10
1919	480	4590	41·40
1923	568	5070	38·60

¹ Mc CULLOCH: «A statistical Account of the British Empire.» London, 1837. Charles Knight. II. köt. — Csak megközelítő számok. —

² Mc CULLOCH: «A Dictionary, Geographical, Statistical and Historical.» London, 1854. Longman, Brown, etc. Vol. II. p. 771. — Csak megközelítő számok. —

³ Az 1869. és következő évek szénfogyasztását lásd: «Fourth Annual Report of the Secretary for Mines, 1924.» London, 1924. H. M. Stat. Off. V. tábla. — Eighth. Ann. Rep. London, 1929, p. 185. — «Report of the Royal Commission on the Coal Industry (1925)». London, 1926. H. M. Stat. Off. Vol. I. p. 11. —

⁴ Lásd az adatokat, melyekből a közölt eredményeket számítottam: «Abstract of the Census of Manufactures, 1914.» Washington, 1917. Governm. Pr. Off. — «Abstract of the fourteenth Census of the United States, 1920.» Washington, 1920. — «Census of Manufactures, 1923.» Washington, 1925. — «Fourteenth Census of the United States taken in the Year 1920.» Vol. VIII. «Manufactures — 1919 — General Report and Analytical Tables.» Washington, 1923.

III. tábla.

A Magyar Birodalom és Csonka-Magyarország feketeszén-, barnaszén- és kokszfogyasztása és a gyártóipar fogyasztásának százalékos arányszáma.

Fogyasztó terület	Év	A szén-, barnaszén- és kokszfogyasztás		A gyártóipari fogyasztás az összes fogyasztás %-ában	
		feketeszen, barnaszén és kokszt összesen tonna	az összes szén-, barnaszén- és kokszfogyasztás 6500 cal. szénegyenértékben, lakosonként kilogramm	szén, barnaszén és kokszt összes súlya szerint	6500 cal. szénegyenérték szerint
Magyar Birodalom	1885	2.901,360	155	37·88	37·44
	1898	7.290,840	340	50·53	51·47
	1906	9.517,819	416	47·67	45·66
	1913	14.910,461	587	46·76	45·99
Csonka-Magyarország	1913 ¹	8.333,803	929	35·23	34·66
	1923	8.280,585	738	36·90	36·59
	1927	8.253,700	728·6	44·50	41·38
	1928	8.675,180	779·0	43·90	40·72

Bajorországban 1913-ban a gyártóipari mechanikai munkaszükséglet és hőszükséglet termelésére az összes szénfogyasztásnak 38·86 %-a fordítottatott. Németország gyártóipari üzemének és bányauzemének szénszüksége 1926-ban az összes szénszükséglet 48·4 %-a volt. Lengyelországban a bányák és a gyártóipar szén-szüksége 1924-ben az összes szénfogyasztásnak kerekén 41 %-a volt. Ausztriában a földművelési² és ipari üzemek szénfogyasztásának az összefogyasztáshoz való arányszáma az 1922—1928-ig terjedő időben a következőképpen alakult :

41·17 % (1922), 40·00 % (1923), 37·60 % (1924), 41·57 % (1925), 40·95 % (1926), 41·65 % (1927), 42·83 % (1928).

Vizsgálataimban valamennyi művelt állam tüzelőanyaggazdálkodását vizsgáltam meg, és az eredmények — úgy mint az imént

¹ A Magyar Birodalomnak Csonka-Magyarország határain belül lévő része. — ² A földművelési üzemek szénfogyasztása az összefogyasztásnak nem több mint 3—4 %-a.

közölt példák — azt bizonyítják, hogy éppen úgy, mint minden egyéb vonatkozásban, a szénfogyasztás, a mechanikai munka és hőszükséglet megoszlása dolgában a rendeződés minden művelt államban teljesen hasonló módon és teljes határozottsággal történik. Kezdetben, a gépi kultúrára való áttérés első idejében a gyártóipari tevékenység ellátására szükséges szénfogyasztásnak az összfogyasztáshoz való arányszáma 25—37—38 %; ezidőben a gépi közlekedési eszközök, vasútak és hajózás, valamint a háztartások szükséglete erős túlsúlyban van.

A további fejlődés során a gyártóipari fejlődés a gyártóipar ellátására szükséges szénfogyasztás arányszámát 50 % fölé, sőt (lásd Nagybritánia példáját) 60 % fölé is felszökteti. A gyártóipari szénfogyasztás hirtelen növekedése a szén energiakészleteit hasznos hőre és mechanikai munkára átalakító berendezések hatásfokának javítására teremt erős gazdasági kényszert. Ennek hatása alatt a tüzelőanyagok hasznosításának átlagos hatásfoka javul, a gyártóipar szénfogyasztásának arányszáma 50 alá csökken és az utolsó évtizedekben 40—45 százaléknyi arányszámnál állapodik meg.

Amint az egyes államok a vízierőknek nagymértékben való hasznosítására és a gazdasági tevékenység villamosítására áttérnek, a gyártóipari szénfogyasztás arányszámának kiszámításakor az elektromos erőművek termeléséből a gyártóipar számára szénből termelt elektromos energiának, valamint a vízierők energiaszolgáltatásának szénegyenértékét is figyelembe kell venni. Ilyen esetekben is arra az eredményre jutunk, hogy a gyártóipar szénfogyasztása és a vízierővel termelt gyártóipari energiafogyasztás szénegyenértéke az összes szénfogyasztásnak 40—45 %-a, mely arányszám a gyártóiparnak nagyfokú fejlődése során 50 %-ra, sőt ezen felül is növekedhetik.

Ilyen iparilag erősen fejlett és vízierőket nagyban hasznosító, de szénfogyasztásra is utalt országnak példája Svájc és Kanada.

Svájc ipari üze­mei és őstermelése, valamint elektromos központi művei (az őstermelés csekély energiahányadot igényel, míg a központi elektromos művek termelésük túlnyomó részét a gyártóipar ellátására fordítják és termelésüknek igen csekély hányadát termelik hőerőművekben) 1924-ben lakosonként 163 kg fekete szenet fogyasztottak és e fogyasztás a 665 kg-nyi lakosonkénti

összfogyasztásnak 24·5 %-a volt. A hydroelektromos művek termeléséből a gyártóipar ellátására szolgáltatott energiának, valamint a vízerőművek összes energiaszolgáltatásának szénegyenértékét KW óránként 4500 kalóriányi szénfogyasztás alapján kiszámítva és ezt a gyártóipar szénfogyasztásához, illetőleg az összes szénfogyasztáshoz hozzáadva, arra az eredményre jutunk, hogy a gyártóipar energiaszükséglete szénegyenértékben kifejezve összesen lakosonként 621 kg, a lakosság összes szén- és elektromos energiaszolgáltatásának szénegyenértéke pedig 1184 kg szén volt, úgyhogy a gyártóipari szénfogyasztás és szénegyenérték összesen az össz-fogyasztásnak 52·5 % volt.

Kanadában az őstermelésnek és gyártóiparnak szénfogyasztása az össz-fogyasztásnak 1917-ben 28·52 %-a, 1920-ban 28·48 %-a volt. Ha a gyártóipar számára termelt vízienergiának szénegyenértékét kiszámítjuk és a szénfogyasztáshoz hozzáadjuk, arra az eredményre jutunk, hogy a szénfogyasztás és a szénegyenérték összege az össz-fogyasztásnak 1917-ben 52, 1920-ban kerekén 51 %-a volt.

A gépi kultúrának előrehaladottabb fokát elért művelt államokat összehasonlítva arra az eredményre jutunk, hogy a lakosság számától, a geográfiai helyzettől és éghajlati viszonyoktól függetlenül a gyártóipari szén-szükségletnek (illetőleg a szén-szükséglet és szénegyenérték összege) az össz-fogyasztáshoz való aránya ugyanazon átlagérték felé közeledik, és ez arányszám állandósítására való törekvés állapítható meg.¹

A III. táblában közölt adatokból látható, hogy a Magyar Birodalom és Csonka-Magyarország a gyártóipari energiaszolgáltatás arányszáma dolgában is a gépi kultúrában előrehaladt nyugati népek fejlődési típusát mutatja és nem sorolható többé az »agrár-állam« gyűjtőnévvel illelhető államok közé.

Az elektromos energiaszolgáltatás megoszlási arányának állandóságára vonatkozó vizsgálataim eredményét későbbben fogom bemutatni.

¹ Ugyanez áll a gazdasági tevékenység egyéb ágazataiban fogyasztott szénmennyiségek arányszámaira vonatkozólag is.

DIE BESTÄNDIGKEIT DES VERHÄLTNISSES DER IN VERSCHIEDENEN ZWEIGEN DER WIRTSCHAFTLICHEN TÄTIGKEIT DER KULTURVÖLKER VERBRAUCHTEN ENERGIEMENGEN.

Erste Mitt.

Von MORIZ v. HOOR-TEMPIS corr. Mtlg.

In Ergänzung der am 14. März 1932 in der III. Klasse der Akad. d. Wiss. vorgelegten Arbeit berichtet der Verfasser über jene Untersuchungen, die er betreffend den Bedarf an mechanischer Arbeit und Wärme der verschiedenen Wirtschaftszweige und die Verhältniszahlen der benötigten Energiemengen ausgeführt hat.

Es wird als Beispiel die Entwicklung des Kohlenverbrauchs für die fabrikatorischen Industrien und der Verhältniszahl dieses Kohlenverbrauchs zum gesamten Kohlenverbrauch behandelt und gezeigt, dass das Verhältnis in allen Staaten — und unabhängig von der geographischen Lage, den klimatischen Verhältnissen, der Bevölkerungszahl, u. s. w. — nahezu demselben Prozentualwert zustrebt.

Die Einheitlichkeit und Analogie der wirtschaftlichen Entwicklung der Kulturvölker, das Bestreben nach Einstellung einer Durchschnittsordnung, das Bestreben der Wirtschaftskörper, das wirtschaftliche Gleichgewicht zu erhalten, tritt auch in der Verteilung der benötigten Energiemengen — so unter Anderen auch in der Verteilung des Kohlenverbrauchs — deutlich hervor.

In Anwendung auf das Königreich Ungarn bezw. Trianon-

Ungarn weist der Verfasser auf die Tatsache, dass in Ungarn sowohl vor dem Weltkrieg, als nach dem Weltkrieg der Entwicklungsgang jenem der anderen Kulturvölker vollkommen analog war und ist und dass auch in Bezug auf den Energiebedarf und die Verteilung desselben in der wirtschaftlichen Tätigkeit Ungarn nicht mehr als Agrarstaat angesprochen werden kann.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 18. April 1932. der III. Klasse der Ung.-Akad. d. Wiss.)

A GÉPIPARI JAVAKNAK KICSERÉLHETŐEN SZABATOS TÖMEGES GYÁRTÁSÁRÓL.

FROMMER RUDOLF-tól.

A gépipari javaknak korszerű tömeges gyártását olyan termelés jelenti, melynek jellegzetes ismérvei, hogy egyugyanazon cikket (gépkocsi, írógép, fegyver, varrógép, zsebóra stb.) nagy sorozatokban, tízezer, százezer, sőt milliószámra állítja elő, a legracionálisabb elkészítés diktálta munkamegosztással, a kézi munkát lehetőleg kiküszöbölő gépműveletek révén. Ebből önként adódik, hogy minden egyes ilyen művelet számára a legmegfelelőbb gépi berendezés (munkagép, befogó-készülék, különleges szerszám) és a megfelelő ellenőrzőberendezés (idom- és méret-eszköz) létesítendő, amivel az illető művelet idom és méret szerinti kifogástalan teljesítése könnyűszerrel megállapítható. A legalkalmasabb munkagép az, amely a számára fenntartott műveletet a leghatékosabban és a leggyorsabban elvégzi. A tömeges gyártás egyes műveletei számára tehát nem univerzális jellegű, hanem különlegesen az illető művelet legracionálisabb teljesítésére megfelelő gép a legalkalmasabb. A munkagép általánosságban annak a szerszámnak (fűrő-, maró-, sajtoló-, lyukasztó-szerszám, dörzsölőár, gyalukés, esztergakés) célirányos felhasználását biztosítja, amellyel az illető műveletet előnyösen végezhetjük, tehát jól és gyorsan fűr, mar, dörzsöl, gyalul, esztergál stb. A tömeges gyártásban azonban *pontosan meghatározott helyeken, pontosan meghatározott méretű* megmunkálást kell az egyes gépeken végezni. Meghatározott helyi és térbeli hatását az egyes szerszámoknak a tömeges gyártásban — az individuális előállításnál eltérően — azáltal biztosítjuk és tesszük a tanulatlan, tehát olcsóbb munkás által is elérhetővé, hogy az általános jellegű munkagépet

(pl. maró-, fúró-, sajtoló-, stb.-gépet) különleges felszereléssel, az ú. n. befogókészülékkel látjuk el, melynek a készítendő munkadarab biztos, könnyű és mindenkor egyforma elhelyezése, vagyis befogása számára megrögzített férőhelye van, amiáltal a belé helyezett munkadarabot a fúró, maró stb. mindég egyugyanazon részen éri és mivel a befogókészüléknek viszonylagos helyzete a szóbanforgó szerszámhoz ugyancsak rögzített, a befogókészülék révén nem csupán a megmunkálásnak helye, hanem mértékének is teljes egyformasága biztosítva van. Önmagától értetődik, hogy a befogókészülékekbe mindég, már a legelső művelettől fogva, egyforma, tehát egyméretű és egyugyanazon alakú munkadarabok kerülnek. Ha tömör fémanyagról van szó, hengerelt, sajtolat, kovácsolt egyformaságok, ha lemezből valókról, akkor szabott, préselt stb. egyforma idomdarabok.

A tömeges gyártáshoz való szerszám természetszerűen az általa végzendő műveletek számára, mérték és forma szerint, különlegesen van kiképezve. Áll ez nem csupán a sajtoló szerszámokra, hanem a korszerű tömeges gyártás legfontosabb szerszámaira, a marókra, idomkésekre, idom-dörzsölőárákra stb. vonatkozóan is, amelyekkel a megmunkálendő darabnak valamely az egyenestől vagy pedig a köridomtól eltérő forma-kiképzését állítjuk elő. Természetszerűen a szóbanforgó formamarónak, idomkésnek, idomdörzsölőárnak stb. az általa végzett munkaművelet negatíven kialakított formája van, aminek folytán működő elei az alkatrész anyagát a pozitív forma eléréseiig távolítják el. Hogy nagy mennyiségek elkészítésének folyamán a jó munkához szükséges gyakori köszörülés révén, különösen a nagyteljesítésű és ezért aránylag nagymértékben igénybevett és elhasználódó maró által maradandóan egyforma, legcsekélyebb mértékben sem változó forma és méret legyen előállítható: a tömeges gyártás megteremtette az ú. n. hátraesztergált marót, amelynek köszörülésénél, tehát élének csiszolásánál csakis a maró átmérője, de a formája sohasem változhatik. Ilyen marókkal tíz-, sőt százezerre menő darabokat lehet előállítani, számtalan köszörülés dacára, változatlanul fennálló formaképzéssel.

Az ellenőrzés szerszámai különleges, rögzített alakú és csupán egyetlen méret mérésére berendezett mérőeszközök, amiket vagy emberek, vagy ellenőrzőgépek működtetnek. Áll ez utóbbi külö-

nösen a nagy tömeges gyártásokra (pl. katonai töltények), amiknek minden ellenőrzendő méretét e célra különlegesen berendezett gépek ellenőrzik olyképpen, hogy a megméréndő daraboknak a mérőgépbe, illetve annak összes tapintó-szerveihez való önműködő adagolásától fogva a kiselejtezésig szükséges minden művelet automatikusan történik.

Az ipari javaknak tömeges gyártása tehát az emberi erő lehető kiküszöbölésével, gépi műveletekkel igyekszik a piac számára termelt javaknak elemeit előállítani. Az elemeknek kész termékévé való összeszerelése lehetően ugyancsak géppel, de egyelőre még a legtöbb esetben emberi kézzel történik. A racionális tömeges gyártás legfőbb műszaki igyekezete, hogy az általa elkészített végtermék elemei olyan szabatosak legyenek alakra és méretre nézve, hogy ezekből a kész produktum csupán csapok, csavarok stb. segélyével és lehetően minden további illesztési utánmunkálás nélkül legyen a szerelő, tehát összeállító-szerv által elkészíthető. Ennek a végcélnek szolgáltatásában áll a gépekkel, készülékekkel, szerszámokkal és mérőeszközökkel való lehetően tökéletes alakilag és méretezésben pontos előállítása az egyes elemeknek. Természetes, hogy a tömeges gyártásban ez a méret és formaszerinti egyformaság is csak a gyakorlati lehetőségek szerint valósítható meg. Önmagától adódik tehát, hogy azokkal az eltérésekkel, amiket már a megmunkáló-készülékekbe való befogás parányi eltérései (tized vagy század mm-ekről van szó) elkerülhetetlenné tesznek, továbbá azokkal az egyformatlanságokkal, amiket a szerszámoknak a használatban való kopása és a megmunkált anyag minéműségének szövetbeli (strukturális) eltérései adnak, számolnia kell. Ennek folytán a tömeges gyártásban, a lehető legtökéletesebb gépi berendezés és karbantartás dacára is, az ideális megvalósítástól való elmaradás elkerülhetetlen, annál is inkább, mert az ideális egyformaságot gátló hiányok tényleg megvalósított kiküszöbölése a végproduktumot szerfelett megrágítaná. Ezért a tömeges gyártásban méret- és alakbeli gyakorlati tűrésekkel (toleranciákkal) számolni kell. A tűréseknek a végproduktum szempontjából olyanoknak kell lenniök, hogy a végproduktum minőségét hátrányosan ne befolyásolják. Világos, hogy pl. egy motor vasöntvényből való állványának külső méretei jóval nagyobb tűréseket engednek meg, mint ugyanennek a motornak a hengerfurata és az abban

mozgó dugattyú. Ezért a tömeges gyártás az elemek természete és működési módja szerint különféle mértékű tűrésekkel dolgozik; nagyobb tűrésekkel oly elemeknél, vagy elemrészeknél, amelyek egyebekkel nem működnek össze és kisebbekkel azoknál, amiknek szabatos együttműködés lesz a szerepük, vagy amiknek szerepe rendkívül nagy szabatosságot igényel, mint pl. a puska- vagy lövegcső furata és annak huzagolása. A tűréseknek különfélesége méret-egységekben kifejezve, század- és tizedmilliméterek körül váltakozik, amik a rendelkezésre álló gépekkel, készülékekkel és szerszámokkal a normális, vagyis a gazdaságos és szapora tömeges gyártás által gyakorlatian meg is valósíthatók. Műszaki megvalósítása a lehető legcsekélyebb méretű, tehát századmilliméterre vonatkozó tűréseknek a gépi munkával úgy történik, hogy egyugyanazon idom, illetve egyugyanazon méret nem csupán *egy* géppel, hanem egymásután két, sőt több géppel is munkálódik meg. Ez abból a műszaki megfontolásból és tapasztalatból ered, hogy azok a szerszámok, amik az illető művelet megejtése céljából nagyobb-mennyiségű anyagot távolítanak el (nagyolás) és természetesen nagyobb mértékben vannak a nagyobb munka által igénybe véve, egyetlen darab megmunkálásakor is nagyobb mértékben kopnak mint a tűrés, úgy, hogy valamely szélső esetet véve kiindulási alapul, pl. igen kemény anyagnak nagymértékű eltávolítását, már *egyetlen* darab megmunkálása által is meg nem engedett mértékben eltérnek az ideális formától és mérettől. A gép, a készülék, a szerszám rugalmassági együtthatói is szélső mértékben szerepelnek ebben az esetben, amikor a szabatosság megóvásának lehetőségeit vizsgáljuk. Másképpen alakul a helyzet, ha ugyanezt a darabot teljesen kongruens gépen, kongruens készülékkel és szerszámmal újból megmunkáljuk. Ez a második szerelvénny már csakis azokat a parányi anyagfeleslegeket kénytelen eltávolítani (simítás), amiket az első szerelvénny a nagy igénybevétel folytán nem tudott legvégsőkéig menő szabatossággal lemunkálni. A második szerelvénny tehát csak azokkal a századmilliméterekkel találkozunk, amelyek a gyakorlatian teljes szabatossághoz hiányoztak. Kétségtelen, hogy a második szerelvénnyel igénybevétele aránytalanul csekélyebb mint az elsőé, ugyancsak kétségtelen, hogy a csekély igénybevételű második szerelvénny, amely csak a fennmaradt tized- vagy század-millimétereket

távolítja el, ezt sokkalta kedvezőbb végeredménnyel és sokkalta nagyobb pontossági tartóssággal tudja keresztülvinni. A második szerelvényen tehát egyugyanazzal a köszörüléssel sokkal több darabot lehet elkészíteni és sokkalta pontosabbakat. Ha ezt az elvet átviesszük valamely harmadik vagy negyedik szerelvényre (ismételt simítás), akkor a tömeges gyártási elemek előállításának oly szabatosságát, egyformaságát és pontosságát érjük el, amely az ideálist megközelíti. Önmagától értődik, hogy ezen ú. n. simítóműveleteknek száma egyugyanazon művelet teljesítése körül attól a gyakorlati szabatosságtól függ, amit az illető művelettel a tökéletes szerelhetési és működési szabatosság szempontjából elérni kívánunk.

Jellegetes a gépipari javak tömeges gyártására vonatkozóan az a körülmény, hogy az egyes szerkezeti elemek idomilag és méretezés szempontjából — az előzők szerint — oly tökéletességgel és befejezettséggel készülnek, *mintha már összeszerelt, kipróbált és kifogástalanul működő kész szerkezet széjjelszerelt elemei volnának*. Igen pregnáns esete ennek pl. a tömeges gyártású óra, akár zsebóra, akár az ú. n. ébresztőórák, amiket a tömeges gyártásból kikerült sajtolt, mart stb. elemekből úgyszólván minden utánmunkálás nélkül helyesen működő órákká lehet összeállítani. Ugyanez az eset áll fenn pl. a fejlett varrógépgyártásban, valamint a fegyvergyártásban is. Hiszen az előzőekben körvonalazott műszaki rendszabályokat, amik a formai és méretezési tökéletességet célozzák, legelsősorban azért valósítják meg, mert csak az elemeknek imént jelzett tökéletessége oldhatja meg az utánmunkálás nélküli, tehát gyors és olcsó szerelést és mégis megbízható működést, vagyis az illető tömeges gyártási cikkek gazdaságos előállítását. Jelesül bonyolultabb szerkezeteknél, egyéni, tehát nem tömeges gyártásnál, vagy pedig műszakilag nem megfelelő tömeges készítésnél a tökéletes működést biztosító elem-összeszerelvényezés és szerelés költségei egymagukban messze és sokszorta meghaladhatják az illető gyártmány anyag- és elkészítési munkabér-értékét. Ebből megállapítható, hogy a tökéletes műszaki megoldás és gyártás legelsősorban a gyártónak érdeke, mert csakis azáltal biztosíthatja nemcsak a megbízható minőséget, de a gazdaságosságot is.

A gépipari javak korszerű tömeges gyártása az imént előadott műszaki megfontolások és azok megvalósítása mellett természet-

szerűen a gazdasági mozzanatokra is a legnagyobb súlyt veti. Hiszen az a célja, hogy az általa legjobbnak és legkelendőbbnek véleményezett szükségleti tömeges cikket a lehető legjutányosabban állítsa elő, hogy nagy mennyiségben helyezhesse el a piacon. Testet a célbavett cikknek előállítására csakis a legkörültekintőbb szerkezeti megfontolások és műszaki, valamint piaci tanulmányozások után ölthet, ami természetes is, jelesül a komplikáltabb gépipari cikkek-nél (pl. automobil, írógép, óra, varrógép stb.), mert hiszen a műszaki előkészítés nemcsak rendkívül nagy befektetéseket igényel, hanem az elhatározott mintához való feltétlen megkööttséget eredményezi, tehát súlyos kockázatot jelent. Ezt a kockázatot a saját számlájára dolgozó gyáros csak akkor vállalhatja, ha a megfontolások és tanulmányozások megnyugtatót adnak arra vonatkozóan, hogy a befektetett nagy tőke és munka műszakilag és gazdaságilag eredményes gyártást biztosítanak. Míg a kicsinyben való gyártás és a kéziipar pillanatnyilag alkalmazkodhatik a rendelő kívánságaihoz, addig a gépi tömeges gyártás elkerülhetetlenül megrögzítettséget jelent. Nem csupán az illető mintára vonatkozóan, hanem mindig az illető minta szerint munkában levő daraboknak nagy mennyiségére nézve is, ami világos, mert tömeges gyártást másképpen mint nagy sorozatokban, racionálisan folytatni nem lehet, az pedig, ami gyártásban van, az másíthatatlanul le van rögzítve a folyamatban levő tömeges gyártás mintája szerint. Vegyük pl., hogy valamely ilyen tömeges gyártási cikk előállításához kereken csupán 100 gépi művelet szükséges, ami egyáltalában nem sok, és csak aránylag igen egyszerű termékhez elegendő. Világos, hogy az előzően kifejtett munkamegosztás mellett, amely szerint minden egyes műveletet külön e célra berendezett gép végzi, az illető munkás készségének és az illető gépberendezés készségének teljes kihasználására minden egyes műveletnél állandóan annyi megmunkálendő elemnek kell lennie, illetve ezen műveletekhez állandóan jutnia, amennyi az illető gép mellett adagoló munkás, illetve az illető gép teljesítményének megfelel. Ebből önként adódik, hogy az említett 100 művelet esetén és annak feltételezése mellett, hogy átlagban óránként 20 drb. készül minden műveletnél, napi nyolc órai munkaidő alatt minden géphez legalább 160 megmunkálendő elemnek kell jutnia, ami 100 műveletnél 16,000 naponként elkészülő munkadarab-

elemet jelent. A szóbanforgó cikk folytonos tömeges gyártása tehát *naponként* 16,000 új elemnek a műhelybe való juttatását teszi szükségessé, vagyis *naponként* legalább 160 drb. kész produktum előállításával kapcsolt kockázatnak a vállalását, nem csupán munkabérben és anyagban, hanem gyártási regieiben is. Hangsúlyozom, hogy valamely csupán százműveletes kész produktum rendkívül egyszerű és aránylag kisjelentőségű dolog. Egy-egy katonai fegyver alkatrészeinek elkészítésére legalább 1200 művelet szükséges. A Ford-féle gépkocsi, amelyből 1924-ben naponta mintegy 6000 darabot gyártottak, kb. 40,000 elemből áll kocsinként. Ez a mintegy 40,000 elem mintegy 23,000 egymástól különböző alkatrészt jelent. Ha már most az előbb kifejtettek alapján a 6000 darabos napi teljesítményből kiindulva számítjuk a folytonosan gyártási forgalomban lévő darabokat, akkor — alkatrészenként csupán 10 műveletet véve alapul — állandóan mintegy *napi* 240,000,000 alkatrész van a gyártási forgalomban és az ezzel a gyártási forgalommal kapcsolatos napi kockázatokkal kell számolnunk, a megkötöttség szempontjából is. Ez utóbbi természetesen az alkatrészek és műveletek számának emelkedésével arányosan növekedik. Más mintára való áttérés óriási pénz- és idő-áldozatot jelent berendezésben, anyagban kész és félig kész termékben. Képzeljük el már most, hogy a mintaváltozás elkerülhetetlen, amint ez az utóbbi években Fordnál már több esetben meg is történt. Akkor olyan gépparknak gyártókészülékekkel, szerszámokkal és mérőeszközökkel való újbóli felszereléséről van szó, amely mintegy 23,000 különféle alkatrészt állít elő, megjegyezvén, hogy a 23,000 különféle alkatrész, átlagban csupán 10 művelettel taksálva, mintegy 230,000 műveletet jelent, tehát ugyanannyi új befogókészülék, szerszámot és mérőeszközt. *Hogy mit képvisel az ilyen mértékű befektetésnek megváltoztatása szerkesztési munkában, időben és költségben*, szóval mit jelent a tömeges gyártási megkötöttség *gazdasági kockázatban*, ezt ezekből a számokból és azok együtthatóiból eléggé élénken lehet kiérzékelni.

A gépipari javak tömeges gyártásának gazdasági és szociális jelentőségét a következő példával óhajtanám megvilágítani. Kétséget nem szenved, hogy eltekintve a nagyobb bevásárlás által elérhető, aránylag nem nagy mértékű olcsóbbodástól, a tömeges

gyártás és az egyéni gyártás anyagkiadása közötti különbséget nem perdöntő. Másképp alakul azonban a munkabér-tényező. Tapasztalat szerint, jelesül körülményesebb szerkezeteknél, a tömeges gyártási munkabér az egyéni gyártás munkabéréhez viszonyítva átlagban úgy aránylik, mint 1 : 50, de felmehet az ezerszeresénél magosabbra is. Megdöbbenő viszonzyszámok ezek, de a tényeknek mindenképpen megfelelnek. Vegyünk pl. egy bevágottfejű acélcsavart, amit egyik esetben pontosan méretezett anyagból készítenk automatagépen, a másik esetben pedig esztergapadon. A munkabér az egyik esetben a fillérnek töredéke, a másikon pedig pengőkre rughat. Vegyünk egy zsebórát és képzeljük el, hogy annak összes alkatrészeit az illető órásmester készíti el a nyersanyagból, lemezekből, acélrúdból, kézi munkával. Állítsuk ezzel szembe azt a tényt, hogy a zsebórának összes alkatrészeit a tömeges gyártásban gépekkel készítik, olyan árakon, amelyek becslés szerint a kézi munkának csupán egy ötszázadára rugnak. Ez a példa reflektorként megvilágítja a tömeges gyártásnak szociális jelentőségét is. Abban az időben, amikor még kézimunkával állították elő a mesterek az óraelemeket és a kész órákat, csak a legkiváltságosabbaknak juthatott egy-egy ilyen műszer, mert egész vagyonba került. Ma már eléggé jól járó órát néhány pengőért bárki beszerezhet. Tekintsük a tökéletes tömeges gyártásban készült korszerű vadászpuskát. Néhány száz pengő árán felülmúlhatatlan minőségben piacra hozható, míg kézimunkával elsőrangúan elkészítve sok ezer pengőbe kerül. Hasonlóképpen vagyunk az írógéppel, a varrógéppel és a gépkocsival. Csakis a tömeges gyártás tette lehetővé a tömegek számára az immár nélkülözhetetlenül szükséges gépipari javakhoz való hozzáférhetést, a tömeges fogyasztást.

Igen érdekes megfigyeléseket volt alkalmam tenni ama kérdés körül, vajjon miképpen viselkedik a termelő emberanyag a gépipari javak előzőekben bemutatott módon való korszerű tömeges gyártásának kezdeményezésével szemben. Én voltam az, aki a ma és a jövő eme egyedül racionális és minden minőségi követelményét kielégítő gyártását hazánkban mintegy két évtized előtt — első sorban a fegyvergyártásban — tényleg megkezdtem és azóta az egyre tökéletesedő műszaki lehetőségek igénybevételével a máig elérhető optimumig fejlesztettem. Az én beavatkozásom előtti

állapot az volt, hogy a darabokat géppel megközelítően előkészítették és azután az idomszerbe beillesztették, tehát bereszelték. Ez kényelmes, kevés gondot okozó gépi gyártást jelentett, amit a legtöbb esetben szándékosan nem készítettek lehetősen jól, hogy maradjon rajta munkája a lakatosoknak is. A reszelési munka drága és megbízhatatlan. Az előbbi rendszer tehát drága volt és megbízhatatlan. Az én rendszerem pedig az, hogy *a gép készít el minden műveletet, úgyhogy az utolsó gépről lekerült alkatrész méretben és idomban is már teljesen befejezett.*

Egészen világos, hogy az új előállítási módozattal már az illető gépipari javaknak tervezésekor számolni kell. Nem csupán oly értelemben, hogy minél kevesebb művelettel legyen előállítható, hanem jelesül abból a szempontból, hogy *olyan* műveletekkel lehessen elkészíteni, *amik egyszerű gépi eljárásokkal teljesíthetők.* A szerkesztési irodában találtam a legcsekélyebb ellenállásra; ott csak kételkedők voltak és aggályoskodók, hiszen az eddig szokásosnál tetemesen nagyobb mennyiségű készüléket, szerszámot, idomszert, sőt különleges gépet kellett kigondolni. Hiszen nem maradt kéziművelet! Kigondoltuk, elkészítettük. A gépeket, készülékeket, szerszámokat és idomszereket előállító műhelyek persze boldogan üdvözölték a megszaporodott megrendeléseket. Az elkészített berendezés azután a fegyvergyártó műhelybe került. Itt először a lakatosok tudták meg azt, hogy elvesztik a munkájukat, ám azzal vigasztalódtak, hogy az új eljárás amúgy sem fog sikerülni. A mesterek is kételkedtek és nem bíztak az új feladat megoldhatóságában: kitűnő állapotba kell hozni és abban tartani a gépeket, mert a gépművelet után nincsen a kéz által való helyreigazításnak helye. A beállító lakatosok, akik a készülékeket és szerszámokat alkalmazzák a gépekre, ugyancsak ellenkeztek: nagyon alapos munkát kellett végezni, mert elmaradt az utólagos emberi korrektúra. A munkának annál tökéletesebbnek kell lennie, mert az *elkészült elemek összességénél* szerelésekor is hibátlanoknak kell mutatkoznia. Általánosan az volt a nézet és mindenki avval vigasztalódott, hogy úgy sem lesz siker; a legmodernebbül gondolkozó mérnökeim is ezt hitték.

A legjobb művezetőmet szemeltem ki a gyártás megindítására. Meddő kísérletezések után két ízben próbált félrevezetni és reszelő-

vel pontosra idomított darabokat mutatott be gépi gyártás eredménye gyanánt. Amidőn erre mindkét esetben nyomban rájöttem, őszintén megmondta, hogy megdönthetetlen meggyőződése szerint sohasem lesz meg a kívánt eredmény. Még ugyanazon a napon más osztályba helyeztem ezt a kiváló művezetőt és helyébe azonnal más embert tettem. Évekig tartó munkával megtörtem minden emberi és anyagi ellenállást, és ma már a legelső amerikai és angol gyáarak is irígyelnek bennünket az elért pontossági eredményért. És ma már műszaki és munkás segítőtársaim is egytől-egyig tudják és vallják, hogy *csakis* ezen az úton lehet gépipari javakat tömegesen, korszerűen és tökéletesen készíteni.

A tömeges gyártásnak, amelyet ma nemcsak a bonyolultabb szerkezetek előállításánál, hanem tudvalevően egyszerűbb ipari javak készítésénél is alkalmaznak, a vele kapcsolatos olcsóbbodás és többtermelés folytán kialakult újabb világnézetekből kifolyóan — félreismerhetetlenül malthusi beidegződéssel, — sok ellensége akad azzal az érveléssel, hogy az emberi munka kikapcsolása révén munkanélküliséget, tehát kenyértelenséget teremt. Ez a felfogás azonban a kis distanciák okozta optikai csalódások egyikének eredménye, mert akik így vélekednek és a mai termelési és fogyasztási válságot a gépi termelésnek tulajdonítják, megfeledkeznek arról, hogy a világháború után a földkerekség népesedésének több mint fele a moszkvai behatások révén ma érdemileg ki van kapcsolva az azelőtt megszokott rendes termelői és jelesül fogyasztói forgalomból. Megdöbbenő, hogy a világ mindeddig nem látja tisztán sem a rémes kútforrást, sem az elmaradhatatlan, a világot és minden kulturáját megsemmisítő hatást, sem a gyógymódot, sem a gyógyszer. Ám mindezek nem ennek a tanulmánynak keretébe tartoznak, csupán azért volt szükség felemlítésükre, mert a már előzően jelzett újabb világnézeti felfogás kikezdte az emberi haladás egyik legkézzelfoghatóbb megvalósítóját és egyik legszociálisabb természetű eredményét: *a javaknak tömeges gyártását*, amely nélkül a legutóbbi ötven esztendő egyedülálló haladása el sem képzelhető.

ÜBER DIE AUSTAUSCHREIFE MASSENFERTIGUNG VON MASCHINELLEN GENAUGIGKEITS-ERZEUGNISSEN.

Von RUDOLF v. FROMMER.

(Budapest.)

Es wird ein Querschnitt der zeitgemässen austauschreifen Massenfertigung von maschinellen Genauigkeitserzeugnissen gegeben. Zunächst wird der Begriff definiert, dann die Arbeitsteilung auf die einzelnen maschinellen Vorrichtungen gezeigt und Hand in Hand hiemit die für jede einzelne Vorrichtung erforderliche Ausrüstung an Werkzeugmaschinen, Einspannvorrichtungen, Sonderwerkzeugen und Arbeitslehren erörtert. Diese Ausrüstungen ermöglichen, dass als Bedienungsmannschaft statt Facharbeiter, angelernte Tagwerker eingestellt werden können. Es wird auf Einzelheiten der Werkzeuge für die Massenerzeugung hingewiesen, unter anderem auf die hervorragende Verwendung von hinterdrehten Fräsern. Dann auf die unterschiedlichen Lehrinstrumente sowohl für den Gebrauch von Hand, als auch in Form von selbsttätigen Apparaturen. Mit Rücksicht auf die erforderliche Genauigkeit, deren tatsächliche Verwirklichung beim Zusammenbau und der funktionellen Wirksamkeit der einzelnen Elemente in die Erscheinung tritt, sind ausser den Schropfschnitten, auch Schlichtverrichtungen, sogar in mehrfacher Anzahl, unerlässlich. Es wird Wesen und Ausmass der zulässigen Lehren-Toleranzen erörtert, immer im Hinblick auf den Endzweck: die Elemente *ohne jedwede Nacharbeit von Hand*, also durchaus maschinell derart zu erzeugen, als ob dieselben aus einer bereits zusammengebauten, tadellos arbeitenden Apparatur stammten. Die sonst insbesondere bei ver-

wickelteren Mechanismen entstehenden ausserordentlich hohen Kosten des Zusammenbaues und der Ingangsetzung werden erörtert, Kosten, die unter Umständen das Vielfache der Erzeugungslöhne der Elemente betragen können. Dabei wird auch darauf hingewiesen, dass die Erzeugnisse der zeitgemässen Massenproduktion nebst der Wohlfeilheit auch einen ausserordentlich hohen Grad von Zuverlässigkeit besitzen. Die wirtschaftlichen Auswirkungen werden erörtert. Es wird auf das Erfordernis hingewiesen, ein ausserordentlich sorgfältiges Studium aller in Frage kommenden Umstände zu vollführen, bevor das massenfabrikatorisch herzustellende Muster festgelegt wird, da durch die notwendigen umfangreichen Massenerzeugungseinrichtungen eine ungemein starke fabrikatorische Bindung erfolgt, ein Abspringen auf ein anderes Muster daher kaum möglich, bezw. mit ungemein hohen Opfern an Geld und Zeit verbunden ist. Es wird darauf hingewiesen, dass, um dieselbe nutzbar zu machen, mit der Massenerzeugungseinrichtung tatsächlich die bewältigbaren Mengen erzeugt werden müssen und dies an Beispielen erörtert. Die wirtschaftliche und soziale Bedeutung der Massenerzeugung wird an konkreten Fällen dargestellt. Es wird die Einstellung des Menschenmaterials der Erzeugungsstätte gegenüber einer Neueinführung zeitgemässer Massenfertigung, auf Grund eigener Erfahrung des Verfassers, mitgeteilt und endlich darauf hingewiesen, dass die zeitgemässe Massenherstellung vielfach angegriffen und für die dermalige Arbeitslosigkeit verantwortlich gemacht wird. Dies jedoch zu Unrecht, da der Arbeitsmangel auf ganz andere Ursachen zurückzuführen ist, auf die hingewiesen wird, mit der Feststellung, dass ohne die rationelle Massenherstellung von Gütern der unvergleichliche soziale Fortschritt der jüngsten 50 Jahre nicht denkbar wäre.

Der Verfasser legt Bestandteile von höchstklassigen Handfeuerwaffen und sonstigen Genauigkeitserzeugnissen vor, die unter seiner Leitung und nach den von ihm eingeführten Verfahren — rein maschinell — hergestellt wurden und die aus solchen Bestandteilen ladenreif zusammengebauten Endprodukte.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, vom 14. März 1932.)

AZ EÖTVÖS INGÁK MEGBÍZHATÓSÁGA.

PEKÁR DEZSŐ 1. tagtól.

Eötvös torziós ingájával tudvalevőleg a nehézség térbeli változásait tanulmányozhatjuk, és pedig közvetlenül a nehézség potenciáljának, az U -nak következő differenciálhányadosait határozzuk meg:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \quad \text{és} \quad \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right), \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}.$$

Ez adatok közül az első kettő a horizontális síkban a nehézségi erő legnagyobb növekedését, a *gradienst*, a másik kettő pedig a nívófelület görbületére jellemző *horizontális irányítóképességet* adja meg. Kellő sűrűségű észlelési hálózat esetén a gradiensek segítségével kiszámíthatjuk a nehézség értékét az egyes észlelési állomásokon és így megszerkeszthetjük, illetve felrajzolhatjuk az egyenlő nehézségi görbéket, az *izogammákat*. Ily módon a nehézségi erőternek, ha nem is egészen teljes, de oly részletes ismeretéhez jutunk, amit az egyébként szokásos gravitációs mérési eljárásokkal egyáltalán el nem érhetünk. Ezen adatok nemcsak geofizikai és geodéziai szempontból értékesek, hanem belőlük a földfelület felső rétegeinek geológiai szerkezetére, egyes hasznosítható ásványi kincsek előfordulására következtethetünk. Éppen ez utóbbi céllal az Eötvös ingákat különösen a most lefolyt évtizedben és jelenleg is nagy mértékben használják, még pedig főleg petróleum után kutatnak velük az egész világon. E gyakorlati alkalmazás kettőzötten megköveteli, hogy eszközeink nappali észlelésekkor és a legrosszabb viszonyok között is kifogástalan és megbízható adatokat nyújtsanak.

Éppen ezért, amint azt már más alkalommal is hangsúlyoz-

tam,^{1, 2} a *torziós ingák megbízhatósága* a legfontosabb, de egyúttal a legnehezebb feladat, amelyet azok szerkesztésénél szem előtt kell tartanunk. A nehézségi erő észlelt változásai ugyanis nagyon kicsinyek, amiért is méréseinket $1 \cdot 10^{-9}$ CGS vagyis 1 *Eötvös egységnyi* pontossággal kell végeznünk. Sok mindenféle tapasztalatot és körültekinést igényel annak elérése, hogy az eszközök a szabad ég alatt e nagy érzékenység mellett megbízható adatokat nyújtsanak. Ebben találjuk annak magyarázatát, hogy bár újabban a torziós ingák egész sorát konstruálták, de ezen különböző német, angol, amerikai, orosz és japán eszközök közül a mieinken kívül csupán a berlini Askania Werke műszerei vannak a világon tényleg elterjedve.

Magam már két évtizeddel ezelőtt kezdtem el a torziós ingák megbízhatóságának kérdésével foglalkozni. Több éven át végzett kísérleti tanulmányaim eredményét 1915-ben professzorom, Eörvös LORÁND báró mutatta be Akadémiánkban. Ebben az értekezésemben³ már kiemeltem e kérdésnek fentiekben körvonalazott fontosságát, amit a jövő tényleg igazolt is. E vizsgálataimra tulajdonképpen az a meglepő tapasztalat indított, amelyet mérési expedícióink alkalmával ismételten megfigyelhettünk, hogy a mechanikustól egyforma gonddal és pontossággal készített és a laboratóriumban egyformán jónak mutakozó torziós ingáink a szabadban nagyon eltérően viselkedtek, és pedig a külső zavaró hatásokkal szemben igen különböző mértékben érzékenyek. Az észlelések megismétlésekor ugyanis némelyik ingánál a leolvasások oly nagy

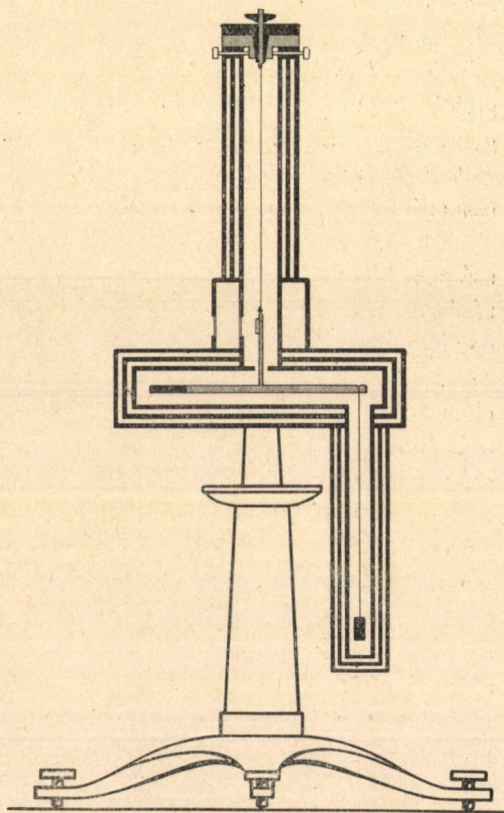
¹ *A Báró Eötvös Loránd Geofizikai Intézet tízéves tudományos működése.* (Kivonatban: Akadémiai Értesítő. 40. kötet, 163—172. oldal, Budapest, 1929.) Matematikai és Természettudományi Értesítő. 48. kötet 27—50. oldal, Budapest, 1932.

² *Travaux de l'Institut Géophysique Baron Roland Eötvös, Rapport présenté à la quatrième assemblée générale de l'Union Géodésique et Géophysique Internationale à Stockholm en août 1930.* Budapest. Különkiadvány. 34 oldal. Hálás köszönettel tartozom Akadémiánkban, hogy indítványomra magára vállalta az Unio tagsági kötelezettségeit s ezzel lehetővé tette e jelentésem megtételét.

³ *Kísérleti tanulmányok az Eötvös-féle gravitációs csavarási mérleg zavarairól.* Matematikai és Természettudományi Értesítő. 33. kötet 407—455. oldal, Budapest, 1915.

eltéréseket mutattak, hogy az eszköz teljesen megbízhatatlannak, szinte használhatatlannak bizonyult. A megfigyelések körülményeinek kritikai egybevetése csakhamar reávezetett arra, hogy ez eltérő leolvasásokat, vagy amint elneveztük, *«az eszköz járását»* főleg a hőmérséklet hirtelen változása okozza és különösen a hőmérséklet fordulásakor tapasztalhatunk tetemes eltéréseket. Hosszas kísérleteimmel elsősorban azt igyekeztem kimutatni, hogy az eszközöknek micsoda szerkezeti különbségei okozzák a megbízhatóságban mutatkozó nagy különbségeket. További feladatomban pedig természetesen az volt, hogy eszközeinken oly módosításokat végezzek, amelyek folytán azok a hőmérsékleti hatásokra érzéketlenek legyenek.

Az e cikkemben közölt kísérleti megállapításaim, amelyek helyességét későbbi és legújabb vizsgálataim is kétségbevonhatatlannul igazolták, alapvető jelentőségűek. Éppen ezért szükséges, hogy azok közül a fontosabbakat e helyen is kiemeljem. Kizárva minden más, a torziós inga egyensúlyi helyzetét esetleg befolyásoló körülményt, mindenekelőtt kimutattam, hogy e nagy járásokat nem a torziós drót, hanem a lengő szerkezetre gyakorolt hatások okozzák. Az eszköz egyes részeinek, így a lelógó csőnek külső



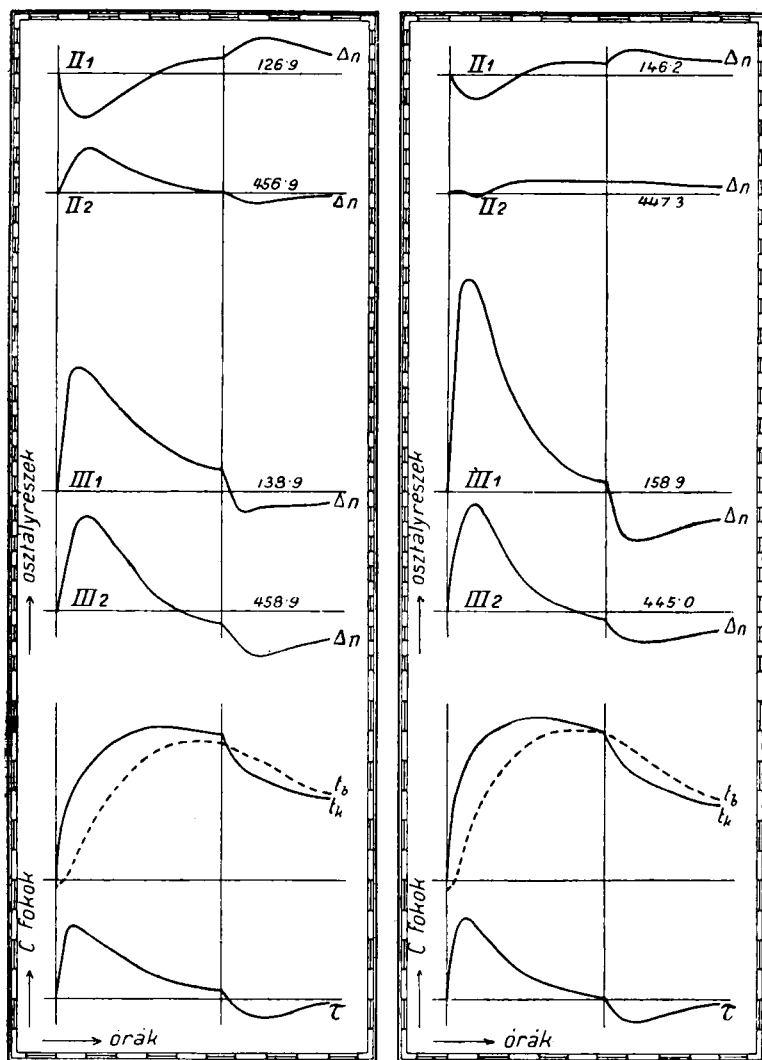
1. ábra.

Az Eötvös inga vázlatos keresztmetszete.

melegítése, függetlenül attól, hogy e melegítés melyik oldalon történik, a torziós rúd egyazon kezdeti állásában az egyensúlyi helyzetnek mindig ugyanazon irányú eltolódását okozza. Szóval az egyoldalú külső melegítés az eszköz belsejében már nem a melegített oldálnak megfelelő, hanem attól független hatást vált ki. Az eszköz egészében való melegedések, illetve lehűlések mindig oly irányú járással lépnek fel, amelyek a lelógó cső melegítésének, illetve lehűlésének felelnek meg. Szóval a lelógó cső gyorsabban változtatja hőmérsékletét, mint az eszköz többi része. A torziós inga főbb részeit az 1. ábrán láthatjuk, amely Eötvös eszközeének vázlatos keresztmetszetét mutatja be.

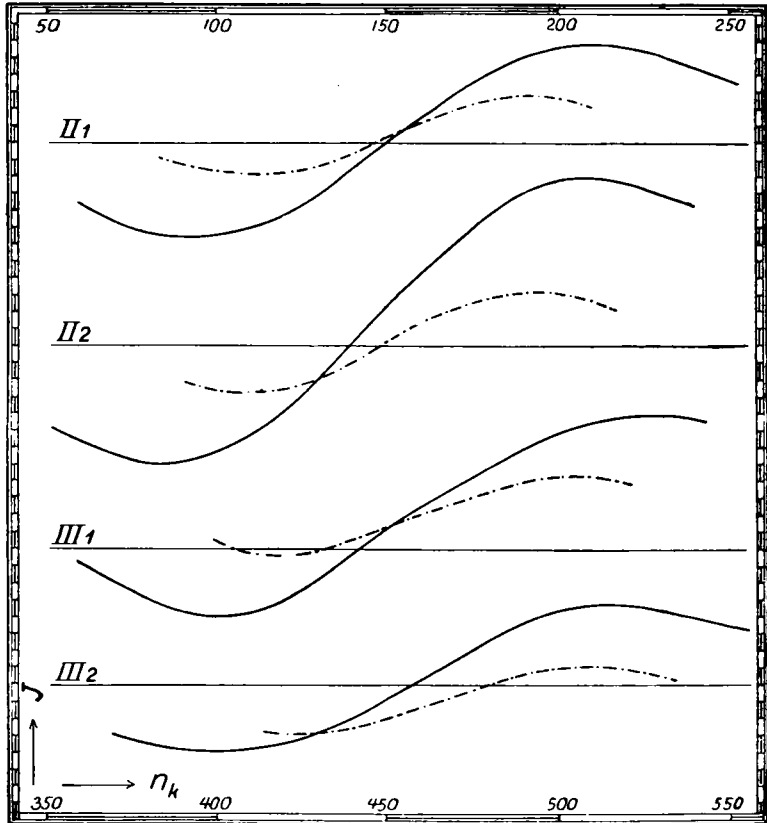
Ezek után az eszközök melegítésekor, illetve lehűtésekor számos kísérlettel meghatároztam az egyensúlyi helyzet változásának, a Δn -nek típusos görbéjét. A 2. ábrán régi cikkemből egy ilyen eredeti képet mutatok be. A négy felső görbe a megvizsgált *II* és *III* jelzésű kettős eszközök ingáira a Δn értékeket tünteti elő, az abszcisszatengelyek mellé írt kezdeti egyensúlyi helyzetektől számítva. A görbéknek a két függélyes párhuzamos vonal közé eső része a melegítés időtartamába esik, a kívül eső rész a melegítés megszűnte utáni lehűlésnek felel meg. A kép alsó részén a t_k görbe az eszközök külső felületén elhelyezett hőmérők, a szaggatott vonalú t_b görbe pedig az eszközökbe benyúló belső hőmérők megfelelő adatainak középértékét tünteti elő. Az utolsó τ görbe pedig a $\tau = t_k - t_b$, a két hőmérséklet különbségére vonatkozik. Ez utóbbi görbékre azért volt szükség, hogy megfelelő felhasználásukkal a különböző kísérletekben nyert eredményeket egymással összehasonlíthassuk. Az eszközök melegítése ugyanis ez időben akként történt, hogy az észlelőhelyiség melletti nagy termet előre erősen felfűtöttem, majd az összekötő ajtót kitárva, a 10—15 fokkal melegebb levegőt az eszközökre reabocsátottam. A lehűtési kísérleteket is hasonló módon végeztem. Minthogy e kísérleti eljárással az egyes megfigyelési sorozatok különböző hőmérsékleti határok között történtek, azokat közvetlenül nem hasonlíthattuk össze. Éppen ezért bevezettem a «járási állandó» fogalmát, amelyet mint a Δn görbe és τ görbe megfelelő szélső értékeinek viszonyát definiáltam.

A járási állandók kísérleti meghatározásával egy oly módszert


 2. ábra. Δn görbék 1915. évi cikkemből.

állapítottam meg, amellyel a laboratóriumban rövidesen eldönthetjük, hogy eszközeink a szabadban gyors temperatúraváltozás esetén mily fokban nyújtanak megbízható adatokat és elkerülhetjük azt a régebben többször előfordult meglepetést, hogy a

laboratóriumban kitűnőnek ígérkező eszköz a szabadban nem váltotta be a hozzáfűzött reményeket. E célból a torziós fej elforgatásával a rudat különböző állásokba hozzuk és azokban a járási állandók értékét, a J -t meghatározzuk. Ezután a J értékeket



3. ábra. Régi járási görbék 1915. évi cikkemből.

a kezdeti és a szélső értékű leolvasások középértékéhez az n_k abszcisszához tartozó ordinátaként felrajzoljuk, amikor is megkapjuk «az eszköz járási görbéjét», amelyekből néhányat a régi cikkemből átvett 3. ábrán bemutatok. E görbék közvetlenül megmutatják, hogy a szabadban gyors hőmérsékletváltozáskor az egyes leolvasásokban milyen rendű eltéréseket várhatunk. Mennél

laposabbak e görbék, eszközünk annál megbízhatóbb. Azt ugyan már Eötvös báró megállapította, hogy a rúd egy bizonyos közép-helyzetében a járás 0, és ettől jobbra avagy balra a járásek nagyobbodnak, de a járási görbék pontos meghatározásával nem foglalkozott.

Torziós ingáinkban a rúd egyik végére lapos súly van erősítve, másik végén pedig vékony drótra függesztett fémhenger lóg alá. Részletes kísérleteket végeztem annak eldöntésére, hogy a lengő szerkezet melyik részére való hatások szerepelnek főleg a járás előidézésében. Természetesen a zavaró befolyások a lengő szerkezet végei körül lesznek leghatásosabbak, mert itt a leghosszabb karon a legnagyobb forgatónyomatékokat fejtik ki. E kérdés eldöntésére egyrészt a torziós fej eltolásával, másrészt az eszköz megfelelő dűtésével a torziós rudat irányára merőlegesen, önmagával párhuzamosan eltoltam, s e különböző esetekben a járási görbék meghatároztam. Az így nyert görbék egybevetéséből kétséget kizárólag megállapíthattam, hogy az *eszköz járását* úgyszólván kizárólag *a lelógó cső torkolata felett lebegő szabad rúdvégre gyakorolt hatások okozák*, amelyek mellett a rúd egyéb részeire, a lapos súlyra és a lelógó fémhengerre való hatások teljesen lényegtelenek.

Eszközeinkben éppen a lelógó cső torkolatában bizonyos fémnyelveket, úgynevezett ütközőket alkalmaztunk. Ezekkel azt értük el, hogy az inga lengése közben a lelógó súly felfüggesztő drótja e fémnyelvek végére erősített papírlapocskákba ütközött, s így megakadályozta, hogy a lógó súly a cső falához odasimulva oda-tapadjon. Szóval az ütközőket a tapadás jelenségének megakadályozására használtuk, ami méréseinkben igen sok kellemetlenséget okozott. Azt azonban, hogy az ütköző felületeinek, illetve e felületek alakjának lényeges befolyása van az eszköz járására, se Eötvös, se senki más nem is sejtette. Minthogy a fentiek szerint az eszköz járásában főleg a csőtorkolat körüli hatások szerepelnek, részletes vizsgálat tárgyává tettem az itt elhelyezett ütközőket. Végeredményben sikerült kimutatnom, hogy megfelelő alakú ütközőket helyezve az eszközbe, a járást lényegesen csökkenthettem, vagyis az eszközt megjavíthattam, előnytelen felületekkel pedig elronthattam. A 3. ábrán eredő vonallal feltüntettem a megfelelő alakú ütközőkkel nyert járási görbékét, amelyek már is sokkal

laposabbak, illetve kevésbé meredek, mint a folytonos vonalú, ütköző nélküli görbék.

Lépésről lépésre haladva rendszeres kísérleteimmel sikerült tehát torziós ingáink megbízhatóságát jelentékenyen fokoznom, az eszközök megjavításának kérdését megoldanom, amivel évek hosszú során át hiába próbálkoztunk. Kimutattam ugyanis, hogy gyors hőmérsékletváltozáskor eszközeinkben légáramlások jönnek létre, hogy ezeket az eszköz belsejében elhelyezett kellő alakú felületekkel előnyösen irányíthatjuk s ezzel az eszközt megjavíthatjuk. Az elmondottakból láthatjuk, hogy az 1915. évi értekezésemben közölt kísérleti megállapítások a járási jelenség lényegét és az eszköz megjavításának elvét teljesen tisztázták és kijelölték azt az utat, amelyen továbbhaladva még jobb eredményeket várhatunk. Amint azt annakidején is jeleztem, természetesen tovább folytattam ez irányú vizsgálataimat.

Elsősorban a lelógó cső torkolatában elhelyezett különböző alakú nyílások és felületek hatását részletesen tanulmányoztuk. Az itt elhelyezett kellő alakú felületek ugyanis, amelyek egyúttal ütközőül is szolgáltak, máris nagyon jól beváltak. Mi sem bizonyítja ezt jobban, mint az, hogy szerte a nagyvilágban használt és előnyösen ismert eszközeink kiválóságát csakis ez úton biztosíthattuk. Amint azt az előzőkben részleteztük, a járást főleg a lelógó cső torkolata felett lebegő rúdvégre gyakorolt hatások okozzák, amiért is az igazán hatékony felületeket itten körül kell elhelyeznünk. Ezt kétféleképpen oldhatjuk meg: vagy a már tárgyalt módon a csőtorkolatban, a szabad rúdvég alatt alkalmazzuk e felületeket, vagy pedig a középső torziós szekrényben a lelógó cső nyílása előtt, a szabad vég mellett, illetve közelében helyezük el azokat. Ez utóbbi megoldás lényegében megegyezik az előzővel, s így természetes, hogy az eszköz járását ez esetben is lényegesen befolyásolhatjuk, amint azt a végzett kísérletek igazolták is. E célból a torziós inga középső szekrényében, a csőnyílás közelében a torziós rúd két oldalán helyeztük el ez újabb, úgynevezett «szabályozó felületek»-et, amelyeket a célnak megfelelőleg egyes egyenes és görbe felületelemekből szerkesztettünk. Régi felületeimről a kettős cél, illetve az ütközői rendeltetés a figyelmet elterelte. Ez újabb felületek azonban feltűnőek, amiért is forgalomba hozott

eszközeinkben ezeket csak újabban alkalmaztam, amikor már azok szabadalmi védelméről gondoskodtam.

Megfelelő szabályozó felületek kellő alkalmazásával az eszköz járását tetszés szerint befolyásolhatjuk. Az erre vonatkozó részleteket annyira kitanulmányoztuk, hogy előre megmondhatjuk, hogy egy bizonyos hatás elérésére mit kell tennünk. A torziós rúd ugyanazon állásában például a $+10$ osztályrésznyi járást -10 -re változtathatjuk, szóval a járásgörbét tetszés szerint módosíthatjuk. Ily módon el tudjuk érni, hogy az eszköz járási görbéje kellően lapos legyen, vagyis hogy torziós ingánk a gyors hőmérsékletváltozásokkal szemben gyakorlatilag érzéketlenné váljék. Mind-ezen részletekkel e helyen nem foglalkozhatom. Csupán felemlítem még, hogy ha a szabályozó felületeket a torziós rúd mentén eltoljuk, akkor azok annál hatásosabbak, mennél közelebb vannak a lelógó cső torkolatához. E körülmény ugyancsak a már régebben megállapított tény mellett bizonyít, hogy a járás előidézésében főleg a torziós rúd szabad végére gyakorolt hatások szerepelnek. A kísérletileg megvizsgált különböző felületeink közül néhányat 1929. március hó 18-án tartott előadásomban volt szerencsém a tekintetes Akadémiának bemutatni.

Amint azt az előzőkben említettem, az 1910-es évek elején kísérleteimet akként végeztem, hogy a szomszédos, előre jól fel-fűtött teremből a meleg levegőt az eszközre hirtelen reábocsátottam. Ez az eljárás azonban nagyon nehézkes, lassú és a mellett költséges is. Éppen ezért csakhamar az elektromos fűtőtestekkel való melegítésre tértem át, amit kétféle módon végeztünk. Az egyik esetben a lelógó cső közepe táján megfelelően méretezett elektromos fűtőtekercset helyeztünk el, a másik esetben pedig nagy elektromos fűtőtesteket tettünk az eszköz alá, amelyekkel egész brutális melegítő hatásokat érhattünk el. Ez újabb eljárások célszerű alkalmazhatóságát már előző kísérleteimmel kimutattam, amelyek szerint az ilyfajta melegítésekkor a járáások ugyanolyanok, mint amilyenek az eszköz egészében való melegekedésekor jönnek létre. Minthogy pedig ez esetben a melegítést mindenkor pontosan ugyanazon áramintenzitással végezhattük, vagyis a létrejövő melegegedést pontosan egyformán adagolhattuk, a járási állandók meghatározásánál feleslegessé vált az eszköz külső és belső hőmérsék-

letének és a τ görbének figyelembevétele. Egyszerűen a leolvasásokban mutatkozó eltérés, a Δn maximumát használhatjuk közvetlenül a járás jellemzésére. Ily módon a járási görbék meghatározását sokkal kényelmesebben és gyorsabban végezhetjük. Különösen fontossá vált ez reánk nézve azért, mert forgalomba hozott eszközeink egyéni megvizsgálása és a megbízhatóvá tételük céljából alkalmazott különböző felületek hatásának megállapítása a járási görbék egész sorozatának meghatározását tette szükségessé.

Természetesen már az eszközök megszerkesztésénél különös gondot kell fordítanunk arra, hogy azok szabályozó felületek nélkül is a lehetőségig érzéketlenek legyenek a gyors hőmérsékletváltozásokkal szemben. Sajnos azonban, pusztán ez úton a külső mérésekben szükséges megbízhatóságot nem érhetjük el. A torziós ingák tökéletesítésére irányuló munkásságunkat az Eötvös Intézet tízéves működéséről szóló, már idézett értekezésemben részleteztem. Előbb a nagyobb méretű 40 cm-es torziós rúdú Eötvös ingákból szerkesztettünk célszerűbb és megbízhatóbb modelleket. Ezután a 20 cm-es rúdú kisebb eszközből kiindulva szerkesztettük meg *új kis torziós ingánkat*, amelyet az egész világon «Small Original Eötvös made in Hungary» néven előnyösen ismernek. Már az elméleti megfontolások arra vezetnek, hogy a külső zavaró hatások befolyása az eszköz méreteinek csökkentésekor aránytalanul megnagyobbodik. Ezt igazolja az a kísérleti tény, hogy Eötvösnek 10 cm-es rúdú eszköze teljesen hasznavehetetlennek bizonyult. Éppen ezért fenti kis típusú eszközünknel egy még kisebbet nem konstruáltam. Nem tartottam ugyanis észszerűnek, hogy még nagyobbá tegyük az eszközben eredetileg benne rejlő azt a hibát, amit a megfelelő felületek alkalmazásával kell utólag kiküszöböl-nünk. Annyival is inkább indokolt e felfogás, mert a szükséges nagymérvű javítással együtt jár az a veszély, hogy ha az eredeti kellő beszabályozás bármilyen okból megváltozik, ezzel együtt az eszköz megbízhatatlanná válik.

Az 1915-ös értekezésemben leszögezett kísérleti tények közül egyesek nemcsak az eszköz megbízhatóvá tétele szempontjából fontosak, hanem egyúttal bepillantást nyújtanak a hőmérséklet-változáskor az eszköz belsejében lejátszódó folyamatokra és így lehetővé teszik a *járási jelenség helyes elméletének felállítását*. Éppen

ezért szükségesnek tartottam, hogy ezen megállapítások helyességét újabb és pedig elektromos fűtőtestekkel végzett kísérletekkel ellenőrizsem.

Egyik ilyen nagyon fontos kísérleti megállapítás az, hogy a *járást főleg a torziós rúdnak a lelógó cső torkolata fölött lebegő, szabad végére gyakorolt hatások okozzák.* Más szóval ez azt jelenti, hogy a szabad rúdvégnek egy bizonyos meghatározott helyzetében a cső-torkolat felett, mindig ugyanazt a járást kapjuk, függetlenül attól, hogy maga a torziós rúd és az egész lengő szerkezet milyen állásban van a belső szekrényhez, illetve a lelógó csőhöz képest, vagyis függetlenül attól, hogy a rúd másik végén lévő lapos súly, valamint a lelógó fémhenger hol van. Ennek igazolására a következő kísérleteket végeztük, amelyek világosabb leírása céljából a 14. ábra baloldalán, az 1., 2., 3. jelzésű rajzon felülről nézve az eszköz középső hármassfalú szekrényét tüntettük fel, ahol a berajzolt kör a lelógó cső torkolatát jelzi.

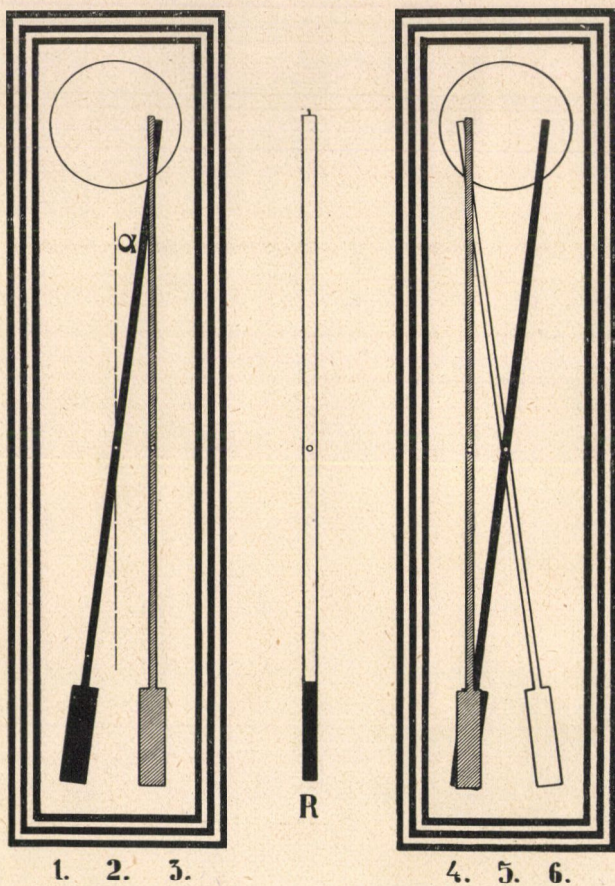
1. A torziós fej elforgatásával a rudat a baloldali ábrán feketén előtüntetett kitérített állásba hoztuk és a járás nagyságát meghatároztuk.

2. A torziós fejet visszaforgattuk, azután eltoltuk a rúd irányára merőlegesen, a szekrény oldala felé annyira, hogy a torziós rúd a vonalkázottan rajzolt állásba kerüljön és a járást újból meghatároztuk.

3. A torziós fejet és rudat az eredeti középső állásba hozva a megfelelő állító csavar forgatásával megdűtöttük az eszközt, és pedig oly fokban, hogy a torziós rúd ismét a vonalkázottan rajzolt helyzetbe kerüljön és a járás nagyságát megint meghatároztuk.

Mind a három esetben, amint azt a rajzból közvetlenül látjuk, a szabad rúdvég állása a csőtorkolat felett kb. ugyanaz. A második esetben azonban a rúd és a lapos súly az első esettől lényegesen eltérő helyzetben van. A harmadik esetben a rúd állása ugyanaz, mint a másodikban, de az eszköz dűtése miatt a lelógó fémhenger jóval közelebb került a csőfalhoz, mint ahogy az első avagy második esetben volt. Mindezek dacára a végzett kísérletek tanúsága szerint *mind a három esetben a járás nagysága kb. ugyanaz,* természetesen a beállítások bizonytalanságából és az egyes meghatározások nem teljesen egyenlő körülményeiből származó, megengedett eltérések-

kel; mert pl. a szabad rúdvég tulajdonképpen egymástól kissé eltérő helyzetben van a kitérített és az eltolt torziós rúd esetén stb. Az 1915. évi értekezésemben közölt adatok ezt a kísérleti tényt már



4. ábra. Torziós rúd eltolási és eszköz dűtési kísérletek.

igazolták, a következőkben pedig a legújabban végzett kísérleteim eredményéről számolok be, amelyekben mindenkor az alábbi egy-egy sorozatban foglalt három adat hasonlítandó össze egymással. A különböző eszközökkel, avagy a különböző melegítési eljárással nyert adatok természetesen egymással nem vethetők össze.

A *III* jelzésű nagytípusú Eötvös-féle eszközt a lelógó cső közelében elhelyezett elektromos fűtőtekerccsel melegítve, a fent részletezett kísérletekben a meghatározott járás értéke az 1. esetben $+13.8$, a 2. esetben $+11.0$ és a 3. esetben $+12.7$.

A *III* jelzésű nagytípusú Eötvös-féle eszközt az alatta elhelyezett nagy elektromos fűtőtestekkel melegítve, a járások az 1. esetben $+48.6$, a 2. esetben $+40.7$ és a 3. esetben $+39.1$.

A 38 899 számú új kistípusú eszközt a lelógó cső közelében elhelyezett elektromos fűtőtekerccsel melegítve, a járások az 1. esetben $+10.7$, a 2. esetben $+9.1$ és a 3. esetben $+11.1$.

A 38 899 számú új kistípusú eszközt az alatta elhelyezett nagy elektromos fűtőtestekkel melegítve, a járások az 1. esetben $+14.6$, a 2. esetben $+13.2$ és a 3. esetben $+12.6$.

Fenti adatokkal együtt régi kísérleteimet is tekintetbe véve megállapíthatjuk tehát, hogy három különböző melegítési módszerrel, két különböző típusú, illetve méretű Eötvös ingánál a megvizsgált három esetben közel ugyanazt a járást kaptuk. E megállapítás további bizonyítékaul hasonló módon eljárva a következő kísérleteket végeztük, de azzal a különbséggel, hogy most a torziós rúd végére erősített lapos súly helyzetét hagytuk változatlanul. Amint azt a 4. ábra jobboldalán a 4., 5., 6. jelzésű rajzon feltüntettük, a végzett kísérletek a következők voltak.

4. A rudat a torziós fej elforgatásával a jobboldali ábrán feketén előtüntetett kitérített állásba hoztuk.

5. A torziós fejet visszaforgattuk és eltoltuk annyira, hogy a torziós rúd a vonalkázottan rajzolt állásba kerüljön.

6. A torziós fejet és rudat az eredeti középső állásba hozva, az eszközt megdűtöttük oly fokban, hogy a torziós rúd ismét a vonalkázottan rajzolt helyzetbe kerüljön.

Mind a három esetben meghatároztuk a járás nagyságát, és pedig ismét különböző eszközökön, különböző melegítési eljárással végzett kísérletekkel.

A *III* jelzésű nagytípusú Eötvös eszközt elektromos fűtőtekerccsel melegítve a meghatározott járások értéke a 4. esetben $+13.8$, az 5. esetben -11.4 és a 6. esetben -10.4 .

A *III* jelzésű eszközt nagy elektromos fűtőtestekkel melegítve, a járások a 4. esetben $+48.6$, az 5. esetben -49.0 és a 6. esetben -40.2 .

A 38 899 számú új kistípusú eszközt elektromos fűtőtekercssel melegítve, a járások a 4. esetben $+10\cdot7$, az 5. esetben $-14\cdot8$ és a 6. esetben $-14\cdot5$.

A 38 899 számú új kis eszközt nagy elektromos fűtőtestekkel melegítve, a járások a 4. esetben $+14\cdot6$, az 5. esetben $-17\cdot9$ és a 6. esetben $-15\cdot7$.

A nyert adatokat természetesen ismét csak egy-egy sorozaton belül egymással összehasonlítva megállapíthatjuk, hogy a különböző melegítési eljárással, különböző torziós ingákon végzett kísérletek azonos eredményre vezettek. A járás az 5. esetben lényegesen más, mint a 4.-ben, az egymásra következő sorozatokban az eltérés $25\cdot2$, $97\cdot6$, $25\cdot5$, $32\cdot5$ egységre rüg. A járások abszolút értéke azonban e két esetben kb. egyenlő, de ellentett előjelű. Az 5. esetben ugyanis a járás annak felel meg, amit az ábrán a körvonalakkal előtüntetett és ellentetten kitérített rúdállásban kapnánk, amikor tehát a szabad rúdvég helye nem változik meg. Végül a 6. esetben a járás kb. ugyanaz, mint az 5.-ben, jelöl annak, hogy a járáson semmit sem változtat az a körülmény, hogy a lelógó fémhenger a cső falához jóval közelebb került. Mindezek a kísérletek egyértelműen és kétségszövedhatatlanul igazolják azt a már 16 év előtt megállapított tényt, hogy a járást főleg a torziós rúdnek a lelógó cső torkolata felett lebegő szabad végére gyakorolt hatások okozzák.

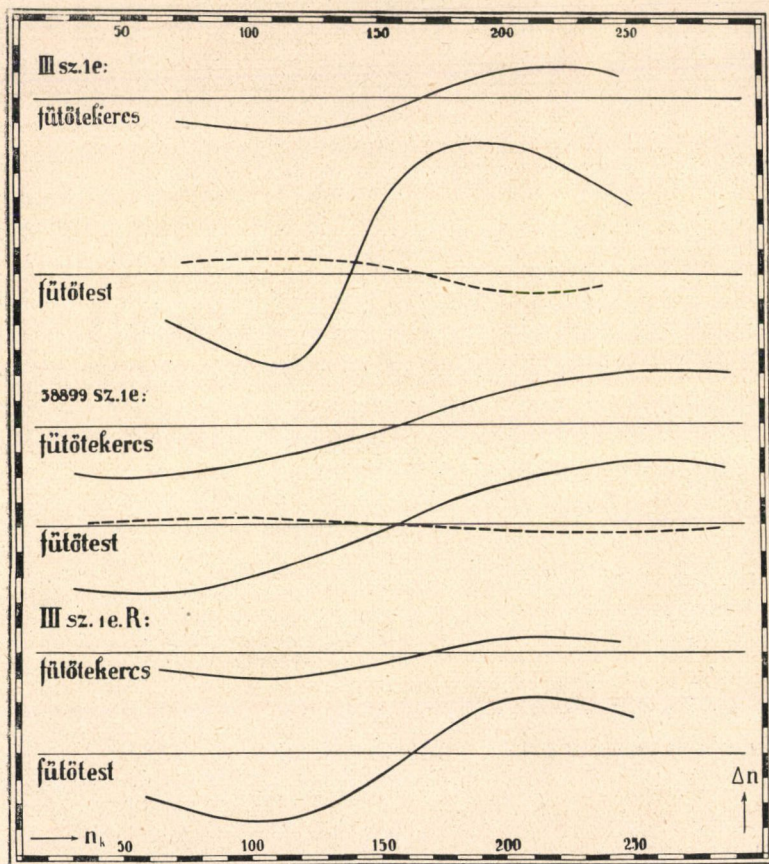
E kísérleti megállapításból egyúttal egy másik érdekes következtetést vonhatunk. Minthogy a járás nagysága egyáltalán nem függ attól, hogy a torziós rúd végére erősített lapos súly az eszköz belső szekrényében milyen helyzetet foglal el, természetes, hogy *a lapos súly alakja, illetve méretei a járást nem befolyásolják*. Ugyanaz a járás, akár széles, akár keskeny lapos súlyt alkalmazunk. Ennek közvetlen igazolására a *III* jelzésű eszközben a lapos súlyú rudat felcseréltük egy régifajta torziós rúddal, mely hengeres rézcsőből készült s egyik végébe platinahenger van beletolva. Keresztmetszetét a 4. ábra közepén *R* jelzéssel feltüntettem. Szóval ennek a rúdnek külső átmérője mindenütt végig egyforma. Az így egybeállított eszközzel elvégeztük a fenti 1., 2. és 3. kísérletet, amikor is elektromos fűtőtekercssel melegítve, a meghatározott járások az 1. esetben $+8\cdot9$, a 2. esetben $+8\cdot6$ és a 3. esetben $+8\cdot5$. Az eszköz alatt elhelyezett nagy elektromos fűtőtestekkel melegítve

pedig a járáások az 1. esetben $+33\cdot3$, a 2. esetben $+34\cdot5$ és a 3. esetben $+32\cdot1$. Tehát egy-egy sorozaton belül a három adat közel egyenlő, ami ugyancsak fenti megállapításunk helyességét igazolja.

A járási jelenség lényegének megállapítása szempontjából fontos továbbá, hogy magát a *járási görbét teljesen és pontosan ismerjük*. Különösen pedig az, hogy e görbének típusos, mondjuk normális alakját megállapítsuk, amelyet a rendes Eötvös ingák adnak, mindenféle felületekkel és ütközőkkel való mesterkedés, illetve a belső szekrényben létesített zavaró egyenetlenségek nélkül. A 3. ábrán már bemutattam a régebbi kísérleti eljárással nyert eredményeket, ahol is a *II* és *III* eszközre vonatkozólag e normális járási görbék folytonos vonallal vannak feltüntetve. Újabb kísérleteimben az eszközöket elektromos fűtőtekercssel, illetve nagy fűtőtestekkel melegítettem. Az 5. ábrán a két felső rajz a *III* jelzésű nagy eszközre újabb meghatározásaim eredményeit tünteti fel, és pedig felül az elektromos fűtőtekercssel, alul a fűtőtestekkel nyert járási görbéket. A folytonos vonalú a melegítéskor, a szaggatott vonalú pedig a melegítés megszűnte után, a lehűléskor meghatározott járási görbe. Az 5. ábra két középső görbéje a 38 899 számú kis eszközzel végzett kísérleteim eredményét tünteti fel teljesen hasonló módon. Közvetlenül látjuk, hogy az új görbék lényegükben hasonlóak a régiekhez. A középtől kiindulva a görbe eleintén meredeken emelkedik, majd az emelkedés csökken, végül a széleken a görbe megfordul. A kis eszköznél e fordulás megvan ugyan, de nem olyan feltűnő, mert ez esetben a torziós rudat nem lehet kellő mértékben kitéríteni. A lógó súly ugyanis alacsony, nagy keresztmetszetű aranyhenger, amely a cső falába ütközve a nagyobb kitérítést megakadályozza. Ezenkívül még annak igazolására, hogy a lapos súlynak e típusos görbére nincsen lényeges befolyása, a *III* jelzésű nagy eszközbe helyezett régi, végig egyforma keresztmetszetű *R* jelű torziós rúddal hasonló kísérleteket végeztünk. A meghatározott járási görbék, amelyeket az előzőkkel megegyező módon feltüntetve az 5. ábra két alsó rajzán láthatunk, e felfogásunk helyességét közvetlenül bizonyítják.

Minthogy forgalomba hozott eszközeinket a gyors hőmérsékletváltozásokkal szemben érzéktelenné kellett tennünk, az e célból szükséges műveletek kellő elvégzésére a járási görbéket mindenkor

és ismételten meg kellett határozunk. Ily módon a torziós ingák egész sorozatának járási görbéje áll rendelkezésünkre, amelyek kivétel nélkül mind a fenti ábrákon feltüntetett típusos alakot mutatják. Különösen ki kell emelnem, hogy összes eszközeink



5. ábra. Újabbban meghatározott járási görbék.

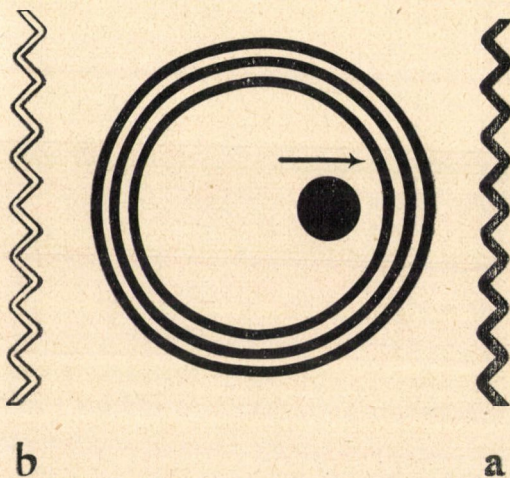
eredeti járási görbéje, vagyis ütközők és szabályozófelületek nélkül, közvetlenül úgy, ahogy a nyers műszert a mechanikus elkészítette, szimmetrikus és az abszcisszák tengelyét a középső osztályzat közelében metszi. Természetes következménye ez annak, hogy Eötvös nyomdokain haladva kiváló gondot fordítottunk arra, hogy

eszközeink minden tekintetben lehetőleg szimmetrikusan legyenek felépítve. Talán nem érdektelen felemlítenem, hogy, amint azt a torziós ingák zavarait tárgyaló 1915. évi alap értekezésemben a 10. ábrán feltüntettem, teljesen aszimmetrikus, az abszcissza-tengelyt nem metsző járási görbéket csakis az ütközőkkel felszerelt, nagyjárásiú *III* eszköznél találtunk, amely éppen ezért a szabadban való mérésekben majdnem hasznavehetetlennek bizonyult. Ennek a rossz eszköznek megbízhatatlansága indított az 1910-es

évek elején végzett vizsgálataimra, amelyekkel többek között kimutattam, hogy e *III* műszerben alkalmazott helytelen alakú ütközők idézték elő az aszimmetrikus járási görbét. A rossz ütközőket eltávolítva ugyanis ennek az eszköznek görbéje is ugyancsak szimmetrikussá vált. Mindezek alapján megállapíthatjuk tehát, hogy a megvizsgált kb. 250 torziós inga közül egyetlenegy

sem volt olyan, amelynek járási görbéje nem a típusos alakú, hanem aszimmetrikus, avagy ellentétes irányú lett volna.

Végül a járási jelenség helyes megismerése szempontjából ugyancsak fontosak azon régi kísérleteim, amelyek szerint az eszköznek egyoldalú melegítése annak belsejében már nem a melegített oldalnak megfelelő, hanem attól független hatást vált ki. A járás tehát ugyanaz, függetlenül attól, hogy a melegítés melyik oldalon történik. Éppen ezért a *III* eszközzel a következő új kísérleteket végeztem. A lelógó cső mellett a torziós rúddal párhuzamosan nagy lapos elektromos fűtőtestet helyeztünk el akként, hogy annak közepe a lógó fémhengerrel egy magasságban legyen. A torziós rudat kitérített helyzetbe hozva, az egész brutális melegítéskor előálló



6. ábra. A lelógó cső egyoldalú melegítése.

nagy járást meghatároztuk. Ezután a fűtőtestet a lelógó cső másik oldalán, attól ugyanazon 5 cm-es távolságban helyeztük el s a járást újból megállapítottuk. A 6. ábrán a hármass falú lelógó cső és benne a lógó hengeres súly keresztmetszetét látjuk, az a és b -vel megjelölt zegzugosvonalak pedig a fűtőtest két helyzetét jelzik. Két-két kísérletet végezve, az első esetben nagyobb áramintenzitással melegítve, a fűtőtest a helyzetében $+55\cdot2$, b helyzetében pedig $+64\cdot3$ volt a járás ; a második esetben kisebb intenzitású árammal az a helyzetben $+36\cdot9$, a b helyzetben pedig $+44\cdot9$. A b helyzetben a járás valamivel nagyobb, mint az a -ban. Ez esetben ugyanis a melegítő hatás is valamivel nagyobb, mert a fűtőtest a kettős gravitációs eszköz szélesebb középső szekrénye alá kerül, ami a felmelegített levegő szabad, felfelé való áramlását akadályozza. E körülmény figyelembevételével megállapíthatjuk tehát, hogy a két esetben a járás nemcsak ugyanolyan irányú, de kb. egyenlő nagyságú is, ami fenti állításunkat igazolja. Továbbá a járás a cső közepétől kifelé, a kitérített lógósúlyhoz közelebb fekvő csőfal felé irányul, amint azt a rajzban kis nyíllal feltüntettem.

Általában véve különösen hangsúlyozva ki kell emelnem, hogy a torziós rúd kitérített helyzetében *melegedés esetén a rúd mindenkör még jobban kifelé, a szekrény fala felé tér ki*. Ezt a fontos alapjelenséget ezret meghaladó észlelési eredményünk igazolja. Forgalomba hozott eszközeink megbízhatóvá tételekor ugyanis a járási görbéket kellett ismételtlen meghatároznunk s így nagyon sok járás megfigyelést kellett végeznünk. Lehűléskor a járás ellentett azzal, amelyet melegedéskor kapunk.

Az előzőkben részletezett tapasztalati tények, amelyeket különböző melegítési módszerekkel, különböző típusú torziós ingákon és különböző torziós rudakkal végzett kísérleteim egybehangzóan igazoltak, alkalmasak arra, hogy megismerjük azokat az eszköz belsejében lejátszódó folyamatokat, amelyek a járást előidézik, s hogy ez alapon e jelenségnek helyes magyarázatát megadhassuk. E kísérleti tények ugyanis közvetlenül igazolják régi felfogásom helyességét, amely szerint a gyors hőmérsékletváltozáskor az eszköz belsejében légáramlások jönnek létre és a nagy járást ezek okozzák. Mielőtt azonban ezt az elméletet részletezném, röviden foglalkoznom kell egy másik, ugyanezen jelenségre vonatkozó teóriával.

Mult év november 17-én ugyanis RYBÁR ISTVÁN tagtárs úr Akadémiánkban «Az Eötvös-féle torziós inga zavarairól» előadást tartott,¹ s e jelenséget egy új, szerinte általános érvényű elmélettel magyarázta, amely a következő feltevésből indult ki. Az igen vékony torziós drót hőszigetelőnek tekinthető, s így az eszköz melegekedéskor az azon függő torziós rúd és lelógó súly alacsonyabb hőmérsékletű marad, mint az eszköz teljesen fémből készült háza. E hőmérsékletkülönbségnek megfelelően, amint azt a kinetikus gázelmélet alapján szépen és rendszeresen kifejtette, a levegő molekulái a rúdra nyomást gyakorolnak, amely a hőmérsékleti gradienssel arányos, de ellentett irányú. A torziós rúd középső, a szekrénnel párhuzamos állásában e nyomások hatásukban egymást lerontják; ha azonban a rúd kitér, akkor arra megfelelő forgató nyomatékot gyakorolnak, amely annál nagyobb, mennél nagyobb maga a rúd kitérési szöglete, az α . A lelógó súlyra hasonló jellegű hatások jönnek létre. Lehűléskor pedig az ellentett irányú hőmérsékleti gradiensnek megfelelően maga a jelenség is ellentett. Szóval ezen elmélet szerint a járást a lengő szerkezet és az eszköz házának belső fala közötti hőmérsékleti különbség okozza, és pedig horizontális síkok mentén fellépő hatásaival.

Az e teóriából vonható következtetések azonban homlok-egyenest ellenkeznek mindazon alapvető kísérleti tényekkel, amelyek helyességét az előzőekben ismertetett eredmények kétségbevonhatatlanul igazolták. Így az 1., 2. és 3. kísérletben mind a három esetben a járás kb. ugyanaz. Ezzel szemben az új elmélet szerint az 1. esetben, vagyis a torziós rúd lényegesen kitérített állásában nagy járást kell kapnunk. A 2. esetben azonban, amikor az eltolt torziós rúd az eszköz szekrényének oldalfalaival párhuzamosan áll, amikor tehát $\alpha=0$, a rúdra gyakorolt nyomások hatásukban egymást lerontják, s így az elmélet szerint a járásnak is kb. zérusnak kellene lennie. Végül a 3. esetben az eszköz dűtése folytán a lelógó súly jóval közelebb kerül a csőfalhoz, s így a reá gyakorolt nagyobb nyomásnak megfelelően jóval nagyobb járást kellene kapnunk.

¹ Időközben megjelent: Matematikai és Természettudományi Értesítő. 48. kötet 147—184. oldal. Budapest, 1932.

Ugyancsak homlokegyenest ellenkezik az új elmélettel a 4., 5. és 6. kísérlet eredménye, ami tulajdonképpen közvetve az 1., 2. és 3. kísérlet helyességét igazolja. Éppen ezért felesleges, hogy az ellentmondásokat újból részletezzem, csupán egy körülményt akarok mégis kiemelni. Az 5. esetben, amikor a torziós rúd középső helyzetéből párhuzamosan el van tolva, ugyanakkora, de ellentett előjelű, illetve irányú a járás, mint a 4. esetben, vagyis a rúd kitérített helyzetében. Az új elmélet szerint pedig a járásnak ismét kb. zérusnak kellene lennie. Mindezek alapján megállapíthatjuk tehát, hogy *a rúd eltolási és eszköz dűtési kísérletek eredményei az új teóriával ellenkeznek.*

Félreértések elkerülése végett szükségesnek tartom külön kiemelni, hogy az eszközszekevény oldalfalaival párhuzamosan álló, eltolt torziós rúd esetén a járás az új elmélet szerint csak akkor volna pontosan zérus, ha a rúd végig egyforma keresztmetszetű. Ugyanis az eltoláskor a széles lapos súlynál az oldalfalaktól való távolságok viszonya más, mint a rúd másik keskeny végén. Az előálló különböző hőmérsékleti gradienseknek megfelelően tehát egymástól eltérő nyomások hatnak a két rúdvégre, amelyek nem rontják le teljesen egymást. Éppen ezért *az új elmélettel ugyancsak nem egyeztethető össze az a tapasztalati tény, hogy a rúd eltolási kísérlet eredménye a végig egyforma és a lapos súlyú torziós rúdnál ugyanaz.*

Az új elmélettel ugyancsak ellentétben van továbbá a járási görbe típusos alakja is. A különböző kísérletek eredményeit feltüntető 3. és 5. ábra szerint e görbe a középtől kiindulva eleintén meredeken emelkedik, majd az emelkedés csökken és végül a széleken a görbe megfordul. A torziós rúd kitérítését fokozva, annak végei és a lelógó súly egyre közelebb jut az eszköz falához, s így az új elmélet szerint a hőmérsékleti gradiens, illetve az előálló nyomás s ezzel együtt a járás egyre nagyobb lesz. A járási görbének tehát a széleken egyre meredekebbnek kellene lennie és elméletileg ez emelkedésnek majdnem asszimptotikusan kellene az eszköz belső falát jelző ordinátába átmennie. A valóság teljesen ellenkező, hiszen a széleken az emelkedés csökken, sőt a görbe leesik.

A lelógó cső egyoldalú melegítésekor nyert kísérleti eredmény ugyancsak ellentmond az új elméletnek. Amint azt a 6. ábrával kap-

csolatban részleteztem, a csövet a lelógó súly magasságában nagy elektromos fűtőtesttel melegítve a járás ugyanazon irányú és nagyságú, függetlenül attól, hogy a melegítés melyik oldalon történik. Ezen brutális és gyors melegítéskor feltétlenül bizonyos, hogy az eszköz belsejében is a csőfal a fűtőtest oldalán melegebb, mint szemközt. A fűtőtest áthelyezésekor tehát tulajdonképpen az előzővel ellentett irányú és mindenesetre lényegesen eltérő járást kellene kapnunk. A valóságban pedig a járás közel ugyanaz, sőt a közvetlen kísérleti adatok alapján még valamivel kisebb abban az esetben, amikor a kitérített lógó súly közelebb van a fűtőtesthez, illetve a melegebb csőfalhoz! Különösen ki kell emelnem még, hogy ez utóbbi esetben, amikor a kisebb távolság miatt a melegítés hatásának mindenesetre nagyobbak kellene lennie, a kitérített lógó súly még jobban kifelé, a melegebb csőfal felé mozdul el, a torziós rúd ebben az irányban tér ki a kísérletek szerint 55·2 illetve 36·9 osztályrésszel. Szóval a valóságban a melegebb csőfal látszólag magához vonja a lógó súlyt, míg az új elmélet szerint taszítania kellene. Szóval a *lógó súly tényleges elmozdulásának iránya ellentett az elmélet szerintivel.*

Végül különösen ki kell emelnem azt az általános érvényű tény, azt az alapjelenséget, amely szerint *a járás iránya a valóságban ellentett azzal, mint amilyen irányúnak az új elmélet szerint lennie kellene.* Amint ugyanis azt az előzőkben részleteztem, ezret meghaladó észlelési eredményünk tanúsága szerint, melegedés esetén a kitérített torziós rúd mindenkor még jobban kifelé, a szekrény fala felé tér ki. Szóval hasonlóan, mint azt már a lógó súly esetében előbb említettem, az eszköz melegebb fala látszólag magához vonja a kitérített torziós rudat. Az új elmélet szerint pedig a kitérítés oldalán kisebb lévén a szekrényfaltól való távolság, nagyobb a hőmérsékleti gradiens s ezzel együtt nagyobb a rúdra gyakorolt nyomás, mint az ellenkező oldalon, tehát melegedéskor a torziós rúdnak *befelé* kellene elmozdulnia. Ezzel szemben a tényleges elmozdulás mindig *kifelé* történik. Természetesen az elmondottak csak olyan torziós ingákra vonatkoznak, amelyek belsejében még semmiféle ütközők avagy más felületek, illetve zavaró egyenetlenségek nincsenek, amelyek az eredeti jelenséget meg-

változtatják.¹ Kellően alkalmazott felületekkel ugyanis, amint azt már említettem, a járást teljesen megfordíthatjuk s elérhetjük, hogy a torziós rúd ugyanazon állásban az eredeti pozitív járás helyett negatívot kapunk.

A fentiekből közvetlenül láthatjuk tehát, hogy az az elmélet, amelyet RYBÁR ISTVÁN tagtárs úr a járás jelenségére vonatkozólag felállított, a kísérleti eredmények egész sorozatával homlokegyenest ellenkezik. Az ellenmondást ugyanis nyolc ilyen lényeges jelenségről mutattuk ki. Sőt maga az alapjelenség is teljesen ellentett azzal, mint aminek elméletileg lennie kellene. Szigorú tárgyilagos-sággal megállapíthatjuk tehát, hogy *ez az új elmélet nem alkalmas a kísérleti jelenségek magyarázására*. Helytelenek az abból vonható

¹ A 37 367 számú EÖTVÖS-RYBÁR automatikus torziós inga, amelyet időközben megismerhettem, lényegében ugyancsak igazolja az előzőekben részletesen ismertetett kísérleti tényeket. Ezen ingánál azonban bizonyos módosító körülmények lépnek fel. Így az eszköz legbelső szekrényének fenekén lépcsőszerű kiemelkedés és a torziós rúdon is több beszögellő egyenetlenség van, ami a légáramlások szabályos lefutását módosítja. Ezenkívül a regisztráló berendezés szerkezeti megoldása miatt, úgy a külső valamint a középső vastagfalú fém szekrény alul kb. 7 cm átmérőjű kör területen át van törve és e nyílások csupán üveglapokkal vannak elzárva. Éppen ezért ez az eszköz a hőmérséklet emelkedésekor egész sajátyszerűen, belülről és a közepén melegszik. Ezt az egyoldalú melegedést kell elsősorban ellensúlyozniok a légkorlátoknak, amelyek ennél az eszköznél éppen ezért nem szimmetrikusan a torziós rudak mindkét oldalán, hanem csakis a kevésbé védett belső oldalon vannak elhelyezve. Ezen aszimmetrikus védelemnek közvetlen következménye, hogy az eszköz eredeti, vagyis légkorlátok nélküli mindkét járási görbéje teljesen aszimmetrikus: a görbék nem metszik az abszcisszák tengelyét, a normális görbének csupán az egyik oldalon lévő szélső, illetve külső része van meg. Ebből, egybehangzóan a fentiekben részletezett kísérleti eredményekkel, természetesen az következik, hogy a kitérített torziós rúd melegedéskor az egyik oldalon kifelé, a másikon pedig befelé tér ki. Azonban alkalmas kísérleti berendezéssel ezen eszköznek a közepén és belülről kifelé való melegedését megakadályozva, járási görbéje hasonló a mi típusos görbéinkhez, a görbe nem aszimmetrikus, az abszcisszák tengelyét metszi s ennek megfelelően melegedéskor a kitérített torziós rúd, a légáramlások elméletnek megfelelően mind a két oldalon kifelé megy.

következtetések, mert nem helytálló és a valósággal ellenkezik az az alapfeltevés, amiből az egész teória kiindult. Bár első pillanatra lehetségesnek látszik az új elmélet szerint feltételezett hatás, de még ha ezt elfogadnók, akkor is az a valóságban mindenesetre annyira elenyészően csekély, hogy a járást tulajdonképpen előidéző légáramlások hatása mellett észrevehetetlen és teljesen elhanyagolható. A rendszeresen és kifogástalanul levezetett formuláknak tehát csupán matematikai és elméleti értékük lehet, de a járás fizikai jelenségében tényleges szerepük nincsen. Közvetlenül világos tehát, hogy a járást csökkentő felületek, az úgynevezett «légkorlátok», ha azok valóban ezen helytelen elmélet alapján készültek, ugyancsak hasznavehetetlenek. Minthogy ugyanis a kitérített torziós rúd az elmélet szerint melegeledéskor befelé megy, oly légkorlátokat kell alkalmaznunk, amelyek e hatást lerontják és a rudat kifelé terelik. A valóságban azonban a rúd már eredetileg is kifelé megy, s így e légkorlát csak megnöveli a járást s az eszközt még jobban elrontja.¹ E légkorlátok tehát csakis akkor használhatnak tényleg, ha empirikusan megszerkesztve, a járást okozó légáramlásokat kellően irányítják.

Amint azt régi, 1915. évi értekezésemben már kimutattam, *a járást a gyors hőmérsékletváltozáskor az eszköz belsejében létrejövő légáramlások okozzák.* E megállapítással az előzőekben tárgyalt összes kísérleti tények mind összhangban vannak, sőt ezekből már a légáramlás lefutására és térbeli eloszlására hasznos következtetéseket vonhatunk. A torziós rúdnak a lelógó cső torkolata felett lebegő vége leginkább ki van téve a légáramlás hatásának, amiért is közvetlenül világos, hogy a járás irányát és nagyságát főleg és majdnem kizárólag e szabad rúdvég helyzete határozza meg.

¹ Időközben a nagytípusú II. 1. eszközünkbe a lapos súly oldalán egy 5×7 mm keresztmetszetű és 80 mm hosszú, szóval tekintélyes RYBÁR-féle légkorlátot helyeztünk el egész közel a torziós rúdhoz. Ennek dacára a végzett melegítési kísérletek szerint a hatás nagyon csekély, illetve gyakorlatilag lényegtelen, amint az az előzőekben részletezett kísérleteim és légáramlásos elméletem alapján előre várható is volt. Ki kell azonban emelnem, hogy a mutatózó kis hatás is ellentett irányú azzal, mint amilyennek a RYBÁR-féle elmélet szerint lennie kellene. A légkorlát az eszköz járását megnöveli.

A légáramlás irányára merőleges keresztmetszetben az áramlás sebessége pontról pontra változik, s így a szabad rúdvég két oldalát általában különböző sebességű légáramlás éri, s így azt megfelelően kitéríti. Csupán a rúd középső helyzetében egyenlő az áramlás sebessége a rúd két oldalán, amiért is a járás ez esetben zérus.

Melegedéskor a lelógó csőben melegszik fel a levegő leghamarabb s ezzel megindul a légáramlás. Szóval *a járást az eszköz belsejében a különböző magasságokban, tehát vertikális irányokban fellépő hőmérsékletkülönbségek okozzák.* Hogy erre egész közvetlen bizonyítékot nyerjek, elektromos hőmérsékletméréseket végeztem az eszköz belsejében. E célra vörösréz és lágyvasdrótot használva, az egyik forrasztást a lelógó cső aljában helyeztük el, míg a másik forrasztást állandó hőmérsékletű vízfürdőbe mártottuk. A bekapcsolt galvanometer segítségével ily módon a belső hőmérsékleteket közvetlenül lemérhettük. Természetesen előzőleg a galvanometer 1 osztályrésznyi kitérésének megfelelő hőmérsékletváltozást kísérletileg meg kellett határoznunk. Ezenkívül egy másik ilyen áramkört is állítottunk össze, amelynek mérőforrasztása a torziós cső felső végébe nyúlt bele. Ily módon a hőmérsékletváltozást a lelógó cső aljában és a torziós cső tetejében egyidejűleg, de külön-külön megmérhettük. Ezután a mérő forrasztásokat az eszköz belsejében különböző más pontokon helyezve el, a melegítéskor előálló hőmérsékletváltozásokat ugyancsak megmérhettük. Végül az eszközön, annak külső felületével fémes összeköttetésbe hozott rendes hőmérőket helyeztünk el, hogy ily módon a fémes vezetés folytán előálló melegedést tanulmányozhassuk. A kísérleteket a 37 379 számú kis és a B jelzésű nagy típusú eszközön végeztük. A melegítés az eszköz alatt elhelyezett nagy fűtőtestekkel történt, s így a meleg elsősorban a lelógó csőveket érte. Készakarva lehetőleg nagy áramintenzitással egész brutális melegítést végeztünk, úgyhogy a lelógó cső aljában a belső hőmérséklet egy óra alatt 6—10 C fokkal emelkedett. A végzett kísérletek szerint a torziós cső felső végében a belső hőmérséklet légáramlás útján emelkedik fel, természetesen lassabban és kisebb mértékben. Ebben a melegedésben azonban az eszközház fémes vezetésének úgyszólván semmi szerepe sincsen. Úgy ezen, valamint egyéb más kísérleteinkkel a légáramlások

eloszlását az eszköz belsejében teljes részletességgel kitanulmányoztuk.

Ezek az ismeretek képesítettek arra, hogy ütközőinkkel és szabályzófelületeinkkel a légáramlásokat kellően irányíthattuk, a járást lényegesen csökkenthettük, s eszközeinket megjavítva a szabadban való mérések legkedvezőtlenebb viszonyai között is teljesen megbízhatóvá tehattük. Hiszen az egyes felületek hatását pontosan kiismerve, tudatosan elérhetjük azt, hogy a torziós rúd ugyanazon állásában az eredeti nagy pozitív járást negatívra változtathatjuk. Ez alapon felületeinket mindenkor kellő módon alkalmazhattuk s ezzel szerte a nagyvilágban használt eszközeink kifogástalan jó hírnevét biztosíthattuk, amit a jövőben még fokozottabb mértékben fenn kell tartanunk. Éppen ezért a tekintetes Akadémia kegyes elnézését kell kérnem, hogy az erre vonatkozó részleteket és általában a járást előidéző légáramlások elméletét nem közölhetem. A magyar érdekek külföldön való érvényesülését szem előtt tartva ezt nem lehet, sőt egyenesen nem szabad megtennem. *Mindezeket az itt megőrzés végett átnyújtott zárt levélbe foglaltam. Ezzel egyúttal prioritásomat kívánom biztosítani az Eötvös ingák járásának légáramlásos elméletére és az ez alapon a járás megszüntetése céljából alkalmazott különböző felületeimre vonatkozólag.*

RYBÁR ISTVÁN tagtárs úr a légáramlásos elméletet alapijában helytelennek tartja, szerinte, amint azt előadásában kiemelte, a fizika elementáris ismereteivel ellenkezik, hogy a légáramlás irányára merőlegesen a torziós rudat kitéríti. Szóval és írásban leszögezte továbbá, hogy az ő légkorlátjai lényegükben teljesen mások, mint az én szabályzófelületeim. Elmélete szerint a járást a horizontális irányokban fellépő hőmérsékletkülönbségek okozzák, szerintem pedig a vertikális hőmérsékletkülönbségek idézik elő. A két elmélet, bár ugyanazon tárgyra, a járás jelenségére vonatkozik, egymástól teljesen különbözik és éppen úgy lényegükben különböznek az ezek alapján szerkesztett javító felületek is. Külön külön végzett vizsgálataink eredményei tehát teljesen szétágaztak, helyességüket azonban a kísérleti tényekkel való megegyezés dönti el. *Magát azt a kísérleti eredményt pedig, hogy az eszköz belsejében elhelyezett megfelelő alakú felületekkel torziós ingáinkat megjavíthatjuk,*

már közel két évtizeddel ezelőtt nyomtatásban megjelent értekezésemben közöltem.

Hálás köszönettel tartozom az Eötvös Intézetben buzgólkodó munkatársaimnak és közöttük elsősorban RENNER JÁNOS és SZECSŐDY MIKLÓS geotizikusaimnak, akik kiváló hozzáértéssel, lan-
kadatlan odaadással és gondos körültekintéssel végezték hossza-
dalmas és fáradságos kísérleteinket.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1931. április 20-án tartott üléséből.)

DIE VERLÄSSLICHKEIT DER EÖTVÖSSCHEN DREHWAGEN.

Von DESIDER PEKÁR, k. Mitglied der Akademie.

Die Verlässlichkeit der Drehwagen ist die wichtigste, gleichzeitig aber auch die schwerste Aufgabe, welche wir bei der Konstruktion derselben vor Augen halten müssen. Da die zu beobachtenden Veränderungen der Schwerkraft sehr klein sind, müssen wir unsere Messungen mit einer Genauigkeit von 1.10^{-9} CGS d. h. von 1 *Eötvös Einheit* durchführen. Grosse Umsicht und Erfahrungen aller Art sind erforderlich dazu, dass die Instrumente bei dieser grossen Empfindlichkeit auch unter freiem Himmel verlässliche Daten liefern.

Ich selbst beschäftige mich schon seit zwei Jahrzehnten mit der Frage der Verlässlichkeit der Drehwagen. Die Ergebnisse meiner, mehrere Jahre dauernden experimentellen Studien wurden der Ungarischen Akademie der Wissenschaften von meinem Professor, Baron ROLAND EÖTVÖS in 1915 vorgelegt. Zu meinen diesbezüglichen Untersuchungen gab mir eigentlich folgende, überraschende Erfahrung Anlass. Bei unseren Feldmessungen konnten wir es wiederholt wahrnehmen, dass solche Drehwagen, welche vom Mechaniker mit der gleichen Sorgfalt und Genauigkeit hergestellt wurden und die sich im Laboratorium als gleich gut erwiesen, im Freien sich voneinander sehr abweichend verhalten haben und zwar bekundeten sie gegen die äusseren störenden Wirkungen eine verschiedene Empfindlichkeit. Die Werte der Ablesungen zeigten nämlich bei der Wiederholung der Beobachtungen bei einigen Drehwagen derart grosse Unterschiede, dass sich jene Instrumente als vollkommen unverlässlich, als sozusagen

unbrauchbar erwiesen hatten. Der kritische Vergleich der Beobachtungsbedingungen hat uns bald zu dem Resultat geführt, dass diese abweichenden Ablesungswerte, oder wie wir es nannten: «der Gang des Instrumentes» hauptsächlich von der raschen Änderung der Temperatur verursacht werden und dass wir besonders bei der Umkehr des Temperaturganges bedeutende Abweichungen beobachten können.

Um die Frage eingehend studieren zu können, habe ich vor allem *ein geeignetes Beobachtungsverfahren zur vergleichenden Bestimmung des Ganges der Drehwagen und damit zur Ermittlung der Gangkurve des Instrumentes* ausgearbeitet. Mit meinen langdauernden Versuchen im Laboratorium habe ich zunächst erwiesen, dass der grosse Gang nicht auf den Torsionsdraht zurückzuführen sei, er ist vielmehr Einflüssen auf das Gehänge und zwar fast ausschliesslich auf das über der Einmündung des unteren Rohres schwebende freie Balkenende zuzuschreiben. Die Einwirkungen auf die anderen Teile des Balkens, auf das flache Gewicht und auf das herunterhängende Metallzylinder sind neben dem vorher Erwähnten vollkommen belanglos. Durch die Anwendung von entsprechend geformten Flächen, welche in der Einmündung des Rohres als Puffer gleichzeitig auch zur Verhinderung des Anklebens dienten, konnte ich den Gang wesentlich vermindern und dadurch die Verlässlichkeit unserer Drehwagen beträchtlich steigern. Ich habe es nämlich bewiesen, dass in unseren Instrumenten bei raschen Veränderungen der Temperatur Luftströmungen entstehen, welche wir durch Einsetzen von zweckmässig geformten Flächen in das Innere des Instrumentes entsprechend lenken und damit die Drehwage verbessern können. Die aus meinen Versuchen folgenden Feststellungen, welche ich in meiner Abhandlung von 1915 mitteilte, haben *das Wesen der Erscheinung des Ganges und das Prinzip der Verbesserung des Instrumentes vollständig geklärt* und den Weg gezeigt, auf dem wir weiterschreitend noch bessere Ergebnisse erzielen können.

Bei der Fortsetzung meiner Versuche haben wir später in dem innersten Gehäuse der Drehwage in der Nähe der Rohrmündung auf beiden Seiten des Drehbalkens sogenannte «Richtflächen» eingesetzt, welche wir zweckentsprechend aus ebenen und gekrümmten

Flächenelementen zusammensetzten. Durch entsprechende Anwendung von geeigneten Richtflächen können wir den Gang des Instrumentes und die Gangkurve nach Belieben beeinflussen. Auf diese Weise können wir es erreichen, dass die Kurve des Instrumentes entsprechend flach und damit unsere Drehwage raschen Temperaturänderungen gegenüber praktisch unempfindlich werden soll.

Um die richtige Theorie des Ganges geben zu können, habe ich neuerdings mit einer vollkommeneren Versuchseinrichtung und auch bei Verwendung unserer neueren Instrumente verschiedene neue Versuchsreihen gemacht, welche die Richtigkeit meiner früheren Feststellungen bestätigten.

Inzwischen hat Herr STEFAN RYBÁR, Mitglied der Akademie, zur Erklärung der Gangerscheinung eine neue, seiner Auffassung nach allgemeingültige Theorie mathematisch ausführlich entwickelt. Danach werden die Verschiebungen des Drehbalkens bei der Erwärmung des Instrumentes durch jenen Druck erklärt, welcher infolge der Temperaturdifferenz zwischen dem Balken und dem Gehäuse entsteht. Sämtliche, von mir festgestellte experimentelle Tatsachen widersprechen durchwegs den Folgerungen, welche man aus der neuen Theorie ziehen kann. Ich habe den Widerspruch in acht verschiedenen Fällen festgestellt. Es lässt sich besonders die typische Form der Gangkurve mit der Theorie nicht erklären und selbst die allgemeine Grunderscheinung, die Richtung des Ganges ist in jedem Falle der nach der RYBÁRSchen Hypothese folgenden entgegengesetzt. Mit strengster Sachlichkeit müssen wir also feststellen, dass *diese neue Theorie zur Erklärung der experimentellen Erscheinungen ungeeignet ist*. Nachdem die der ganzen Theorie zu Grunde gelegte Annahme nicht stichhaltig ist und der Wirklichkeit widerspricht, sind auch die Schlüsse, welche man daraus ziehen kann, unrichtig. Die systematisch und tadellos abgeleiteten Formeln können also bloss einen mathematischen und theoretischen Wert besitzen, in der Erklärung der physikalischen Erscheinung des Ganges haben sie aber tatsächlich keine Bedeutung. Es ist also klar, dass die sogenannten «Luftschranken», welche zur Verminderung des Ganges nach dieser unrichtigen Theorie verfertigt wurden, ebenfalls unbrauchbar sind. Sie können nur in dem

Falle von Nutzen sein, wenn sie empirisch ausgebildet, die den Gang verursachenden Luftströmungen günstig zu leiten imstande sind.

Wie ich es in meiner grundlegenden Abhandlung schon vor beinahe zwei Jahrzehnten hervorgehoben habe, wird der Gang von den in dem Inneren des Instrumentes sich mit grosser Regelmässigkeit abspielenden Luftströmungen verursacht. Ebenfalls habe ich schon damals erwiesen, dass im Falle wir diese Luftströmungen mit entsprechenden Flächen günstig beeinflussen, können wir bei unseren Drehwagen vollkommene Verlässlichkeit erreichen. Zur Feststellung der Gesetzmässigkeiten der Luftströmungen haben wir neuerdings mehrere Versuchsreihen gemacht. Im Laufe dieser Versuche haben wir unter anderem auch die Verteilung der Temperatur in dem Inneren des sich erwärmenden oder abkühlenden Instrumentes auf elektrischem Wege bestimmt. Auf Grund all dieser Erfahrungen habe ich die Luftströmungstheorie des Instrumentganges ausarbeiten können.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, vom 20. April 1931.)

A KÉTATOMÚ GÁZOK STATISZTIKÁJA.

SZÉLL KÁLMÁN-tól.

FERMI¹ a PAULI-féle elv általánosításával vezeti le az egyatomú gázok egyenleteit. Felteszi, hogy az egyatomú gázokban legfeljebb egy atomnál lépnek fel adott kvantumszámok. A kvantumszámok értelmezése végett felteszi, hogy az atomok egy adott pont felé irányuló rugalmas vonzó erő hatása alatt állanak, hogy tehát az atomok harmonikus oszcillátorokat alkotnak. Az alkalmazott erőter az elmélet szerint nem befolyásolja a statisztikai vizsgálatok eredményeit.

DIRAC² más úton a SCHRÖDINGER-féle saját függvények tulajdonságai tekintetbe vételével kapja FERMI egyenleteit. A gázrendszer saját függvényét az egyes molekulák saját függvényei szorzatával veszi egyenlőnek és a rendszer összes, egy-egy saját függvénnyel megadott stacionárius állapotait egyenlő valószínűnek tekinti. A gáz egyenleteit azon feltevéssel vezeti le, hogy az antiszimmetrikus megoldások a helyesek, hogy egy molekulánál több nem kapcsolódhatik egy saját függvénnyel megadott hullámhoz, egy saját rezgéshez.

Ha a szimmetrikus megoldásokat fogadjuk el, bárhány molekula kapcsolódhatik egy hullámhoz, egy saját rezgéshez. A különböző számú molekulával kapcsolt hullámok egyenlő valószínűek. Ez a felfogás vezet a BOSE—EINSTEIN-féle statisztikához.

A következő sorokban a FERMI—DIRAC-féle statisztikát alkalmazom a merev molekulájú kétatomú gázok rotációs moz-

¹ E. FERMI: ZS. f. Phys. 36, 902, 1926.

² P. A. M. DIRAC: Proc. Roy. Soc., London A, 112, 661, 1926.

gására. Először DIRAC-hoz hasonlóan a SCHRÖDINGER-féle saját függvények segítségével számítok, majd a régebbi kvantumelmélet alapján. Röviden a BOSE-EINSTEIN-féle statisztika alkalmazására is kitérek. A FERMI-féle statisztika alkalmazásánál röviden a hidrogén rotációs fahőjére vonatkozó vizsgálatokat is ismertetni fogom.

1. §. A PAULI-féle elvből közvetlenül nem adható a FERMI-féle statisztika. A PAULI-féle elv szerint egy atomban nem lehet két olyan elektron, amelyeknek a haladó és rotációs mozgásra vonatkozó kvantumszámai ugyanazok. A haladó mozgást három, a rotációs mozgást egy kvantumszám határozza meg.¹

FERMI az egyatomú gázoknál az atomok oly egymásra való hatását teszi fel, amely szerint az állapotér egy cellájában legfeljebb egy atom lehet. Két atomnál a haladó mozgás három-három kvantumszáma nem lehet ugyanaz.

Vegyük tekintetbe egy egyenletes hőmérsékletű, merev molekulájú, kétatomú gázt tartalmazó edényt teljesen visszaverő, ugyanazon hőmérsékletű (T) s hőtároló izoláló oldal-falakkal.

A FERMI-féle statisztikának a kétatomú gázok rotációs mozgására való alkalmazásánál alapkérdés a következő: Ha a FERMI-féle statisztika a rotációs mozgásra is érvényes, közvetlenül, a haladó mozgásra vonatkozó résztől függetlenül alkalmazható-e a rotációs mozgásra vagy nem.

Egy gázrendszer molekulái eloszlási függvényeinek meghatározásánál a merev molekulák teljes állapotát meghatározó eloszlási függvényeket kell keresnünk. A klasszikus statisztikában az eloszlási függvények $Ce^{-\frac{E_h + E_r}{kT}}$ alakúak, ezért a rotációs koordinátákra eső rész: $C_1 e^{-\frac{E_r}{kT}}$ elválasztható és külön tárgyalható. A FERMI-féle eloszlási függvény: $\frac{C}{e^{a+b(E_h+E_r)} + 1}$ alakja azt mutatja, hogy itt a haladó és rotációs mozgásra eső rész egymás-

¹ A PAULI-féle elv pontosabb alkalmazása végett PAULI az atomok, illetőleg elektronok forgását is tekintetbe veszi. W. PAULI jr, ZS. f. Phys. 41, 82, 1927. Továbbá L. BRILLOUIN: Die Quantenstatistik und ihre Anwendung auf die Elektronentheorie der Metalle, 151. l., 1931.

tól független tárgyalása nem lehetséges. Ugyanez érvényes a BOSE-EINSTEIN-féle statisztikára is.

2. §. A SCHRÖDINGER-féle saját függvényekkel való következtetés végett szükségünk van egy kétatomú gázmolekula súlypontjának haladó mozgására és a molekula forgására (szabad tengelyű rotator) vonatkozó hullámegyenletre.

A rezgési amplitudók térbeli eloszlását meghatározó hullámegyenlet szabad térben:¹

$$\Delta\phi_h + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E_h \phi_h = 0, \quad (1)$$

illetőleg

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \left[\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \phi_r}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial^2 \phi_r}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{8\pi^2 I E_r}{h^2} \phi_r = 0, \quad (2)$$

ahol ϕ_h , ϕ_r , illetőleg E_h , E_r a molekula súlypontjának haladó mozgására, a molekula rotációs mozgására vonatkozó saját függvényt, illetőleg energiát jelenti, m a molekula tömege, I a súlyponton átmenő, a molekula tengelyére merőleges tengely (äquatör) körüli tehetetlenségi nyomaték. ϑ , φ a molekula tengelyének pozitív irányát meghatározó koordinátaszöveket jelöli. A hullámfüggvényeknek az időtől való függését $e^{\frac{2\pi i E_h t}{h}}$, illetőleg $e^{\frac{2\pi i E_r t}{h}}$ -val való szorzással kapjuk.

Az (1) megoldása:

$$\phi_h = e^{\frac{2\pi i (a_1 x + a_2 y + a_3 z)}{h}}, \quad (3)$$

ahol

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 2mE_h.$$

(2) megoldása a következő gömbfelületi függvény:

$$\phi_{r(m\mu)} = P_m^\mu(\cos \vartheta) e^{i\mu\varphi}, \quad E_{rm} = \frac{h^2 m(m+1)}{8\pi^2 I}, \quad (4)$$

$|\mu| \leq m$ miatt $2m+1$ saját függvény van, a (4) alatti saját érték $2m+1$ -szeres. Egy molekulához a (3) és (4) alatt megadott

¹ A szabad tengelyű rotator hullámegyenletére és ennek megoldására vonatkozólag l. E. SCHRÖDINGER: Ann. d. Phys. **79**, 520, 1926, vagy pl. A. E. RUARK and H. C. UREY: Atoms, molecules and quanta 528. lap (1930).

$\varphi_0 = \psi_h \psi_{r(m\mu)} e^{\frac{2\pi i (E_h + E_r) t}{h}}$ saját függvény tartozik. Merev molekulákkal számolva a protonok és elektronok külön vett hatásait nem vesszük tekintetbe.

3. §. A molekulák közötti hatásoktól eltekintve, a gázrendszer saját függvénye az egyes molekulák saját függvényei szorzatával egyenlő. A (3) által meghatározott $\varphi_h = e^{\frac{2\pi i (a_1 x + a_2 y + a_3 z + E_h) t}{h}}$ saját függvény egy hullámot jelent, amely egy olyan kétatomú gázmolekulához van kapcsolva, melynél a súlypont impulzuskoordinátái: a_1, a_2, a_3 , a súlypont energiája: E_h . Azoknak a hullámoknak száma, amelyek azokhoz a molekulákhoz vannak kapcsolva, amelyeknél a súlypont energiája a ΔE_{hs} intervallumba esik.¹

$$\Delta s = \frac{2\pi V (2m)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E_{hs} \Delta E_{hs}}. \quad (5)$$

Ebbe az intervallumba eső molekuláknak általában igen különböző rotációs saját függvényök van. E_{rm} rotációs energiánál (l. (4) alatti egyenletet) a rotációs saját függvények száma: $2m + 1$. Egy molekula a ΔE_{hs} intervallumban E_{rm} forgási energiánál

$$A_{ms} = (2m + 1) \frac{2\pi V(m)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E_{hs} \Delta E_{hs}} \quad (6)$$

féleképpen helyezkedhetik el. A különböző elhelyezkedések egyenlő valószínűek.

A haladó és rotációs mozgáshoz tartozó FERMI-DIRAC-féle eloszlási függvény kiszámításánál azon eloszlás valószínűségét keressük, amelynél E_{rm} rotációs energiával a ΔE_{hs} intervallumba N_{ms} molekula esik úgy, hogy adott rotációs függvényénél vett egy hullámhoz egynél több molekula nem tartozik (antiszimmetrikus saját függvények). Ez a valószínűség: $W_{ms} = \left(\frac{A_{ms}}{N_{ms}} \right)$. Az egész rendszerre a valószínűség:

$$W = \prod_m \prod_s \left(\frac{A_{ms}}{N_{ms}} \right) = \prod_m \prod_s \frac{A_{ms}!}{N_{ms}! (A_{ms} - N_{ms})!}. \quad (7)$$

¹ P. A. M. DIRAC: Proc. Roy. Soc., London A, 112, 670—671, 1926.

Következőleg az entrópia a $\ln n! = n \ln n - n^1$ tekintetbevételével:

$$S = k \ln W = \sum_m \sum_s [A_{ms} \ln A_{ms} - N_{ms} \ln N_{ms} - (A_{ms} - N_{ms}) \ln (A_{ms} - N_{ms})]. \quad (8)$$

A molekulák száma:

$$N = \sum_m \sum_s N_{ms} \quad (9)$$

és a gáz energiája:

$$E = \sum_m \sum_s (E_{hs} + E_{rm}) N_{ms}. \quad (10)$$

Termodinamikai egyensúlyban a tekintetbe vett gáz entrópiája maximum, következőleg (8), (9), (10) alapján a következő egyenletek érvényesek:

$$\delta S = \sum_m \sum_s [\ln (A_{ms} - N_{ms}) - \ln N_{ms}] \delta N_{ms} = 0, \quad (11)$$

$$\delta N = \sum_m \sum_s \delta N_{ms} = 0, \quad (12)$$

$$\delta E = \sum_m \sum_s (E_{hs} + E_{rm}) \delta N_{ms} = 0. \quad (13)$$

Ezekből az egyenletekből

$$\delta S - a \delta N - b \delta E = \sum_m \sum_s [\ln (A_{ms} - N_{ms}) - \ln N_{ms} - a - b (E_{hs} + E_{rm})] \delta N_{ms} = 0, \quad (14)$$

ahol $-a$, $-b$ a LAGRANGE-féle multiplikátorokat jelölik. Ennélfogva

$$N_{ms} = \frac{A_{ms}}{e^{a+b(E_{hs}+E_{rm})} + 1}. \quad (15)$$

A b értékét a következőképpen számítjuk ki: A (11) egyenletből (15) segélyével, ha a gázrendszer a környezettől nincs szigetelve

$$\begin{aligned} \delta S &= k \sum_m \sum_s \ln \frac{A_{ms} - N_{ms}}{N_{ms}} \delta N_{ms} = \\ &= k \sum_m \sum_s [a + b(E_{hs} + E_{rm})] \delta N_{ms} = bk \sum_m \sum_s (E_{hs} + E_{rm}) \delta N_{ms}. \end{aligned} \quad (16)$$

Az a -t tartalmazó tag (12) miatt zéró.

¹ Az N_{ms} eloszlási függvények értékei elég nagyok ahhoz, hogy e STIRLING-féle egyenlet alkalmazható legyen.

$\sum_m \sum_s (E_{hs} + E_{rm}) \delta N_{ms} = \delta E$. Ezért az $\left(\frac{\delta S}{\delta E} \right)_{V = \text{állandó}} = \frac{1}{T}$ egyenlet alapján (16)-ból

$$b = \frac{1}{kT}. \quad (17)$$

A (15) alatti eloszlási függvény a legvalószínűbb eloszlási függvény. A lehetséges eloszlási függvények középértékét a matematikailag pontosabb DARWIN—FOWLER-féle² eljárással számítjuk. Az ezúton számított érték (15)-el megegyezik.

4. §. A régebbi quantumelmélet alapján a következőképpen alkalmazzuk a FERMI—DIRAC-féle statisztikát a kétatomú gázok rotációs mozgására: Egy kétatomú gázmolekula súlypontjának haladó mozgásához tartozó állapotterben a 0 és

$$E_h = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$$

energia (p_x, p_y, p_z a súlypont impulzus-koordinátái) közé eső állapotter rész térfogata:

$$V_h = \frac{4\pi V}{3} \sqrt{(2E_h m)^3}, \quad (18)$$

ahol V a gáztartó térfogata. Az E_{hs} energiájú, h^3 térfogatú cellák száma:

$$n_s = \frac{2\pi V (2m)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E_{hs}} dE_{hs}. \quad (19)$$

A molekula rotációs koordinátákra eső állapottere:

$$V_r = \iiint d\vartheta d\varphi dp_\vartheta dp_\varphi,$$

p_ϑ, p_φ a megfelelő impulzus-koordináták. $\bar{p}_\varphi = \frac{p_\varphi}{\sin \vartheta}$ értéket helyettesítve

$$V_r = 4\pi \int \int dp_\vartheta d\bar{p}_\varphi,$$

¹ Hasonló módon számította BRILLOUIN a BOSE—EINSTEIN-féle statisztikánál a b -nek megfelelő tényező értékét. L. BRILLOUIN: Die Quantenstatistik und ihre Anwendung auf die Elektronentheorie der Metalle, 130. lap, 1931.

² C. G. DARWIN and R. H. FOWLER: Phil. Mag. 44, 450, 823, 1922.

ahol a p_ϑ és \bar{p}_φ -re vonatkozó integrál $E_r = 0$ és

$$E_r = \frac{I}{2} (\dot{\vartheta}^2 + \sin^2 \vartheta \dot{\varphi}^2) = \frac{1}{2I} (p_\vartheta^2 + \frac{p_\varphi^2}{\sin^2 \vartheta}) = \frac{1}{2I} (p_\vartheta^2 + \bar{p}_\varphi^2)$$

rotációs energia, azaz a 0 és $\sqrt{2IE_r}$ sugarú körkerület között veendő. Tehát

$$V_r = 8\pi^2 I E_r.$$

Osszuk ez állapottér-részt h^2 nagyságú cellákra és nézzük, hány cella felel meg az E_{rm} rotációs energiának. Az m . elemi tartomány statisztikai súlya: ¹ $2m+1$, az E_{rm} rotációs energiához $2m+1$ számú h^2 nagyságú cella tartozik. Ennélfogva a ΔE_{hs} intervallumban E_{rm} rotációs energia mellett (19) tekintetbe vételével a molekuláknak elhelyezkedésükhöz

$$n_{ms} = (2m+1) \frac{2\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E_{hs} \Delta E_{hs}} \quad (20)$$

cella áll rendelkezésre. Annak a valószínűsége, hogy az n_{ms} cellában N_{ms} molekula helyezkedik el úgy, hogy egynél több molekula nincs az n_{ms} cella egyikében sem

$W_{ms} = \left(\frac{n_{ms}}{N_{ms}} \right)^{N_{ms}}$. A teljes valószínűség ismét (7) lesz. Következően eloszlási függvényként ismét a (15) alatti egyenletet kapjuk.

5. §. A FERMI-DIRAC-féle statisztika (15) alatti egyenletében $e^a \gg 1$ mellett a nevezőben 1 elhanyagolható. Ebben az esetben a FERMI-DIRAC-féle statisztika eloszlási függvényéből az

$$N_{ms} = A_{ms} e^{-a - \frac{E_{hs} + E_{rm}}{kT}} \quad (21)$$

értékét, a klasszikus vagy BOLTZMANN-féle statisztika és a klasszikus kvantumstatisztika (rotációs résznél) eloszlási függvényét kapjuk. e^a értékének kiszámításával megállapíthatók azon feltételek, amelyeknél a klasszikus statisztikához való átmenet bekövetkezik. e^a értékét a következőképpen számítjuk: $e^a \gg 1$ mellett a (9) alatti egyenlet (6), (15), (17) tekintetbe vételével

¹ A statisztikai súlya vonatkozólag I. M. PLANCK: Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 17, 415, 1915.

$$N = \sum_m \sum_s N_{ms} =$$

$$= \frac{2\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} e^{-a} \int_0^\infty e^{-\frac{E_h}{kT}} E_h^{1/2} dE_h \cdot \sum_{m=0}^\infty (2m+1) e^{-\sigma m(m+1)}, \quad (22)$$

ahol

$$\sigma = \frac{h^2}{8\pi^2 l k T}. \quad (23)$$

$$\frac{2\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} \int_0^\infty e^{-\frac{E_h}{kT}} E_h^{1/2} dE_h = \frac{(2\pi m k T)^{3/2} V}{h^3}. \quad (24)$$

6. §. (22) második részét az EULER-féle összegezési egyenlet alapján számítom. Az EULER-féle összegezési egyenlet szerint ²

$$\sum_{m=0}^\infty (2m+1) e^{-\sigma m(m+1)} =$$

$$= \int_0^\infty (2m+1) e^{-\sigma m(m+1)} dm + \frac{1}{2} - \int_0^\infty \vartheta(m) f'(m) dm, \quad (25)$$

$|\vartheta(m)| \leq \frac{1}{2}$, $f'(m)$ a megfelelő differenciálhányados. $m + \frac{1}{2} = y$ helyettesítésével (25) első tagjában

$$\int_0^\infty (2m+1) e^{-\sigma m(m+1)} dm =$$

$$= \int_0^\infty 2ye^{\frac{\sigma}{4}} e^{-\sigma y^2} dy - \int_0^\infty 2ye^{\frac{\sigma}{4}} e^{-\sigma y^2} dy. \quad (26)$$

¹ Dolgozatomban alkalmazható integrálformulák:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty x^{2k} e^{-tx^2} dx &= \frac{1}{t^k \sqrt{t}} \cdot \frac{(2k)! \sqrt{\pi}}{2^{2k+1} k!}, \\ \int_0^\infty x^{2k+1} e^{-tx^2} dx &= \frac{k!}{2t^{k+1}} \end{aligned} \right\} k=0, 1, 2, 3, \dots$$

² L. pl. RIEMANN-WEBER: Differentialgleichungen der Physik, I, 30, 1925.

SZÉLL K. Mat. és Természettud. Értesítő, 47. k. 191–192. l. 1930. E dolgozatomban az összegezésnél a dolgozat feltevése szerint az $m=0$ melletti tag hiányzik. RIEMANN-WEBER jelzett kötetében az $m=0$ -ik tag is tekintetbe van véve. Az EULER-féle összegezési egyenlet alakja ugyanaz, mint $m=1$ esetben:

$$f(0) + f(1) + \dots + f(n) = \sum_{v=0}^n f(v) = \int_0^n f(x) dx + \frac{f(n) + f(0)}{2} - \int_0^n \vartheta(x) f'(x) dx,$$

$$|\vartheta(x)| \leq \frac{1}{2}.$$

$\sigma y^2 = x$ helyettesítéssel

$$\int_0^{1/2} 2ye^{\frac{a}{4}} e^{-\sigma y^2} dy = e^{\frac{a}{4}} \int_0^{\frac{a}{4}} \frac{e^{-x}}{\sigma} dx = -\frac{1}{\sigma} + \frac{e^{\frac{a}{4}}}{\sigma}.$$

Így

$$\int_0^{\infty} (2m+1) e^{-\sigma m(m+1)} dm = \frac{1}{\sigma}. \quad (26a)$$

(25)-ben

$$f'(m) = 2e^{-\sigma m(m+1)} - (2m+1)^2 \sigma e^{-\sigma m(m+1)} \quad (25a)$$

$$m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\sigma}} - \frac{1}{2} = b_1 \quad (27)$$

értéknél változtatja előjelét. m pozitív lévén $\sigma \geq 2$ mellett $f'(m)$ nem változtatja előjelét. Ebben az esetben ¹

$$\int_0^{\infty} \vartheta(m) f'(m) dm = k_1 \int_0^{\infty} f'(m) dm,$$

ahol $k_1 = \frac{1}{2}$ és $+\frac{1}{2}$ között van. $m + \frac{1}{2} = y$ helyettesítéssel

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} f'(m) dm = \\ &= \int_0^{\infty} (2e^{\frac{a}{4}} e^{-\sigma y^2} - 4y^2 \sigma e^{\frac{a}{4}} e^{-\sigma y^2}) dy - \int_0^{1/2} (2e^{\frac{a}{4}} e^{-\sigma y^2} - 4y^2 \sigma e^{\frac{a}{4}} e^{-\sigma y^2}) dy. \\ & \int e^{-x^2} dx = xe^{-x^2} + 2 \int x^2 e^{-x^2} dx \end{aligned}$$

tekintetbe vételével

$$\int_0^{\infty} \vartheta(m) f'(m) dm = -k_1. \quad (28)$$

¹ A (25) alatti egyenletben $\int_0^{\infty} \vartheta(m) f'(m) dm$ meghatározása végett alkalmazzuk a következő középérték tételt: Legyen az ab intervallumban $f(x)$ $g(x)$ és $g(x)$ integrálható, $g(x)$ az ab intervallumban ne változtassa előjelét, $f(x)$ felső határa ab -ben legyen M , alsó határa m . Akkor

$$\int_a^b f(x) g(x) dx = k_0 \int_a^b g(x) dx,$$

ahol k_0 az m és M közé esik.

$\sigma < 2$ mellett (27) tekintetbe vételével

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \vartheta(m) f'(m) dm &= \int_0^{b_1} \vartheta(m) f'(m) dm + \int_{b_1}^{\infty} \vartheta(m) f'(m) dm = \\ &= k_2 \int_0^{b_1} f'(m) dm + k_3 \int_{b_1}^{\infty} f'(m) dm, \end{aligned} \quad (29)$$

ahol $k_2, k_3 = -\frac{1}{2}$ és $+\frac{1}{2}$ közötti értékek.

(25a) értékét írva, $m + \frac{1}{2} = y$ helyettesítéssel

$$\int_0^{b_1} f'(m) dm = e^{-\frac{1}{2}(1 - \frac{\sigma}{2})} \sqrt{\frac{2}{\sigma}} - 1. \quad (30)$$

$$\int_{b_1}^{\infty} f'(m) dm = \int_0^{\infty} f'(m) dm - \int_0^{b_1} f'(m) dm = e^{-\frac{1}{2}(1 - \frac{\sigma}{2})} \sqrt{\frac{2}{\sigma}}. \quad (31)$$

(30), (31) helyettesítésével (29)-ben

$$\int_0^{\infty} \vartheta(m) f'(m) dm = (k_2 - k_3) e^{-\frac{1}{2}(1 - \frac{\sigma}{2})} \sqrt{\frac{2}{\sigma}} - k_2. \quad (32)$$

$\sigma \geq 2$, illetőleg $\sigma < 2$ mellett (22)-ből e^a értéke (24), (25), (26a), (28), illetőleg (32) segítségével:

$$e^a = \frac{V}{N} \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\sigma} + k_1 \right], \quad \sigma \geq 2 \quad (33)$$

illetőleg

$$\begin{aligned} e^a &= \frac{V}{N} \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\sigma} - \right. \\ &\quad \left. - (k_2 - k_3) e^{-\frac{1}{2}(1 - \frac{\sigma}{2})} \sqrt{\frac{2}{\sigma}} + k_2 \right]. \quad \sigma < 2 \end{aligned} \quad (34)$$

$e^a \ll 1$ esetben érvényes a FERMI—DIRAC-féle statisztika. A $-\frac{1}{2}$ és $+\frac{1}{2}$ közötti értékek: k_1, k_2, k_3 pontos adatai ismeretlenek. Azonban a k_1, k_2, k_3 -t tartalmazó tagok a számba jöhető σ -k értékei mellett kicsinyek a szegletes zárjel másik két tagjának összegéhez képest. Megközelítőleg megállapítható, hogy a (15) alatti eloszlási függvény milyen feltételek mellett különbözik a klasszikus statisztika és klasszikus kvantumstatisztika eloszlási függvényeitől. A nyert eredmények a kísérleti adatokkal összehasonlíthatók.

7. §. Összehasonlítjuk a hidrogén rotációs fajhőjére vonatkozó alacsony hőmérséklet melletti kísérleti adatokat számításaink eredményeivel. Ismertetni fogom a hidrogén rotációs fajhőjére vonatkozó vizsgálatok eredményeit. Tekintetbe kell vennünk azon hullámmechanikai vizsgálatok eredményeit, amelyek azonos atommagokat tartalmazó kétatomú gázmolekulára vonatkoznak. Látni fogjuk vizsgálataink jelentőségét a hidrogén rotációs fajhőjénél.

Hidrogénnek közepes hőmérsékletnél a fajhője, egy molnyi tömeget véve, $C_p = \frac{5}{2} R$ (R abszolút gázállandó), amelyből $\frac{3}{2} R$ a haladó mozgásból, R a súlypont körül történő forgásból származik. Alacsony hőmérsékletnél fogy a fajhő ez értéke, 50° (absz.) körül $\frac{3}{2} R$ -re esik. A hidrogén fajhőjének e csökkenését megmagyarázhatjuk, ha C_v -nek változó részét a rotációs fajhővel: C_r -el egyenlősitjük.

REICHE¹ a régi kvantumelmélet alapján számította a rotációs fajhő értékét. Különböző feltevéseket tett az egyes rotációs állapotok statisztikai súlyaira vonatkozólag. Azonban csak megközelítő megegyezést talált a kísérleti megfigyelésekkel. Más kutatók,² így SCHRÖDINGER sem tudtak számításaikban a kísérleti adatokkal megfelelő megegyezést létrehozni.

HUND és DENNISON³ hullámmechanikai vizsgálatai vezettek a helyes útra a hidrogén rotációs fajhője értelmezésénél. A hullámmechanika szerint egy atomban azonos természetű elektronok vagy egy molekulában azonos természetű atomok alapvető fontosságúak az atom, illetőleg molekula szerkezetére. A két azonos atommag felcserélése vagy változatlanul hagyja vagy megváltoztatja a rotációs saját függvény előjelét, a szerint, amint a rotációs kvantumszám páros vagy páratlan. Páros rotációs kvantumszám esetében a rotációs saját függvény szimmetrikus, páratlan

¹ F. REICHE: Ann, d. Phys. 58, 657, 1919.

² E. HUTCHISSON and J. H. van VLECK: Phys. Rev. 25, 243, 1925.

G. H. DICKE: Physica, 5, 412, 1925, Phys. Rev. 27, 639, 1926.

E. SCHRÖDINGER: ZS. f. phys. 30, 341, 1925.

J. H. van VLECK: Phys. Rev. 28, 980, 1926.

³ F. HUND. ZS. f. Phys. 42, 93, 1927.

D. M. DENNISON: Proc. Roy. Soc., London A, 115, 483, 1927.

kvantumszám esetében antiszimmetrikus az atommagok koordinátáiban. A hidrogén molekulák ezért két csoportba sorozandók, amelyeket a heliumatommal való analógia alapján para-, illetőleg ortomolekulának nevezhetünk, az előbbieket az atommagokban szimmetrikus, az utóbbiak antiszimmetrikus saját függvényekkel.

A PAULI-féle elv szerint csak az antiszimmetrikus rotációs saját függvények léphetnek fel, tehát a paramolekulák páros kvantumszámmal hiányoznak. Az atommagok spinje ¹ (mint az elektron-spin a heliumatomnál) folytán azonban a paramolekulák is jelen vannak. Az ortomolekulák háromszor nagyobb mennyiségben vannak, mint a paramolekulák.

DENNISON szerint igen valószínű, hogy a relative kicsiny vizsgálati idők alatt az atommagi spinnek a molekula spinjére gyakorolt kicsiny hatása miatt a para- és ortomolekulák között kombináció nem történik. A hidrogénnél tehát két különböző gáz keverékével van dolgunk 1 : 3 arányban. A hidrogén két alkotó részére vonatkozó rotációs fajhő:

$$\frac{C_{pa}}{R} = \sigma^2 \frac{d^2}{d\sigma^2} \ln \sum_{m=0,2,4,\dots} (2m+1) e^{-\sigma m(m+1)}, \quad (35)$$

illetőleg

$$\frac{C_o}{R} = \sigma^2 \frac{d^2}{d\sigma^2} \ln \sum_{m=1,3,5,\dots} (2m+1) e^{-\sigma m(m+1)}, \quad (36)$$

C_{pa} a paramolekulákat tartalmazó parahidrogénra, C_o az ortomolekulákat tartalmazó ortohidrogénra eső rész.² A

$$\frac{C_r}{R} = \frac{\varrho C_{pa} + C_o}{(1 + \varrho) R} \quad (37)$$

egyenlet DENNISON vizsgálatai szerint $\varrho = \frac{1}{3}$ mellett a hidrogén rotációs fajhőjének a kísérleti adatokkal egyező törvényét adja.

¹ A hidrogén sávos színeképére vonatkozó vizsgálatok szerint a hidrogén molekulában a protonnak spinje van.

² A DENNISON-féle felfogás helyességét, hogy két ritkán kombináló gázzal van dolgunk, BONHOEFFER és HARTECK, továbbá EUCKEN kísérletei igazolják.

K. F. BONHOEFFER und P. HARTECK: Berl. Ber. 1929, 103, ZS. f. phys. Chem. (B), 3, 113, 1929.

A. EUCKEN und K. HILLER: ZS. f. phys. Chem. (B) 4, 142, 1920.

$\rho = \frac{1}{3}$ a para (szimmetrikus) és orto (antiszimmetrikus) hidrogén molekulák számának viszonya. ρ ezen értékét egyfelől a kvantummechanika,¹ másfelől a hidrogén sávos színeképére vonatkozó vizsgálatok igazolják. A (37) alapján számított rotációs fajhő értéke teljesen megfelel a kísérleti adatoknak.²

8. §. EUCKEN a legalacsonyabb hőmérsékleteknél, a folyékony állapot hőmérsékletéig meghatározta a légnemű hidrogén fajhőjét. $T=60^\circ$ (absz.) alatt a hidrogén rotációs fajhője zero.³

$T=60^\circ$ -nál EUCKEN mérései szerint $\frac{C_r}{R} = 0,005.e^a$ -nak (33), (34)-ben a haladó mozgásra eső részét $T=60^\circ$ -nál megkapjuk a következő értékek helyettesítésével:

$$\begin{aligned} m &= 3,32 \cdot 10^{-24} \text{ g,} \\ k &= 1,37 \cdot 10^{-16} \text{ erg/fok,} \\ h &= 6,54 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec.} \end{aligned}$$

Az EUCKEN-féle mérések közvetlenül állandó térfogatnál adják a hidrogén fajhőjének értékét. Az alkalmazott acéledény térfogatából (39 cm^3) és a benne levő $0,104$ molnyi hidrogén mennyiségéből a LOSCHMIDT-féle szám tekintetbe vételével

$$\begin{aligned} \frac{V}{N} &= \frac{39}{0,104 \cdot 6,061 \cdot 10^{23}} \\ \frac{V}{N} \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} &= 157,02. \end{aligned} \quad (38)$$

σ értéke

$$I = 4,67 \cdot 10^{-41} \text{ gem}^2$$

helyettesítéssel:⁴

$$\sigma = 1,41.$$

¹ W. HEISENBERG: ZS. f. Phys. 41, 264, 1927.

² A. EUCKEN: Berl. Ber. 1912, 141.

K. SCHEEL und W. HEUSE: Ann. d. Phys. 40. 473, 1913.

F. A. GIACOMINI: Phil. Mag. 50, 146, 1925.

J. H. BRINKWORTH: Proc. Roy. Soc., London A, 107, 510, 1925.

J. R. PARTINGTON and A. B. HOWE: Proc. Roy. Soc., London A, 109, 286, 1925.

³ A. EUCKEN: Berl. Ber. 1912. 148—149. lap,

⁴ T. HORI: ZS. f. Phys. 44, 834, 1927.

$T = 60^\circ$ -nál a (34) alatti egyenlet az utolsó két tag elhanyagolásával

$$e^a = 188,42 \gg 1. \quad (39)$$

$T = 70^\circ$ -nál

$$\frac{V}{N} \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} = 197,8, \quad (40)$$

$$\sigma = 1,21.$$

A (34) alatti egyenlet az utolsó két tag elhagyásával

$$e^a = 266,09 \gg 1. \quad (41)$$

Tehát (39) szerint már $T = 60^\circ$ -nál (15)-ből, az EUCKEN méréseinél alkalmazott komprimált hidrogénnél, a rotációs mozgásra a klasszikus kvantumstatistikai eloszlási függvényt kapjuk, ha egyfajta hidrogénmolekulákkal lenne dolgunk.

A para- és ortohidrogénből álló rendszerben a két alkotó részre külön vesszük ¹ a FERMI—DIEAC-féle eloszlási függvényt; parahidrogénnél a rotációs kvantumszám: $m = 0, 2, 4, \dots$, ortohidrogénnél $m = 1, 3, 5, \dots$. A para- és ortomolekulák száma (22), (24) szerint, ha $e^{a_p} \gg 1$, $e_a \gg 1$ (a_p , a_o a para- és ortohidrogénra vonatkozik):

$$^{1/4} N = \frac{(2\pi mkT)^{3/2} V}{h^3} e^{-a_p} \sum_{m=0, 2, 4, \dots} (2m+1) e^{-\sigma m(m+1)} \quad (42)$$

és

$$^{3/4} N = \frac{(2\pi mkT)^{3/2} V}{h^3} e^{-a_o} \sum_{m=1, 3, 5, \dots} (2m+1) e^{-\sigma m(m+1)} \quad (43)$$

Parahidrogénnél $T = 60^\circ$ -nál ($\sigma = 1,41$) a Σ -ban az első tag után következő tagok kicsinyek. Az első tag megtartásával (a második tag: 0,00064) (42)-ből (38) tekintetbe vételével

$$e^{a_p} = 628,08 \gg 1. \quad (44)$$

$T = 70^\circ$ -nál (40) tekintetbe vételével

$$e^{a_p} = 791,2 \gg 1. \quad (45)$$

¹ Ez a kétrészre bontás pontosabban vihető keresztül *kicsiny nyomásra való redukálásnál*. Kicsiny nyomásnál $\frac{V}{N}$ nagyobb lévén, nagyobb lesz e^{a_p} és e^{a_o} értéke. EUCKEN mért értékei kicsiny nyomásra vannak redukálva.

Ortohidrogénél $T = 60^\circ$ -nál a Σ -ban az első tag után következő tagok elhanyagolható kicsinyek. (43)-ból (38) tekintetbe vételével

$$e^{a_0} = 34,54 \gg 1, \quad (46)$$

$T = 70^\circ$ -nál (40 tekintetbe vételével

$$e^{a_0} = 69,23 \gg 1. \quad (47)$$

(44), (46) szerint egyenleteinkből a para- és ortohidrogén számára, $\frac{V}{N}$ jelzett értéke mellett, a rotációs mozgásnál már $T = 60^\circ$ -nál a klasszikus kvantumstatistikai eloszlási függvényeket kapjuk, tehát egyenleteink szerint FERMI—DIRAC-féle elfajulás nem áll fenn. Kevésbé komprimált hidrogénél $\frac{V}{N}$ értéke szerint növekszik e^{a_p} és e^{a_0} értéke (l. az előbbi oldalon az 1. lábjegyzetet).

Ezek a következtetések megfelelnek a (35) és (36)-ban szereplő, kísérletileg igazolt klasszikus kvantumstatistikai eloszlási függvényeknek. A haladó mozgásra vonatkozó eloszlási függvény a klasszikus

$$w_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}} \sqrt{E_i} dE_i}{\int_0^\infty e^{-\frac{E_i}{kT}} \sqrt{E_i} dE_i} \quad (48)$$

egyenlettel van meghatározva.

9. §. A (33), (34) egyenletekből látható, hogy a FERMI—DIRAC-féle elfajulás a haladó mozgásra eső $\frac{V}{N} \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \ll 1$ értéke és σ lehetséges nagy értékei mellett következik be. Ha a kétatomú gázban a haladó mozgásnál a FERMI—DIRAC-féle elfajulás fellép, fellép a rotációs mozgásnál is.

Erős FERMI—DIRAC-féle elfajulás csak rendkívül alacsony hőmérsékletnél és nagy nyomásoknál (hol $\frac{V}{N}$ kisebb) lép fel. Ily körülmények között az elfajulási hatásokat nagyrészt elnyomják a nagy nyomások következtében a molekulák között fellépő erők és a halmazállapot változások.

10. §. A BOSE—EINSTEIN-féle statisztikában, mint a FERMI—

DIRAC-féle statisztikában, a gázmolekulák nem különböztethetők meg egymástól, nem individualizálhatók.

A BOSE—EINSTEIN-féle statisztikában, E_{rm} rotációs energiánál a ΔE_{hs} intervallumban ((5) egyenlet) egy adott rotációs függvénynél vett hullámhoz bárhány molekula tartozhatik. A különböző számú molekulával kapcsolt hullámok adott rotációs saját függvénynél egyenlő valószínűek. Azon eloszlás valószínűsége, amelynél E_{rm} rotációs energiával a ΔE_{hs} intervallumba N_{ms} molekula esik úgy, hogy adott rotációs saját függvénnyel egy hullámhoz bárhány molekula tartozhatik (szimmetrikus saját függvények) A_{ms} (6) alatti egyenlete tekintetbe vételével

$$W_{ms} = \left(\frac{A_{ms} + N_{ms} - 1}{N_{ms}} \right).$$

Az egész rendszerre a valószínűség:

$$W = \prod_m \prod_s \left(\frac{A_{ms} + N_{ms} - 1}{N_{ms}} \right). \quad (49)$$

A régebbi kvantumelmélet alapján számítva vegyük a körülbelül egyenlő energiájú cellákat, n_{ms} (20) alatti egyenletét. Annak a valószínűsége, hogy az n_{ms} cellában N_{ms} molekula helyezkedik el úgy, hogy bárhány molekula lehet a cellák bármelyikében

$$W_{ms} = \left(\frac{n_{ms} + N_{ms} - 1}{N_{ms}} \right),$$

az egész rendszerre a valószínűség ismét a (49) alatti egyenlet.

A 3. §-ban ismertetett eljáráshoz hasonló eljárással

$$N_{ms} = \frac{A_{ms}}{e^{a+b(E_{hs}+E_{rm})} - 1}, \quad b = \frac{1}{kT}. \quad (50)$$

Az 5. és 6. §-okban ismertetett feltételek mellett ez eloszlási függvény a haladó és rotációs mozgás klasszikus eloszlási és klasszikus kvantumstatisztikai eloszlási függvényeibe megy át.

Összefoglalás.

A FERMI—DIRAC-féle statisztikát alkalmaztam a merev molekulájú kétatomú gázok rotációs mozgására. Először a SRÖDINGER-

féle saját függvények segélyével számítottam, majd a régebbi kvantumelmélet alapján. Röviden a BOSE—EINSTEIN-féle statisztika alkalmazására is kitertem. Az EULER-féle összegezési egyenlet segélyével kiszámítottam az eloszlási függvényekben szereplő e^a értékét, amelyből a FERMI—DIRAC-féle statisztika érvényességi feltételei megállapíthatók. A nyert eredményeket összehasonlítottam a hidrogén rotációs fajhőjére vonatkozó, legalacsonyabb hőmérsékletek melletti kísérleti adatokkal. Az EUCKEN-féle kísérleteknél alkalmazott feltételek mellett egyenleteinkből a rotációs mozgásra klasszikus kvantumstatisztikai eloszlási függvényeket kapunk, vagyis FERMI—DIRAC-féle vagy BOSE—EINSTEIN-féle el-fajulás nem lép fel. E következtetések megfelelnek a kísérleti adatoknak, amelyek szerint a hidrogén rotációs fajhőjének törvényei klasszikus kvantumstatisztikai eloszlási függvényekkel adhatók meg. Tekintetbe kellett vennünk az azonos atommagokat tartalmazó, kétatomú gázmolekulák szerkezetére vonatkozó hullámmechanikai vizsgálatok eredményeit is.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933 március 13.-án tartott üléséből.)

ÜBER DIE STATISTIK DER ZWEIATOMIGEN GASE.

Von KOLOMAN SZÉLL.

Es wird die FERMI—DIRACsche bzw. BOSE—EINSTEINSche Statistik auf die Rotationsbewegung der zweiatomigen Gase von starren Molekeln angewendet. Der Verfasser rechnet auf zwei Wegen, erstens mit Hilfe der Wellenmechanik, zweitens auf Grund der älteren Quantentheorie.

Für die FERMI—DIRACsche bzw. BOSE—EINSTEINSche Verteilungsfunktion ergibt sich

$$N_{ms} = \frac{A_{ms}}{e^{a+b(E_{ts}+E_{rm})} + 1}$$

bzw.

$$N_{ms} = \frac{A_{ms}}{e^{a+b(E_{ts}+E_{rm})} - 1}, \quad b = \frac{1}{kT}.$$

Im Falle $e^a \ll 1$ tritt die FERMI—DIRACsche bzw. BOSE—EINSTEINSche Entartung auf.

Wenn die FERMI—DIRACsche bzw. BOSE—EINSTEINSche Entartung bei den Translationskoordinaten der Molekelschwerpunkte auftritt (d. h. $\frac{V}{N} \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \ll 1$ ist), tritt sie auch bei den Rotationskoordinaten auf.

Die Bedingungen der starken FERMI—DIRACschen bzw. BOSE—EINSTEINSchen Entartung sind nur bei sehr wenigen absoluten Temperaturgraden und bei hohem Druck erfüllt. Unter solchen Umständen wäre aber die fragliche Entartung fast gänzlich durch diejenigen Effekte unterdrückt, die durch die Änderung des Aggregatzustandes und andere intermolekulare Kräfte hervorgerufen werden.

Die Resultate des Verfassers sind in Übereinstimmung mit denjenigen, welche die auf die spezifische Rotationswärme des Wasserstoffs bezüglichen Untersuchungen ergaben. Die DENNISONschen Gleichungen, welche die spezifische Rotationswärme des Wasserstoffs bestimmen, erhält man bei entsprechenden Temperaturen auch aus den Gleichungen des Verfassers nach Berechnung von den e^a , welche auch bei den (für Rotationswärme) möglichen tiefsten Temperaturen im Vergleich zu 1 gross sind.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. März 1933.)

ADALÉKOK A WIEN-FÉLE ELTOLÓDÁSI TÖRVÉNY ELMÉLETÉHEZ.

HITTRICH JÓZSEF-től.

Előszó.

Jelen dolgozatban a WIEN-féle eltolódási törvénynek olyan bizonyítását kívánom adni, amelynél a középértékszámítások jogosultságát és ebből kifolyólag a törvények *statisztikai* jellegét a valószínűségszámítási POISSON-féle probléma alapján mutatom ki.⁹ A monochromatikus STEFAN—BOLTZMANN-féle törvényt nem kell a bizonyításban feltételeznünk, mert e törvény az eltolódási törvénnyel párhuzamosan nyerhető. A sugárzást bezáró felület alakja tetszésszerűen lehet, azt nem kell henger, gömb vagy kocka alakra korlátoznunk.

I. §. Alaptények. Történeti áttekintés.

1. A hősugárzás alapfeladata az abszolút fekete test sugárzásának energiaspektrumában, az úgynevezett normális energiaspektrumban a $(\nu, d\nu)$ frekvenciaintervallumbeli polarizálatlan monochromatikus sugarak specifikus sugárzási intenzitását $K_\nu d\nu$ -t, illetőleg fekete ürehsugárzásnál a monochromatikus energiasűrűséget $u_\nu d\nu$ -t a ν frekvencia és a T abszolút hőmérséklet függvénye gyanánt előállítani. A kettő között tudvalevőleg a PLANCK-féle

$$u_\nu = \frac{4\pi K_\nu}{c} \quad (1).$$

összefüggés áll fenn, hol c a fénysebességet jelenti. (P. W. 23. o.)⁴ A keresett $K_\nu(\nu, T)$, illetőleg $u_\nu(\nu, T)$ függvényt KIRCHHOFF-féle függvénynek szokás nevezni.

2. Vizsgáljuk a sugárzást oly *tetszésszerű* zárt felület által határolt üregben, amelynek belső fala *tökéletesen fehér*. Távolítsunk el a felületről egy kis $\Delta\sigma$ nagyságú részt, és ennek határvonala mentén a felület normálisa irányában forrasszunk a felülethez olyan csőszerű toldalékot, amelynek belső fala szintén tökéletesen fehér, és amelyben egy $\Delta\sigma$ nagyságú, jól záró dugó a normálisa irányában mozgatható. A dugó belső fala legyen ideális tükör. E dugót a továbbiakban $\Delta\sigma$ -nak nevezzük.

A STEFAN—BOLTZMANN-féle törvény szerint az üregbe zárt feketesugárzás összenergiásűrűsége az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával arányos, tehát $u = \int_0^\infty u_\nu d\nu = aT^4$, vagy $\frac{u}{T^4} = \text{const}$. Ezen törvényből a V térfogatú üregbe zárt sugárzás entrópiájára az $S = \frac{4}{3} aVT^3$ érték adódik. (P. W. 63., 64. és 65. §.) Eredeti első dolgozatában¹ a hőelmélet II. főtételeire támaszkodva WIEN kimutatta, hogyha az ilyenfajta üregbe zárt és eredetileg *fekete* sugárzást a dugó igen lassú mozgatásával adiabatikus reverzibilis változásnak vetjük alá, a sugárzás *fekete* marad és így a változás izentropikus volta miatt T és V között a

$$T^3 V = \text{const} \quad (2)$$

összefüggés áll fenn.

3. Szemeljük ki az üregben egy $(\nu, d\nu)$ monochromatikus sugárnyalábot, amely a *nyugvó* $\Delta\sigma$ -ra ϑ beesési szög és φ azimut mellett a

$$d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \quad (3)$$

kúpszögben esik be. A nyugvó $\Delta\sigma$ -ra ezen sugárnyalábból 1 sec alatt

$$I = K_\nu d\nu \cos \vartheta d\Omega \Delta\sigma$$

energia esik be (P. W. 43. o. 40. képlet). I -t az illető sugárnyaláb intenzitásának nevezzük. Ha a dugó a normálisa irányában v sebességgel befelé mozog, akkor a mozgó $\Delta\sigma$ -ra 1 sec alatt beeső energia

$$I_m = K_\nu d\nu \left(\cos \vartheta + \frac{v}{c} \right) d\Omega \Delta\sigma \quad (4)$$

lesz. A mozgó tükorről való visszaverődés következtében a (4)-ben szereplő mennyiségek általában megváltoznak; ha azokat

1-es indexszel jelöljük, a mozgó tükörről 1 sec alatt visszavert energia

$$I_{m_1} = K_{r_1} d\nu_1 \left(\cos \vartheta_1 - \frac{v}{c} \right) d\Omega_1 d\sigma \quad (5)$$

lesz. Ha a tükör sebessége oly kicsi, hogy a $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ -tel szorzott tagok már elhanyagolhatók, akkor a visszaverődés utáni frekvencia és spektrálszélesség a DOPPLER-elv alapján elemi úton

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \nu \cdot \beta = \nu \left(1 + \frac{2v}{c} \cos \vartheta \right) \\ \text{és} \quad d\nu_1 &= d\nu \cdot \beta = d\nu \left(1 + \frac{2v}{c} \cos \vartheta \right) \end{aligned} \quad (6)$$

lesz, az intenzitásra pedig az energia elvből és a MAXWELL-féle fénynyomás definíciójából az

$$I_{m_1} = I_m \cdot \beta = I_m \left(1 + \frac{2v}{c} \cos \vartheta \right) \quad (7)$$

értéket * nyerjük. (P. W. 76. o. 83. képlet, 77. o. 86. és 87. képlet.)

4. Gondoljuk üregünket egyelőre fekete sugárzás helyett $(\nu, d\nu)$ monochromatikus sugárzással megtöltve. A mozgó dugóra a különböző ϑ -k alatt beeső sugaraknál a visszaverődés utáni új frekvencia (6) szerint ϑ -tól függ, tehát az eredetileg monochromatikus sugarak egyszeri visszaverődés után nem lesznek monochromatikusak, hanem *frekvencia*-szétszóródást («Zersplitterung»). P. W. 76. §.) szenvednek. Ha ellenben a dugó sebessége elegendő kicsi, akkor elegendő nagy idő alatt, mialatt a tér-

* A (7) összefüggés elemi úton is levezethető, ha feltesszük, hogy a HUYGHENS-elv a mozgó tükörről való reflexiónál is érvényes, és hogy a fénynyomásnak tangenciális komponense nincs. ABRAHAM-nak ⁵ sikerült az intenzitásváltozást e két feltevés nélkül is, mégpedig a MAXWELL-féle feszültségi tenzornak mozgó rendszerekre való megfelelő kiterjesztése által — mindvégig szigorú elektromágneses úton haladva — meghatározni.

E kérdésből kifolyólag különben WIEN és ABRAHAM között a DOPPLER-elv és a fénynyomás helyes alkalmazását illetőleg hosszú, heves és csaknem személyes élű vita folyt. (Lásd Ann. d. Phys. 1904. évi 14. és 15. köteteit.)

fogat V -ről V' -re csökken, minden egyes sugár igen sokszor ütközik $\Delta\sigma$ -ba, mégpedig a fal fehérségéből folyó egyenletes, vagyis *teljesen* *rendetlen* sugárzási eloszlás miatt a lehető legkülönbözőbb ϑ -k alatt. *Feltehető* tehát, hogy a nagyszámú visszaverődés alatt a frekvenciaszétszóródások kiegyenlítődnek és az üregben levő és eredetileg (ν, ν') frekvenciájú energia *teljes egészében* (ν', ν') frekvenciájú monochromatikus energiává alakul át, «tolódik el». Ha e feltevést *elfogadjuk*, akkor az új (ν', ν') frekvencia és az új I'_m intenzitás, illetőleg ebből (4), (5) és (1) alapján az új u' eloszlási függvény *középértékszámítással* határozható meg.

Ilyenformán tehát adiabatikus reverzibilis változásnál u, ν és V között valamilyen összefüggés, egy úgynevezett térfogati törvény nyerhető. Fekete sugárzás esetén e térfogati törvény (2)-vel kombinálva u, ν és T között szolgáltat egy összefüggést, s ez lesz a keresett KIRCHHOFF-féle függvény.

5. A levezetés legfontosabb része tehát az új frekvenciának és intenzitásnak fenti feltevés alapján, középértékszámítás útján való meghatározása. Azonban sem WIEN, sem a többi szerzők e feltevést nem igazolják. Ez a tény adta nékem az impulzust e dolgozat megírására. Mi a következő §-okban a középértékszámítás jogosultságát, s ebből kifolyólag a nyert törvények statisztikai jellegét a Poisson-féle problémára támaszkodva *igazolni* fogjuk.

6. Előbb azonban vázlatosan az eltolódási törvény történetét ismertetjük. Az említett feltevés indokolása *nélkül* WIEN az első értekezésében¹ durva középértékszámítással, THIESEN³ pedig pontos középértékszámítással vezeti le az eltolódási törvényt. A durva és indokolatlan középértékszámítást elkerülendő másod-
dik értekezésében² WIEN a sugárzást egy félgömbfelület által határolt üregben vizsgálja, melynél a gömb középpontjából kiinduló sugarak a gömbfelületet mindig merőlegesen, tehát ugyanazon ϑ -k alatt érik. Ez a levezetés fizikai szempontból azonban nem kifogástalan; hibáira a már említett dolgozatomban⁴ mutattam rá. WIEN és THIESEN a (7) alatti intenzitásváltozást nem határozzák meg, hanem csak a (6) alatti frekvenciaváltozást; e miatt a továbbiakban a monochromatikus STEFAN—BOLTZMANN-féle törvényt *bizonyítás nélkül* kénytelenek feltételezni.

A középértékszámítást PLANCK úgy kerüli el, hogy azt az eljárást választja, amelyet BOLTZMANN alkalmazott a kinetikus gázelméletben a sebességeloszlási függvény meghatározásánál; nevezetesen a mozgó tükörről való reflexio következtében a $(\nu, d\nu)$ intervallumba egy bizonyos idő alatt belépő, illetőleg onnan kilépő energiák különbségét egyenlővé teszi az üregbeli teljes energia totális változásával, s az így nyert egyenletet integrálva nyeri az alábbiakban (E) -vel jelzett térfogati törvényt (P. W. 79–84a §). PLANCK levezetésére később még visszatérünk.

Kifogástalan levezetést találunk ABRAHAM-nál,⁵ aki a hőmérséklet fogalmát egyetlen szabadon tovaterjedő monochromatikus sugárnyalábra kiterjesztve, a vizsgálatokat egyetlen ily sugárnyalábon végzi és az eltolódási törvényt is egyetlen ily sugárnyalábra nyeri. Feketesugárzásban az összes sugarak egyenlő hőmérsékletűek lévén, nyert törvényei a normális energiaspektrumra is érvényesek. ABRAHAM ezáltal elkerüli az üregsugárzás komplikált vizsgálatát, de egyúttal elkerüli az érdekes térfogati törvényeket is.

Rövid, érdekes és az eddigiektől teljesen eltérő, úgynevezett *dimenzionális* bizonyítást igyekezett adni JEANS.⁶ EHRENFEST⁷ azonban kimutatta, hogy JEANS a levezetésben egy téves matematikai tételt használ fel, amelyből az eltolódási törvénnyel meg nem egyező eredményre is el lehet jutni.

Végül még megemlítjük, hogy az eltolódási törvénynek leg-rövidebb levezetése relativitáselméleti alapon adódik.

II. §. A valószínűségszámítási Poisson-féle probléma.⁸

7. Ez a probléma a BERNOULLI-tétel és a Poisson-féle téorema általánosításának tekinthető, és a következőképpen fogalmazható:

Valamely A mennyiség egy kísérletnél felvehet bármily n értéket két pozitív valós határszám a és γ között, tehát $a \leq n \leq \gamma$. Végezzünk μ számú kísérletet. Egy ilyen kísérletnél minden egyes n értéknek más és más lehet a valószínűsége, sőt e valószínűség minden egyes kísérletnél is más és más lehet. Legyen annak

a valószínűsége, hogy az A mennyiség pl. az i -dik kísérletnél n és $n+dn$ közötti értéket vesz fel,

$$f_i(n) dn \quad (i = 1, 2, \dots, \mu).$$

Az első, második, ... μ -dik kísérletnél felvett értékeket jelölje sorban n_1, n_2, \dots, n_μ , és írjuk ezek összegéül $\Sigma n_i = N$. Poisson szerint, ha a kísérletek száma μ igen nagy, akkor igen nagy megközelítéssel

$$N = \mu \int_a^\gamma n \cdot F(n) dn \quad (8)$$

lesz, hol

$$F(n) dn = \frac{\sum_{i=1}^{\mu} f_i(n) dn}{\mu}, \quad (9)$$

másszóval annak a valószínűsége, hogy elegendő nagyszámú kísérlet esetén N a (8) alatti értéktől csak igen keveset különbözzék, nagyon közel áll az egységhez.

Ha a problémát úgy specializáljuk, hogy az egyes n értékek valószínűsége kísérletenként ugyanaz maradjon, vagyis $f_i(n) = f_1(n)$ legyen i minden értékére, akkor $F(n) dn = f_1(n) dn$ és

$$N = \mu \int_a^\gamma n \cdot f_1(n) dn \quad (8^*)$$

lesz.

Ha *egy* test helyett *igen sok, egyforma* testet veszünk, s azok mindegyikével μ számú kísérletet végzünk, és ha az $f_i(n)$, illetőleg $f_1(n)$ függvény minden egyes testnél ugyanaz a függvény, akkor eredményünk úgy is fogalmazható, hogy «azon tesztek száma, amelyeknél N a (8), illetőleg (8*) értéktől eltérő, elenyésző kicsi».

III. §. Az ütközések számának és $\Sigma \cos \vartheta_i$ -nek meghatározása.

8. A monochromatikus sugárzással megtöltött üregünkben levő sugárnyalábok hol a fehér falat érik s ott tökéletesen szétszóródnak, hol pedig a tükröző dugót, s azon szabályosan visszaverődnek. Lesznek olyan sugarak — energiaprészek — amelyek egy bizonyos t_1 idő alatt egyszer sem ütköznek $\Delta\sigma$ -ba, lesznek

viszont olyanok is, amelyek ezalatt igen sokszor érik $\Delta\sigma$ -t. Tulajdonképpen feladatunk most már annak a megállapítása, hogy az üregben levő $u, d\nu V$ energia egyes részei hányszor és milyen ϑ -k alatt ütköznek $\Delta\sigma$ -ba. Tekintettel arra, hogy az üregünkben lejátszódó jelenségek egyszerű visszaverődésekből és szétszóródásokból állanak, a számítás egyszerűsítése végett a fény hullámelmélete helyett az emisszióelmélettel is dolgozhatunk.

Feltesszük tehát, hogy az üregbeli energiát B számú olyan partikula szállítja, amelyeknek sűrűsége az üreg minden helyén ugyanakkora, s amelyek minden irányban egyenletes eloszlású és c nagyságú sebességgel mozognak. E partikulák a dugón a rugalmas ütközés szabályai szerint, a fal fehér részein pedig — a visszaverődés irányára vonatkozólag — *tökéletes rendetlenségben* verődnek vissza. Minden egyes partikula ugyanakkora, ε nagyságú energiakvantumot szállít. Ha egy partikula a mozgó $\Delta\sigma$ -ról verődik vissza, sebessége az ütközés után nem változik, csak energiája a (7)-nek megfelelően megnövekedik és a (6)-nak megfelelően átalakul $(\nu_1, d\nu_1)$ frekvenciájú energiává.

9. Az üregbeli monochromatikus energiára vonatkozólag tehát $B\varepsilon = u, d\nu V$, s ebből (1) alapján

$$K, d\nu = \frac{cu, d\nu}{4\pi} = \frac{B\varepsilon c}{4\pi V}.$$

Ezt beírva (4)-be, a mozgó $\Delta\sigma$ -ra t_1 idő alatt (ϑ, φ) irányban beeső energiára (3) figyelembevételével az

$$I_m t_1 = \frac{B\varepsilon c}{4\pi V} \left(\cos \vartheta + \frac{v}{c} \right) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \Delta\sigma t_1$$

értéket nyerjük. A ϑ és $\vartheta + d\vartheta$ szögek között beeső energia

$$\begin{aligned} E_\vartheta d\vartheta &= \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} I_m t_1 = \frac{B\varepsilon c}{4\pi V} \left(\cos \vartheta + \frac{v}{c} \right) \sin \vartheta d\vartheta \Delta\sigma t_1 \int_0^{2\pi} d\varphi = \\ &= \frac{B\varepsilon c}{2V} \Delta\sigma t_1 \left(\cos \vartheta + \frac{v}{c} \right) \sin \vartheta d\vartheta, \end{aligned} \quad (10)$$

és a dugóra t_1 idő alatt beeső összes energia

$$E = \int_0^{\pi/2} E_\vartheta d\vartheta = \frac{B\varepsilon c}{4V} \Delta\sigma t_1 \left(1 + \frac{2v}{c} \right) \quad (11)$$

lesz.

10. Vegyünk μ számú egyenlő időtartamot $t_1 = t_2 = \dots = t_\mu$, és legyen ezek összege $\Sigma t_i = \mu t_1 = \Delta t$. Jelölje $B_i(n) dn$ azon partikulák számát, amelyeknél a t_i időtartam alatt a mozgó $\Delta\sigma$ -ba történő ütközések száma n és $n + dn$ közé esik. Az n alsó határa $\alpha = 0$, és felső határára pedig minden megszorítás nélkül $r = \infty$ vehető. Mivel az egyes partikulák momentán helyzete és sebességük momentán iránya a *lökéletes rendtlenség* miatt az illető partikula előtörténetétől független, azért a B számú partikula *bármelyikénél*

$$f_i(n) dn = \frac{B_i(n)}{B} dn$$

lesz a valószínűsége annak, hogy a t_i időtartam alatti ütközések száma n és $n + dn$ közé esik. Szemeljük ki egy tetszőszerinti partikulát és legyen ennél a t_i időtartam alatt az ütközések száma n_i . Ekkor, ha μ elegendő nagy, a kiszemelt partikulánál a Δt idő alatti ütközések száma a Poisson-probléma értelmében az egységhez igen közelálló valószínűséggel (8) alapján

$$N = \sum_1^\mu n_i = \mu \int_0^\infty n \frac{\sum_i f_i(n)}{\mu} dn = \mu \int_0^\infty n F(n) dn \quad (12)$$

lesz; illetőleg azon partikulák száma, amelyeknél a Δt idő alatti ütközések száma a (12)-től eltérő, elenyésző csekély.

11. Az N kiszámítása következőképpen történik. Álló dugó esetén a térfogat állandó, tehát a $B_i(n)$ számok és az $f_i(n)$ függvények egyenlők, azaz $B_i(n) = B_1(n)$, és $f_i(n) = f_1(n)$. Az álló dugóra vonatkozó N_0 ütközési szám az $f_1(n)$ valószínűségi függvény explicit ismerete nélkül is meghatározható. Ugyanis a $\Delta\sigma$ -ra t_1 alatt beeső

$$\int_0^\infty \varepsilon n B_1(n) dn = B \varepsilon \int_0^\infty n \frac{B_1(n)}{B} dn = B \varepsilon \int_0^\infty n f_1(n) dn$$

energiát egyenlővé téve a (11)-ből $\nu = 0$ esetén adódó $\frac{B \varepsilon c}{4V} \Delta\sigma t_1$ kifejezéssel,

$$\int_0^\infty n f_1(n) dn = \frac{c \Delta\sigma t_1}{4V} \quad (13)$$

lesz. A specializált Poisson-probléma értelmében ekkor (8*) alapján

$$N_0 = \mu \int_0^{\infty} n f_1(n) dn = \mu \frac{c \Delta \sigma t_1}{4V} = \frac{c \Delta \sigma \Delta t}{4V} \quad (14)$$

lesz.

A térfogat az egyes t_i időtartamok alatt $v \Delta \sigma t_1$ értékkel csökken, tehát a t_i -dik időtartam alatt $V - (i-1) v \Delta \sigma t_1$ lesz. Az N_0 ütközési szám a térfogattal fordítottan arányos, azért mozgó dugó esetén az $f_i(n)$ valószínűségi függvényre az

$$f_i(n) = f_1(n) \frac{V}{V - (i-1) v \Delta \sigma t_1} = f_1(n) \left(1 + \frac{(i-1) v \Delta \sigma t_1}{V} \right)$$

értéket, és ebből a (9) alatti $F(n)$ függvényre az

$$\begin{aligned} F(n) &= \frac{\sum_1^u f_i(n)}{\mu} = f_1(n) \frac{dn}{\mu} \left(1 + \frac{v \Delta \sigma \mu t_1}{2V} \right) = \\ &= f_1(n) \frac{dn}{\mu} \left(1 + \frac{v \Delta \sigma \Delta t}{2V} \right) \end{aligned}$$

értéket nyerjük. (Ugyanis, mivel μ igen nagy szám, $\frac{\mu-1}{2} \approx \frac{\mu}{2}$.)

A (12) alapján tehát (13) tekintetbevételével

$$\begin{aligned} N &= \mu \int_0^{\infty} n F(n) dn = \mu \left(1 + \frac{v \Delta \sigma \Delta t}{2V} \right) \int_0^{\infty} n f_1(n) dn = \\ &= \mu \left(1 + \frac{v \Delta \sigma \Delta t}{2V} \right) \frac{c \Delta \sigma t_1}{4V} = \frac{c \Delta \sigma \Delta t}{4V} \left(1 + \frac{v \Delta \sigma \Delta t}{2V} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

- lesz. Az N explicit értékére azonban a továbbiakban nem lesz szükségünk.

12. Az üregben levő összes partikulák Δt idő alatt $M = NB$ ízben ütköznek a mozgó dugóba. Ezen M számú ütközés közül jelölje $M(\vartheta) d\vartheta$ azon ütközések számát, amelyeknél a beesési szög ϑ és $\vartheta + d\vartheta$ közé esik. Mivel ϑ a 0 és $\frac{\pi}{2}$ között változhat, azért az $x = \cos \vartheta$ mennyiség 0 és 1 közötti értékeket vehet fel.

A tökéletes rendetlenség miatt az M számú ütközés bármelyikénél

$$\varphi(x) dx = \frac{M(\vartheta) d\vartheta}{M} = \frac{M(\vartheta) d\vartheta}{NB}$$

lesz a valószínűsége annak, hogy a beesési szög ϑ és $\vartheta + d\vartheta$ közé, illetőleg $\cos \vartheta$ az x és $x + dx$ közé esik; ugyanis térfogatesökkenés közben a *beesési szög szempontjából* az egész Δt időtartam alatt a viszonyok — nevezetesen az egyenletes eloszlás és a dugó sebessége — nem változnak.

Szemeljünk ki egy tetszőszerinti partikulát; tudjuk, hogy Δt idő alatt ez N -szer ütközik $\Delta\sigma$ -ba. Legyen az i -dik ütközésnél a beesési szög ϑ_i , és cosinusa x_i . Mivel a kiszemelt partikula minden egyes ütközésénél a $\varphi(x)$ függvény a fentiek szerint ugyanaz a függvény, és az N pedig igen nagy szám, azért a specializált Poisson probléma szerint a kiszemelt partikula ütközéseire vonatkozólag az egységhez igen közelálló valószínűséggel

$$\chi = \sum_1^N \cos \vartheta_i = \sum_1^N x_i = N \int_0^1 x \varphi(x) dx \quad (16)$$

lesz; illetőleg azon partikulák száma, amelyeknél $\sum_1^N \cos \vartheta_i$ értéke a (16)-tól eltérő, elenyésző kicsi.

A χ következőképpen határozható meg. A $\Delta\sigma$ -ra Δt idő alatt ϑ és $\vartheta + d\vartheta$ között beeső $\varepsilon M(\vartheta) d\vartheta$ energiát egyenlővé téve a (10) alatti $\frac{B\varepsilon c}{2V} \Delta\sigma \Delta t \left(\cos \vartheta + \frac{v}{c} \right) \sin \vartheta d\vartheta$ kifejezéssel,

$$\varphi(x) dx = \frac{M(\vartheta) d\vartheta}{NB} = \frac{1}{N} \frac{c \Delta\sigma \Delta t}{2V} \left(\cos \vartheta + \frac{v}{c} \right) \sin \vartheta d\vartheta$$

lesz, s ebből (16) alapján

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{c \Delta\sigma \Delta t}{2V} \int_0^{\pi/2} \cos \vartheta \cdot \left(\cos \vartheta + \frac{v}{c} \right) \sin \vartheta d\vartheta = \\ &= \frac{2}{3} \frac{c \Delta\sigma \Delta t}{4V} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{v}{c} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

13. Ha a Δt idő alatti térfogatesökkenést $-\Delta V$ -vel jelöljük, akkor $v \Delta\sigma \Delta t = -\Delta V$ tekintetbevételével eddigi eredményeink következőkép összegezhetők:

«Elegendő nagy Δt idő alatt, mialatt a térfogat ΔV -vel csökken, minden egyes partikula az egységhez igen közelálló valószínűséggel N ízben úgy ütközik a mozgó dugóba, hogy a beesési szögek cosinusainak összege

$$\chi = -\frac{2}{3} \frac{c}{4v} \frac{\Delta V}{V} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{v}{c} \right] \quad (18)$$

lesz; illetőleg az üregbeli teljes u, dv V energiának az a része, amely nem követi e törvényt, elenyésző kicsi».

Ezáltal kimutattuk, hogy a következő §-ban tárgyalandó frekvencia- és energiaváltozásokra a középértékszámítás jogosult.

IV. §. Frekvencia- és energiaváltozás adiabatikus reverzibilis változásnál.

14. Egy partikula ν frekvenciája és ε energiája a mozgó $\Delta\sigma$ -ról való első visszaverődés után (6) és (7) képletek szerint

$$\nu_1 = \nu\beta_1 = \nu \left(1 + \frac{2''}{c} \cos \vartheta_1 \right) \quad \text{és} \quad \varepsilon_1 = \varepsilon\beta_1 = \varepsilon \left(1 + \frac{2''}{c} \cos \vartheta_1 \right)$$

lesz, itt ϑ_1 az első ütközés beesési szögét jelenti. N -szeri ütközés után, a $\frac{v}{c}$ -ben másod- és magasabbrendű tagok elhanyagolása után (18) alapján az új frekvencia

$$\begin{aligned} \nu_N &= \nu \prod_1^N \beta_i = \nu \prod_1^N \left(1 + 2 \frac{''}{c} \cos \vartheta_i \right) = \nu \left(1 + 2 \frac{v}{c} \sum_1^N \cos \vartheta_i \right) = \\ &= \nu \left(1 + 2 \frac{v}{c} \chi \right) = \nu \left(1 - 2 \frac{v}{c} \frac{2}{3} \frac{c}{4v} \frac{\Delta V}{V} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{v}{c} \right] \right) = \\ &= \nu \left(1 - \frac{\Delta V}{3V} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{v}{c} \right] \right) \end{aligned}$$

lesz. Mi a ΔV -t is kicsinek akarjuk tekinteni, s így a $\frac{\Delta V}{V} \cdot \frac{v}{c}$ tag elhanyagolása után az új frekvencia a

$$\nu_N = \nu \left(1 - \frac{\Delta V}{3V} \right) = \nu - \nu \frac{\Delta V}{3V}$$

alakban írható. A Δt idő alatti $\Delta\nu = \nu_N - \nu$ frekvencianövekedésre tehát a

$$\Delta\nu = -\nu \frac{\Delta V}{3V}, \quad \text{vagyis} \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta V}{3V}$$

egyenletet nyerjük. Ebből integrálás után a frekvenciára a

$$\nu \cdot V^{1/3} = \text{const.}, \quad (A)$$

és ebből a spektrálszélességre a

$$d\nu \cdot V^{1/2} = \text{const} \quad (B)$$

összefüggések adódnak. Hasonló meggondolással egy partikula energiájára az

$$\epsilon \cdot V^{1/2} = \text{const} \quad (19)$$

összefüggés nyerhető. A 13. pontbeli tételünk értelmében (19), (A) és (B) összefüggések az üregbe zárt teljes $u, d\nu V$ energiára érvényesek, s így (19) alapján az összenergiára az $u, d\nu V \cdot V^{1/2} = \text{const}$, és ebből az energiasűrűségre az

$$u, d\nu \cdot V^{1/2} = \text{const} \quad (C)$$

egyenlet nyerhető. Az u, ν eloszlási függvényre pedig (B) és (C)-ből

$$u, \nu \cdot V = \text{const} \quad (D)$$

adódik. Ezek alapján kimondhatjuk a következő tételt:

«Adiabatus reverzibilis változásnál fehér falú üregbe zárt monochromatikus sugárzás *monochromatikus marad* és a ν frekvencia, $d\nu$ spektrálszélesség $u, d\nu$ energiasűrűség és az u, ν eloszlási függvény a térfogattal az (A), (B), (C) és (D) törvények szerint tolódik el, illetőleg az energiának az a része, amely nem követi e törvényeket, elenyésző kicsi.»

15. Ha az üregben eredetileg nem monochromatikus, hanem *tetszésszerű* spektrális eloszlású sugárzás volt, — amely lehet *fekete* is, de lehet *más* is. — akkor amint ez a bizonyítás menetéből nyilvánvaló, *minden egyes* fénynem a többitől függetlenül az (A), (B), (C) és (D) törvényeknek megfelelően változtatja frekvenciáját, spektrálszélességet, stb.

Ha V térfogaton az eloszlási függvény $u, \nu = h(\nu)$ adva volt, akkor a V' térfogathoz tartozó u', ν eloszlási függvény a (D) törvény alapján az $u' = \frac{V}{V'} h(\nu)$ képlettel számítható ki. Viszont az (A) törvény alapján $\nu = \frac{\nu' V'^{1/2}}{V^{1/2}}$, s így

$$u' = \frac{V}{V'} \cdot h\left(\frac{\nu' V'^{1/2}}{V^{1/2}}\right) \quad (20)$$

lesz. Tetszésszerű spektrális eloszlású egyenletes sugárzás adiabatus reverzibilis változásánál az u', ν eloszlási függvény a ν'

és V' függvényének tekinthető. Ezen $u_\nu(\nu', V')$ függvény a veszszők elhagyása után (20) alapján az

$$u_\nu = \frac{1}{V} \varphi(\nu \cdot V^{1/2}) \quad \text{vagy} \quad u_\nu = \nu^3 \cdot \varphi(\nu V^{1/2}) \quad (E)$$

alakra korlátozódik. Ezen törvényszerűség lényegében a következőket mondja:

«Ha üregünkbe egy nyíláson át bizonyos nagyságú, de különben *tetszésszerű* spektrális eloszlású sugárzási energiát bocsátunk, és a nyílás befödése után a térfogatot a dugó mozgásával változtatjuk, akkor az üregben olyan egyenletes sugárzási állapot áll elő, amelynél az $u_\nu(\nu, V)$ eloszlási függvény nem függhet külön ν -től és külön V -től, hanem egy ν^3 faktortól eltekintve csak a $\nu^3 V$ szorzattól».*

V. §. Termodinamikai kapcsolatok.

16. A fekete üregsugárzás adiabatikus reverzibilis változásánál is érvényes (A), (B), (C), (D) és (E) térfogati törvényeknek a (2)-vel való kombinálása által a következő összefüggések nyerhetők:

$$\frac{\nu}{T} = \text{const} \quad (A_1)$$

* PLANCK a 6. pontban már említett levezetésében szintén *tetszésszerű* kezdeti spektrális eloszlásból kiindulva jut el az (E) törvényhez. Könyvében a 84a. § utolsó és a 87. § első bekezdésében azután a következőket mondja: «Az (E) törvény *tetszésszerű* spektrális eloszlás esetén érvényes, ha tehát a sugárzás eredetileg monochromatikus volt, akkor monochromatikus is marad, csak a frekvencia a térfogattal a $\nu V^{1/2} = \text{const}$ egyenletnek megfelelően változik.» «Ez utóbbi egyenletet feketesugárzás esetén a $T^3 V = \text{const}$ egyenlettel kombinálva, a $\frac{\nu}{T} = \text{const}$ összefüggésre jutunk.»

Ez az állítás azonban ellenmondásban van az (E) törvény levezetési módjával. Ugyanis PLANCK az (E) törvény levezetésénél lényegesen kihasználja azt a feltevést, hogy az u_ν eloszlási függvény folytonos, differenciálható, sőt $\frac{\partial u_\nu}{\partial \nu}$ mindenütt véges; márpedig monochromatikus sugárzásnál u_ν nem folytonos. PLANCK levezetéséből tehát az (A) és az (A₁) törvény csak abban az esetben következik, ha a sugárzás monochromatikus voltát olyan folytonos és differenciálható u_ν eloszlási függvénnyel értelmezzük, amely mindenütt zérus, kivéve egy ν helyet, ahol meredek maximuma van.

$$\frac{d\nu}{T} = \text{const} \quad (B_1)$$

$$\frac{u_\nu d\nu}{T^4} = \text{const} \quad (C_1)$$

$$\frac{u_\nu}{T^3} = \text{const} \quad (D_1)$$

és

$$u_\nu = \nu^3 \cdot \varphi\left(\frac{T}{\nu}\right). \quad (E_1)$$

E törvények következőkép értelmezendők:

«A normális energiaspektrumban minden egyes fénynem frekvenciája, spektrálszélessége, energiasűrűsége és eloszlási függvénye az abszolút hőmérséklettel az (A_1) , (B_1) , (C_1) , (D_1) törvények szerint tolódik el.» Az (A_1) és (B_1) törvény a tulajdonképpen WIEN-féle eltolódási törvény, a (C_1) törvény pedig a monochromatikus STEFAN—BOLTZMANN-féle törvény.

17. Az (E_1) törvény u_ν -t T és ν függvényeképp állítja elő, tehát tulajdonképpen a keresett KIRCHHOFF-féle függvényt szolgáltatja. E törvény szerint «a normális energiaspektrumban u_ν nem függhet külön ν -től és T -től, hanem egy ν^3 faktortól eltekintve csak a $\frac{T}{\nu}$ hányadostól.*

Ez a törvény a feketesugárzás *termodinamikus* törvénye, és ez egyúttal a végső eredmény, amelyre rájuthatunk a nélkül, hogy az anyag és a sugárzás atomisztikus szerkezetére nézve speciális feltevéseket kellene tennünk.

Irodalom.

1. W. WIEN: Eine neue Beziehung der Strahlung schwarzer Körper zum zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie. Berl. Ber. 1893. I. k., 55. o.
2. W. WIEN: Temperatur und Entropie der Strahlung. Wied. Ann. 1894. 52. k., 135, 156—157. o.

* WIEN, THIESEN és JEANS frekvencia helyett hullámhosszal dolgoznak. A ν -re vonatkozó törvényekből a λ -ra vonatkozók úgy nyerhetők, hogy ν , $d\nu$ és $u_\nu d\nu$ helyébe a $\nu = \frac{c}{\lambda}$, $d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$ és $u_\nu d\nu = u_\lambda d\lambda$ értékeket írjuk.

3. M. THIESEN: Über das Gesetz der schwarzen Strahlung. Verh. der deutsch. Phys. Ges. 1900. II., 66. o.

4. M. PLANCK: Wärmestrahlung. V. kiadás. 1923. Jelen dolgozatban a jelölések megegyeznek PLANCK könyvének jelöléseivel. A továbbiakban ezen műre a szöveg közt P. W. jelöléssel hivatkozunk.

5. M. ABRAHAM: Zur Theorie der Strahlung und des Strahlungsdruckes. Ann. d. Phys. 1904. 14. k. 243—257. o. és «Theorie der Elektrizität», II. kötet.

6. J. H. JEANS: On the laws of Radiation. Proc. of the Royal Soc. 1905. A vol. 76, 546. o. és Phys. Zeitschr. 1906. 667. o.

7. P. EHRENFEST: Phys. Zeitschr. 1906. 527. és 850. o.

8. A. MEYER: Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung. 1879. Deutsch von E. CZUBER. 120. o.

9. A valószínűségszámítási elveken alapuló bizonyítással kapcsolatban bizonyos összefüggések nyerhetők az egyenletes eloszlású sugárzás és egyes felületelméleti tételek között. Ezeket egy előző dolgozatomban tárgyaltam. Lásd: «Térfogat és egyenletes eloszlású sugárzás». (Közlemények a debreceni tud. egyetem matematikai szemináriumából. V. füzet. Kiadja: DÁVID LAJOS.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. évi június 12.-én tartott üléséből.)

BEITRÄGE ZUR THEORIE DES WIENSCHEN VERSCHIEBUNGSGESETZES.

Von J. HITTRICH.

Es wird ein statistischer Beweis des Verschiebungsgesetzes gegeben, in welchem die Berechtigung der Mittelwertsrechnungen mit Hilfe eines Wahrscheinlichkeitsproblems von Poisson nachgewiesen wird. Das monochromatische STEFAN—BOLTZMANNsche Gesetz wird nicht als gegeben vorausgesetzt, sondern es wird mit dem Verschiebungsgesetz parallel — beide voneinander unabhängig — gewonnen. Die Fläche, welche die Strahlung einschliesst, muss nicht auf Würfel, Zylinder oder Kugel gestaltet specialisiert werden, sie kann von beliebiger Form sein.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Juni 1933.)

A KOORDINÁTA-MÉRÉS PONTOSSÁGÁNAK HATÁRAI AZ ELEKTRON DIRAC-FÉLE ELMÉLETÉBEN.

NEUMANN JÁNOS-tól.

1. Az elektron állapotát a quantum-elmélet modern (HEISENBERG—DIRAC—SCHRÖDINGER-féle) alakjában az ú. n. hullámfüggvény, $\varphi(q)$ jellemzi; hol q , az elektron koordinátája, az argumentum, míg p , az impulzus nem szerepel.¹ $\varphi(q)$ helyett egy csak p -től, de q -tól nem, függő függvény is használható, $\psi(p)$. E két függvény a LAPLACE-féle transzformáció révén függ össze:

$$\psi(p) = \frac{1}{\sqrt{h}} \int \varphi(q) e^{\frac{2\pi i}{h} p q} dq, \quad \varphi(q) = \frac{1}{\sqrt{h}} \int \psi(p) e^{-\frac{2\pi i}{h} p q} dp.$$

A koordináta és az impulzus az elektron egy meghatározott állapotában általában nem bír határozott értékkel, hanem mindkettő több értéktartományban lehet pozitív valószínűségekkel. Annak a valószínűsége, hogy q a $q', q' + dq'$ intervallumban fekszik, $|\varphi(q')|^2 \cdot dq'$; annak, hogy p a $p', p' + dp'$ intervallumban fekszik, $|\psi(p')|^2 \cdot dp'$.² (Minthogy az összvalószínűségnek 1-nek kell lennie, $\int |\varphi(q)|^2 dq = \int |\psi(p)|^2 dp = 1$ egyenletnek kell fennállnia, — ez csakugyan minden hullámfüggvénynél igaz.)³

¹ PL. SCHRÖDINGER, «Abhandlungen zur Wellenmechanik», Leipzig 1927. Elsősorban a két első értekezés.

² V. ö. ¹ A következőkben h a PLANCK-féle állandó, m az elektron tömege, e a töltés, c a fénysebesség.

³ V. ö. ¹ Ezen képletek a quantummechanika ú. n. «statisztikai interpretáció»-jának legegyszerűbb alosztalói. V. ö. BORN, Zschr. f. Phys., 37, 38, 1926; JORDAN, Zschr. f. Phys., 1926; DIRAC, Proc. Roy. Soc., 113, 1926; NEUMANN, Gött. Nachr., 1926.

⁴ V. ö. a fenti idézetek bármelyikével. Matematikai szempontból kimerítő PLANCHEREL, Circ. Math. Palermo, 1910.

Ezen képletek meghatározzák többek között q és p statisztikai középértékét és diszperzióját:⁵

$$\bar{q} = \int q |\varphi(q)|^2 dq, \quad D_q^2 = \overline{(q - \bar{q})^2} = \int (q - \bar{q})^2 |\varphi(q)|^2 dq,$$

$$\bar{p} = \int p |\psi(p)|^2 dp, \quad D_p^2 = \overline{(p - \bar{p})^2} = \int (p - \bar{p})^2 |\psi(p)|^2 dp.$$

q akkor veszi fel a \bar{q} értéket igen pontosan (azaz: akkor fekszik túlnyomó valószínűséggel \bar{q} -hoz igen közel), ha D_q kicsi, vagyis, ha $\varphi(q)$ csak a \bar{q} hely közvetlen közelében vesz fel nagyobb értékeket; a megfelelő viszony áll fenn p , \bar{p} és $\psi(p)$ között. De ha $\varphi(q)$ az említett viselkedést mutatja, akkor $\psi(p)$ ezt nem teheti⁶ és viszont — vagyis: kivételes esetekben q vagy p igen pontosan meg lehet határozva, de mind a kettő egyszerre soha.

HEISENBERG mutatott rá arra, hogy ez kísérleti szempontból annyit jelent, hogy nagy pontosságú koordináta- és impulzusmérés kizárja egymást.⁷ Úgy a q - és p -mérési kísérlete szemléletes diszkussziója, mint egyes tipikus hullámfüggvények D_q - és D_p -jének meghatározása segítségével arra a konklúzióra jutott, hogy D_q vagy D_p ugyan külön-külön tetszőlegesen kicsi lehet, de a $D_q D_p$ szorzat nagyságrendje mindig legalább is h . A hullámfüggvények általános matematikai vizsgálata által azonban pontos alsó határnak meg kell határozhatónak lennie, ez irányban KENNARD és ROBERTSON⁸ kimutatták, hogy $D_q D_p$ minimuma pontosan $\frac{h}{4\pi}$.

Mindezen megfontolások a relativitás elvét nem veszik figyelembe. Az elektron relativisztikus tömegváltozásának, valamint mechanikai és mágneses forgató nyomatékának, az ú. n. spinnek figyelembevétele lényegesen befolyásolja HEISENBERG-nek a mérésre vonatkozó megfontolásait. Több szerző ezen megfontolások revíziója alapján azon eredményre jutott, hogy a koor-

⁵ Ha r egy fizikai mennyiség, úgy \bar{r} annak statisztikai középértéke és $\overline{(r - \bar{r})^2}$ a középértéktől való eltérés négyzetének középértéke, az ú. n. diszperzió négyzete.

⁶ Ha $\varphi(q)$ pl. csak $q=0$ közelében különbözik 0-tól, úgy $\psi(p)$ majdnem konstans és viszont.

⁷ HEISENBERG, Zschr. f. Phys., 1926; BOHR, Naturwiss., 1928.

⁸ KENNARD, Zschr. f. Phys., 1927; ROBERTSON, Phys. Rev., 1930.

dinátának $\frac{h}{mc}$ -nél² nagyobb pontossággal való mérése lehetetlen,⁹ vagyis, hogy D_q nagyságrendje mindig legalább is $\frac{h}{mc}$. Ezen állítás elméleti alátámasztására azonban szükség volna arra, hogy a nem-relativisztikus és spin-nélküli $\varphi(q)$ hullámfüggvényre vonatkozó KENNARD—ROBERTSON-féle számítások az elektron relativisztikus és a spint is figyelembevevő DIRAC-féle elméletének keretében¹⁰ megismételtessenek és azt az eredményt adják, hogy D_q nem lehet kisebb nagyságrendű $\frac{h}{mc}$ -nél.

A DIRAC-féle elméletben az elektron hullámfüggvénye q -n kívül még egy további ζ koordinátától is függ (ζ az ú. n. spin-koordináta és csak 4 diszkrét értéket vesz fel: $\zeta=1, 2, 3, 4$), vagyis $\varphi(q)$ helyébe $\varphi(q, \zeta)$ lép, hasonlóan $\psi(p)$ helyébe $\psi(p, \zeta)$ lép. A kettő közötti összefüggés a régi:

$$\begin{aligned}\psi(p, \zeta) &= \frac{1}{\sqrt{h}} \int \varphi(q, \zeta) e^{\frac{2\pi i}{h} p q} dq, \\ \varphi(q, \zeta) &= \frac{1}{\sqrt{h}} \int \psi(p, \zeta) e^{-\frac{2\pi i}{h} p q} dp,\end{aligned}$$

és annak a valószínűsége, hogy q q' , $q' + dq'$ -ben, illetve hogy p p' , $p' + dp'$ -ben legyen, $\sum_1^4 |\varphi(q', \zeta)|^2 dq'$, illetve $\sum_1^4 |\psi(p', \zeta)|^2 dp'$ (a «normírozás» feltétele $\sum_1^4 \int |\varphi(q, \zeta)|^2 dq = \sum_1^4 \int |\psi(p, \zeta)|^2 dp = 1$).

A középérték és a diszperzió képletei:

$$\begin{aligned}\bar{q} &= \sum_1^4 \int q |\varphi(q, \zeta)|^2 dq, \quad D_q^2 = \sum_1^4 \int (q - \bar{q})^2 |\varphi(q, \zeta)|^2 dq \\ \bar{p} &= \sum_1^4 \int p |\psi(p, \zeta)|^2 dp, \quad D_p^2 = \sum_1^4 \int (p - \bar{p})^2 |\psi(p, \zeta)|^2 dp.\end{aligned}$$

Amint a D_q -kifejezés szerkezete mutatja, semmi akadály a annak, hogy D_q tetszőlegesen kicsi legyen: csupán úgy kell $\varphi(q, \zeta)$ -t megválasztani, hogy csak \bar{q} közvetlen közelébe eső

⁹ PL. LANDAU és PEIERLS, Zschr. f. Phys., 1931.

¹⁰ DIRAC, Proc. Roy. Soc., 1928.

q mellett vegyen fel nagyobb értékeket. Ámde a DIRAC-féle elmélet általában elfogadott értelmezése szerint nem minden $\varphi(q, \zeta)$ hullámfüggvény felel meg az elektron fizikailag leírt állapotainak, hanem csak az ú. n. tiszta pozitív hullámfüggvények,¹¹ és könnyen belátható, hogy a fentemlített $\varphi(q, \zeta)$ -k általában nem tiszta pozitívak. Ennélfogva a voltaképpeni kérdés ez: minő értékeket vehetnek fel D_q, D_p és $D_q D_p$, ha $\varphi(q, \zeta)$ egy tetszőleges tiszta pozitív hullámfüggvény.

2. A DIRAC-féle elmélet az elektron viselkedését, hasonlóan a SCHRÖDINGER-féléhez, azáltal írja le, hogy megadja, mint változik az idők folyamán az elektron állapota (azaz a $\varphi(q, \zeta)$ vagy a $\psi(p, \zeta)$ hullámfüggvény), ha az elektromágneses tér adva van. Tehát a hullámfüggvény az időtől, t -től is függ: $\varphi(t, q, \zeta)$, illetve $\psi(t, p, \zeta)$; és változását egy t -ben elsőfokú differenciálegyenlet határozza meg (úgyhogy a kezdőállapot, vagyis a $t=0$ -hoz tartozó hullámfüggvény, minden egyebet meghatároz). Ha még figyelembe vesszük, hogy q voltaképpen a 3 kartézi koordinátát képviseli: q_1, q_2, q_3 , és megfelelően p -nek is 3 komponense van: p_1, p_2, p_3 (a LAPLACE-féle transzformáció kitevőjében álló pq helyébe $\sum_1^3 p_n q_n$ irandó), akkor DIRAC differenciálegyenlete ez:

$$\left[\frac{1}{c_i} \left(\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{e}{c} \mathfrak{A}_0 \right) \alpha_0 + \sum_1^3 \left(\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q_n} - \frac{e}{c} \mathfrak{A}_n \right) \alpha_n + mc \right] \varphi = 0. \quad (1)$$

Itt $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 4 4-soros matrix, melyek az

$$\alpha_m \alpha_n + \alpha_n \alpha_m = \begin{cases} 2 \cdot \mathbf{1}, & \text{ha } m = n \\ \mathbf{0}, & \text{ha } m \neq n \end{cases} \quad (2)$$

«kommutációs» feltételeknek tesznek eleget,^{11 12} $\mathfrak{A}_0, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_3$

¹¹ V. ö. ¹⁰ továbbá NEUMANN, Zschr. f. Phys., 1928; SCHRÖDINGER, Berl. Ber., 1931.

¹² Ha α az $\{\alpha^{\zeta\zeta'}\}_{\zeta, \zeta'=1, 2, 3, 4}$ matrix, úgy $\alpha\varphi(q, \zeta)$ alatt a

$$\varphi_1(q, \zeta) = \sum_1^4 \alpha^{\zeta\zeta'} \varphi(q\zeta')$$

függvény értendő. Ugyanúgy $\alpha\psi(p, \zeta)$ a

$$\psi_1(p, \zeta) = \sum_1^4 \alpha^{\zeta\zeta'} \psi(p, \zeta')$$

függvény.

pedig az elektromágneses teret meghatározó «4-es vektorpotenciál» komponensei.

Ha elektromágneses tér nincs jelen, úgy (1) a «szabad» elektron

$$\left[\frac{1}{c_i} \frac{h}{2\pi i} \frac{d}{dt} \alpha_0 + \sum_1^3 \frac{h}{2\pi i} \frac{d}{dq_n} \alpha_n + mci \right] \varphi = 0 \quad (1')$$

differenciálegyenletévé speciálizálódik. A «stacioner» megoldások, melyeknél φ t -től csak egy $e^{\frac{2\pi i}{h} Et}$ -alakú faktor révén függ, tehát melyeknél

$$\varphi = \varphi(t, q, \zeta) = e^{\frac{2\pi i}{h} Et} \varphi_0(q, \zeta), \quad \psi = \psi(t, p, \zeta) = e^{\frac{2\pi i}{h} Et} \psi_0(p, \zeta),$$

különösen fontosak, mert (2) minden megoldása belőlük lineárisan tevődik össze. Ezeknél (2), ha még a LAPLACE-féle transzformáció segítségével áttérünk ψ -re, így hangzik:

$$\left[\frac{E}{ci} \alpha_0 + \sum_1^3 p_n \alpha_n + mci \right] \psi_0 = 0. \quad (3)$$

Ezen egyenleten feltűnő, hogy differenciációkat nem tartalmaz, csupán $\psi_0(p, \zeta)$ -nak ugyanazon p -hez tartozó 4 értéke (melyek $\zeta = 1, 2, 3, 4$ -nek felelnek meg) között ír elő bizonyos lineáris relációkat. Ha a

$$\alpha(E, p) = \frac{E}{ci} \alpha_0 + \sum_1^3 p_n \alpha_n + mci \quad (4)$$

(4-edfokú) matrix rangja 4 (azaz determinánsa $\neq 0$), úgy (3) ezen E, p -kre $\psi_0 = 0$ -t ír elő valamennyi ζ -ra. Vagyis: adott E mellett csak ama p impulzusok bírnak pozitív valószínűséggel (melynek értéke $\sum_1^4 |\psi(t, p, \zeta)|^2 dp = \sum_1^4 |\psi_0(p, \zeta)|^2 dp$, hol $dp = dp_1 \cdot dp_2 \cdot dp_3$), melyeknél $\alpha(E, p)$ rangja < 4 . $\alpha(E, p)$ és a hozzá konjugált-transzponált matrix determinánsai komplex-konjugált számok, tehát a szorzat determinánsa az előbbi abszolút értékének négyzete. Mivel az α_n -ek konjugált-transzponált-jaikkal egyeznek,^{11 12} az $\alpha(E, p)$ -é

$$\beta(E, p) = -\frac{E}{c_i} \alpha_0 + \sum_1^3 p_n \alpha_n - mci = -\alpha(E, -p),$$

és a kettő szorzata, a kommutációs feltételek alapján

$$\left(-\frac{E^2}{c^2} + \sum_1^3 p_n^2 + m^2 c^2 \right) \mathbf{1},$$

ennek determinánsa $\left(-\frac{E^2}{c^2} + \sum_1^3 p_n^2 + m^2 c^2 \right)^4$. A keresett feltétel tehát ez:

$$-\frac{E^2}{c^2} + \sum_1^3 p_n^2 + m^2 c^2 = 0 \text{ vagy: } E = \pm c \sqrt{m^2 c^2 + \sum_1^3 p_n^2}. \quad (5)$$

Minthogy E a quantum-elmélet általánosan elfogadott értelmezése szerint az energia,¹³ (5) nem egyéb, mint az energiának az impulzusoktól való függésének jól ismert relativisztikus alakja.

Ha (5) fennáll, $\alpha(E, p)$ rangja mindenesetre < 4 , könnyen kimutatható, hogy $= 2$.¹³ Ezen E, p -khez tehát még két lineárisan független ψ_0 tartozik, ami ama fizikai tény aequivalense, hogy az adott impulzusú és energiájú elektronnak (a «monochromatikus» de BROGLIE-hullámnak) még kétféle spinje lehet. Ezzel szemben nem kielégítő az, hogy (5)-ben a négyzetgyök + előjele mellett annak — előjele is megengedett, vagyis, hogy $E > 0$ mellett $E < 0$ -hoz is tartoznak megoldások. Ezen $E < 0$ megoldások viselkedése egyébként akkor, amikor elektromágneses tér is jelen van (azaz erők hatnak az elektronra), a tapasztalatokkal összeegyeztethetetlen és súlyosan paradox, amint azt az (1) egyenlet diszkussziója mutatja.¹⁴ (Nevezetesen úgy viselkednek, mintha az elektron tömege m helyett $-m$ volna.) Ha az $E > 0$ megoldások lineárkombinációit tiszta pozitív és az $E < 0$ megoldások lineárkombinációit tiszta negatív hullámfüggvényeknek nevezzük, akkor (2), illetve (3) minden megoldása egyértelműen

¹³ V. Ö. NEUMANN, ¹⁰.

¹⁴ V. Ö. ¹¹ DIRAC, Proc. Roy. Soc., 1930, megkísérelte az elektron «negatív» állapotait a protonnal azonosítani, ezen felfogással szemben azonban súlyos aggályok merültek fel, például OPPENHEIMER, Phys. Review, 1930.

előállítható mint egy tiszta pozitív és egy tiszta negatív hullámfüggvény összege; és ha a $t = 0$ pillanatra szorítkozunk, úgy minden hullámfüggvényre érvényes ez az egyértelmű felbontás. A fent mondottak értelmében normális fizikai világképünkbe csak a tiszta pozitív hullámfüggvények illeszkednek be, ennél fogva csak ezeket ismerjük el az elektron fizikailag lehetséges állapotainak.

A tiszta pozitív állapotot (5) értelmében

$$E = +c \sqrt{m^2 c^2 + \sum_1^3 p_n^2}$$

jellemzi, vagyis a (3) egyenlet E ezen értékével, melyet $\left(-\frac{c}{E} \alpha_0\right)$ -val megszorozva és a kommutációs feltételek segítségével) így is írhatunk: $(1 - U)\psi_0 = 0$, vagyis $U\psi_0 = \psi_0$, hol

$$U = \frac{mc\alpha_0 - \sum_1^3 p_n i \alpha_0 \alpha_n}{\sqrt{m^2 c^2 + \sum_1^3 p_n^2}}. \quad (6)$$

A tiszta negatív állapotot ugyanezen feltétel jellemzi, de a négyzetgyök ellenkező előjelével, tehát U helyet $-U$ -val, vagyis $U\psi_0 = -\psi_0$. Ha a ψ_0 -kről lineárkombinációkra, az általános $\psi = \psi(p, \zeta)$ hullámfüggvényekre térünk át, úgy megkapjuk ezekre is a tiszta pozitív, illetve tiszta negatív jelleg feltételét:

$$U\psi = \psi, \text{ illetve } -\psi.$$

A LAPLACE-féle transzformáció segítségével áttérhetnénk $\varphi = \varphi(q, \zeta)$ -re, vagyis itt is kiszámíthatnók az U operátort, de ezen komplikált számításra nem lesz szükségünk.

Végül megjegyezzük, hogy a kommutációs feltételek segítségével (6)-ból $U^2 = 1$ következik, valamint az, hogy U saját konjugált transzponáltjával azonos (ez utóbbi azért áll U -ra, mert α_0 -ra és $i\alpha_0\alpha_n$ -re áll, t. i. $i\alpha_0\alpha_n$ konjugált transzponáltja $-i\alpha_n\alpha_0 = i\alpha_0\alpha_n$ [$n=1, 2, 3$]). Ennek alapján kitűnik, hogy a tet-szőleges ψ felbontása egy tiszta pozitív ψ_+ -ra és egy tiszta negatív ψ_- -ra ez:

$$\psi = \psi_+ + \psi_-, \quad \psi_+ = \frac{\psi + U\psi}{2}, \quad \psi_- = \frac{\psi - U\psi}{2}.$$

3. Mielőtt D_q -t és D_p -t vizsgáljuk, megállapítjuk a következőt: Minthogy a tér homogén, ugyanazon D_q , D_p értékek fordulnak elő az összes (tisztá pozitív) hullámfüggvényeknél, mint azoknál, melyeknél $\bar{q}=0$ (vagyis $\bar{q}_1=\bar{q}_2=\bar{q}_3=0$): hiszen a térnek $-\bar{q}_1, -\bar{q}_2, -\bar{q}_3$ -al való eltolása¹⁵ által mindig elérhetjük ezt. Minthogy ezen elmélet relativisztikusan invariáns,¹⁶ ugyanazon D_q , D_p értékek fordulnak elő az összes tisztá pozitív hullámfüggvénynél, mint azoknál, melyeknél $\bar{p}=0$ (vagyis $\bar{p}_1=\bar{p}_2=\bar{p}_3=0$), hiszen egy helyesen megválasztott LORENTZ-féle transzformáció¹⁶ által mindig elérhetjük ezt.¹⁷ Ha $\bar{q}_n=0$, $\bar{p}_n=0$ ($n=1, 2, 3$), úgy

$$D_{q_n}^2 = \sum_1^4 \int \int \int q_n^2 |\varphi(q, \zeta)|^2 dq_1 dq_2 dq_3,$$

$$D_{p_n}^2 = \sum_1^4 \int \int \int p_n^2 |\psi(p, \zeta)|^2 dp_1 dp_2 dp_3.$$

Minthogy a jobboldali kifejezésck általában $\bar{q}_n^2 = (\bar{q}_n - \bar{q}_n)^2 + \bar{q}_n^2 = D_{q_n}^2 + \bar{q}_n^2$ -al, illetve $\bar{p}_n^2 = (\bar{p}_n - \bar{p})^2 + \bar{p}_n^2 = D_{p_n}^2 + \bar{p}_n^2$ -al egyenlők, tehát mindenesetre $\geq D_{q_n}^2$, illetve $\geq D_{p_n}^2$, ennél fogva a minimum-vizsgálatainknál el is tekinthetünk a $\bar{q}_n=0$, $\bar{p}_n=0$ feltételektől. Ha még figyelembe vesszük, hogy a LAPLACE-féle transzformáció, mely φ -t ψ -vé, $q_n\varphi$ -t $\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial p_n} \psi$ -vé alakítja át, úgyhogy ezeknek abszolútérték-négyzetintegráljait meg nem változtatja, úgy a következőt látjuk: D_{q_n} , D_{p_n} megfontolásainkban pótolhatók a $\left(\frac{h}{2\pi}\right) E_n$, F_n mennyiségekkel, hol

¹⁵ Ezen eltolás $\varphi(q_1, q_2, q_3, \zeta)$ -nak $\varphi(q_1 - \bar{q}_1, q_2 - \bar{q}_2, q_3 - \bar{q}_3, \zeta)$ -val és $\psi(p_1, p_2, p_3, \zeta)$ -nak $e^{\frac{2\pi i}{h}(\bar{q}_1 p_1 + \bar{q}_2 p_2 + \bar{q}_3 p_3)} \psi(p_1, p_2, p_3, \zeta)$ -val való pótlását jelenti.
¹⁶ V. ö. 10

¹⁷ Ezután ¹⁵ nyomán elérhetjük $\bar{q}=0$ -t, ezen művelet

$$\bar{p}_n = \sum_1^4 \int \int \int p_n |\psi(p_1, p_2, p_3, \zeta)|^2 dp_1 dp_2 dp_3$$

értékét nyilván nem érinti, tehát $\bar{p}=0$ érvényben marad.

$$E_n^2 = \sum_1^4 \iiint \left| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi(p, \zeta) \right|^2 dp_1 dp_2 dp_3, \\ F_n^2 = \sum_1^4 \iiint |p_n \phi(p, \zeta)|^2 dp_1 dp_2 dp_3. \quad (7)$$

Mindezen egyenletekben, éppúgy, mint az U operátor kifejezésében egyedül $\phi(p, \zeta)$ szerepel ($\varphi(q, \zeta)$ nem!). Természetesen a

$$\sum_1^4 \iiint |\phi(p, \zeta)|^2 dp_1 dp_2 dp_3 = 1 \quad (7')$$

mellékfeltétel (mely $\sum_1^4 \iiint |\varphi(q, \zeta)|^2 dq_1 dq_2 dq_3 = 1$ -et a fentemlitett oknál fogva maga után vonja) ismét elő van írva.

A következő rövidítéseket vezetjük be:

$$(\psi, \omega) = \sum_1^4 \iiint \psi(p, \zeta) \overline{\omega(p, \zeta)} dp_1 dp_2 dp_3,^{18}$$

$$\|\psi\| = +\sqrt{(\psi, \psi)} = +\sqrt{\sum_1^4 \iiint |\psi(p, \zeta)|^2 dp_1 dp_2 dp_3}.$$

Ezáltal (7), (7') így alakul át:

$$E_n = \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \psi \right\|, \quad F_n = \|p_n \psi\|, \quad \|\psi\| = 1. \quad (8)$$

Ha α_0 -t $-\alpha_0$ -val pótoljuk, a definiáló (2) egyenlet érvényben marad, tehát a DIRAC-féle egyenlet általános tulajdonságai nem változnak meg. Mivel ekkor $U = -U$ -vá alakul át, a (8)-beli mennyiségek $U\psi = \psi$ megoldásainál ugyanúgy viselkednek, mint $U\psi = -\psi$ megoldásainál. Vagyis a tiszta pozitív ψ -k helyett a tiszta negatív ψ -ket is vizsgálhatjuk.

¹⁸ Itt — és ezután is a komplex-konjugált számot jelöli, a középértéket jelölő —-el nem tévesztendő össze!

A következőkben a ψ -hez tartozó E_n, F_n -t a $\psi_1 = \frac{\psi_+}{\|\psi_+\|}$ és $\psi_2 = \frac{\psi_-}{\|\psi_-\|}$ -hoz¹⁹ tartozókkal fogjuk összehasonlítani; ψ_1, ψ_2

ama tiszta pozitív, illetve negatív hullámfüggvények, melyekből ψ lineárisan összetevődik. A későbbiekben még használni fogjuk a következő megjegyzést:

$$\begin{aligned}\|\psi_+\|^2 &= \left(\frac{1+U}{2} \psi, \frac{1+U}{2} \psi \right) = \left(\left(\frac{1+U}{2} \right)^2 \psi, \psi \right) = \\ &= \left(\frac{1+2U+U^2}{4} \psi, \psi \right) = \left(\frac{1+U}{2} \psi, \psi \right),\end{aligned}$$

$$\|\psi_-\|^2 = \dots = \left(\frac{1-U}{2} \psi, \psi \right),$$

$$\|\psi_+\|^2 + \|\psi_-\|^2 = (\psi, \psi) = 1,$$

tehát $\|\psi_+\|$ és $\|\psi_-\|$ közül az egyik $\geq \frac{1}{\sqrt{2}}$.

4. Amint kimutattuk, $\|\psi_+\|^2 + \|\psi_-\|^2 = \|\psi\|^2$ valamennyi ψ -re, tehát $\|\psi_+\| \leq \|\psi\|$. Mivel (6), (8) alapján nyilván $p_n \psi_+ = (p_n \psi)_+$, $\|p_n \psi_+\| \leq \|p_n \psi\| = F_n$, tehát

$$F'_n = \|p_n \psi_1\| = \frac{\|p_n \psi_+\|}{\|\psi_+\|} \leq \frac{F_n}{\|\psi_+\|}. \quad (9')$$

Ugyanígy

$$F''_n = \|p_n \psi_2\| = \dots \leq \frac{F_n}{\|\psi_-\|}.$$

Voltaképpen feladatunk tehát $E'_n = \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \psi_1 \right\|$ és $E''_n = \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \psi_2 \right\|$ felső határait megtalálni.

¹⁹ ψ_1, ψ_2 a ψ_+, ψ_- -al arányos, de normirozott függvények: e nélkül nem volnának hullámfüggvénynek használhatók.

Mármost

$$\begin{aligned}
 E'_n = \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_+ \right\| &= \frac{\left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_+ \right\|}{\left\| \phi_+ \right\|}, \quad E''_n = \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_- \right\| = \frac{\left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_- \right\|}{\left\| \phi_- \right\|}, \\
 \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_+ \right\|^2 &= \left(\frac{\partial}{\partial p_n} \phi_+, \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_+ \right) = \left(-\frac{\partial^2}{\partial p_n^2} \phi_+, \phi_+ \right) = \\
 &= \left(\frac{\partial^2}{\partial p_n^2} \frac{1+U}{2} \phi, \frac{1+U}{2} \phi \right) = \\
 &= \left(-\frac{1+U}{2} \frac{\partial^2}{\partial p_n^2} \frac{1+U}{2} \phi, \phi \right)^{20} \\
 \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_- \right\|^2 &= \dots = \left(-\frac{1-U}{2} \frac{\partial^2}{\partial p_n^2} \frac{1-U}{2} \phi, \phi \right), \\
 \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_+ \right\|^2 + \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_- \right\|^2 &= \\
 &= \left(-\left[\frac{1+U}{2} \frac{\partial^2}{\partial p_n^2} \frac{1+U}{2} + \frac{1-U}{2} \frac{\partial^2}{\partial p_n^2} \frac{1-U}{2} \right] \phi, \phi \right) = \\
 &= \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial p_n^2} + U \frac{\partial^2}{\partial p_n^2} U \right) \phi, \phi \right) = \\
 &= \left(-\frac{\partial^2}{\partial p_n^2} \phi, \phi \right) + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial p_n^2} - U \frac{\partial^2}{\partial p_n^2} U \right) \phi, \phi \right).
 \end{aligned} \tag{10}$$

A jobboldal első tagja nyilván $= \left(\frac{\partial}{\partial p_n} \phi, \frac{\partial}{\partial p_n} \phi \right) = E_n^2$, tehát csupán a másodikkal kell törődnünk. A benne szereplő

$$\frac{\partial^2}{\partial p_n^2} - U \frac{\partial^2}{\partial p_n^2} U = \frac{\partial}{\partial p_n} U \cdot U \frac{\partial}{\partial p_n} - U \frac{\partial}{\partial p_n} \cdot \frac{\partial}{\partial p_n} U = V_n$$

operátort a $\frac{\partial}{\partial p_n} U$ és $U \frac{\partial}{\partial p_n}$ operátorok kommutátorának tekintetjük, vagy $W_n = \frac{\partial}{\partial p_n} U - U \frac{\partial}{\partial p_n}$ és $U \frac{\partial}{\partial p_n}$ kommutátorának. Minthogy U nem tartalmaz differenciációkat

$$W_n = \frac{\partial}{\partial p_n} U - U \frac{\partial}{\partial p_n} = \frac{\partial}{\partial p_n} (U);^{21}$$

²⁰ E helyen használhatjuk ama közismert tényt, hogy $-\frac{\partial}{\partial p_n}$ ú. n. ferde-Hermitei szimmetriájú operátor, míg U Hermitei szimmetriájú.

²¹ Ezen fontos kommutációs képlet eredete: BOHRN, HEISENBERG és JORDAN, Zschr. f. Phys., 1926, és SCHRÖDINGER, ¹, harmadik értekezés.

tehát W_n sem tartalmaz differenciációkat és így U -val kommutál.

W_n és $U \frac{\partial}{\partial p_n}$ kommutátora tehát U -szor W_n és $\frac{\partial}{\partial p_n}$ kommutátora, mely utóbbi

$$-\frac{\partial}{\partial p_n} (W_n)^{21} = -\frac{\partial^2}{\partial p_n^2} (U).$$

A szóban forgó operátor ennél fogva

$$V_n = -U \frac{\partial^2}{\partial p_n^2} (U) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial}{\partial p_n} (U) \right)^2 - \frac{\partial^2}{\partial p_n^2} (U^2) \right].$$

Legyen pl. $n=3$, (6) értelmében

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial p_3} (U) = - \\ & = -\frac{p_3}{\sqrt{m^2 c^2 + \sum_1^3 p_n^2}}^3 \left(m c \alpha_0 - \sum_1^3 p_n i \alpha_0 \alpha_n \right) - \frac{i \alpha_0 \alpha_3}{\sqrt{m^2 c^2 + \sum_1^3 p_n^2}} = \\ & = \frac{m c p_3 \alpha_0 + p_1 p_3 i \alpha_0 \alpha_1 + p_2 p_3 i \alpha_0 \alpha_2 - (m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2) i \alpha_0 \alpha_3}{\sqrt{m^2 c^2 + \sum_1^3 p_n^2}}^3 \end{aligned}$$

ha ezt (2) figyelembevételével négyzetre emeljük,²² ez adódik:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial p_3} (U) \right)^2 - \frac{m^2 c^2 p_3^2 + p_1^2 p_3^2 + p_2^2 p_3^2 + (m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2)^2}{(m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)^3} = \\ & = \frac{m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2}{(m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)^2}. \end{aligned}$$

Másfelől tudjuk, hogy $U^2=1$, tehát $\frac{\partial^2}{\partial p_n^2} (U^2) = 0$. Tehát

$$\begin{aligned} V_3 &= \frac{1}{2} \frac{m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2}{(m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)^2} \\ (V_3 \psi, \psi) &= \frac{1}{2} \sum_1^4 \iiint \frac{m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2}{(m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)^2} |\psi|^2 dp_1 dp_2 dp_3 \leq \\ &\leq \frac{1}{2} \sum_1^4 \iiint \frac{|\psi|^2 dp_1 dp_2 dp_3}{m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}, \end{aligned}$$

²² $\alpha_0, i\alpha_0\alpha_1, i\alpha_0\alpha_2, i\alpha_0\alpha_3$ kommutációs tulajdonságai egyeznek $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ -éival. V. ö. ¹⁰

és így (tetszőleges $n = 1, 2, 3$ -ra):

$$\left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_+ \right\|^2 + \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_- \right\|^2 \leq E_n^2 + \frac{1}{4} \sum_1^4 \iiint \frac{|\phi|^2 dp_1 dp_2 dp_3}{m^2 c^2 + \sum_1^3 p_n^2}. \quad (11)$$

5. Ha $\phi'_n = \frac{\phi}{p_n}$ szintén véges abszolútérték-négyzetintegrállal bír (vagyis: ha $p_n \rightarrow 0$ -ból $\phi \rightarrow 0$ következik, éspedig elég erősen),²³ úgy (11) jobboldalának második tagját a következőképpen alakíthatjuk át:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_1^4 \iiint \frac{|\phi|^2 dp_1 dp_2 dp_3}{m^2 c^2 + \sum_1^3 p_n^2} &= \frac{1}{4} \sum_1^4 \iiint \frac{p_n^2 |\phi'_n|^2 dp_1 dp_2 dp_3}{m^2 c^2 + \sum_1^3 p_n^2} \leq \\ &\leq \frac{1}{4} \sum_1^4 \iiint |\phi'_n|^2 dp_1 dp_2 dp_3 = \frac{1}{4} \|\phi'_n\|^2. \end{aligned}$$

Másfelől

$$\begin{aligned} 2\Re \left(\frac{\partial}{\partial p_n} \phi, \phi'_n \right) &= -2\Re \left(\phi, \frac{\partial}{\partial p_n} \phi'_n \right) = -2\Re \left(p_n \phi'_n, \frac{\partial}{\partial p_n} \phi'_n \right) = \\ &= - \left(p_n \phi'_n, \frac{\partial}{\partial p_n} \phi'_n \right) - \left(\frac{\partial}{\partial p_n} \phi'_n, p_n \phi'_n \right) = \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial p_n} (p_n \phi'_n), \phi'_n \right) - \left(p_n \frac{\partial}{\partial p_n} \phi'_n, \phi'_n \right) = (\phi'_n, \phi'_n) = \|\phi'_n\|^2,^{24} \\ 2\Re \left(\frac{\partial}{\partial p_n} \phi, \phi'_n \right) &\leq 2 \left| \left(\frac{\partial}{\partial p_n} \phi, \phi'_n \right) \right| \leq 2 \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi \right\| \cdot \|\phi'_n\|,^{25} \end{aligned}$$

tehát

$$\|\phi'_n\|^2 \leq 2 \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi \right\| \cdot \|\phi'_n\|, \quad \|\phi'_n\| \leq 2 \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi \right\| = 2E_n.^{25}$$

²³ Hogy $\int \left| \frac{\psi}{p_n} \right|^2 dp_n$ véges legyen, elegendő, ha ψ aszimptotikusan p_n^a , hol $a > \frac{1}{2}$.

²⁴ Ez az ú. n. SCHWARZ-féle egyenlőtlenségből következik, mely szerint $|\langle \psi, \omega \rangle| \leq \|\psi\| \cdot \|\omega\|$

²⁵ Vagyis: $\|\psi'_n\|$ lehet ugyan végtelen, de ha véges, úgy $\leq \sqrt{2E_n}$.

Tehát a szóbanforgó második tag $\leq \frac{1}{4}(2E_n)^2 = E_n^2$, és (11)-ből ez lesz:

$$\left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_+ \right\|^2 + \left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_- \right\|^2 \leq 2E_n^2. \quad (12)$$

Ennélfogva $\left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_+ \right\|$ és $\left\| \frac{\partial}{\partial p_n} \phi_- \right\|$ külön-külön $\leq \sqrt{2} E_n$ és (10) értelmében,

$$E'_n \leq \frac{\sqrt{2}}{\|\phi_+\|} E_n, \quad E''_n \leq \frac{\sqrt{2}}{\|\phi_-\|} E_n. \quad (13)$$

Amint 3. végén megjegyeztük, $\|\phi_+\|$ vagy $\|\phi_-\| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$, tehát E'_n vagy $E''_n \leq 2E_n$. Ugyanekkor (9'), (9'') értelmében F'_n , illetve $F''_n \leq \sqrt{2} F_n$.

Ha tehát $p_n \rightarrow 0$ -ból $\phi \rightarrow 0$ következik, éspedig elég erősen,²³ úgy vagy a tiszta pozitív ϕ_+ -hoz tartozó E'_n , F'_n , vagy a tiszta negatív ϕ_- -hoz tartozó E''_n , F''_n nem lényegesen nagyobb, mint a ϕ -hez tartozó E_n , F_n . Ennélfogva ilyenkor a koordinata diszperzióját mérő E'_n , E''_n lényegében ugyanoly kicsivé tehető, mint az az eredeti E_n és a HEISENBERG—KENNARD—ROBERTSON-féle relációk maradnak érvényben tiszta pozitív, illetve negatív ϕ kre is. Egy a fenti feltételt kielégítő ϕ , melynél ezen relációk által megengedett legkedvezőbb eset ($E_n F_n \sim 1$) megközelítettük, pl. ez:

$$\phi = C p_1 p_2 p_3 e^{-a(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)}.$$

$a > 0$, $C > 0$, C úgy választandó, hogy $\|\phi\| = 1$ legyen.) Könnyen belátható, hogy

$$\varphi = C' q_1 q_2 q_3 e^{-\frac{\pi^2}{h^2 a}(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)}$$

és $E_n = C'' a^{\frac{1}{2}}$, $F_n = C''' a^{-\frac{1}{2}}$ (C' , C'' , C''' a -t és h -t nem tartalmazó numerikus állandók), tehát $E_n F_n = C'' C'''$.

Másfelől a fenti feltételt ki nem elégítő ϕ -kre (11) jobb oldalának második tagja lényegesen nagyobb lehet, mint E_n^2 . Így a

$$\phi = D e^{-a p_1^2 - p_2^2 - p_3^2}$$

($a > 0$, $D > 0$, D úgy választandó, hogy $\|\phi\| = 1$ legyen) hullámfüggvényénél E_1 ismét $= D' a^{-\frac{1}{2}}$, tehát $E_1^2 = D'^2 a^{-1}$, ezzel szem-

ben $\frac{1}{4} \sum_1^4 \iiint \frac{|\phi|^2 dp_1 dp_2 dp_3}{m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}$ $a \rightarrow \infty$ esetén szintén 0-hoz konvergál ugyan, de, mint könnyen belátható, oly módon, mint $Da^{-\frac{1}{2}}$, tehát L_1^{-2} -nél lassabban.

Ennélfogva befejezésül ezen kifejezésnek L_n -hez való viszonyát az általános esetben kell tisztáznunk, midőn $p_n \rightarrow 0$ nem vonja szükségszerűen maga után $\phi \rightarrow 0$ -t.

6. Be fogjuk bizonyítani, hogy az A numerikus állandó alkalmas értéke mellett

$$\frac{1}{4} \sum_1^4 \iiint \frac{|\phi|^2 dp_1 dp_2 dp_3}{m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2} \leq A \text{ Min}(E_1, E_2, E_3). \quad (14)$$

$n=1, 2, 3$ szimmetriájára való tekintettel elég $\leq AE_1$ -et bebizonyítani, vagyis, ha E_1 (7)-beli értékét behelyettesítjük és a $\|\phi\|=1$ korlátozást elejtjük:

$$\sum_1^4 \iiint \frac{|\phi|^2 dp_1 dp_2 dp_3}{m^2 c^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2} \leq 4A \left\| \frac{\partial}{\partial p_1} \phi \right\| \cdot \|\phi\|. \quad (14')$$

A jobboldal $u \left\| \frac{\partial}{\partial p_1} \phi \right\|^2 + v \|\phi\|^2$ minimuma, ha u, v az összes $u > 0, v > 0, uv = (4A)^2$ -ot kielégítő értékpárokat jelenti, a baloldalt növeljük, ha a nevezőt $m^2 c^2 + p_1^2$ -el pótoljuk. Ezenfelül

$$\left\| \frac{\partial}{\partial p_1} \phi \right\|^2 = \left(\frac{\partial}{\partial p_1} \phi, \frac{\partial}{\partial p_1} \phi \right) = \left(-\frac{\partial^2}{\partial p_1^2} \phi, \phi \right),^{20} \|\phi\| = (\phi, \phi)$$

tehát (14') helyett ezt is írhatjuk:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{m^2 c^2 + p_1^2} \phi, \phi \right) &\leq \left(-u \frac{\partial^2}{\partial p_1^2} \phi + v \phi, \phi \right) \\ \left(\left(-u \frac{\partial^2}{\partial p_1^2} - \frac{1}{m^2 c^2 + p_1^2} \right) \phi, \phi \right) &\geq -v(\phi, \phi). \end{aligned} \quad (14'')$$

Mivel a baloldalon álló operátor a p_2, p_3 és ζ változókat nem érinti, ezektől eltekinthetünk. Ha p_1 helyébe mcx -et írunk és (14'')-et megszorozzuk $\frac{m^2 c^2}{u}$ -val, úgy ez az egyenlőtlenség keletkezik:

$$\left(\left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{u(1+x^2)} \right) \phi, \phi \right) \geq -\frac{m^2 c^2 v}{u} (\phi, \phi).$$

Vagyis, ha $\frac{1}{u}$ helyébe a -t írunk és $v = \frac{(4A)^2}{u} = (4A)^2 a$ -t behelyettesítjük:

$$-\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \cdot \overline{\phi(x)} dx - a \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\phi'(x)|^2}{1+x^2} dx \geq -Ba^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(x)|^2 dx, \quad (15)$$

hol $B = (4mcA)^2$. Nyilván elég, ha $\int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(x)|^2 dx = 1$ -re szorítko-zunk, tehát ez esetben bebizonyítandó, hogy a baloldal minimuma $\geq -Ba^2$. Minthogy ϕ -jeinket approximálhatjuk oly ϕ -kkel, melyek egy tetszőleges, de véges intervallumon kívül eltűnnek, a szóbanforgó minimum $= \lim_{A \rightarrow \infty} M_A$, hol M_A (15) baloldalának minimuma, a

$$\phi(x) = 0, \quad \text{ha} \quad |x| \geq A$$

mellékfeltételek mellett. Ha N_A

$$-\int_{-A}^{+A} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \overline{\phi(x)} dx - a \int_{-A}^{+A} \frac{|\phi(x)|^2}{1+x^2} dx \quad (16)$$

minimuma a

$$\int_{-A}^{+A} |\phi(x)|^2 dx = 1, \quad \phi(\pm A) = 0 \quad (16')$$

mellékfeltételek mellett ($|x| > A$ -ra $\phi(x)$ definiálatlan lehet), úgy nyilván $M_A \geq N_A$. Tehát csak ezt kell bebizonyítanunk:

$$\lim_{A \rightarrow \infty} N_A \geq -Ba^2$$

(alkalmasan választott B -re, amely A -t meghatározza: $A = \frac{\sqrt{B}}{4mc}$).

(16), (16') egy reguláris variációs probléma,²⁶ melynél (16) minimumát, N_A -t, felveszi egy és (lényegében) csak egy ϕ -nél. Ezen $\phi(x) = \phi_A(x)$ kielégíti a (16) határfeltételeket, az EULER-féle differenciálegyenletet

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) - a \frac{\phi(x)}{1+x^2} = \lambda \phi(x), \quad (17)$$

²⁶ PL. COURANT-HILBERT, «Methoden der mathematischen Physik, I.» Berlin, 1924. különösen a VI. fejezet.

és az $|x| < A$ intervallumban sehol el nem tűnik. Ennélfogva előírhatjuk, hogy $\phi_A(0) > 0$ legyen, és mivel $\phi_A(-x)$ szintén megoldása a minimum-feladatnak, $\phi_A(-x) = \pm \phi_A(x)$, és $x = 0$ behelyettesítése után $\phi_A(-x) = \phi_A(x)$. Az $\int_{-A}^{+A} \overline{\phi(x)} dx$ műveletnek (17)-re való alkalmazása mutatja, hogy $\lambda = N_A$.

$\phi(x) = 1 - \frac{x^2}{A^2}$ behelyettesítése mutatja, hogy (16) (elég nagy A mellett) negatív értékeket is felvesz, másfelől (16) első tagja

$$\int_{-A}^{+A} \left| \frac{\partial}{\partial x} \phi(x) \right|^2 dx \geq 0,$$

a második pedig

$$> -a \int_{-A}^{+A} |\phi(x)|^2 dx = -a,$$

ennélfogva

$$\lambda = N_A < 0, > -a$$

(17) értelmében $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_A(x) = \left(-\frac{a}{1+x^2} - \lambda \right) \phi_A(x)$, és minthogy $\phi_A(x) > 0$, $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_A(x) \geq 0$, a szerint, hogy $x \leq x_0$, hol x_0 -t $-\frac{a}{\frac{\partial}{\partial x} \phi_A(x)} - \lambda = 0$, $a = \sqrt{\frac{a}{-\lambda} - 1} > 0$ határozza meg. Tehát $\frac{\partial}{\partial x} \phi_A(x)$ 0-tól x_0 -ig fogy, x_0 -tól kezdve nő. Minthogy 0-nál 0, A -nál < 0 a $0 < x \leq A$ intervallumban mindenesetre < 0 , minimuma x_0 -nál vagy A -nál fekszik. $\phi_A(x)$ tehát 0-tól A -ig fogy.

Mindezek alapján 0 és A között, ha $C = \phi_A(0)$,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_A(x) \geq -\frac{Ca}{1+x^2},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi_A(x) \geq -\int_0^x \frac{Ca}{1+x^2} dx \geq -\int_0^\infty \frac{Ca}{1+x^2} dx = -\frac{\pi}{2} Ca,$$

$$\phi_A(x) \geq C - \int_0^x \frac{\pi}{2} Ca dx = C \left(1 - \frac{\pi}{2} ax \right).$$

Ennélfogva:

$$\frac{\int_0^{\frac{1}{\pi a}} \frac{|\phi_A(x)|^2}{1+x^2} dx}{\int_0^{\frac{1}{\pi a}} |\phi_A(x)|^2 dx} \leq \frac{\int_0^{\frac{1}{\pi a}} C^2 \frac{dx}{1+x^2}}{\int_0^{\frac{1}{\pi a}} \left(\frac{C}{2}\right)^2 dx} \leq \left(\frac{C}{2}\right)^2 \frac{\pi}{\pi a} = 2\pi^2 a,$$

és

$$\frac{\int_{\frac{1}{\pi a}}^A \frac{|\phi_A(x)|^2}{1+x^2} dx}{\int_{\frac{1}{\pi a}}^A |\phi_A(x)|^2 dx} \leq \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\pi a}\right)^2} = \frac{\pi^2 a^2}{\pi^2 a^2 + 1} < \pi^2 a^2 \leq 2\pi^2 a,$$

ha $a \leq 2$, tehát

$$\frac{\int_0^A \frac{|\phi_A(x)|^2}{1+x^2} dx}{\int_0^A |\phi_A(x)|^2 dx} \leq 2\pi^2 a.$$

Mint hogy a baloldal mindenesetre < 1 , ez az egyenlőtlenség $a > 2$ mellett is érvényes.

Ha $\int_0^A -t \int_{-A}^{+A}$ -val pótoljuk, a számláló és a nevező megduplázódik. A nevező ez esetben 1, tehát

$$\int_{-A}^{+A} \frac{|\phi_A(x)|^2}{1+x^2} dx \leq 2\pi^2 a.$$

Mint hogy (16) első tagja parciális integráció útján $\int_{-A}^{+A} \left| \frac{\partial}{\partial x} \phi_A(x) \right|^2 dx$ -é alakítható át, tehát ≥ 0 és a második a fentiek szerint $\geq -2\pi^2 a^2$, bebizonyítottuk, hogy $N_A \geq -2\pi^2 a^2$. Tehát $B = 2\pi^2$, $A = \frac{\pi}{\sqrt{8mc}}$ megfelel kívánalmainknak.

7. (10), (11), (14) és A fenti értéke alapján

$$E'_n \leq \frac{\sqrt{E_n^2 + \frac{\pi}{\sqrt{8}mc} \text{Min}(E_1, E_2, E_3)}}{\|\phi_+\|}, \quad (18)$$

$$E''_n \leq \frac{\sqrt{E_n^2 + \frac{\pi}{\sqrt{8}mc} \text{Min}(E_1, E_2, E_3)}}{\|\phi_-\|}.$$

Tehát a szerint, hogy $\|\phi_+\|$ vagy $\|\phi_-\| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ (v. ö. 3. végével)

E'_n , illetve $E''_n \leq \sqrt{2E_n^2 + \frac{\pi}{\sqrt{8}mc} \text{Min}(E_1, E_2, E_3)}$ és (v. ö. (9'),

(9'')) F'_n , illetve $F''_n \leq \sqrt{2} F_n$. Tehát az általános esetben is E'_n 0-hoz tart E_n -el, de gyöngébben, mint E_n , illetve E''_n aszimptotikus viselkedése $\sqrt{E_n}$. Megjegyzendő, hogy a második tag, amely ezt okozza, akkor kezd az elsőn túlnőni, ha $\frac{\pi}{\sqrt{8}mc} E_n \geq E_n^2$, vagyis $E_n \geq \frac{\pi}{\sqrt{8}mc}$. Vagyis, ha a koordináta-mérés pontossága

$$\bar{q}_n = \frac{h}{2\pi} E_n \geq \frac{1}{\sqrt{32}} \frac{h}{mc}.$$

Mint tudjuk, a koordináta mérhetősége ellen kifejezett aggályok csakugyan mindig arra az esetre vonatkoztak, midőn a kívánt pontosság $\frac{h}{mc}$ vagy még több.

ÜBER DIE GRENZEN DER KOORDINATENMESSUNGS-GENAUIGKEIT IN DER DIRACSCHEN THEORIE DES ELEKTRONS.

Von JOHANN von NEUMANN.

Die bekannten Untersuchungen Heisenbergs haben gezeigt, dass man auch ohne Verwendung der modernen Quantenmechanik, unter alleiniger Verwendung der qualitativen Grundeigenschaften der typischen Quantenprozesse (Compton-Effekt, Lichtemission in $h\nu$ -Quanten, u. Ä.), die «Unbestimmtheitsrelation» $\Delta p \cdot \Delta q > h$ herleiten kann. Dabei sind Δp , Δq die mittleren Fehler von zwei gleichzeitigen Impuls- und Koordinatenmessungen. Die Quantenmechanik bestätigt dies, und präzisiert es zu $\Delta p \cdot \Delta q \geq \frac{h}{4\pi}$. Alle diese Rechnungen sind unrelativistisch, und es wurde mehrfach der Verdacht ausgesprochen, dass eine relativistische Rechnung sogar eine absolute untere Grenze für Δq ergeben würde. Insbesondere wurde eine Bestätigung dieser Vermutung durch die sog. rein positiven Wellenfunktionen der DIRACSCHEN Elektronentheorie erhofft. In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, dass dem nicht so ist, sondern dass bei diesen im Wesentlichen dieselbe «Unbestimmtheitsrelation» gilt, wie bei HEISENBERG.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Jänner 1933.)

SZÉNOLAJOK HIDROGÉNEZÉSE NAGY NYOMÁSON.

VARGA JÓZSEF I. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

Néhány esztendővel ezelőtt az egész művelt világ érdeklődését magára vonta az az előadás, amelyen BERGIUS dr., a heidelbergi műegyetem akkori magántanára bejelentette, hogy nyomást álló, hevített acélpalackban, sűrített hidrogénnel folyékony halmazállapotú vegyületekké sikerült a szeneket átalakítania. Munkamódszerével BERGIUS a gyakorlat számára kétségtől járhatóbb útra terelte a BERTHELOT-féle, évtizedek óta ismert hidrogénező eljárást, a jódhoz kötött hidrogén helyett azonban nem ő használt elsőnek szerves vegyületek hidrogénezésére, sűrített, molekuláris hidrogént, hanem IPATIEV, a moszkvai tüzerakadémia kémia-professzora.

Akármennyire nem keltett meglepetést a kémiai irodalomban jártasok számára BERGIUS bejelentése, az eljárás technikai továbbfejlődéséről szóló híreket mégis egyforma érdeklődéssel várta tudós, technikus, nemzetgazdász és vállalkozó. Nemcsak magánosok, hatalmas vagyonú társulatok, hanem államok figyelmét is a hangzatosan «szén-cseppfolyósítás»-nak nevezett eljárásra terelte egyrészt az ügyesen megszervezett propaganda, másrészt a háborút közvetlenül követő gazdasági helyzet kialakulása.

Soha annyira hatalmas arányban nem bontakozott ki a petróleumtermékek politikai és gazdasági jelentősége, mint a béketárgyalások idején, amikor a világ hatalmasait jobban érdekelte néhány négyzetkilométernyi földterület a Mosszul-környéki olajmezőkön, mint valamennyi legyőzött állam sorsa együttesen. Amerika, Anglia és Franciaország legfőként petróleumkoncesszióért versengtek és nem egyszer többé-kevésbé kétes értékű becslési adatokkal figyelmeztették a világot arra, hogy a petróleumkészle-

tek fogytán vannak, s ezért tervszerű gazdálkodással kell ennek a fontos természeti kincsnek a termelését és elosztását minél hosszabb időre — természetesen az ő kezeik által — az emberiség számára biztosítani. Az automobilnak még Amerikában is szokatlan nagyarányú térhódítása, s az ezzel kapcsolatos hirtelen megnagyobbodott benzinfogyasztás a petróleumkészletek élettartamát illetően még azokat is elmélgedésre készítette, akik egyébként már hozzászoktak ahhoz, hogy különösen a petróleumkészlet becslési adatokban inkább üzleti fogást, mint tudományos valóságot lássanak.

Úgy ezeknek a kételkedőknek, mint a petróleumelőfordulással nem rendelkező államok polgárainak nagy megnyugvás volt hallani, hogy a közlekedés gyors lebonyolításához, tehát az automobilmek és a repülőgépek motorjaiba, sőt a gépek kenéséhez is már a közeljövőben sem lesz kizáróan petróleumtermékekre szükség, hanem ezentúl úgy a motorhajtó, mint a kenőanyagokat szénből is előállíthatjuk.

De nemcsak a petróleumkészletek vélt gyors elapadása tette aktuálissá a szénhidrogénezés problémáját, hanem a szénbányászás világháború utáni helyzete is. A háború alatt a bányáknak a békés gazdálkodás arányait jóval túlhaladó termelésre kellett berendezkedniök; a termelés fölöslegét a propaganda szavai után igazodva, úgy vélték leghelyesebben hasznosítani, hogy hidrogénezik a szenet, hiszen sokszor hallották, hogy a petróleumkészletek hamaros elapadása miatt a szénből előállított motorhajtó anyagoké a jövő. Petróleumbányászatunk nekünk sem lévén, a mi szénbányáink is reménykedéssel várták vagy várják a szénhidrogénezés ipari megvalósításának elérését.

Az általános reménykedés mellett csak itt-ott vált hallhatóvá egy-egy gyanakvó hang, amely leginkább a nagyüzemű megoldás lehetőségét fogadta kételkedéssel. Sokan, közöttük neves kutatók is, a nagy nyomást tartották az új eljárás készüléktechnikai teher-tételének; ezeket a kétkedőket nem nyugtatta meg az a tudat, hogy az ammonia szintetikus előállítását ugyancsak 200 atm., sőt egyes eljárásoknál 800 atm. nyomáson is kifogástalanul oldották meg az iparban. Azt hitték, hogy a nagy nyomásnak alávetett készülék csakis gázak reagáltatására alkalmas, a szén hidrogénezése nem oldható meg benne kellő biztonsággal.

A technikai nehézségeket azonban mind le lehetett küzdeni, úgyhogy a szénhidrogénezés rövid idő alatt nagyüzemű eljárássá fejlődött.

Évek óta kész a nagyüzemű megoldás és az egyetlen német-országi teleptől eltekintve, mégsem tudunk arról, hogy bárhol másutt gyártanak, vagy csak átmenetileg is gyártottak volna úgy mint Németországban szén- és hidrogénből folyékony halmazállapotú tüzelőszereket. Ennek a nemzetgazdasági, nemzetvédelmi és iparpolitikai szempontból annyira fontos eljárásnak a kiaknázása elé tehát *gazdasági nehézségeknek* kell tornyosulniok. Akadtak olyanok is elég szép számmal, akik a gazdasági nehézségeket a műszakiaknál már eleve nagyobbaknak tartották. Ezek elsősorban a gyártott termék minősége és a termelés hatásfoka szempontjából bírálták el az eljárást.

Magának BERGIUS-nak a közleményeiből is megállapíthatjuk, hogy eljárása leginkább *nagy forráspontú olajokká* alakítja át a szeneket. Egyik régebben végzett s a Tekintetes Akadémiának még 1928-ban bemutatott dolgozatom adatai¹ szerint, a nedvesség és hamutartalomtól mentesnek számított tatai szénből 57·9 % folyékony halmazállapotú hidrogénezett terméket sikerült előállítanom, amely

23% «könnyű benzin»-nek minősíthető 180 fokig forró párlatot,
 14 «nehéz benzin»-nek « 230 « « «
 19 «világító-olaj»-nak « 300 « « «
 12 «gázolaj»-nak nevezhető 350 « « « és
 32 « 350 fok felett forró párlási maradékot tartalmazott. Túlnyomó tehát a nagy hőmérsékleten forró párlatok mennyisége; csakhogy ezeket nem mindenütt lehet olyan könnyen értékesíteni, mint a benzineket.

A legtöbb ásványi nyersolajnak az a nagy előnye a szénből BERGIUS-módszere szerint előállított — mondjuk — «mű-nyers-olaj»-jal szemben, hogy párlási maradéka a cracking-destilláció módszerével jó hatásfokkal bontható el szekundér benzinekké. A hidrogénezett szenek olajpárlatai nemcsak szekundér-benzinek előállí-

¹ Magyar Chémiai Folyóirat. 1928. évf. 65. old.

tására kevésbé alkalmasak, hanem a hidrogént sem képesek — ha BERGIUS módszere szerint újra hidrogénezzük őket — technikailag jó effektussal felvenni. Már csak azért sem hidrogénezzhetők jól, mert tekintélyes mennyiségű phenolt és krezolt tartalmaznak, amelyeket a nagynyomású hidrogén egymaga nem képes szénhidrogénekké tökéletesen átalakítani. Ha a «mű-nyersolajat», vagy párlatait hidrogénezeni akarjuk, akkor a krezolokat vagy ki kell oldanunk belőlük, vagy pedig olyan hidrogénező módszert alkalmaznunk, amely ezeket a vegyületeket is szénhidrogénekké képes alakítani. Ilyen a BERGIUS-énál újabb, a phenolt és krezolokat is hidrogénezeni képes munkamódszer, a *katalizátorokat alkalmazó hidrogénezés*, amely a hidrogén felvételését erőlyesen ható katalizátorokkal, leginkább molibdén és wolfrámvegyületekkel mozdítja elő. E vegyületek segítségével bármilyen szénből előállított olajpárlatot vagy ásványi olajokat csaknem a tetszésünktől függő benzinekké alakíthatunk át.

A BERGIUS-eljárás helyébe vagy melléje tehát egy újabb, az eredetinel sokkal jobb hidrogénező módszer lépett, amelynek azonban egy nagy hátránya van, az ugyanis, hogy katalizátorai *csakis olajpárlatok* továbbalakítására valók; szénpor, szénpép, aszfaltszerű párlási maradékok hidrogénezésére nem használhatók fel előnyösen. Amennyire kitűnő hatást gyakorolnak a molibdén és wolfrámvegyületek olajpárlatok hidrogénezésekor, annyival előnyösebb aszfaltszerű párlási maradékok, vagy szénpép feldolgozását katalizátorok nélkül, vagy vasoxidos katalizátorok jelenlétében a tulajdonképpeni BERGIUS-féle munkamódszer szerint megvalósítani.

BERGIUS eljárását tehát még mielőtt a nagyiparban kialakulhatott volna, módosítani tökéletesíteni kellett. A tökéletesített eljárás abban különbözik a régitől, hogy két, mégpedig térbelileg is elkülönített munkamenetre tagozódik. Az elsőben leginkább vasoxidos katalizátorokkal «mű-nyersolajjára» tárjuk fel a szenet, a másodikban pedig a «mű-nyersolaj» desztillátumait hidrogénezzük tovább molibdén és wolfrámvegyületek jelenlétében a nyersanyagnál értékesebb termékekké. A két munkamenet között az a viszony, hogy a tulajdonképpeni BERGIUS-féle szénhidrogénezés a gyakorlat számára alig használható eljárás a második munkamenet nélkül, utóbbi pedig bármely kátrány, vagy ásványolajpárlat továbbalakítására a BERGIUS-eljárástól függetlenül alkalmazható.

Mihelyt ismeretessé vált, hogy a BERGIUS-eljárás inkább csak nyersanyagot szolgáltat a folytatólagosan mellé illeszkedő második munkamenet számára, az eredeti, a szén nyersanyagra alapozott eljárás veszített jelentőségéből. A második munkamenet szükségessége méginkább kidomborította a gazdaságosság kérdését és ezáltal automatikusan a hidrogénezett szénnél olcsóbb nyersanyagokra, az *ásványolaj és kátránypárlatok* feldolgozására terelődött az érdeklődés.

Senki előtt sem lehet kétséges, hogy a petróleum olcsóbb nyersanyag, mint a szénből előállított «mű-nyersolaj». Még ha a legolcsóbb szénfajtát, a porszenet dolgozzuk is fel, a belőle előállított olaj azért drágább, mert maga a széntermelés költségesebb művelet a petróleumbányászásnál.

Hidrogénezní mesterségesen szárított és közelítően 1 mm szemcse nagyságúra őrölt szenet tanácsos. Szabjuk meg ennek a szénnek az árát szárított és őrölt állapotban — igen kedvezően — egy fillérrel kilónként. Tatai szénből az előbb megadott összetételű «mű-nyersolaj» készítéséhez 1·885 kg. nedvességtől és hamutól mentes szén, továbbá 792 l. hidrogén volt szükséges. A hidrogén árát ugyancsak kedvezően, köbméterenként 6 fillérrel számítva, egy kg «mű-nyersolaj» anyagköltsége 6·7 fillér. Ebbe az árba amortizáció és munkaköltség nincsen beleszámítva s a költségek még így is nagyok. Drágítja a «mű-nyersolaj» árát az a sajátsága is, hogy 350 fok felett forró párlási maradéka — a nyerstermék 32 %-a — általában nem oly értékes, mint a legtöbb ásványolajé. Ezt a szurokszerű párlási maradékot leghelyesebb a szénpor péppé alakítására elhasználni, amikor a hidrogén újabb másodszori hatása következtében alacsonyabb hőmérsékleten forró vegyületekké alakul.

Ha azt akarjuk megállapítani, hogy milyen értékű a «mű-nyersolaj» a továbbalakítás szempontjából, leghelyesebb ha katalizátorok jelenlétében a legtöbb hidrogént fogyasztó, túlnyomórészt benzint tartalmazó termékke hidrogénezzük. Ilyen tanulmány azonban csonka maradna, ha a vizsgálándó anyagok körébe nem vonók bele a kátrányokat, kátrányolajokat s egyes ásványi olajok párlási maradékát, mert így teljesebb képet kapunk a különböző nyersanyagok értékéről, amelyet a termelés hatásfoka, a készített benzin minősége és leginkább az elhasznált hidrogén mennyisége szab meg.

Ez alkalommal a tatai szénből általam előállított «mű-nyersolaj» 180—350 fok között forró párlatára vonatkozóan, valamint a hazai szénfeldolgozó s ásványolajfinomító iparban termelt néhány nyersanyag benzinné alakításával kapcsolatban mutatok be adatokat. Bemutatom továbbá, hogy egyik kátrányféleségünk milyen közbenső fázisokon át alakul benzint tartalmazó termékekké a hidrogénezés folyamán. Ez a kátrányféleség párlata és párlási maradéka a tatai szén GEISSEN-féle lepárlóban előállított primér-kátrányának, amely primér-kátrány már a termelés folyamán három részre különül: a lepárlás gáztermékeiből paraffinolajjal elnyelett ú. n. «gázbenzin»-re; a tulajdonképpen kátránynak számító «középolaj»-ra és a továbbiakban «kátránynak», vagy «nehéz kátránynak» mondott párlási maradékra. E három nyersanyag hidrogénezésének jellemző adatait az 1. számú táblázat foglalja össze.

A «gázbenzin»-nek 46 %-a forr 100 fokig és 180 fokig 92 % párolog át belőle; 180 és 230 fok között forró, az egyszerű elnevezés kedvéért «nehéz benzin»-nek mondott párlat mindössze 8 % van benne. E kedvező forrási viszonyok mellett nagy hibája a nyersanyagnak, hogy sok kénszennyezést (4,6 %-ot) és a nálunk forgalomban lévő petróleum-benzinnek 1—2 %-nyi telítetlen vegyületeivel szemben 55 % telítetlen vegyületet tartalmaz; ez utóbbi vegyületek nagy mennyisége miatt a rézcsészében bepárolt benzin túltölt sok (611 mg), az amerikaiak által «gum»-nek nevezett szurokszerű párlási maradékot hagy vissza.

Hidrogénezéssel elsősorban (420 és 440 fokon) a telítetlen vegyületek telítődnek paraffin és hidroaromás szénhidrogénekké, a kénvegyületek egyidejű eltávolítása mellett. 440 fokon keletkezett a legjobb minőségű termék, amely mindössze 1·5 % telítetlen vegyületet, 0·02 % kenet és az amerikai repülőgépbenzinokban megengedett 10 mg «gum»-nél is kevesebbet, 4 mg «gum»-öt tartalmaz. A hidrogénezett terméknek 59 %-a forr 100 fokig.

A termelési hányados a reakcióhőmérséklet nagyobbodásával kisebbedik, mert egyrészt fokozatosan kisebb fajsúlyú termék keletkezik, másrészt mindig nagyobb mennyiségű nyersanyag bomlik el szénhidrogén gázakká meg kénhidrogénné. A nyersanyag és a hidrogénezett termék nagy fajsúly különbsége miatt a termelés hányadosát leghelyesebb *súly és térfogatszázalékban együttesen* megadni.

1. táblázat.

	Gázbenzin			Középolaj					Kátrány						
	nyers- anyag	420	440	nyers- anyag	420	440	460	480	nyers- anyag	400	420	440	460		
		C°-on hidr. termék			C°-on hidrogénezett termék					C°-on hidrogénezett termék					
Fajsúly D_{4}^{20} — — — — —	0.755	0.731	0.728	0.927	0.800	0.799	0.775	0.784	1.03	0.924	0.895	0.865	0.856		
Kén súly % — — — — —	4.60	0.151	0.022	3.60	0.082	0.033	0.014	0.010	3.04	—	0.35	—	0.15		
Phenolok tf. % — — — — —	0.0	0.0	0.0	20.0	1.5	0.0	0.0	0.0	50.0*	14.8	8.5	4.0	0.0		
Telítetlen — — — — —	szénhidrogé- nek tf. %-ban	55.0	2.0	1.5	41.1	0.9	0.5	0.8	1.2	50.0	27.7	19.0	12.0	8.0	
Aromás — — — — —		15.0	16.5	15.0	39.0	28.3	31.5	34.2	50.0		27.2	34.5	43.0	49.0	
Hidroaromás — — — — —		5.5	26.0	29.3		20.4	20.4	27.0	37.4		30.3	38.0	41.0	6.0	
Paraffin — — — — —		24.5	55.5	54.2		48.9	47.6	38.0	11.4		—	73.3	70.0	66.3	62.6
Termelés — — — — —	súly % térf. %	—	83.3	78.1	—	83.4	82.0	68.3	43.5	—		81.7	80.7	79.0	75.0
		—	88.3	83.3	—	96.6	95.0	81.6	51.6	—		81.7	80.7	79.0	75.0
Hidr.-fogyasztás {	1 kg.-jára 1 l.-ére	—	495	570	—	641	657	978	1873	—	463	643	814	1047	
l-ben a hidr. term.		—	366	414	—	513	527	759	1465	—	420	574	704	895	
1 kg nyersanyagból {	l-ben — keletkezett C_nH_{2n+2} g-ban	—	49	56	—	75	79	157	273	—	9	10	46	87	
		—	85	88	—	110	115	258	522	—	9	10	50	135	
Könnyű benzin 180°-ig {	térfogat %-ban	92.0	93.0	96.0	17.5	55.0	56.0	81.0	89.0	0.0	2.5	23.0	26.0	33.0	
Nehéz benzin 230°-ig —		8.0	3.5	2.0	40.5	24.5	23.0	14.0	10.0	0.0	10.5	17.0	19.0	20.0	
Világítóolaj 300°-ig —		0.0	3.5	2.0	25.5	16.5	17.0	5.0	1.0	29.0	29.0	32.0	30.0	27.0	
Gázolaj 350°-ig — — —		0.0	0.0	0.0	6.5	2.5	3.0	0.0	0.0	23.0	18.0	15.0	14.0	10.0	
Maradék 350° felett —		0.0	0.0	0.0	10.0	1.5	1.0	0.0	0.0	48.0	40.0	13.0	11.0	10.0	

* A 350°-ig forró párlatban.

440 fokon végezve a hidrogénezést a termelés hányadosa súlyszázalékban kifejezve 78·1 %, térfogatszázalékban 88·3 %, s a hidrogénfogyasztás 1 liternyi hidrogénezett termékre számítva: 414 liter.

A «középolaj», vagy «könnyű kátrány» 58 % 230 fokig forró párlatot, 20 % phenolt, 41 % telítetlen vegyületet és 3·6 % ként tartalmaz. A hidrogénezést 420, 440, 460 és 480 fokon hajtottam végre. A phenolok már 440 fokon teljesen szénhidrogénekké alakultak.

Könnyűbenzin (180 fokig forró párlat) előállítása szempontjából bírálva el a hidrogénezést a termelés 460 fokon a legeredményesebb, amikor a hidrogénezett termékre számítva 81 térfogatszázalék (1. számú táblázat), a nyersanyagra számítva 66·1 % könnyűbenzin keletkezik (4. számú táblázat). 480 fokon a paraffin szénhidrogének már annyira nagyarányú bomlást szenvedtek, hogy a könnyűbenzin termelési hányadosa a nyersanyagra számítva 66·1 térf. %-ról 45·9 térf. %-ra, az összes hidrogénezett termék termelési hányadosa pedig 81·6 térf. %-ról 51·6 térf. %-ra csökkent.

A termelési hányados nagyarányú csökkenésével szorosan összefüggő jelenség a gázalmazállapotú szénhidrogének mennyiségének nagyobbodása. Minél nagyobb hőmérsékleten végezzük a hidrogénezést, annál több methánsorozatba tartozó szénhidrogén keletkezik. 480 fokon a nyersanyagnak már 52·2 súlyszázaléka bomlott el a methánsorozatba tartozó szénhidrogénekké, míg húsz fokkal kisebb hőmérsékleten csak 25·8 %.

A 460 fokon előállított termék benzinpárlata kiváló minőségű, közelítően megegyezszen annyi aromás szénhidrogént tartalmaz, mint a hidrogénezett «gázbenzin». Kéntartalmuk is kicsiny a benzinpárlatoknak, minden esetben kevesebb mint magáé a hidrogénezett terméké, vagyis a nagyobb hőmérsékleten forró párlatokban több a kén, mint a benzinekben.

Reakcióhőmérséklet C°-ban	420	440	460	480
Kén súly % a hidr. termékben	0·082	0·033	0·014	0·010
Kén súly % a hidr. term. könnyűbenzin párlatában	0·036	0·017	0·010	0·008

1·22 l «középolaj»-ból 759 l hidrogénnel 460 fokon olyan hidrogénezett terméket sikerült előállítani, amely 81 térf. % könnyű, 14 térf. % nehéz benzint és 5 % világítóolajnak nevezhető párlatot tartalmaz.

A «kátrány» (nehéz kátrány) közönséges hőmérsékleten szilárd halmazállapotú, 8 % paraffint, 3·04 % kenet tartalmazó, fekete színű párlási maradék; 240 fokon kezd forrni, 300 fokra 29 %, 350 fokra további 23 % (összesen 52 %) párolog át belőle; a párlatban 50 % a phenolok mennyisége.

Ez a párlási maradék, minthogy sok szilárd paraffint és sok «phenolt» tartalmaz, kiválóan alkalmas arra, hogy vele szemléltetően bemutassam a kátrányok benzinné alakulásának fokozatait. A szemléltető bemutatás végett a nyersanyagot 400, 420, 440 és 460 fokon hidrogéneztem.

400 és 420 fokon a hidrogézés még szilárd terméket ad ugyan, de a kátrány már jelentősen elváltozik, elsősorban világosabb színűvé alakul át. A színváltozás összefügg a phenoltartalom nagyarányú csökkenésével. Azoknak a phenoloknak kellett elsősorban hidrogéneződniük, amelyek a kátrányt sötétszínűre festik. Mihelyt a sötétszínű köntöst a hidrogén eltávolítja, fehérén, illetve a hidrogézés egyéb termékeitől halványvörösre, majd sárgára színezetten tűnik elő a barnaszénkátrányokra jellemző paraffin.

440 fokon egyrészt a phenolok, másrészt a telítetlen vegyületek továbbalakulása következtében megszaporodik a szilárd halmazállapotú paraffinek oldószere, de egyúttal már a paraffin is tovább alakul, úgyhogy a hidrogézés terméke sem szilárd, sem folyékony halmazállapotú, a fel nem oldott, illetve félig oldott paraffintól át nem látszó folyadék.

460 fokon a phenolok már teljesen átalakultak, ellenben egyes telítetlen vegyületek még nem telítődtek. A hidrogénezett termék — ha 460 fokon állítjuk elő — 33 % könnyű benzint, 20 % nehéz benzint, 27 % világítóolajhoz és 10 % gázolajhoz hasonló terméket tartalmaz.

A termelés hatásfoka a hőmérséklet nagyobbításával fokozatosan kisebbedik. A sok — több mint 50 % — phenolból keletkező víz, egyes vegyületek gázakká való elbomlása és aránylag sok, a hidrogénezett termékben oldhatlan, aszfaltszerű, polimér-vegyület

keletkezése okozza, hogy 460 fokon a termelés csak 62·6 súly % és 75 térf. %-nyi.

A hidrogénfogyasztás a hőmérséklet növelésével mindig nagyobb lesz. 460 fokon a feljebb megadott összetételű termék 1 l-ének készítéséhez 1·32 l kátrány és 895 l hidrogén szükséges.

A tatai eocén-korú szén primér-kátrányának kétféle párlata, a gázbenzin és középolaaj vagy könnyű kátrány és párlási maradéka, (kátrány, nehéz kátrány) közül benzin előállításra legalkalmasabb a gázbenzin és legkevésbé alkalmas a kátrány, mert utóbbinak tekintélyes mennyisége még a hidrogénezés folyamán is szurok-szerű anyaggá polimerizál.

Methán sorozatba tartozó szénhidrogén a három nyersanyag közül a kátrányból keletkezett legkevesebb és emellett a szénhidrogének «szénszáma» ennél az anyagnál volt minden megvizsgált feltétel mellett 2·0-nél kisebb. A gázbenzin és középolaaj szénhidrogénjeinek szénszáma 2·3—2·8 között váltakozott.

Ugyanilyen részletességgel végeztem el egynéhány más nyersanyagra vonatkozóan is az eddig bemutatott vizsgálatokat. Ezeknek az újabb nyersanyagoknak a jellemző adatait azonban már csak egy reakcióhőmérsékletre vonatkozóan ismertetem a 2. számú táblázatban.

A tatai szénből készített «*mű-nyersolaj*» párlatára az a jellemző, hogy 25 % phenolokat tartalmazott és 480 fokon 78·3 súly %-os és 86·6 térf. %-os hasznosítással volt hidrogénezhető. A reakcióhőmérsékleten mindössze 13·3 súly %-nyi (2·1 «szénszámú») methán-sorozatba tartozó szénhidrogén keletkezett belőle.

A *grosny-i masut* igen magas hőmérsékleten forró párlási maradék. 340 fok körüli hőmérsékleten kezd csak forrni s 350 fokig mindössze 6 % párolog át belőle. «Normálbenzin»-ben oldhatlan része (aszfalttartalma): 3·7 %, szilárd paraffintartalma: 15 %. 480 fokon 69·8 súly %-os és 79·3 térf. %-os hatásfokkal hidrogénezhető.

A *moreni-i pakura* paraffintól és aszfalttól mentes nyersanyag. 240 fok felett kezd csak forrni és 350 fokig 26 % párolog át belőle. 480 fokon ugyanolyan hatásfokkal hidrogénezhető, mint a paraffinban dús *grosny-i masut*.

Mind a két ásványolaj párlási maradékra jellemző, hogy hidrogénezett termékük 19—20 % 350 fok felett forró, a terméket

2. táblázat.

	Műnyersolaj-párlat		Masut (Grosny)		Pakura (Moreni)		Kőszén-kátrányolaj		Generátor-kátrányolaj		Generátor-kátrány		Totál szén	
	nyers-anyag	480°-on hidr. term.	nyers-anyag	480°-on hidr. term.	nyers-anyag	480°-on hidr. term.	nyers-anyag	500°-on hidr. term.	nyers-anyag	480°-on hidr. term.	nyers-anyag	480°-on hidr. term.	470°-on hidr. term.	
Fajsúly D_4^{20} — — — — —	0·969	0·876	0·915	0·806	0·955	0·860	1·012	0·859	1·009	0·792	1·047	0·833	1·013	
Phenolok tf. % — — — — —	25·0	0·0	—	—	—	—	39·5	0·0	63·5	0·0	—	0·0	—	
Telítetlen — — — — —	75·0	2·8	—	—	—	—	60·5	2·0	7·4	0·4	—	4·0	—	
Aromás — — — — —		71·9	—	—	—	—		78·0	—	49·6	—	41·0	—	
Hidroaromás — — — — —		14·4	—	—	—	—		16·0	29·1	41·5	—	29·2	—	
Paraffin — — — — —		10·9	—	—	—	—		4·0	—	8·5	—	25·8	—	
Termelés — — — — —	súly % térf. %	—	78·3	—	69·8	—	70·2	—	70·7	—	71·9	—	66·6	57·9
		—	86·6	—	79·3	—	78·0	—	83·3	—	91·6	—	83·7	—
Hidr.-fogyasztás — — — — —	1 kg.-jára l-ben a hidr. term.	—	685	—	768	—	787	—	1034	—	1134	—	1160	796
		—	600	—	619	—	677	—	888	—	897	—	966	806
1 kg nyersanyagból — — — — —	l-ben — g-ban —	—	95	—	218	—	136	—	143	—	147	—	203	141
keletkezett C_nH_{2n+2} — — — — —		—	133	—	332	—	238	—	195	—	177	—	272	136
Könnyűbenzin 180°-ig — — — — —	térfogat %-ban	3·0	43·5	0·0	59·0	0·0	49·0	5·5	74·0	4·5	82·5	0·0	56·0	23·0
Nehézbenzin 230°-ig — — — — —		30·0	30·0	0·0	10·0	0·0	10·0	71·5	18·0	37·5	10·0	3·5	18·0	14·0
Világítóolaj 300°-ig — — — — —		41·0	20·5	0·0	8·0	8·5	14·0	17·5	8·0	44·5	7·5	24·0	13·5	19·0
Gázolaj 350°-ig — — — — —		21·0	6·0	6·0	4·0	17·5	7·0	5·5	0·0	13·5	0·0	34·5	6·0	12·0
Maradék 350° felett — — — — —		5·0	0·0	94·0	19·0	74·0	20·0	0·0	0·0	0·0	0·0	38·0	6·5	32·0

sötétre színező vegyületeket tartalmaz. Benzin előállításra a plusz pakura (oroszosan masut) éppen olyan alkalmas, mint a minusz pakura. (Előbbi a paraffintartalmú, utóbbi a paraffintól mentes nyersanyag.)

A *diógyőri generátorkátrányolajra* 63·5 % phenoltartalma jellemző, továbbá az, hogy 300 fokig 86·5 % párolog át belőle. 350 fok felett forró, szuroknak minősíthető párlási maradékot egyáltalán nem tartalmaz. 480 fokon 71·9 súly %-os és 91·6 térf. %-os hatásokkal hidrogénezhető 19·7 súly %-nyi metán-sorozatba tartozó (2·0 «szénszámú») szénhidrogén képződése közben.

A *gázgyári kőszénkátrány párlatból* 180 fokig 5·5 %, 230 fokig 77 % és 300 fokig 94 % párolog át. Phenoltartalma: 39·5 %, a naphtalin: 3·9 %. 500 fokon csak 16·5 súly % metán-sorozatba tartozó gáz képződése közben (szénszám: 1·7) 70·7 súly %-os és 83·3 térf. %-os hatásokkal hidrogéneződött.

A csepeli gyártelepen előállított *generátorkátrány* 27·5 % 300 fokig és 62 % 350 fokig forró párlatot tartalmaz. Nitrogéntartalma: 1·52 %, kén tartalma: 2·35 %. A kátrány 480 fokon 66·6 súly %-os és 83·7 térf. %-os hatásokkal hidrogénezhető 27·2 súly %, (2·0 szénszámú) metán-sorozatba tartozó gáz képződése mellett.

A nedvesség és hamutartalomtól mentesnek számított *tatai eocénkorú barnaszénből* 57·9 %-os hatásokkal képződött az a «műnyersolaj», amelynek középolajpárlatát molibdén katalizátor jelenlétében hidrogéneztem.

Valamennyi bemutatott nyersanyag átalakítására súly %-ban megadott hatások 60—78 % között váltakozik. A 3. számú táblázat adatai arról adnak felvilágosítást, hogy milyenek azok a veszteségek, amelyek miatt a hatások jóval kisebb 100-nál. Ez utóbbi táblázat azonban az 1. számú táblázatban ismertetett háromféle nyersanyaggal különböző hőmérsékleten végzett vizsgálatok közül csak egyet-egyet tüntet fel.

Veszteséget okoz az olaj egy részének metán-szénhidrogénekké, a nyersanyag oxigéntartalmának vízzé és a kénvegyületeknek kénhidrogénné való átalakulása; vannak továbbá a táblázatban «egyéb» szóval csoportosított veszteségek is, amelyek közé a nyersanyag esetleges szállópor tartalma, a nitrogén-vegyületek elbomlásából keletkező ammonia, a széndioxid-gáz és a hidrogénezés

folyamán aszfaltszerű terméké polimerizálódó vegyületek tartoznak. Ugyancsak az «egyéb» veszteségek rovatába számítandó az autokláv megnyitásakor a párologásokozta hiány is, amely különösen akkor lehet néhány százaléknyi, amikor sok közönséges hőmérsékleten forró vegyület keletkezett a hidrogénezés folyamán. Az «egyéb» veszteségek rovatában összegeződnek természetesen a kísérleti hibák is.

Legkisebb az «egyéb» veszteségek összege: 1·8 %, 3·1 %, 0·8 % és 0·7 % a grosny-i masut, a barnaszén primér-kátrány középolajpárlata, a diósgyőri generátorkátrányolaj és a csepeli gyártelepen előállított generátorkátránynál.

7·4—11·2 % között változik az «egyéb veszteségek» mennyisége a budapesti gázgyár kőszénkátrányolajánál (7·4 %), a «mű-nyersolaj» párlatánál (7·9 %), a moreni-i minus pakuránál (8·0 %) és a tatai barnaszén primér-kátrány «gázbenzin» párlatánál (11·2 %). Utóbbi bizonyára azért ad ennyire sok «egyéb» veszteséget, mert a belőle készített benzin sok, (59 %) 100 fokig forró párlatot tartalmaz.

Legnagyobb értékű, 19·0 % és 20·4 % az «egyéb» veszteség a barnaszénkátrány párlási maradékánál és a tatai szén közvetlen hidrogénezésénél. Előbbinél a veszteség zömét a hidrogénezés folyamán szurok és aszfaltszerű vegyületekké polimerizálódó anyagok okozzák, utóbbinál a sok széndioxid és a fel nem tárt szén.

A 4. számú táblázat az eddig felsorolt nyersanyagokból előállított könnyű benzinek néhány jellemző adatát foglalja össze. A feltüntetett különféle benzinfajták fajsúlya között igen nagy az eltérés, s ezt az eltérést az aromás szénhidrogének változó mennyisége okozza. Legkevesebb (13·3—18·6 %) aromás szénhidrogén a masut, pakura és a barnaszénlepárlás gázbenzinjéből előállított benzinekben van, s ezeknek a termékeknek legkisebb a fajsúlyuk is: 0·723—0·738.

30—50·3 % aromás vegyület a primérkátrány középolajából (31·0 %), a diósgyőri generátorkátrányolajból (41·0 %), a «mű-nyersolaj» középolajpárlatából (48·0 %) és a csepeli generátorkátrányból készített benzinekben van; ennek megfelelően ezeknek a termékeknek a fajsúlya is nagy, 0·759 és 0·803 között változó.

Legnagyobb fajsúlyú (0·846) és legtöbb aromás szénhidrogént

3. táblázat.

Anyag kihasználás a nyersanyag súly %-ában	B. K. Gázbenzin	Műnyers- olajpárlat	Masut (Grosny)	Pakura (Moreni)	B. K. Középolaj	Kőszén- kátrány- olaj	Barna- szén- kátrány	Generátor- kátrány- olaj	Generátor- kátrány	Tatai szén
Termelés súly %-ban —	78·1	78·3	69·8	70·2	68·3	70·7	62·6	71·9	66·6	57·9
C_nH_{2n+2} — — — — —	8·8	13·3	33·2	23·8	25·8	19·5	13·5	17·7	27·2	13·6
H_2O — — — — —	1·0	5·0	—	3·0	5·0	8·0	7·6	15·0	10·0	12·3
H_2S — — — — —	4·9	0·3	—	—	3·8	1·0	3·2	1·9	2·5	—
Egyéb — — — — —	11·2	7·9	1·8	8·0	3·1	7·4	19·0	0·8	0·7	20·4
Összesen — — —	104·0	104·8	104·8	105·0	106·0	106·6	105·9	107·3	107·0	104·2
Ebből a felvett H_2 — —	4·0	4·8	4·8	5·0	6·0	6·6	5·9	7·3	7·0	4·2
Marad — — —	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0

4. táblázat.

A 180°-ig forró «könnyű benzinek» jellemző adatai	B. K. Gázbenzin	Műnyers- olajpárlat	Masut (Grosny)	Pakura (Moreni)	B. K. Középolaj	Kőszén- kátrány- olaj	Generátor- kátrány- olaj	Generátor- kátrány
Termelés a nyersanyag tf. %-ában — — — — —	80·0	37·7	46·8	38·2	66·1	61·6	75·6	46·9
Fajsúly D_4^{20} — — — — —	0·728	0·803	0·723	0·738	0·759	0·846	0·786	0·765
A forrás kezdete C°-ban	40	55	32	40	40	49	45	43
100°-ig átpárolog tf. %	59·0	14·9	30·0	44·8	30·8	21·6	32·1	32·1
Telítetlen — — — — —	1·5	2·0	3·7	5·4	1·7	1·0	0·3	0·5
Aromás — — — — —	15·0	48·0	13·3	18·6	31·0	73·0	41·2	50·3
Hidroaromás — — — — —	29·3	32·1	43·1	43·5	30·3	23·0	49·1	31·4
Paraffin — — — — —	54·2	17·9	39·9	32·5	37·0	3·0	9·4	17·8

(73·0 %) a gázgyári kőszénkátrány hidrogénezett termékéből lepárolt benzín tartalmaz.

Valamennyi a táblázatban felsorolt benzinnnek 0·03 %-nál kisebb volt a kén tartalma.

Ha az eddig bemutatott táblázatokban összefoglalt kísérletek adatai alapján mérlegelni akarjuk, hogy melyik nyersanyag mennyire alkalmas a benzinné való feldolgozásra, leghelyesebb összehasonlítani az 1 liternyi hidrogénezett termék előállításához szükséges *nyersanyag és hidrogén mennyiségét, a termelés határfokát, valamint a készített termék minőségét.* Valamennyi vizsgálat adatait ebben az értelemben foglalja össze az 5-ik táblázat, az egyes nyersanyagok jellemzőit olyan sorrendben szemléltetve, amint azok a könnyűbenzín előállítására — egyes egyedül a hidrogénfogyasztást tekintve mértékegységnek — fokozatosan kevésbé alkalmasak.

Legkevesebb hidrogént fogyaszt a tatai szén lepárlásakor keletkezett gázbenzín hidrogénezett terméke. Ezt a sok kén és telítetlen vegyületet tartalmazó nyersanyagot térfogatának 17 %-át feláldozva, kereken 0·4 köbméter hidrogénnel lehetséges 1 liternyi kiváló minőségű benzinné átalakítani. Más tisztítószerrel (pl. kénsav és lúggal) ezt a nyersanyagot ennyire kedvező hasznosítással nem lehet megjavítani és mégcsak megközelítően sem lehet olyan kiváló minőségű benzint készíteni belőle, mint aminővé hidrogénezéssel alakítható.

Utánna a sorban a tatai szén «mű-nyersolaj»-ának párlata és a masut meg pakura következik 600—677 l hidrogénfogyasztással; a hidrogénezett termékekben 43·5 %-—59·0 % könnyűbenzín párlat van.

Több hidrogént, 760 litert fogyaszt a tatai barnaszénkátrány középolaipárlata, amely azonban az előbb felsorolt nyersanyagok hidrogénezett termékeivel szemben 81 százalék könnyűbenzint tartalmaz.

Közel egyenlő hidrogénfogyasztással, 888—897 literrel alakítható át a gázgyári kőszénkátrányolaj, a tatai nehéz kátrány és a diósgyőri generátorkátrányolaj. De, hogy e három nyersanyag közül mennyire nem alkalmas benzinyártásra a tatai szén nehéz kátránya, azt a hidrogénezett termékek benzinpárlatának mennyisége



5. táblázat.

Hidrogénezett anyag	Nyera- anyag- szükség- let	Hidro- gén- fogysz- tás	Termelés		Könnyű benzin	Nehéz benzin	Világító- olaj	Gázolaj	Maradék
	l-ben 1 l hidrogé- nezett termékre		súly %	térf. %	a hidrogénezett termék térf. %-ában				
B. K. Gázbenzin _ _ _	1·20	414	78·1	83·3	96·0	2·0	2·0	—	—
Műnyersolajpárlat _ _	1·16	600	78·3	86·6	43·5	30·0	20·5	6·0	—
Masut (Grosny) _ _ _	1·26	619	69·8	79·3	59·0	10·0	8·0	4·0	19·0
Pakura (Moreni) _ _ _	1·28	677	70·2	78·0	49·0	10·0	14·0	7·0	20·0
B. K. Középolaj _ _ _	1·22	760	68·3	81·6	81·0	14·0	5·0	—	—
Kőszénkátrányolaj _ _	1·20	888	70·7	83·3	74·0	18·0	8·0	—	—
Barnaszén kátrány _ _	1·32	895	62·6	75·6	33·0	20·0	27·0	10·0	10·0
Gen. kátrányolaj _ _	1·09	897	71·9	91·6	82·5	10·0	7·5	—	—
Generátor kátrány _ _	1·20	966	66·6	83·7	56·0	18·0	13·5	6·0	6·5
Tatai szén _ _ _ _	1·98 kg	1087	—	—	42·5	12·8	8·7	2·5	33·5

bizonyítja legjobban. Amíg a két kátrányolajból (a kátrány nyersanyagra számítva) 61·6—75·6 % könnyűbenzin állítható elő, a tatai nehézkátrányból csak 24·75 százalék. Hidrogénezésre a kátrányolajok mindenképpen jobb nyersanyagok, mint a kátrány-lepárlás maradékai.

Ugyancsak megállapíthatjuk, hogy a megvizsgált masut és pakura alkalmasabb benzint szolgáltató nyersanyagok, mint a tatai nehézkátrány.

Az eddig felsorolt nyersanyagoknál nagyobb, 966 l hidrogén-fogyasztással dolgozható fel a csepeli generátorkátrány, amelynek hidrogénezett terméke 56 % könnyűbenzint tartalmaz.

Valamennyi felsorolt nyersanyag közül a legtöbb hidrogént fogyasztja a tatai szén, amelynek nedvességtől és hamutól mentesnek számított 1980 gr-ja 844 l hidrogénnel a *hidrogénezés első munkamenetében* 1047 köbcentiméter következő összetételű «mű-nyersolajat» adta:

Könnyű benzin	180 fokig	23 % =	241 köbc.
Nehéz benzin	230	« 14 « =	147 «
Világító olaj	300	« 19 « =	198 «
Gázolaj	350	« 12 « =	126 «
350 fok felett forró maradék	..	32 « =	335 «	
				<hr/> 1047 köbc.

Ennek a mű-nyersolajnak 180 foktól 350 fokig forró 45 %-át = 471 köbc.-nyi párlatát a *hidrogénezés második munkamenetében* molibdénkatalizátorral alakítottam tovább. Egyszerűség kedvéért a 86·6 térf. %-os hatásfok helyett 90·0 %-osat számítva ez a 471 köbc.-nyi közepolajnak nevezhető párlat 243 l. hidrogénnel alábbi összetételű terméké alakult át:

Könnyű benzin	180 fokig	43·5 % =	184 köbc.
Nehéz benzin	230	« 30·0 « =	128 «
Világító olaj	300	« 20·5 « =	87 «
Gázolaj	350	« 6·0 « =	25 «
350 fok felett forró maradék	..	0·0 « =	0 «	
				<hr/> 424 köbc.

Ez a 424 köbc.-nyi kétszer hidrogénezett termék az első munkamenetben előállított (másodszori hidrogénezésnek alá nem vetett) könnyű benzinnel és a 350 fok felett forró párlási maradékkal együtt az 5. számú táblázat utolsó rovatában feltüntetett következő összetételű terméket szolgáltatta:

Könnyű benzin	180 fokig ..	241 + 184 =	425 köbc. =	42.5 %
Nehéz benzin	230 «	128 « =	12.8 «	
Világító olaj	300 «	87 « =	8.7 «	
Gázolaj	350 «	25 « =	2.5 «	
350 fok felett maradék.....		335 « =	33.5 «	
				1000 köbc. = 100.0 %

E legutóbb feltüntetett összetételű nyersanyag 1980 g nedves-ség és hamutól mentesnek számított tatai szénből $844 + 243 \text{ l} = 1087 \text{ l}$ hidrogén hatására keletkezett.

Ha összehasonlítjuk ennek a legutóbb megadott terméknek forrási adatait a kátrányokból, kátrányolajokból és ásványolaj párlási maradékokból előállított hidrogénezett termékek hasonló adataival, meg kell állapítanunk, hogy *a szén közvetlen, részben kétszeri hidrogénezése útján előállított termék a többenél silányabb minőségű, egyrészt, mert legtöbb 350 fok felett forró párlási maradékot tartalmaz, másrészt, mert valamennyi nyersanyag közül a legnagyobb hidrogénfogyasztás mellett keletkezett.*

A bemutatott vizsgálatokhoz nyomástálló acélpalackot és katalizátor gyanánt molibdénsavat használtam. Folytonos üzemi készülék segítségével végzett kísérletek adatai némileg eltérnek az autoklávus munkamódszer szolgáltatatta adatoktól. A folytonos üzemi elsősorban a nyersanyag néhány százalékkal jobb hasznosítását teszi lehetővé és némileg elválttatja a hidrogénezett termék összetételét. A különbség azonban távolról sem olyan értékű, hogy az autoklávus munkamódszer szolgáltatatta adatok ne jogosítanának fel a legteltesebben a gyakorlati megvalósítás számára fontos következtetések megtevésére.

Vizsgálataimnak az a megállapítás az eredménye, hogy a szén-nyersanyaghoz, — amennyiben benzinné akarjuk hidrogéneztetni — lényegesen több hidrogént kell elfogyasztanunk, mint a kátrányokhoz. A nagyobb hidrogénfogyasztás szinte következtetésszerűen is

megállapítható, hiszen a szenekből hidrogén hatására kátrányt (mű-nyersolajat) kell készítenünk, hogy ezt újabb hidrogénmennyiséggel benzinné tudjuk átalakítani. Természetesnek találjuk a nagyobb hidrogénfogyasztást még azért is, mert a szenek és kátrányok hidrogéntartalma között is különbség van; a kátrányoknak nagyobb a hidrogénsartalmuk.

A megállapításnak az a fontos következménye, hogy *gazdasági okokból helyesebb — legalább is egyelőre helyesebb — kátrányokat, vagy olcsó ásványolaj-maradékokat benzinné hidrogéneezni és nem szenet*. Ennek a következtetésnek a helyességét nemcsak a kátrányfeldolgozás kisebb hidrogénfogyasztása, hanem a kisebb befektetési és munkaköltségek is igazolják és alátámasztják továbbá kereskedelem és iparpolitikai érdekeink is.

Az ásványi nyersolaj a termelés helyén annyira olcsó, hogy a szénből, hidrogénezéssel készített mű-nyersolaj nem versenyezhet vele. Romániában mintegy 1·5 fillér a 10 tonnás vasuti kocsi rakott nyersolaj kg-ja, a tatai szénből készített s részben kétszer hidrogéneezett mű-nyersolajnak pedig csak a nyersanyag (szén és hidrogén) költsége 8·6 fillér. Gazdasági okokból nem indokolt tehát amúgy sem bőséges szénkészletünket mű-nyersolaj előállítás végett apasztani, amikor nem túlnagy anyagi áldozattal megvásárolhatjuk azt a — még a szénnél is fontosabb — természeti kincset, a petróleumot, amely valószínűen sokkal hamarabb fog elapadni, mint a szénkészletek.

Ha egész benzinfogyasztásunkat — mintegy évi 5—6000 vagón benzint — szénhidrogénezéssel akarnók előállítani, nem használnók ki azt a szomszédaink birtokában lévő természeti kincset, amelyet hozzánk hasonló helyzetben lévő más államok kihasználnak, drágábban is fizetnek meg a szénhidrogénezéssel előállított benzint, mint más államok polgárai, s emellett az állam is hatalmas jövedelemtől esnék el, olyantól, amelyet nem tudna más úton visszakapni.

Valamely szénhidrogénezésre alapozott benzingyártó üzemet ezidőszereint csakis mint öncélt tudnánk megvalósítani, anélkül, hogy általa a szénbányászat helyzetén lényegesebben segítenénk.

5000 vagón benzin készítéséhez, a hidrogénelőállításához szükséges szenet is beleszámítva, közelítően négyszer annyi szén szükséges.

séges, mint a termelendő benzin súlya. Ennek a szénmennyiségnek csak mintegy háromnegyedrésze lehet porszen, a hidrogén előállításra szolgáló hányad jobb, ha darabos. 15,000 vagón porszen, ha nem is jelentéktelen része a magyar bányák porszen termelésének, mindenképpen nem olyan mennyiség, amely országos viszonylatban hatna előnyösen a porszen értékesítésre. 1929-ben a statisztikai adatok szerint kereken 733,000 vagón (10 tonnás, ú. n. normál-vagón) szenet termeltek bányáink, amelynek 25·6 %-a: 187,000 vagón volt por. Tehát a benzinyártásra elhasználandó 15,000 vagón porszen mellett, még mindig 172,000 vagón porszen értékesítéséről kellene és kell is gondoskodnunk. Nemzetgazdasági szempontból ezidőszert a porszenértékesítés leghatásosabb módja, brikettet készíteni belőle, s a brikettel a külföldi háztartási tüzelőszénbehozatalt csökkenteni. A legkiválóbb minőségű brikett azonban vagy lepárolt szénből készíthető, vagy pedig úgy állítható elő, hogy a félkokszból sajtolt brikettet utólagos lepárlásnak vetik alá. Mindkét esetben kátrány keletkezik, amely jelenleg a szénlepárló iparnak szinte nem kívánt mellékterméke, mert csak egyes párlatait lehet a piacon gazdaságosan elhelyezni. De mihelyt nagyértékű, keresett, a petróleum-benzineknél jobbminőségű benzint készíthetünk belőle, egészségesebb alapokra építhetjük brikettgyártó iparunkat, amelynek térhódítását nem fogja tudni megakasztani a kátrányértékesítés nehézsége.

Magyarországnak petróleumtermelése nincsen; a petróleumtermékek legalább részleges pótlásáról nemzetvédelmi, kereskedelem és iparpolitikai okokból még némi anyagi áldozatok árán is már napjainkban tanácsos gondoskodni. Első lépés gyanánt feltétlenül kátrányhidrogénezésre kell berendezkednünk, mert a porszen kitűnő minőségű briketté alakítása útján, ekként segíthetjük elő leghatásosabban a szénbányászás gazdaságosságát. A szén közvetlen hidrogénezésére csak akkor helyes reátérnünk, amikor egyrészt kellő tapasztalatot szereztünk az olcsóbb kátrányhidrogénező eljárás kiaknázása terén, másrészt, amikor a készletek közeli elapadása miatt a petróleumtermékek is annyira megdrágulnak, hogy az ásványolaj és a szénből készített mű-nyersolaj ára között nem lesz olyan nagy különbség, mint aminő ma van.

Ha pedig kátránytermelésünk nem lesz — amint egyelőre nem

is lesz — elegendő ásványolajtermék — szükségletünk fedezésére, akkor és addig inkább ásványolajat importáljunk, mint háztartási fűtőszén.

★

Dolgozatom a Természettudományi Alap és a Széchenyi Tudományos-Társaság támogatásával készült.

A kísérletek elvégzésében MAKRAY IMRE dr. segédkezett, aki nek buzgó munkálkodásáért ezúttal is köszönetet mondok.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. évi febr. 13-án tartott üléséből.)

DRUCKHYDRIERUNG EINIGER TEER- UND ÖLPRODUKTE.

Von JOSEF VARGA.

Verfasser untersuchte die katalytische Hydrierung verschiedener Roh- und Nebenprodukte der ungarischen Kohlenverarbeitung- und Mineralölindustrie. Die Untersuchung erstreckte sich auf ein Mittelöl, welches aus dem Rohprodukt der Hydrierung von Tataer Eozenkohle erhalten wurde und auf diejenige Produkte, welche aus derselben Kohle durch Destillation im Geissenschen Ofen gewonnen wurde (Gasbenzin, Mittelöl, Teer). Die einzelnen Stufen der Umwandlung des Teeres in Benzin wurden an Hand von Mustern gezeigt, durch welche bewiesen wurde, dass als erste die Kresole und Kresolabkömmlinge d. h. die dunkelfärbenden Bestandteile hydriert werden. Der dunkle Teer wird allmählich heller und nachdem schon alle Phenole in Kohlenwasserstoffe umgewandelt sind, wurde noch ein grosser Teil des festen Paraffins nicht verflüssigt.

Durch den Vergleich der Hydrierung von paraffinreichem Grosny-Masut, Steinkohlenteeröl der Gasfabrik, Generatorteeröl von Diósgyőr und Braunkohlengeneratorteer mit der Hydrierung obiger Produkte stellt Verfasser fest, dass mit dem geringsten Wasserstoffverbrauch das an ungesättigten und Schwefelverbindungen reiche Gasbenzin hydrierbar war, während der grösste Wasserstoffverbrauch sich bei der direkten Hydrierung von Kohle zeigte; bei letzterem entstand auch das minderwertigste Rohprodukt.

Die bis 180° C siedende Benzinfraktion der Hydrierungsprodukte enthielt in jedem Falle weniger als 0.03 % Schwefel, obwohl in manchen Rohstoffen der Schwefelgehalt über 4 % war.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Fäber 1933.)

A NAFTALIN HIDROGÉNEZÉSE NAGY NYOMÁSON.

VARGA JÓZSEF-től.

Klasszikus hidrogénező módszerével BERTHELOT a naftalint is folyós terméké tudta átalakítani. Egy rész naftalint 20—80 rész tömény jódhidrogén oldattal hevített 24 órán át, vagy hosszabb ideig s a sav mennyiségétől, töménységétől és a hevítés időtartamától függően különböző hidrálási termékeket sikerült előállítania. Némelyik esetben csak di- meg tetrahidronaftalin keletkezett, máskor meg dietilbenzol, etilbenzol és benzol képződtek túlnyomó mennyiségben, sőt alifás vegyületekké, dekán, oktán, hexán (valószínűleg pentánná) meg etánná is át tudta a naftalint alakítani. Naftalin hidrogénezésére a BERTHELOT-féle eljárást az ipar nem tudta felhasználni.

Az első, gyakorlati megvalósításra is alkalmas naftalint hidrogénező eljárás a SABATIER—SENDERENS-féle² volt, amely nikkel katalizátor jelenlétében molekuláris hidrogénnel reagáltatta 200 C°-on a naftalin gőzeit. Ez az eljárás a naftalint csak tetrahidro-vegyületté tudta átalakítani. A technikai szempontból ugyancsak jelentős, hidrogénben dúsabb vegyületet, a dekahidronaftalint LEROUXnak³ sikerült 1904-ben először előállítania a SABATIER-félénél hatásosabb nikkel-katalizátor felhasználásával, naftalin helyett azonban tetrahidronaftalint kellett alapanyagnak választania. Dekahidronaftalint ugyanis, a nikkel-katalizátoros eljárással még máig sem sikerült közvetlenül a naftalinból készíteni.

Igen értékes munkamódszerrel és kísérleti anyaggal járult hozzá

¹ Bull. soc. chim. 9, 288—292. old. (1868).

² Compt. rend. Acad. Sciences. 132, 1937. old. (1901).

³ Compt. rend. Acad. Sciences. 139, 672. old. (1904).

IPATIEW¹ is a naftalinhidrálás ipari megvalósításához. 1907-ben nagynyomású reakciótérben nikkeloxid-katalizátor jelenlétében hidrogénzte (110—120 atm. kezdeti nyomású hidrogénnel) a már 1904-ben megszerkesztett² nyomástálló készülékben 260 C°-on tetrahidroszármazékká a naftalint s a tetrahidrovegyületet újabb katalizátormennyiséggel 230 C°-on dekahidronaftalinná alakította át. A naftalint 24 órán át, a tetrahidroszármazékot 12 óra hosszat hevítette az autoklávban.

Az ipar számára a nikkel-katalizátoros eljárás sem volt egyszerűen felhasználható. Mindaddig, amíg G. SCHROETER-nek³ aránylag olcsó és könnyűszerrel megvalósítható tisztító eljárással a technikai tisztaságú naftalinnak mintegy 0.25 %-nyi kéntartalmát⁴ nem sikerült eltávolítania, a reakció ipari megvalósítására nem is gondolhattak, mert a kén-szennyezéssel szemben nagyon érzékeny nikkel-katalizátor a hatékonyságát gyorsan elveszítette. SCHROETER a kén-kontaktméreg káros hatását úgy küszöbölte ki, hogy a naftalint kismennyiségű — 0.8 %—1.0 % — fémes nátriummal vákumban desztillálta.⁵ Ez a fogás erőteljesen elősegítette ugyan a naftalin hidrálásnak az iparban való felhasználását, de emellett egy másik fogásra is szükség volt: a nyomás alkalmazására. A hidrogént, — mely akárcsak a naftalin, mentes volt a kén szennyezésétől — 15 atm. nyomással sűrítette SCHROETER a reakciótérbe, s így elérte, hogy sokkal több hidrált terméket tudott ugyanazzal a katalizátor mennyiséggel előállítani, mint normális nyomáson. Nyomás mellett bizonyára IPATIEW munkáinak hatása alatt használta fel SCHROETER a hidrogént, hiszen meg is jegyzi,⁶ hogy a hidrálás lényegesen kisebb nyomáson és rövidebb idő alatt (24 óra helyett 2—3 óra alatt) hajtható végre, mint ahogy IPATIEW adatai szerint várható volt.

A nikkel-katalizátoros eljárások éppenúgy mint a hidrálást

¹ Ber. Deutsch. chem. Ges. 40, 1287. old. (1907).

² Ber. Deutsch. chem. Ges. 37, 2962. old. (1904).

³ Liebigs Annalen 426, 1. old. (1922.)

⁴ WILLSTÄTTER: Ber. Deutsch. Chem. Ges. 45, 1474. old. (1912.)

FR. FISCHER: Ber. Deutsch. Chem. Ges. 49, 252. old. (1916.)

⁵ ULLMANN: Enz. techn. Chemie. 7, 786. old. (1931.)

⁶ Liebigs Annalen. 426, 10. old. (1922.)

etilalkohol és fémes nátriummal megvalósító BAMBERGER és LODTER-féle módszer,¹ négy atom hidrogén felvételével a naftalin molekulának csak az oldalgyűrűjét hidrogénezik, a benzolmagra nem kapcsolnak reá hidrogént. Ezekkel ellentétesen a hidráláshoz jég-ecetes, vagy éteres közeget felhasználó WILLSTÄTTER-féle platina-katalizátoros módszer² szerint a dekahidroszármazékot könnyebb készíteni. Tetrahidronaftalint közvetlenül naftalinból a WILLSTÄTTER-féle hidrálás szerint elő sem lehet állítani, a tetrahidro-vegyület készítéséhez dihidronaftalint kell alapanyagnak felhasználni.

SCHROETER tanulmányai alapján a nikkal-katalizátoros naftalint hidráló eljárást az iparban a háború alatt valószínűsítették meg, a németországi Rodlebenben, ahol a német kormány hathatós anyagi támogatása mellett úgy tetrahidro-, mint dekahidronaftalin gyártására is berendezkedtek. A gyár e két terméket «tetralin» és «dekalin» néven adta át a kereskedelmi forgalomnak.

A tetralin és dekalin értékesítéséhez különösen a háború alatt s a háborút követő, folyékony halmazállapotú tüzelőszerben is inséges időben fűttek sok reményt a vállalkozók. A háború alatt elsősorban a haditengerészet számára volt nélkülözhetetlen a hidrált naftalin, a békés gazdálkodásban azonban már drága tüzelőanyag lett a fémes nátriummal kéntelenített naftalin és a kén-szennyezéstől ugyancsak mentesített hidrogén reakcióterméke. A rodleberi gyárnak fokozatosan csökkentenie kellett a termelést s az újabb adatok szerint³ a háború utolsó esztendejében gyártott évi 36,000 tonna hidrált naftalinnak már csak egy tizedét termeli. A vállalatnak olcsóbb eljárást kellett keresnie, illetve olyan katalizátort, amely a kén-szennyezés iránt kevésbé érzékeny, mint az oxidjából redukált nikkal. Ilyen katalizátor többek között a vasjodid is, amelynek kátrányolajok és ásványi olajpárlatok hidrogénezésére gyakorolt befolyását a M. T. Akadémia III. osztályának 1931. évi április 28-án tartott ülésén volt szerencsém bemutatni.

¹ Berichte Deutsch. Chem. Ges. 20, 1705. old. (1887.)

² Berichte Deutsch. Chem. Ges. 45. 1474. old. (1912), 46, 527. old. (1913.)

³ ULLMANN: Enz. techn. Chemie. 7, 788. és 784. old. (1931.)

Ezt a «jód és vas» katalizátort használja fel SPILKER és ZERBE 1927. évi 277,974. sz. angol szabadalmi bejelentése alapján naftalin és a naftalinnak a kőszénkátrányból való előállításánál keletkező olajok hidrogénezésére a «Ges. f. Teerverwertung» nevű német-országi vállalat, amely az eljárást nagyméretű készülékben is megvalósította.¹

SILKER és ZERBE szabadalmi bejelentése szerint jód és jódsók s egyéb olyan sók jelenlétében, amelyek nehezen disszociálódó jódsók elbomlását előmozdítják, a naftalin kénnel, tiofénnel és fenolokkal szennyezett állapotban is hidrogénezhető és ennek következtében a hidrogénnek sem kell annyira tisztának lennie, mint a SABATIER—SCHROETER-féle eljárásnál.

A vasjodid-katalizátort használó hidrogénező módszernek azonban nemcsak az az előnye, hogy fölöslegessé teszi a költséges nyersanyagtisztítást; ennél is nagyobb előnye, hogy nem egy, hanem egyszerre többféle terméket állít elő a naftalinból. Nemcsak tetralin vagy dekalin keletkezik a hidrálásnál, mint a SABATIER—SCHROETER-féle eljárásnál, hanem ezeknél kisebb hőmérsékleten forró «benzolszénhidrogének» is.

Benzolról és benzolhomológiáról a naftalin nagy nyomáson megvalósított hidrálásánál keletkező termékek között KLING és FLORENTIN² tesznek 1926-ban első ízben említést, amikor a 100—120 atm. kezdeti nyomású hidrogénnek a naftalinra 500°-on gyakorolt hatását ismertetik. Katalizátorok nélkül a naftalinnak még 500°-on is csak kis része alakult át hidronaftalinekké és benzolszénhidrogénekké, néhány százalék alumíniumklorid, vasklorid, vagy az alkali földfémek halogénsóinak hatására azonban — 3 óra hosszat tartó hevítés után — már 60 % naftalin folyósodott el benzolt, toluolt és xylolt is tartalmazó folyadékká.

E dolgozat azokat a kísérleteket ismerteti, amelyekkel az elemi jód és vas, illetve vasjodid, továbbá néhány, a szabadalmi leírások szövegéből jól ismert, sokszor emlegetett, a hidrogénezést nagy nyomáson igen előnyösen befolyásoló katalizátornak, a molibdén és wolframszulfidnak, továbbá a molibdén és wolfram-

¹ ULLMANN: *Enz. techn. Chemie.* 7, 788. és 784. old. (1931.)

² *Compt. rend. Acad. Sciences.* 182. 389. és 526. old. (1926.)

oxidnak a naftalin hidrogénezésére gyakorolt hatását tanulmányoztam. Mindkét katalizátor-csoportról, a vasjodidról és a molibdén-meg wolfram-vegyületekről azt állítják a szabadalmi leírások, hogy a nyersanyagok kén-szennyezése iránt érzéketlenek.

A naftalin halogén-katalizátor jelenlétében megvalósított hidrálásáról KLING és FLORENTIN említett közlésén, továbbá SPILKER és ZERBE szabadalmi bejelentésén kívül egyéb irodalmi adat nincsen; a molibdén- és wolframsó-katalizátorok hatását pedig az 1928. év október havi németországi elsőbbségi bejelentés alapján a 683,069. sz. franciaországi és 333,453. sz. angolországi szabadalmaim ismertetik — tudomásom szerint — elsőnek. Tudományos kutatásokat ismertető folyóirat,¹ vagy könyvben² a naftalinnak molibdén-oxid-katalizátor jelenlétében megvalósított hidrogénezéséről csak 1930-ban jelent meg közlés, a berlini második energia-világkonferencia 28-ik szakosztályán előadottak ismertetéseként. Hozzászólás alakjában R. H. GRIFFITH (London) mutatta itt be néhány idevágó kísérletének eredményét; ezekre vonatkozóan azonban meg kell jegyezni, hogy GRIFFITH az én korábban elvégzett vizsgálataim minden részletéről teljesen tájékoztatott volt.

Hidrogénezés vasjodid-katalizátor jelenlétében.

Vasjodid-katalizátor felhasználásával kisméretű, 4, 5 l. térfogatú összesen 70 kg. literenként 15·5 kg súlyú autoklávban technikai tisztaságú naftalint hidrogéneztem 120 atm. kezdeti nyomású hidrogénnel. Ugyanazt az autoklávot használtam fel, amelyben előzetesen ásványi olajpárlatokat meg kátrányt hidrogéneztem, tehát úgy a reakciótér fala, mint az autoklávba helyezett száz darab vasgyűrű már jodid réteggel voltak bevonva. A hidrálandó naftalinhoz — 150 g-hoz — minden kísérletnél 0·5 % elemi jódot mértem hozzá. Néhány tájékoztató jellegű kísérlet elvégzése után 475 és 500 C°-on reagáltattam a naftalint és hidrogént, mégpedig kétféle hevítési időtartam mellett: az autoklávot a választott

¹ Brennstoff-Chemie 11, 398. old. (1930.)

² Gesamtbericht zweite Weltkraftkonferenz. VIII. 166. old. (1930.)

reakcióhőmérsékletre való felhevítés után, vagy csak egy percig, vagy egy óra hosszat hevítettem.

A teljesen lehűlt autoklávból a gázt lebocsátottam s a hidrált termékeket vagy kiöntöttem, vagy — amennyiben a naftalin nagy része nem folyósodott el — gondosan eltávolítottam a készülék faláról. Amelyik kísérletnél annyira kevés folyadék keletkezett, hogy csaknem eloszlott a naftalin felületén, a folyadékot szívószűrőn távolítottam el. A folyékony és szilárd halmazállapotú reakciótermékeket vagy térfogat szerint mértük meg és tömegüket a fajsúlyuk segítségével számítottuk ki, vagy pedig megmértük a folyadék és az át nem alakult szilárd naftalin mennyiségét együttesen. A folyadékot az ENGLER-féle előírás szerint desztilláltuk, s amikor azt észleltük, hogy a hűtő csővében naftalin kristályok válnak ki, a lepárlást abbahagytuk; a visszamaradt naftalin térfogatából — fajsúlyát 1.145-nek véve — kiszámítottuk a folyós termékben oldott naftalin tömegét, amelyet az autoklávba bemért mennyiségre vonatkoztatva százalékban adok meg. Az összes folyékony és szilárd halmazállapotú reakciótermékek az autoklávba adagolt mennyiségre vonatkoztatott, százalékban kifejezett súlya azt a naftalin mennyiséget is megadja, amely gázzá bomlott el a hidrálás folyamán. Az így kiszámított értékek természetesen csak megközelítő pontosságúak, de a reakció mechanizmusáról mégis hűen tájékoztatnak. A teljes pontosságú számítások elvégzéséhez analitikai pontosságú naftalin meghatározási módszer alkalmazása mellett az autoklávokba adagolt hidrogén mennyiségére és a gáz-elemzés adataira is tekintettel kellett volna lenni.

Úgy a 475 mint az 500°-on végzett kísérletek jellemző adatait az 1/a és 1/b táblázatok foglalják össze; az 1/b sz. táblázat csak a folyékony hidrálási termék lepárlási adatait mutatja be.

Az adatok figyelmes áttekintése után megállapíthatjuk, hogy 475°-on kevés egy percig hevíteni az autoklávot, mert közel 68 % naftalin nem hidrálódik; egy órai hevítés után ellenben csak 11 % marad változatlanul. Megállapíthatjuk továbbá, hogy 500°-on úgy az egy percig, mint az egy óráig tartó hevítés alatt több naftalin hidrálódott, mint 475°-on. Meglepő azonban, hogy a naftalin-nak eléggé tekintélyes százaléka bomlott el gázzá. 500°-ra felhevített autoklávban egy percnyi továbbhevítés után a naftalin-

1 a táblázat.

A kísérlet száma	Jód-adagolás % -ban	Reakció hőmérséklet C°-ban	A hevítés időtartama percekben	A bemért naftalin g-okban	A nyomás atmoszférában		Az autoklávból kivett, nem gáz-halmazállapotú termék				A bemért naftalinból		
					kezdeti	lehűlés után	súly g-okban	a bemért naftalin % -ában	ebből folyós cm ³ -ben	a folyadék fajsúly D ₄ ²⁰	gázzá bomlott %	folyékony termék %	át nem alakult %
1	0·5	475	1	150	120	109	128	86·4	50	0·956	13·6	17·6	68·8
2	0·5	475	60	150	120	90	105	70·0	120	0·875	30·0	59·0	11·0
3	0·5	500	1	150	120	96	115	76·6	125	0·919	23·4	52·1	24·5
4	0·5	500	60	150	120	79	99	66·6	115	0·859	34·0	61·7	4·3

1 b táblázat.

A kísérlet száma	A forrás kezdete C°-ban	A folyékony hidrálási termék lepárlási adatai							
		90°-ig	100°-ig	120°-ig	150°-ig	190°-ig	200°-ig	200° felett	
		átpárológ %							
1	142	—	—	—	8	26	40	62	
2	74	7	16	40	59	76	83	88	
3	63	4	6	18	37	56	67	72	
4	54	23	45	69	83	90	93	95	

nak 23·4 %-a alakult át gázzá, hatvan perc alatt már több mint egyharmada: 34·0 %. Mind a két kísérletpár adatai szolgáltatnak a mellett is bizonytságot, hogy a naftalinnak gázakká való elbomlása nem közvetlenül, hanem a hidrálódott termékek továbbalakulása útján megy végbe; 500°-on ugyanis egy percnyi hevítés hatására nagyobb térfogatú és fajsúlyú, tehát nagyobb tömegű folyékony termék keletkezett mint hatvan percig tartó hevítés alatt; a hevítés időtartamának megnövekedésével párhuzamosan megnagyobbodott a naftalinnak gázzá bomlott hányada is és feltűnően növekedett a kis hőmérsékleten forró párlatok mennyisége. Ezek az átalakulások a nagy hőmérsékleten forró hidrálási termékek rovására mentek végbe, amint ezt az 1/b sz. táblázat 3. és 4. sorszámú kísérleteinek lepárlási adatai is bizonyítják; az egy percig tartó hevítésnél 500°-on a nagy hőmérsékleten forró párlatok mennyisége nagyobb, a hatvan perces kísérletnél a kis hőmérsékleten forróké. A nagy hőmérsékleten forró párlatok (tetralin és dekalin) a hidrálás primér termékei, amelyek gázélválás közben bomlanak el kis hőmérsékleten forró vegyületekké. Az 1/b sz. táblázat 1. és 2. sorszámú kísérletének adatai szintén amellest bizonyítanak, hogy a nagy hőmérsékleten forró hidronaftalineket a lepárlás primér termékei, mert 475°-on, az egy perces hevítésű kísérletnél (amikor a naftalin túlnyomó része átalakulatlan maradt) 140° alatt forró vegyület nem is keletkezett.

Megállapítható, hogy a vasjodid sokkal előnyösebben mozdítja elő a naftalin hidrálását mint az aluminiumnak, a vasnak, vagy az alkali-földfémeknek a kloridjai. Amíg KLING és FLORENTIN néhány százalék aluminiumchlorid jelenlétében 460°-on három óra hosszat tartó hevítés után csak 60 % naftalint tudtak hidronaftalinekké meg benzolszénhidrogénekké elbontani, addig a vasjodid 475°-on egy órai hevítés után mindössze 11 % naftalint hagyott hidrátlanul, 500°-on pedig ugyanennyi idő alatt csak 4·3 %-ot.

Hogy a hidrálás primértermékei között a tetrahidronaftalin mellett vannak-e egyéb hidronaftalineket, azt a jelen dolgozatban ismertetett vizsgálatok során nem volt célom megállapítani. Mind-egyik kísérlet folyékony hidrálási termékét azonban összeráztuk 98 % töménységű kénsavval, amely a termékeket minden esetben tökéletesen oldotta.

A reakció lefolyása felől tájékoztató kísérletek elvégzése után arra törekedtem, hogy megállapítsam eléggé ellenálló-e a vasjodid a naftalin kén-szennyezésével szemben. Erről legegyszerűbben úgy szerezhettem bizonyosságot, hogy jódadagolás nélkül végeztem el többször egymás után a hidrálást. Legalkalmasabbnak a 475° -on hatvan perces hevítési időtartam mellett végzett kísérlet megismétlése mutatkozott. A legelső, ezen a hőmérsékleten jódadagolás nélkül végrehajtott hidrálás csak valamivel nagyobb fajsúlyú és több nagyobb hőmérsékleten forró párlatot tartalmazó terméket adott, mint a 0.5 % jód jelenlétében végzett 2. sorszámú kísérlet. A kísérletet 12-szer ismételttem meg, hogy megállapítsam lényeges eltérést mutatnak-e a 12-ik kísérlet adatai az elsőétől. Ha csökkent volna a katalizátor aktivitása, fokozódóan több naftalinnak kellett volna hidrálatlanul maradnia s nagyobbodni kellett volna a nagy hőmérsékleten forró párlatok mennyiségének. Ezt az elváltozást azonban még a 12-ik jódadagolás nélkül végzett kísérletnél sem figyelhettem meg, mert ennek a hidrálási terméke még mindig csaknem azonos összetételű volt az alapkísérletével. Tizenkét kísérlet után tehát nem romlott el megfigyelhetően a kontakt-felület aktivitása, pedig a katalizátor mennyisége kísérletről-kísérletre csökkent, mert az a vízmennyiség, amely az autoklávban lévő levegő oxigénjéből (mintegy 4 l.) és a hidrogénből keletkezett (2—2 köbc.) minden kísérletnél oldott le vasjodidot az autokláv faláról.

Miután a vasjodid-katalizátor aktivitása sem a kontaktanyag mennyiségének fokozatos csökkenése, sem a naftalin kénszennyezése miatt nem kisebbedett megfigyelhetően, feltételezhető, hogy az a kénhidrogén, amely a naftalint szennyező kénvegyületekből a hidrogén hatására keletkezik, csak olyan hőmérsékleten és parciális nyomás mellett veszélyezteti a vasjodid aktivitását, amelyen a jodidot szulfiddá tudja átalakítani. 475° -on a nagy nyomású hidrogént tartalmazó reakcióterben még igen jól ellenáll a vasjodid a technikai tisztaságú naftalinból felszabaduló kénhidrogénnel szemben.

Hidrogénezés molibdén- és wolframsó-katalizátorok jelenlétében.

Amíg a vasjodid-katalizátoros kísérletekkel legfőként aziránt óhajtottam tájékozódni, hogy ugyanaz a katalizátor többszörösen felhasználható-e a naftalin hidrálására, addig a molibdén- és wolframsók jelenlétében végrehajtott hidrogénezésnél az autoklávban lefolyó különböző átalakulásokkal kapcsolatos hőmérsékletváltozások megfigyelésére törekedtem. Kisméretű készülékben az esetleges exotherm és endotherm folyamatokkal kapcsolatos hőmérsékletváltozás, a hidrálható anyag kis mennyisége miatt annyira csekély, hogy csak bizonytalanul figyelhető meg. Ez oknál fogva a molibdén- és wolframsó-katalizátoros kísérletekhez 22. l. térfogatú összesen 228 kg, literenként 10·3 kg súlyú autoklávot használtam fel, amelybe legalább 0·8 kg naftalint és 2 köbméter hidrogént adagolhattam.

Nagynyomású autoklávban végrehajtott hidrogénezés folyamán megfigyelhető hőmérsékletváltozásokról kevés irodalmi adatunk van. Hogy egyes anyagok nyomás mellett való hidrogénezésnél néha gyorsan nagyobbodik a hőmérséklet, az a tetrahidronaftalinnak SCHROETER-féle előállításával kapcsolatban lett legelőször ismeretessé. Ennél az eljárásnál hűteni kell a reakciótér falát, hogy a hőmérséklet 180°-ról 260° fölé ne nagyobbodjék, különben dehidrálódik a tetrahidronaftalin.¹ Az a tény azonban már kevésbbé ismeretes, hogy egyes a nagynyomású reakciótérben megvalósított átalakításoknál hőmérsékletcsökkenés is lehetséges. Mindössze F. FISCHER munkáiban² találunk említést arról, hogy amikor barnaszenekeket hidrogénezett kisméretű (4 l. térfogatú) autoklávban, bármennyire is ugyanúgy fűtötte 350 és 400 C° között lévő hőmérsékleten a készüléket, mint a fűtés megkezdésekor, a hőmérséklet növekedésének meglassadását, sőt csekély visszaesését is észlelte. Ez a jelenség amellelt tanuskodik, hogy a megadott hőmérséklet-határok között a reakciótér belsejében olyan folyamatok mennek végbe, amelyek az autoklávban felhalmozódott meleg egy részét

¹ ULLMANN: *Enz. techn. Chemie.* 7, 788. old. (1931.)

² *Brennstoff-Chemie* 5, 73. old. (1925.)

elvonják. F. FISCHER a víz és könnyen illanó egyéb anyagok gőznyomásának és kritikus viszonyainak megváltozásával magyarázza a jelenséget. Feltételezte, hogy akkor, amikor a hidrogénezendő szénhez vizet is ad a hőmérsékletnövekedés meglassadását határozottabban fogja észlelhetni. Feltevése valóra is vált, mert a vizet és szenet tartalmazó autokláv fűtésénél, a hőmérséklet csaknem egyenesvonalú nagyobbodása 368° -nál hirtelen megszűnt, sőt 376° -nál kettő C° -nyi visszaesést is mutatkozott és a termoelem-hőmérő galyanométerének mutatója 374° -ra, a víz kritikus hőmérsékletére mozgott vissza. Minthogy a leírthoz teljesen hasonló jelenséget, de mintegy 100° -kal nagyobb hőmérséklet közelében mi is észleltünk minden olyan esetben, amikor 800 g naftalint hidrogéneztünk a megadott méretű autoklávban molibdén-, vagy wolframsó-katalizátor jelenlétében, olyankor tehát, amikor víz csak nagyon kevés lehetett a reakciótérben, szükségesnek tartottam a megfigyelés teljesebbé tétele végett a naftalin-hidrogéneezést nagytérfogató készülékben is tanulmányozni.

Elsőnek úgy hevítettük az autoklávot, hogy csak 110 atm. nyomású hidrogén volt benne; naftalin és katalizátor nem. A második kísérletnél már 800 g naftalint és 110 atm. nyomású hidrogént zártunk el az autoklávban, a további kísérletnél pedig a naftalinhoz még 16 g katalizátort is adagoltunk.

Kísérleteinkhez négyféle katalizátort használtunk fel: molibdénoxidot és szulfidot, továbbá wolframoxidot és szulfidot. (A két oxidkatalizátor MERCK-féle, a két szulfid SCHUCHARD-féle gyártmány volt.) Az egyes katalizátorok felhasználásának sorrendje következő volt: molibdén-szulfid, wolfram-szulfid, wolframoxid, molibdénoxid. A reakciótér falára tapadt katalizátort minden újabb katalizátor felhasználása előtt mechanikailag és kémiaiilag ható tisztítószerrel távolítottuk el.

Nagy súlyt helyeztünk az autokláv egyenletes fűtésére; a melegedést a reakciótér belsejébe szerelt érzékeny termoelemmel figyeltük meg. Amíg az autokláv 400° -ra hevült, 58—62 perc telt el. A termoelem mutatta adatokat 500° közelében olvastuk le leg-sűrűbben — néha félpercenként — mert a katalizátoros kísérleteknél ennek a hőmérsékletnek a közelében hirtelen — alig néhány percenyi idő alatt — 45 — 60° -nyi esést mutatott a hőmérő, jól-

lehet az autoklávot ezalatt az idő alatt is épúgy főtöttük, mint a kísérlet elején. A hőmérsékletcsökkenést gyors temperaturanövekedés követte. Amikor a hőmérő ismét $500\text{--}510^\circ$ -ot mutatott, a fűtést egy időre megszüntettük; ilyenkor azonban a hőmérséklet nemhogy csökkent volna, hanem átmenetileg $535\text{--}545^\circ$ -ra nagyobbodott is. Mihelyt — most már a fűtés hiánya miatt újból kisebbedett a hőmérséklet, meggyújtottuk a gázt és úgy igyekeztünk a fűtést szabályozni, hogy néhány percen át 520° -ot mutasson a termoelem. Egy-egy kísérlet folyamán végleg akkor szüntettük meg a hevítést, amikor az első 520° -os hőmérséklet észlelése után 15 perc telt el. (Lásd az 1. sz. ábrát.) A 15 percig tartó hevítés alatt tehát a hőmérséklet néhány percen át 520° -nál nagyobb is volt.

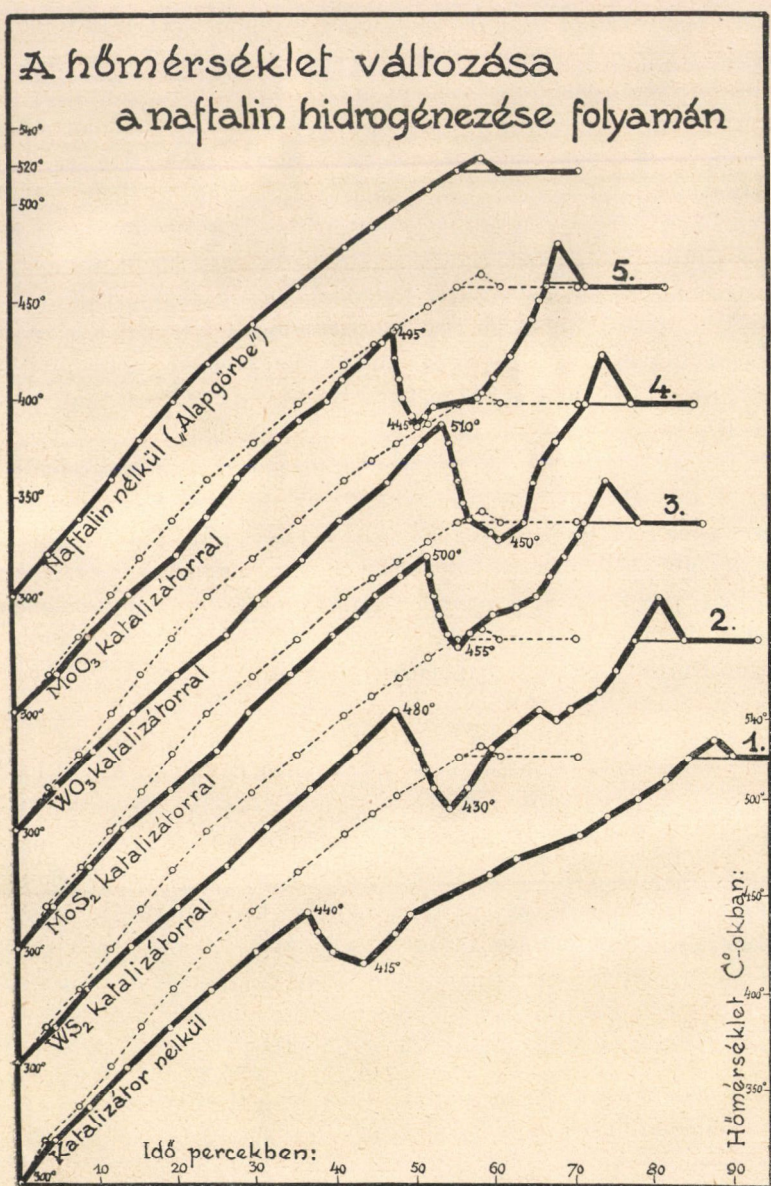
Miután a molibdén és wolframkatalizátoros kísérletekkel nem volt az a célunk, hogy megismerjük a reakciótermékek összetételét, nem elemeztük meg sem az autoklávból lebocsátott gázt, sem a folyós halmazállapotú reakcióterméket nem vizsgáltuk meg. Csak a gázzá bomlott és az át nem alakult naftalin mennyiségének meghatározására törekedtünk s ezeket az értékeket a vasjodid-katalizátoros kísérletek leírásánál ismertetett módszerek szerint állapítottuk meg.

Kísérleteink adatait a 2/a és 2/b sz. táblázatok tüntetik fel.

Az adatok áttekintése után megállapíthatjuk, hogy a táblázatok olyan sorrendben mutatják be a kísérleteket, aminőben az egyes katalizátorok fokozottan erélyesebben hidrogénezik a naftalint. Az 1., 2. és 3. sz. kísérleteknél annyira kevés folyékony hidrált termék keletkezett, hogy a naftalin túlnyomó része szilárd állapotban maradt vissza az autokláv falán; a 4. és 5. sz. kísérleteknél a reakciótermék már folyós halmazállapotú volt és a nem hidrálódott naftalint oldott állapotban tartalmazta.

Minél hatásosabb a katalizátor, annál:

kisebb nyomású gáz marad vissza az autoklávban;
több a folyékony hidrált termék mennyisége;
kisebb a hidrált termék fajsúlya és
több a 100°C -ig forró párlatok mennyisége.



1. ábra.

2 a táblázat

A kísérlet száma	Katalizátor (16 g)	A hevítési időtartam percekben		A bemért naftalin g-okban	A nyomás atmoszférában		Az autoklávból kivett, nem gázhalmazállapotú termék				A bemért naftalinból		
		20° C— —520°-ig	520°-on		kezdeti	lehűlés után	súly g-okban	a bemért naftalin %-ában	ebből folyós cm ³	folyadék fajsúly ^a D ₄ ²⁰	gázzá bomlott %	folyékony termék %	át nem alakult %
1	—	116	15	800	110	108	720	90·0	20	0·947	10·0	1·0	89·0
2	WS ₂	114	15	800	110	98	643	80·3	170	0·935	19·7	10·0	70·3
3	MoS ₂	105	15	800	110	91	612	78·2	215	0·935	21·8	12·5	65·7
4	WO ₃	102	15	800	110	85	513	64·1	550	0·933	35·9	31·8	32·3
5	MoO ₃	101	15	800	110	80	528	66·3	575	0·919	33·7	41·7	24·6

2 b táblázat.

A kísérlet száma	A folyékony hidrálási termék lepárlási adatai						
	a forrás kezdete C°-ban	90°-ig	100°-ig	120°-ig	150°-ig	190°-ig	203—205°-ig
		átpárolog					
1	95	—	—	2·8	14·0	30·5	67·0
2	90	—	4·0	21·0	40·0	56·0	59·0
3	81	4·0	17·0	35·0	47·0	59·0	59·0
4	79	13·5	28·5	42·0	52·0	59·0	59·0
5	78	16·0	36·0	51·0	41·0	69·0	70·0

Meggyőzően bizonyítják a táblázat adatai, hogy a katalizátorok közül legkevésbé hatásos a wolframszulfid, valamivel hatásosabb a molibdénszulfid és leghatásosabb a molibdénoxid. A szulfidok és az oxidok katalitikus hatása között igen nagy az eltérés az oxidok javára. Ez a nagy eltérés meglepetés azok számára, akik csak a szabadalmi leírásokból tájékozódhatnak, mert a sokféle szabadalmi leírásból a molibdén és wolfram szulfidjainak az oxidokkal egyenértékű katalitikus hatását vagyunk kénytelenek megállapítani.

Jóllehet a folyékony hidrálási termék megvizsgálásával nem volt célunk foglalkozni, 98 %-os kénsavval mégis összeráztuk mind az öt kísérlet folyékony halmazállapotú reakciótermékét, hogy megtudjuk, van-e bennük alifás és kénsavban oldhatatlan hidroaromás vegyület. Külön ráztuk össze a 100° alatt, 100—150°-ig és a 150° felett forró párlatokat és ezek mindegyike minden kísérletnél gyorsan és teljesen feloldódott. A 150° felett forró párlatok oldódása arra vall, hogy dekahidronaftalin nincsen a termékekben, úgyszintén semmi, vagy nagyon kevés a — lepárlás adatai szerint — a 205°-on forró tetralin mennyisége is.

A bemutatott öt kísérlet adatai nem alkalmasak arra, hogy egybevevessük őket a vasjodid-katalizátoros kísérletek adataival. A vasjodidos kísérletekhez ugyanis kicsiny térfogatú autoklávot használtunk fel, jóval nagyobb méretűt a másik katalizátorcsoporttal végzett kísérletekhez, s ezenkívül nagy volt az eltérés a reakcióhőmérséklet és a hevítés időtartamában is.

A nagy térfogatú autoklávban végrehajtott és már ismertetett adatokat szolgáltató kísérletek folyamán megfigyelt hőmérsékletváltozást koordinatarendszerben tüntetem fel. Az egyes görbék csakis a 300° felett megfigyelt hőmérsékletváltozást mutatják az 1. sz. ábrán. A legfelső görbe a 110 atm. nyomású hidrogénnel megtöltött autokláv hőmérsékletnövekedését ábrázolja, az 1. sz. pedig a 800 g naftalinnal és ugyancsak 110 atm. nyomású hidrogénnel töltött autoklávét; a számozatlan és az 1. sz. görbe annál a két kísérletnél mutatkozó hőmérsékletváltozást tünteti fel, amelynél katalizátor nem volt a reakcióterben. A csak hidrogént tartalmazó autokláv melegedésnek az időköz viszonyított függvényét, mint «alapgörbét», szakgatott vonalozással a többi görbe mellé rajzoltuk.

A számozott görbék alakja mind eltér az «alapgörbe» alakjától, és mindegyik az «alapgörbe» alatt helyezkedik el. Valamennyi számozott görbéről $440\text{--}510^\circ$ között mutatkozó $45\text{--}60\text{ C}^\circ$ -nyi hőmérsékletcsökkenés olvasható le. Miután ez a hőmérsékletcsökkenés csak néhány percen át figyelhető meg, az autoklávban rövid ideig tartó endotherm átalakulásnak kell végbemennie. A hőmérsékletcsökkenést lassabb, vagy gyorsabb lefolyású hőmérsékletnövekedés követi.

Hogy ezek az egymást követő hőmérsékletváltozások milyen átalakulásokat jellemeznek, a naftalin, vagy a primér hidrálási termékek «kritikus adataival» összefüggő változást, avagy kémiai átalakulásokat, arról legegyszerűbben úgy szerzünk bizonyítékot, hogy az autokláv hevítését a görbék jellegzetes pontjain megszakítva, megvizsgáljuk úgy a gáz, mint a folyós halmazállapotú reakciótermékeket. Ezeket a vizsgálatokat egy későbbi időpontban igyekszem bemutatni.

Maga az a tény, hogy a katalizátorok hatására megváltozik az 1. sz. görbe alakja, máris bizonyosság mellett, hogy a hőmérsékletváltozásokat kémiai reakciók és talán egyéb, de nem egyes vegyületek «kritikus adataival» összefüggő átalakulások okozzák. Csak látszólag ellensúlyozza ennek a megállapításnak az értékét az a tény, hogy mind a négy katalizátor csaknem azonos hőmérsékleten $480\text{--}510\text{ C}^\circ$ között kezdi a csaknem teljesen egyforma hőmérsékletcsökkenést előmozdítani. A wolframszulfid ugyanakkora hőmérsékletcsökkenést segít elő, mint a molibdénoxid, pedig a 2. sz. táblázat adatai szerint utóbbinak jelenlétében közel háromszor annyi naftalin hidrogéneződik, mint wolframszulfid hatására. Ha kémiai reakciók lefolyását fejezik ki a görbék, akkor a két szélsőséges hatású katalizátor jelenlétében megfigyelhető egyforma hőmérsékletcsökkenés csakis úgy magyarázható, hogy a hidrálást hatásosabban előmozdító molidénsav-katalizátor jelenlétében hamarabb kezdődnek meg a hőtermelő átalakulások, amelyek nemcsak, hogy ellensúlyozzák a hőmérsékletcsökkenést, hanem gyors hőfoknövekedést is okoznak. A katalizátoros kísérletek görbéi határozottan emellett a megállapítás mellett bizonyítanak, mert minnél hatásosabb a katalizátor, annál rövidebb idő alatt növekszik az autokláv belsejének hőmérséklete és annál kisebb az 1—5. sz.

görbék két-két csúcspontja között a távolság. Legnagyobb ez a távolság a katalizátor jelenléte nélkül végrehajtott kísérletnél (1. sz. görbe), legkisebb a molibdén- és wolframsavas hidrálás hőmérsékletgörbéjénél.

Hogy milyen exothermreakciók lehetnek azok, amelyek annál gyorsabban követik az endotherm átalakulást, minél erélyesebben hidrál valamely katalizátor, azt leginkább a reakciótermékek összetételéből állapíthatjuk meg. Elegendő a folyékony halmazállapotú termékek lepárlási adatainak áttekintése is ahhoz, hogy megállapítsuk milyen elváltozást okoztak a különböző katalizátorok a termékek összetételében. A 2/b. táblázat adatai szerint minél erélyesebben hidrál valamely katalizátor, annál nagyobb a 90° , 100° és 120° -ig forró párlatok mennyisége. Ezek a kis hőmérsékleten forró párlatok pedig úgy az idézett irodalmi adatok, mint az általam is megvizsgált tömény kénsavban való oldhatóságuk alapján feltétlenül a benzol és homológjaiból kell, hogy összetevődjenek, tehát olyan vegyületekből, amelyek a primér hidrálási termékekből keletkeztek. A hidronaftalinekből a benzol és homológjai csakis gázhalmazállapotú szénhidrogének, elsősorban metánképződés közben keletkezhetnek a nagy nyomású reakcióterben, úgy-hogy főként ezek a folyamatok lehetnek azok a kémiai reakciók, amelyek a hőmérséklet csökkenése után többé-kevésbé gyors temperatura növekedést okoznak.

E megállapításokat azok a kísérletek kell, hogy igazolják, amelyek eredményét később igyekszem bemutatattatni.

Összefoglalás.

A dolgozat a naftalin nagynyomású reakcióterben megvalósított hidrálására vonatkozó vizsgálatokat és megfigyeléseket ismerteti; a katalizátorok két olyan csoportjának, a vasjodidnak és a molibdén- meg wolframvegyületeknek a hatását mutatja be, amely katalizátorokról azt állítják a szabadalmi leírások, hogy a kén-szennyezéssel szemben érzéketlenek. A vasjodidos kísérletekhez kisméretű, 4, 5 l térfogatú, a molibdén- és wolframkatalizátoros vizsgálatokhoz 22 l térfogatú autoklávot használtam fel.

A vasjodid katalizátorról bebizonyosodott, hogy sokkal elő-

nyösebben mozdítja elő a naftalin hidrálást, mint az alumíniumnak, a vasnak, vagy az alkali-földfémeknek a kloridjai. Amíg KLING és FLORENTIN néhány százalék alumíniumklorid jelenlétében 460°-on három óra hosszat tartó hevítés után csak 60 % naftalint tudtak hidronaftalinekké meg benzolszénhidrogénekké átalakítani, addig a vasjodid 475°-on egy órai hevítés után mindössze 11 % naftalint hagyott hidrálatlanul, 500°-on pedig ugyanannyi idő alatt csak 4·3 %-ot. A kénszennyezéssel szemben tanúsított ellenállást illetően tizenkét, egyébként teljesen azonos feltétel mellett 475°-on végrehajtott kísérlet után nyomát sem állapíthattam meg a katalizátor aktivitás csökkenésének. E negatív megfigyelés alapján arra kell következtetni, hogy a vasjodid 475°-on igen jól ellenáll a technikai tisztaságú naftalinból felszabaduló kénhidrogénnel szemben. Aktivitást csökkentő hatást bizonyára csak olyan hőmérsékleten és koncentráció mellett fejthet ki a kénhidrogén, amelyen a vasjodidott szulfiddá tudja átalakítani.

Ugyancsak kettős célt tűztem magam elé a molibdén- és wolframsó-katalizátorok hatásának tanulmányozásánál; egyrészt meggyőződést akartam szerezni arról, hogy a naftalin hidrálásánál egyenértékű katalitikus hatást fejtenek-e ki az említett fémek oxidjai meg szulfidjai, másrészt megfigyelni óhajtom azt a hőmérsékletváltozást, amelyet az autoklávokban lefolyó hőtermelő és fogyasztó átalakulások okoznak. Ez utóbbi vizsgálatokhoz nagyméretű autoklávot kellett felhasználnom.

Megállapítottam, hogy a molibdén oxidja és szulfidja között a naftalinhidrálást előmozdító képességet illetően nagy a különbség az oxidok javára, jóllehet a szabadalmi irodalom szerint azt a következtetést kell levonnunk, hogy a molibdén és wolfram oxidjai meg szulfidjai nagy nyomáson egyenértékű hidráló katalizátorok. A négy katalizátornak felhasznált vegyület közül legkevésbé a wolframszulfid és leghatásosabban a molibdénsav segítette elő a naftalin hidrogéneződését. 520°-on a molibdénsav közel háromszor annyi naftalint alakított át mint a wolframszulfid.

A hőmérsékletváltozások megfigyelése alapján megállapítottam, hogy az autoklávba illesztett termoelem-hőmérő által 440° és 510° között mutatkozó 45—60 C°-nyi hirtelen hőmérsékletcsökkenés nem az autoklávban lévő vegyületek «kritikus adataival» van összefü-

gésben — miként azt F. FISCHER állapítja egy barnaszén félkokszt hidrogénezésével kapcsolatban — hanem más átalakulások következménye. Minthogy a néhány perc alatt lefolyó hőmérsékletcsökkenést — a katalizátorok minősége szerint — lassúbb vagy gyorsabb menetű hőmérsékletnövekedés követi, hőtermelő reakcióknak kell a temperatura csökkenést okozó átalakulások után végbemenniök. E hőtermelő folyamatok annál gyorsabban mozdítják elő az átmenetileg lehűlt autokláv hőmérsékletének növekedését, minél erélyesebben hat a katalizátor. A hidrálást leghatásosabban elősegítő molibdénsav-katalizátor jelenlétében keletkezett folyós halmazállapotú reakciótermék összetétele amellelt tanuskodik, hogy főként a benzol és homologjainak képződése okozza a temperaturacsökkenés után a reakcióterj gyors hőemelkedését, amelyet a benzolszéndhirogének keletkezésével párhuzamos metánképződés is előmozdít.

Ügy a vajjodid, mint a molibdén- és wolframsó-katalizátoros kísérleteknél, valamennyi folyékony halmazállapotú reakciótermék oldódott tömény kénsavban, tehát dekahidronaftalint nem, vagy csak nagyon kis mennyiségűt tartalmaztak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1932. évi jan. 11-én tartott üléséből.)

DIE HOCHDRUCKHYDRIERUNG DES NAPHTALINS.

Von JOSEF VARGA.

Die Mitteilung behandelt Untersuchungen und Beobachtungen über die Druckhydrierung von Naphtalin. Es werden die Wirkungen von zwei Katalysatorengruppen, nämlich des Eisenjodides und der Molybdän-, sowie Wolfram-Verbindungen gezeigt, da die Patentschriften diese Katalysatoren als gegen Schwefel unempfindlich bezeichnen. Zu den Versuchen mit Eisenjodid wurde ein kleiner (4·5 Liter), zu den mit Molybdän- und Wolfram-Katalysatoren durchgeführten Versuchen ein grösserer (22 Liter) Autoklav verwendet. Vom Eisenjodid-Katalysator wurde bewiesen, dass dieser die Hydrierung des Naphtalins viel günstiger befördert, als die Chloride des Aluminiums, des Eisens und der Erdalkalimetalle. Während KLING und FLORENTIN in Gegenwart einiger Prozente Aluminiumchloride bei 460° nach dreistündigen Erhitzen nur 60 % Naphtalin in Hydronaphtalin und Benzolkohlenwasserstoffe verwandeln konnten, blieben mit Eisenjodid nach einstündigem Erhitzen auf 475° insgesamt 11 % Naphtalin unhydriert und bei 500° nach derselben Reaktionszeit nur 4·3 %. Bezüglich der Widerstandsfähigkeit gegenüber Schwefelverunreinigungen konnte nach Versuchen, die bei 475° unter gleichen Bedingungen durchgeführt worden sind, keine Spur einer Abnahme der Katalysator-Wirksamkeit festgestellt werden. Auf Grund dieser Beobachtung kann man darauf schliessen, dass das Eisenjodid bei 475° dem aus technischen Naphtalin entbundenen Schwefelwasserstoff recht gut widersteht. Eine aktivitätsvermindernde Wirkung des Schwefelwasserstoffes kommt wohl erst bei solchen Temperaturen und

Konzentrationen in Frage, bei welchen das Eisenjodid in Schwefeleisen umgewandelt werden könnte.

Beim Studium der Wirkung der Molybdän- und Wolframsalzkatalysatoren, habe ich mir ebenfalls ein doppeltes Ziel gesetzt. Einerseits wollte ich mich davon überzeugen, ob die Oxyde und Sulphide der genannten Metalle bei der Naphtalinhydrierung eine gleichwertige katalytische Wirkung ausüben, andererseits wollte ich die Temperaturveränderungen beobachten, die durch die im Autoklaven ablaufende, wärmeerzeugende und wärmeverbrauchende Umwandlungen hervorgerufen werden. Zu den letzteren Versuchen musste ich Autoklaven von grossem Masse verwenden.

Ich habe festgestellt, dass in Bezug auf die Naphtalinhydrierung befördernde Fähigkeit zwischen den Oxyden und Sulphiden des Molybdäns und Wolframs ein grosser Unterschied zu Gunsten der Oxyde besteht, obwohl wir auf Grund der Patentliteratur die Folgerung ziehen müssten, dass die Oxyde und Sulphide des Molybdäns und Wolframs bei grossem Druck gleichwertige Hydrierungskatalysatoren sind. Unter den vier, als Katalysatoren angewandten Verbindungen wurde die Hydrierung des Naphtalins am wirksamsten von Molybdänsäure und am geringsten durch Wolframsulphid gefördert. Bei 520° wurden durch Molybdänsäure nahezu dreimal so viel Naphtalin umgewandelt, wie durch Wolframsulphid.

Durch Beobachtung der Temperaturveränderungen habe ich festgestellt, dass die plötzliche Temperaturabnahme von 45—60°C, welche durch das in den Autoklaven eingebaute Thermoelement in Temperaturbereich von 480 und 510°C angezeigt wurde, bei der Naphtalinhydrierung nicht nur mit den «kritischen Daten» der im Autoklaven befindlichen Verbindungen zusammenhängt, sondern auch das Ergebnis anderer Umwandlungen ist. Da auf die, in wenigen Minuten ablaufende Temperaturabnahme, nach Qualität der Katalysatoren, eine mehr oder weniger rasche Temperaturzunahme folgt, müssen nach den die Temperaturabnahme verursachenden Veränderungen, wärmeentwickelnde Reaktionen vor sich gehen. Diese wärmeentwickelnde Prozesse fördern die Temperaturerhöhung des übergangsweise abgekühlten Autoklaven umso rascher, je intensiver der Katalysator wirkt. In Gegenwart des die Hyd-

rierung am wirksamsten fördernden Molybdänsäure-Katalysators entstandenen flüssigen Reaktionsprodukte beweisen, dass hauptsächlich die Bildung von Benzol und Benzolhomologen die rasche Temperaturerhöhung des Reaktionsraumes bewirkt und die Temperaturerhöhung wird auch durch Methanbildung, die mit der Entstehung von Benzolkohlenwasserstoffen Hand in Hand geht, unterstützt. Je rascher die Katalysatoren wirken, desto näher liegen die Gipfelpunkte der Kurven zu einander. Sämtliche flüssigen Reaktionsprodukte, die sowohl mit Eisenjodid, wie auch mit Molybdän und Wolframsäure-Katalysatoren gewonnen wurden, waren in konz. Schwefelsäure löslich, enthielten also kein, oder nur sehr wenig Dekahydronaphtalin.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 11. Januar 1932.)

ÁLLATI CELLULOZ RÉSZLEGES LEBONTÁSA.

ZECHMEISTER LÁSZLÓ 1. tag- és TÓTH GÉZÁ-tól.

(A pécsi egyetem vegytani intézetében készült dolgozat.)

ELMÉLETI RÉSZ.

Jelentős élettani fontosságú feladat, oly magas molekulasúlyú, természetes anyagok chemiai összehasonlítása, amelyek teljesen eltérő életviszonyok között épültek fel a szövetekben. Így az állati és a növényi celluloz vizsgálata már két ízben fokenként előrehaladt, a mindenkor rendelkezésre álló módszerek segélyével. Az első megfigyelést, hogy t. i. a *tunicin* (a tunicatak köpenyének vázanyaga) szőlőcukorra bontható le, egészen FRANCHIMONTIG,¹ sőt bizonyos tekintetben BERTHELOTIG² vezethetjük vissza. Későbbi kutatók, kivált WINTERSTEIN³ megerősítették a glükóz fellépését a teljes hydrolyziséknél.

Azonban a legjelentősebb mozzanat a tunicin történetében ABDERHALDEN és ZEMPLÉN⁴ nevéhez fűződik, akiknek sikerült állati celluloz acetolysise útján a gyapotra jellemző octaacetyl-cellobiozt kinyerniök, amivel bebizonyosodott, hogy a tunicin-molekula disaccharid-építőköve ugyanaz, mint a növényi cellulozé.

¹ Ber. d. d. chem. Ges. **12**, 1938 (1879).

² Ann. de chim. phys. **56**, 149 (1859); Compt. rend. acad. franç. **47**, 227 (1858).

³ Zeitschr. physiol. Chem. **18**, 46 (1893); Ber. d. d. chem. Ges. **26**, 362 (1893).

⁴ Zeitschr. physiol. Chem. **72**, 59 (1911). Gyűjteményes munkák a tunicin-irodalom feldolgozásával: G. ZEMPLÉN: Biochem. Handlexikon **2**, 232 (1911) és **8**, 80 (1914), továbbá P. KARRER: Einführung in die Chemie der polymeren Kohlenhydrate. Leipzig (1925).

Magasabb hasadási termékek hosszú időn át egyik polyozból sem voltak előállíthatók, azonban, mint két évvel ezelőtt székfoglalómban kifejtettem, a vatta sósavas lebontása útján további három, kristályos oligosaccharidot különítettünk el, a cellotriozt $C_{18}H_{32}O_{16}$, cellotetraozt $C_{24}H_{42}O_{21}$ és cellohexaozt $C_{36}H_{62}O_{31}$.¹ Különböző eredetű cellulozok azonosításának egyik útja emez összetett cukrokon vezet keresztül: mennél magasabb molekulásúlyú lebontási termékek tulajdonságai esnek párosával egybe, annál inkább erősödik a praeparatív érv a két polysaccharid-féleség azonosságát illetőleg.

A rovigno d'istriai «Olasz-német tengerbiológiai intézet», továbbá a «Nápolyi zoológiai állomás» lekötelező szívessége folytán több mint ezer példány *Phallusia mammilaris* állott rendelkezésünkre, úgyhogy módunkban volt, számos előzetes próba után, egyszerre 156 g állati cellulozt vetni alá a részleges lebontásnak. Hideg, túltelített sósav, majd ezüstkarbonát alkalmazása ez esetben is jól bevált: kissé több, mint három órai sav-hatás, semlegesítés és szűrés után víztiszta, színtelen hydrolyzatumot nyertünk, amelynek további frakcionálása nem járt komolyabb nehézséggel.

Az alább közölt kísérleti adatok végeredménye, hogy a *tunicin* ugyanazt a cellotriozt, tetraozt és hexaozt adja, mint a gyapot. Ebből következik, hogy az állati és növényi celluloz szénvázának azonosságát az eddiginél biztosabb alapra fektethetjük, a tunicinra nézve is megállapítva, hogy annak fővegyértékek által homogen módon összetartott, láncalakú molekulája van, összhangban más oldalról végzett röntgen-vizsgálatok eredményével.²

Nyílt kérdés még, hogy a kétféle, annyira eltérő szervezetben felépülő cellulozok (közepes) lánchosszai egyenlők-e, vagy hogy —

¹ Matem. Termtud. Ért. 48, 443 (1931); R. WILLSTÄTTER und L. ZECHMEISTER: Ber. d. d. chem. Ges. 62, 722 (1929); L. ZECHMEISTER und G. TÓTH, ugyanott 64, 854 (1931).

² R. O. HERZOG und H. W. GONELL: Zeitschr. physiol. Chem. 141, 63 (1924); H. MARK und G. v. SUSICH: Zeitschr. physikal. Chem. B. 4, 431 (1929); K. H. MEYER und H. MARK: Der Aufbau der hochpolymeren organischen Naturstoffe, Leipzig (1930), 100. és 107. l.; H. MARK: Physik und Chemie der Cellulose, Berlin (1932), 141. és 142. l.

a különböző életkörülmények folytán — jellemző molekulasúlykülönbséget mutathat-e fel a tunicin, a növényi eredetű cellulozszal szemben?

KÍSÉRLETI RÉSZ.

A) Kiindulási anyag.

A víztartalmú borszeszben konzervált köpenyeket többször egymásután friss alkoholban áztattuk, még nedvesen felapróztuk, préseltük, 2—3 óra hosszat 1 %-os lúggal hevítettük a vízfürdőn és lúgmentesséig mostuk.¹ A szesszel víztelenített anyag szitákra kiterítve, enyhe melegnél csakhamar megszáradt. A szokásos kén-savas kezelés elmaradhatott, mert az alábbiak szerint ugyis tömény sósav hat a nyersanyagra.

100 g tisztátalan készítményt másfél liter 37 %-os sósavban tartottunk, ahol erősen megduzzadt, ennek bekövetkeztével, erős hűtés mellett, klórhidrogént vezettünk be 1 1/2 órán keresztül, végül pedig 3 kg jégre öntöttük a sűrű folyadékot. A rövid állás után leszívott csapadékot vízzel, mozsárban eldörzsölve, azt savmentesséig mostuk, majd a mosóvíz maradékát borszesz és aether segélyével szorítottuk ki. Ily kezelésnél elvész ugyan az anyag 30 %-a, azonban a többi hamumentessé, jól poríthatóvá és így erős sósavban könnyen oldhatóvá válik.

B) Hidrolízis.

170 g tunicint (száraz anyagtartalom 156 g) 1·4 liter 0°-on klórhidrogénnel telített sósavba vittünk be, majd 20°-os fürdőbe merítettük a jól elzárt ötliteres palackot. A polyoz negyedórán belül oldatba ment. További három órai állás után a fürdőben, szobahőmérsékleten, 15 perc alatt elszívtuk a klórhidrogén-gáz egy részét, majd 3·5 kg jégdarára öntöttük a keveréket. Az így nyert sárga, zavaros oldatba hűtés mellett, kis feleslegben híg ezüstkarbonát-kását kevertünk. A nyert klórezüst-csapadékot, mely sok szerves terméket is tartalmaz, célszerű többször egymásután vízzel

¹ E. ABDERHALDEN, G. ZEMPLÉN, az idézett helyen.

Táblázat.

L *Állati és növényi cellulozból nyert, kristályos oligosaccharid-készítmények összehasonlítása.*

Készítmény	Forga- tás vízben	Réz- szám*	Jód-szám**		Molekulasúly		A peracetat molekulasúlya		A peracetat acetyl-tartalma %	
			szám.	tal.	szám.	tal.	szám.	tal.	szám.	tal.
Cellotrioz gyapotból _ _ _ _	+23·2°	1·05	39·7	39·5	504	485	966	992	49·0	49·4
„ tunicinból _ _ _ _	+23·5°	1·07	„	40·3	„	481	„	949	„	48·8
Cellotetraoz gyapotból _ _ _ _	+17·2°	0·87	30·0	30·0	666	650	1255	1238	48·0	48·5
„ tunicinból _ _ _ _	+17·0°	0·86	„	30·6	„	680	„	1209	„	48·4
Cellohexaoz gyapotból _ _ _ _	+13·2°	0·62	20·2	20·6	990	957	1831	1801		
„ tunicinból _ _ _ _	+14·0°	0·61	„	20·4	„	1025	„	1777		

* 1 g anyag által redukált réz-mennyiség (g-okban).

** 1 g anyag által fogyasztott 0·1 normál-jódoldat (ccm-ekben).

eldörzsölni és az egyesített szűrleteket, illetve mosófolyadékokat mintegy 21 literről légrítkített térben 1·6 literre bepárolni. (Kisebb mennyiségű oldott ezüstnek némi híg sósavval való eltávolítása nem jár nehézséggel.)

C) A tunicin-hydrolyzatum szétbontása főfrakciókra.

A fenti oldatban 3·5 liter 92 %-os borszesz nagyobb csapadékot okozott (*I. frakció*, 35 g, dextrin), amelynek másnap nyert szűrletét vákuumban erősen besűrítettük, 0·5 liter vízzel felvettük és 3·5 liter 96 %-os alkohollal lecsaptuk: *II. frakció*, (28 g, 1 nap múlva szűrve). A 170 g-ra hozott anyalúgot vékony sugárban, turbinázás közben, 3 liter vízmentes alkoholba csurgatva, nyertük a *III. frakciót* (35 g, leszívás 2 órával később).

A 200 ccm-re koncentrált oldatból lassanként sűrű szirup kezdett leválni, melyet, a felette álló folyadék leöntése után, 25 ccm meleg vízzel vettünk fel, majd 100 ccm forró abs. alkoholt öntöttünk hozzá; végül, erős keverés közben, $\frac{3}{4}$ liter hideg, vízmentes borszeszbe csurgattuk az egészet: *IV. frakció*, (9 g, elkülönítés 1 óra múlva).

A *II. frakció hexa- és tetraoz*, a *III. tetra- és trioz*, végül a *IV. csak trioz kinyerésére alkalmas*, az alábbi szakaszok szerint. A tisztátalan végoldatot elhanyagoltuk.

D) Cellohexaoz.

A *II. frakciónak* 100 ccm meleg vízzel készített oldata 400 ccm forró 96 %-os borszesz hozzáadására megzavarodik, a lehülésnél pedig 17 g anyagot választ le, amelyet célszerű 1 óra múlva szűrni és 85 ccm meleg vízben feloldani, majd apró tisztátalanságoktól ismét megszűrni. A meleg folyadékban 400 ccm forró 96 %-os alkohollal csapadékot idéztünk elő, amelyet lehülés után másnap kinyertünk és 70 ccm forró vízben feloldottunk. Ez az oldat 350 ccm 96 %-os borszesszel csapadékot adott, amelyet még kétszer átkristályosítottunk a leírt módon; súlya ekkor 11 g. Az utóbbit szükséges volt még háromszor átcsapni, mindenkor kb. 70 ccm meleg vízből és 2 térfogat forró 96 %-os borszeszből.

Az így nyert nyers készítmény (4 g), a következő állandókat mutatta:

$$\text{rézszám} = 0.64, \quad \text{jódszám} = 20.7, \quad [\alpha]_D^{20} = +13.1^\circ,$$

azonban még nem volt teljesen egységes, hanem meg kellett a legnehezebben és a legkönnyebben oldható elegyrészeitől szabadítani. Ez úgy történt, hogy 50 ccm meleg vízzel készült oldatot 120 ccm forró 96 %-os alkohollal lecsapva, azt 25 ccm borszesz és 55 ccm víz keverékében oldottuk fel. A 3 órán belül levált anyag (jódszám = 19.8) elvetése után, az anyalúgban 100 ccm forró alkohol csapadékot okozott, amely már nagy tisztasági fokot árult el (1.1 g, jódszám = 20.25). E készítménynek még több ízben víz + alkohorból való átcsapása útján tiszta cellohexaozt nyertünk. Termelés: 0.7 g. Fehér mikrokristályok,¹ rézszám = 0.61.

Az elemzés adatai:

0.0508 g anyag fogyasztott 5.19 ccm 0.02 *n*-jódoldatot.

$C_{36}H_{62}O_{31}$. Számított jódszám: 20.2.

Talált « 20.4.

Molekulasúly-meghatározás vízben, fagyponcsökkenéssel:

0.2639 anyag 11.71 g vízben ($k = 1.86$): $\Delta = 0.040^\circ$.

0.4538 « 11.71 g « ($k = 1.86$): $\Delta = 0.072^\circ$.

$C_{36}H_{62}O_{31}$. Számított $M = 990$.

Talált « = 1048 és 1001, középérték: 1025.

Forgatóképesség vízben, a mutarotatio lezajlása után:

$$[\alpha]_D^{20} = (100 \times 1.02) : (4 \times 1.815) = +14.0^\circ.$$

Molekulasúly-meghatározás pyridin és ecetsavaanhydrid segítségével készült *peracetattal*:

0.3612 g anyag 25.02 g bromoformban ($k = 14.4$): $\Delta = 0.117^\circ$.

$C_{76}H_{102}O_{51}$. Számított $M = 1831$.

Talált « = 1777.

¹ Math. Termtud. Ért. 48, 443 (1931), 3. ábra.

E) Cellotetraoz.

A fent említett 11 g-os készítmény előállításánál nyert három anyalúgot egyesítve, a folyadékot légritkított térben teljesen lepároltuk és a maradékot 25 ccm meleg vízben oldottuk fel. 100 ccm forró 96 %-os borszesz hozzáadására, kihülés alatt sűrű szirup jelent meg, amely félnapos állás és a felette úszó folyadék elöntése után 200 ccm meleg alkoholban feloldódott. A tiszta folyadékból már néhány óra múlva apró kristálycsomók kezdtek leválni, amelyeknek mennyisége két napig állandóan nőtt. Az ekkor leszívott nyerstermék súlya 3 g, állandói pedig:

$$\text{rézszám} = 0.81, \quad \text{jódszám} = 28.0.$$

25 ccm víz és 140 ccm meleg 96 %-os borszesz elegyből átkristályosítottuk, majd még háromszor megismételtük a műveletet, mindig 10 + 60 ccm oldószert használva. Eredmény: 0.8 g tiszta cello-tetraoz; kristályalakja a korábban közölt felvétellel egyezik.¹

Rézszám = 0.86.

Elemzési adatok:

0.0471 g anyag fogyasztott 7.20 ccm 0.02 *n*-jódoldatot.

$C_{24}H_{42}O_{21}$. Számított jódszám: 30.0.

Talált « 30.6.

Molekula-súlymeghatározás vízben:

0.3980 g anyag 11.71 g vízben ($k = 1.86$): $\Delta = 0.093^\circ$.

$C_{24}H_{42}O_{21}$. Számított $M = 666$.

Talált « = 680.

A forgatás végértéke vízben:

$$[\alpha]_D^{20} = (100 \times 1.08) : (4 \times 1.592) = +17.0^\circ.$$

Cellotetraozt nyertünk a III. frakcióból is és pedig acetátja alakjában. Az említett frakció vizes oldatát (50 ccm) részletenként 800 ccm 96 %-os hideg alkohollal elegyítettük és egy óra múlva a kivált szirupról leöntött anyalúgot 1.5 liter abs. alkohollal higí-

¹ L. az előző jegyzetet, 2. ábra.

tottuk. Néhány órán belül kristályok mutatkoztak, amelyeket két nap múltán leszívtunk és 5 ccm víz + 200 ccm borszeszből átkristályosítottunk. Termelés: 0.45 g.

A már korábban közölt ¹ módszer szerint ecetsavanhydriddel, pyridinben nyert cellotetraoz-acetát (más hasonló frakciókkal való egyesítés után) jól átkristályosíthatónak mutatkozott; mennyisége 0.7 g, olvadáspontja 222° (korr.) volt.

Acetyl-tartalom meghatározása:

0.0852 g anyag 0.2 *n*-nátriumhydroxiddal való elszappanosításnál 4.79 ccm 0.2 *n*-lúgot fogyasztott.

$C_{24}H_{48}O_{21}(OC.CH_3)_{14}$. Számított acetyl-tartalom: 48.0.

Talált „ 48.4.

Molekulasúly-meghatározás bromoformban, kryoskoposan:

0.2857 g anyag 23.30 g bromoformban ($k = 14.4$): $\Delta = 0.146^\circ$.

$C_{52}H_{70}O_{35}$. Számított: $M = 1255$.

Talált: „ = 1209.

Forgatóképesség chloroformban:

$$[\alpha]_D^{20} = - (100 \times 0.46) : (4 \times 0.7396) = - 15.6^\circ.$$

F) Cellotrioz.

A tunicin-hydrolyzátum fracionálása folyamán nem kevesebb, mint hat helyen nyertünk kristályos cellotrioz-készítményeket, a következőkben azonban csupán az anyag egy részére vonatkozólag adjuk az előállítási módszert.

a) A 0.45 g-os frakciónak (l. «cellotetraoz» alatt) vákuumban teljesen besűrített és 20 ccm vízben oldott szűrletét 150 ccm hideg abs. alkohollal elegyítettük. A ragacsos csapadék (A) 15 ccm vízben oldódott, mire lassanként, óvatosan abs. borszeszt adtunk hozzá, éppen kezdődő, állandó zavarodásig (összes térfogat kb. 250 ccm). Először isömét szirupos anyag vált le, másnap azonban már kristályok is megjelentek. Most dekantáltuk a szirupról a

¹ Math. Termud. Ért. 48, 443 (1931).

folyadékot és egy héten át állni hagytuk, időnként óvatosan fokozva az abs. alkohol mennyiségét.

Termelés: 1·7 g trioz, rézszám = 1·09.

Az «A»-csapadék (l. fent) anyaglúgját szintén addig hígítottuk abs. alkohollal, ameddig éppen még nem keletkezett csapadék, majd fokenként 350 ccm-re növeltük a borszeszmennyiséget, mintegy két nap leforgása alatt.

Kikristályosodott 1·0 g trioz; rézszáma = 1·08.

b) A IV. frakció oldata 20 ccm vízben, abs. alkohollal való, a fentihez hasonló kezelés folyamán, két hét alatt 1·35 g triozt adott. Különböző anyalúgokból is sikerült cellotriozt itt nem részletezhető módon kinyerni, úgy, hogy trioz-termelésünk összesen 6 g-ra nőtt (156 g állati cellulozból).

A teljes tisztaság biztos elérése végett ezt az egész mennyiséget 27 ccm vízben oldottuk, 140 ccm abs. alkoholt adtunk hozzá és három napig kristályosodni hagytuk a folyadékot, miközben a borszesz térfogatát lassanként 440 ccm-ig növeltük, mindig vigyázva arra, hogy gyorsan ne válhassék le anyag. A leszívott analízistiszta cukor mennyisége 4·7 g volt, kristályalakja megfelelt a régebben közölt felvételnek;¹ rézszám = 1·07.

Elemzési adatok:

0·0362 g anyag elhasznált 7·29 ccm 0·02 *n*-jódoldatot.

$C_{18}H_{32}O_{16}$. Számított jódszám: 39·7.

Talált « 40·3.

Molekulasúly-meghatározás vízben, a fagypontesökkenés módszerével:

0·2424 g anyag 11·71 g vízben ($k = 1·86$): $\Delta = 0·080^\circ$.

$C_{18}H_{32}O_{16}$. Számított $M = 504$.

Talált « = 481.

Végző forgatás vízben, csökkenő mutarotatio után:

$$[\alpha]_D^{20} = (100 \times 0·91) : (4 \times 0·9696) = + 23·5^\circ.$$

Cellotrioz-peracetát. Az esterképzés a már leírt módon, pyridines

¹ L. az előző jegyzetet, ott 1. ábra.

közegben, ecetsav-anhydriddel történt. Az undeca-acetyl-cellotrioz hosszú nyársakat képez, amelyek kétszeri átkristályosítás után borszeszből és egyszeri átkristályosítás után chloroform-aetherből a következő állandókat mutatták:

Acetyl-tartalom meghatározása:

0·1182 g anyag a hydrolyzisinél elfogyasztott 6·71 cmm 0·2 n -lúgot.

$C_{18}H_{21}O_{16}(OC.CH_3)_{11}$. Számított acetyl-tartalom: 49·0.

Talált „ 48·8.

Molekulasúly-meghatározás bromoformban, kryoskoposan:

0·2685 g anyag 23·14 g bromoformban ($k = 14·4$): $\Delta = 0·176^\circ$.

$C_{40}H_{54}O_{27}$. Számított $M = 966$.

Talált „ = 949.

Forgatás chloroformban:

$$[\alpha]_D^{20} = (100 \times 0·47) : (4 \times 0,7984) = + 14·7^\circ.$$

Megjegyzendő, hogy e forgatóképesség további számos átkristályosítás alatt fokozatosan megnő kb. $[\alpha]_D^{20} = + 21^\circ$ -ig, ami nyilván az α - és β -alak súlyarányának eltolódásán alapszik.

PARTIELLER ABBAU TIERISCHER CELLULOSE.

Von L. ZECHMEISTER korr. Mitglied und G. TÓTH.

(Aus dem Chemischen Institut der Universität Pécs, Ungarn.)

Reines *Tunicin*, gewonnen aus den Mänteln der *Phallusia mammillaris* wird der partiellen Hydrolyse mit kalter, überkonzentrierter Salzsäure unterworfen und die mit Silbercarbonat abgestumpfte und filtrierte Lösung fraktioniert. Aus dem Hydrolysat konnten *dieselben Oligosaccharide* in krystallisiertem Zustand abgeschieden werden, welche früher von R. WILLSTÄTTER bzw. den Verfassern aus Baumwolle isoliert wurden, nämlich Cellotriose $C_{18}H_{32}O_{16}$, Cellotetraose $C_{24}H_{42}O_{21}$ und Cellohexaose $C_{36}H_{62}O_{31}$.

Nachdem es E. ABDERHALDEN und G. ZEMPLÉN gelungen ist, Octaacetyl-cellobiose aus den Manteltieren zu erhalten, bringt die vorliegende Arbeit eine weitergehende präparative Bestätigung der *Identität der beiden, von Hauptvalenzen zusammengehaltenen homogenen Cellulose-Ketten*, die von der Natur unter so abweichenden Lebensbedingungen aufgebaut werden. Ob dem Tunicin eine charakteristische Kettenlänge zukommt, lässt sich auf diesem Wege natürlich nicht entscheiden.

Das experimentelle Material wird auch in HOPPE-SEYLER's Zeitschrift für physiologische Chemie veröffentlicht.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Februar 1933.)

A TÁPLÁLÁS HATÁSA ENZYMEK MENNYISÉGÉRE.

DOBY GÉZÁ-tól.

2. Nitrogén hiány hatása rozshajtások invertáz-termelésére.

MAKFALVY JOLÁN kísérletei.

Az első közlemény ¹ azokról a kísérletekről számolt be, amelyekből kitűnt, hogy a *Penicillium glaucum* Link nevű penész invertáza a nitrogénes táplálástól függően éppúgy viselkedik, mint előző kísérletekben más tápláló ionokkal való táplálástól. Későbbi kísérletek szerint ² a hőoptimum független a nitrogénes táplálás koncentrációjától, éppígy változatlan maradt az EULER szerint meghatározott inaktiválási hőmérséklet (47·5) is. Ellenben a táplálás koncentrációjától függően eltérő volt az ARRHENIUS-féle hőmérsékleti állandó (*A*), amely az invertáz hidrolizáló reakciójában a *N*-táplálás koncentrációjának növekedésével hasonlóan nőtt, míg az invertáz inaktiválási reakciójában ellenkezően csökkent, amint a következő példák mutatják:

<i>N</i> -adag	<i>A</i>			
	a hidrolizáló reakcióban		az inaktiválási reakcióban	
	10—20	40—50	40—50	55—60
0·5	7,200	10,200	43,500	14,400
1	13,200	10,700	—	—
2	16,500	11,200	38,400	6,900

Minthogy *Penicillium* invertázának koncentrációja az eddig megvizsgált tápláló ionok koncentrációjának mindig fordított függ-

vénye volt asymptotikus görbe arányában, későbbi kísérletek rozs fiatal hajtásainak invertázára tértek ki. BODNÁR ANGELA kísérletei szerint kálium hiánya egészen hasonlóan megnöveli az invertáz koncentrációját, mint *Penicillium*-ban, ellenben foszfát hiányának alig van valamilyen változtató hatása. Ezért most áttértünk a nitrogén hiányának hatása vizsgálására.

Kísérleti módszerek.

A rozsot homokkultúrában 17 napig tenyésztettük párhuzamosan hatféle nitrogénvegyülettel, illetve nitrogéntől mentesen táplálva; az invertáz koncentrációját a hajtásokban, tehát csak a föld fölött levő részekben határoztuk meg.

A homokkultúrák a NEUBAUER és SCHNEIDER-féle talajvizsgálási módszerhez ³ hasonlóan készültek az erre a célra használatos, tiszta tenyésztésű petkusi rozssal. Tápláló oldatul a DOBY és HIBBARD ⁴ módosította STOKLASSA és MATOUSEK-féle ⁵ táplálóoldatot használtuk:

	Teljes	N-mentes
KNO_3	1·15 g	—
K_2SO_4	—	0·9916 g
$Ca(H_2PO_4)_2 \cdot 2H_2O$.	0·906 «	0·906 «
$MgSO_4 \cdot 7H_2O$	0·246 «	0·246 «
$FeCl_3$	0·01 «	0·01 «

1 literre kiegészítve.

A nitrogénes tápláló vegyület változtatásakor a KNO_3 -ot egyenértékű N-es vegyülettel helyettesítettük, illetve különböző koncentrációkkal való kísérletekben más koncentrációt használtunk.

Kísérletezésre kerültek a következő nitrogénvegyületek: KNO_3 , KNO_2 , $(H_4N)_4SO_4$, $(H_4N)_2CO_3$, karbamid és aszparagin. Azokban a kísérletekben, amelyekben a homok hidrogénionkoncentrációját rögzítettük, tompító- («Puffer») keveréket használtunk, mégpedig 0·2n NaOH és 0·2n citromsav keverékét háromszor akkora mennyiségben, mint amellyel a homok pH-ja már a kísérlet elején beállt; a homok pH-ját a kísérlet elején és végén ellenőriztük. A homok a NEUBAUER-féle kísérletekben használatos hohlenbockau-i volt. 100 g

homokba az előzetesen beáztatott rozsszemeket a szokásos módon elültették és 80 cm³ táplálóoldattal egyenletesen átnedvesítették. Az elpárolgó vizet naponként mérlegén pótolták.

Hidrolízis: A hajtásokat a 18. napon tövükben levágtuk és a súlyuk 9-szeresét kitevő vízmennyiséggel porcellánmozsárban finom, pipettázható péppé dörzsöltük. A szuszpenzió 20 cm³-ében meghatároztuk a szárazanyagot (mindig körülbelől 0.2 g). A reakcióelegy összetétele:

20 cm³ növényuszuszpenzió,
25 cm³ 10 %-os nádcukoroldat,
5 cm³ 0.2*n* acetát-tompító,
1.5 cm³ toluol.

A szuszpenziót és az elegy többi részét előzetesen 38°-ra felmelegítve elegyítettük; a hidrolízis 38°-on ment végbe. A hidrogénionkoncentrációt a BILLMANN-féle kinhidrónos elektróddal mértük, mégpedig a hidrolízis elején és végén. A hidrolízis előhaladását polározással mértük épp úgy, mint az előző közlemény kísérleteiben (10 cm³ hidrolitos elegy + 2 cm³ bázis-¹ólomacetát + 4 cm³ 10 %-os Na₂CO₃-oldat, lecentrifugálva).

A reakciósebességi állandót, valamint az EULER-féle *I*_f-et (a növényuszuszpenzió szárazanyagában levő enzyommennyiséggel arányos szám) úgy számítottuk ki, mint az előző közleményekben.

Talajos kísérletek: Homokkultúrák helyett a rozsot egész sor kísérletben különböző talajokba is elültették. Az eljárás a homokos kísérletekéhez hasonló volt, táplálóoldat a MITSCHERLICH-féle: ⁶

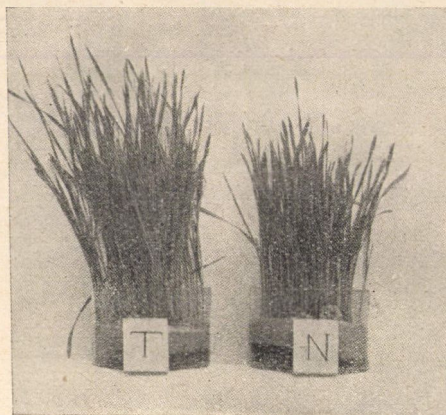
	Teljes	N-mentes
K ₂ SO ₄	0.1852 g	0.1852 g
Ca(H ₂ PO ₄) ₂ ·2H ₂ O	0.1183 «	0.1183 «
NaNO ₃	0.4856 «	—

Egy-egy kultúrára 80 cm³.

A termés és a szárazanyag mennyisége.

A teljesen és N-től mentesen táplált kultúrák között már külsőleg is nagy különbség volt, amint az 1. ábra mutatja.

A teljesen táplált növénykékek leveleinek színe üdén zöld volt, míg a *N*-hiányosaké sápadtabb. A különbség különösen a hajtások



1. ábra. Teljesen és *N*-től mentesen táplált kultúrák.

friss súlyában nyilvánult meg, amennyiben az éhezők súlya a teljesen tápláltakénak csak mintegy $\frac{2}{3}$ -át tette ki, pl.:

Táplálás	Friss súly g	Szárazanyag %	Összes szárazanyag g
Teljes ~ ~ ~	10·92	10·2	1·11
<i>N</i> -től mentes	6·38	11·8	0·75

E mellett a teljesen táplált hajtások «nyers rost»-ja a szárazanyag 23 %-át, ellenben a *N*-hiányosakban 35 %-ot tett ki. Ezzel egyértelműen a teljesen tápláltak száraz anyagának %-os mennyisége kisebb, mint a *N*-hiányosaké. Az eldörzsölt levélpépben ez a jelenség egészen általános. Egyébként a száraz termés mennyiségének mérlegelésekor figyelembe kell vennünk, hogy a növények egészen fiatalok voltak.

A hajtások invertáza.

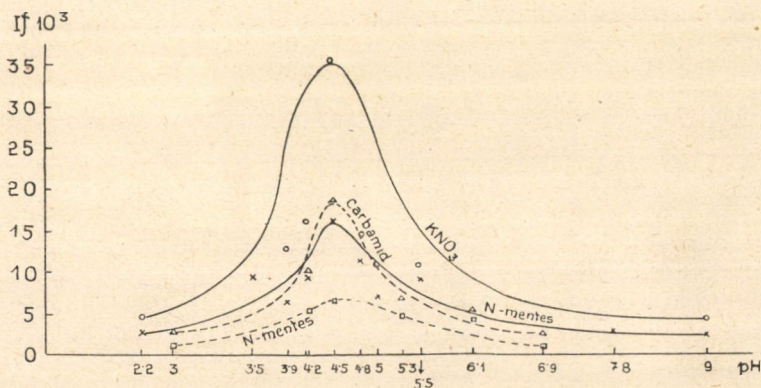
Az invertázos reakció időbeli lefolyása asymptotikus görbe arányában csökkent, amint ez általánosan ismeretes és amint előt-

tünk már BODNÁR ANGELA is megállapította. Felsoroljuk egyik kísérletünk adatait:

t (perc)	30'	60'	120'	180'	240'	330'
$I_f \cdot 10^3$ { teljes tápl. ...	28.1	18.3	19.6	18.1	20.3	16.8
$I_f \cdot 10^3$ { N-mentes tápl. 13.6	8.8	9.8	10.1	10.3	10.1	

Legnagyobb a különbség a reakció elején, ezért és a k reakciósebességi állandó legnagyobb volta miatt rendszerint 30 percig hidrolizáltunk.

A hidrolízis pH-optimuma: Az eddig megvizsgált invertázok többnyire 4.5 pH-n, vagy ehhez egészen közeledően mutatták a legnagyobb reakciósebességet, pl. az élesztőé,⁷ *Penicillium*-é,²¹ és BODNÁR A. kísérleteiben rozshajtásoké. Többnyire kissé magasabbat (5—6—6.5) talált BLAGOWJESZCSENSZKI és SZOSSZIEDOW⁸ különböző zöld növények leveleiben. Jelen kísérleteinkben a pH-optimumot a legkülönbözőbb táplálási feltételek mellett határoztuk meg, így KNO_3 -tal, karbamiddal teljesen táplálva, N-hiányában és mindig 4.5-nek találtuk, amint a 2. ábra mutatja:

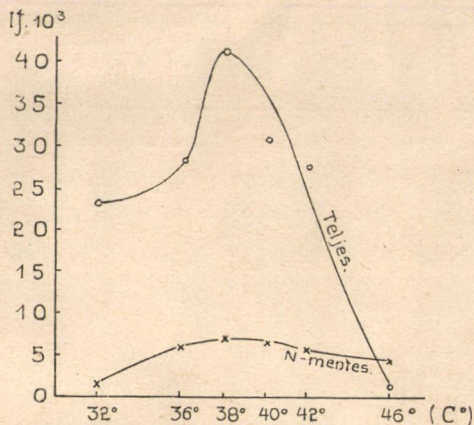


2. ábra. pH-optimum.

Egyébként már a korábbi kísérletek is arra mutattak, hogy a pH-optimum az enzim legkevésbé változó konstánsa.

A hidrolízis hőoptimuma: Enzymeak hőoptimuma újabb vizsgálatok szerint tudvalevően aránylag könnyen változik külső ténye-

zők hatására,⁹ s ezért nem jellemző állandó. Kísérleteinkben azonban éppen fontos volt megtudni, változik-e a *N*-táplálóanyag minősége vagy koncentrációja által. Pl. *Penicillium* invertázának hőoptimumát² e tényezők nem érintik. Az EULER ajánlotta fel-



3. ábra. Hőoptimum.

tételek között, tehát 60'-ig tartó hidrolízis hőoptimuma 38°, amint a 3. ábrából kitűnik, amely azonban egyúttal azt is mutatja, hogy a görbék lefutása nagyon különböző, a szerint, hogy milyen a *N*-es táplálóanyag koncentrációja.

Az invertáz koncentrációjának változása a növénykék kora és a napszaka szerint: Minthogy a cél az volt, hogy a táplálás okozta

különbségeket állapítsuk meg, fontos volt tudni, hogy e két tényező miként szabályozza az invertáz mennyiségét. A rozshajtások korával az invertáz koncentrációja csökken, amint a következő példa mutatja:

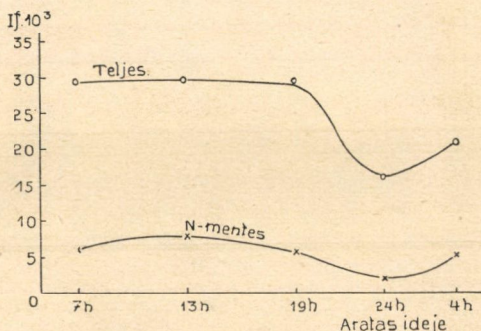
A növénykék kora (napok) ...		6	9	17	22
If. 10 ³ {	<i>KNO</i> ₃ -tal	42.9	39.6	31.6	22.8
	<i>KNO</i> ₃ nélkül	22.9	12.2	3.8	1.5

A kétféle táplálás okozta különbség legnagyobb a 17. napon, ezért további kísérleteinkben ezt a fejlődési fokot tartottuk be annál inkább, mert a növénykék fejlettsége ilyenkor a feldolgozásra nézve egyébként is a legalkalmasabb. Különben hasonló eredményre jutott már BODNÁR is a káliumhiány tanulmányozásakor. Hasonlóképpen csökken a cukorrépa leveleinek invertázkoncentrációja is.²²

A különböző napszakokban aratott hajtások invertázkoncentrációja ingadozásokat alig mutatott, csak éjjel szállt alá, amint pl. a 4. ábrából kitűnik.

Ezek a kísérletek nyáron folytak, amikor tehát reggel négy

órákor már erős a világítás. A görbék alakja körülbelül követi a nappali világosság intenzitását, és így összefüggést lehetne feltételezni a photosynthesis és az invertáz koncentrációja között, ami valószínűleg a biochemiai folyamatok összességének intenzitási változásával függ össze. Ez velejében ugyanaz a következtetés, amelyet EULER¹⁰ levont azokról a kísérleteiből, amelyekben a nitrogénos táplálás hatását tanulmányozta élesztő invertáztermelésére és amelyeket a következő szavakkal jellemzett: «Auf Grund dieser Tatsachen ziehen wir aus unseren Versuchen den Schluss, dass die Vermehrung der Invertase nicht durch eine Abspaltung oder Sekretion aus dem Plasma oder sonstigen Zellbestandteilen geschieht, sondern dass es sich hierbei um eine Synthese handelt, zu welcher die durch die Gärung zu liefernde Energie ebenso notwendig ist, wie überhaupt zur

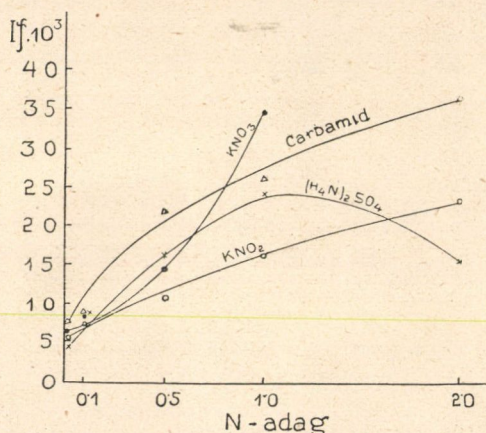


4. ábra. Az invertáz koncentrációjának ingadozása napszakok szerint.

Bildung von Protoplasma in Hefezellen.» Különben zöld növények invertáztartalmának napszaki ingadozására nézve tudunkkal még nem végeztek kutatásokat, ellenben diasztázra nézve ilyenekkel foglalkozott SJÖBERG,¹¹ aki azonban nem talált összefüggést. E kísérleti eredményeinknél fogva a növénykéket mindig a reggeli órákban körülbelül azonos intenzitású világítás mellett arattuk.

A nitrogénos táplálás hatása az invertáz mennyiségére: Már az eddig feljebb közölt kísérletek, amelyek tulajdonképpen csak előkészítő jellegűek, azt mutatták, hogy a nitrogénos táplálás koncentrációjának mélyreható hatása van az invertáz szekretált mennyiségére. Ilyirányú beható kísérleteink megerősítették ezeket az eredményeket. A legtöbb kísérletet KNO_3 -tal végeztük, azonban a többi N-vegyülettel való táplálás is hasonló megállapításokra vezetett, amint az 5. ábrán néhány példából látható.

Ezekben a kísérletekben a tápláló oldatban nem volt tompító, minélfogva a homok pH -ja a kísérlet végén gyakran erősen változott (l. az 1. táblázat adatait). Amint látszik, az *invertáz mennyisége a tápláló N koncentrációjával nő, mégpedig általában asymptotikus görbe arányában*. Azonban a növekedés aránya a különböző vegyületektől nem egészen egyenlő. Ennek többféle oka lehet, mindenekelőtt az, hogy a növény a különböző N-vegyületeket nem egyenlően értékesíti. A növénytermesztés leggyakrabban kutatott problémái közé tartozik az a kérdés, hogy a növények a nitrátot vagy az



5. ábra. Példák a N-adag hatásáról az invertáz mennyiségére; a homokban nincs tompító.

ammoniumvegyületeket hasznosítják-e jobban. Már régen ismeretes, hogy ez a nitrifikálástól is függ; épp ezért ily kísérleteket tulajdonképpen csak aszeptikus feltételek között kellene végezni. Ezeket a feltételeket szigorúan — sajnos — nem valósíthattuk meg, mert ez elviselhetetlenül nagy költségeket okozott volna. Mégis, minthogy sterilizett edényeket és anyagokat használtunk

és a vetőmagot előbb csáváztuk, baktériumok szerepe legfeljebb minimális lehetett. A nitrát vagy ammonium jobb felhasználása kérdésében már régóta fontos szerepet játszik annak felismerése, hogy a só egyik vagy másik ionjának különböző felhasználása által a tápláló oldat reakciója a növény fejlődésére nézve ártalmasan változhatik. Ez a hatás érvényesült a mi $(H_4N)_2SO_4$ -os kultúráinkban, minélfogva az invertáz mennyisége — nyilván a tápláló oldatban végbement erős savanyodástól — a 2-szeres N-adagú kultúrában erősen csökkent. A pH mérésekből kitűnt, hogy a homok pH -ja annál savanyúbb volt a kísérlet végén, minél nagyobb volt a N adagja; 2-szeres N-adagnál egészen $2pH$ -ra csökkent, míg a pár-

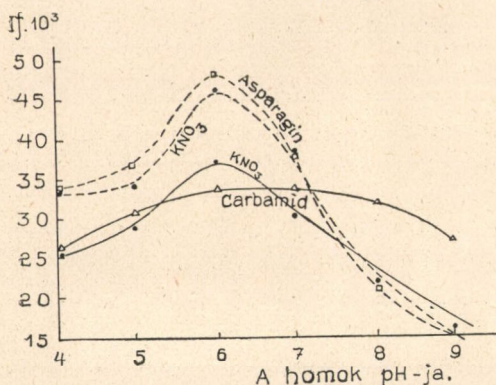
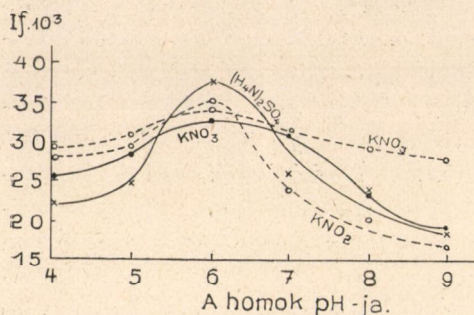
huzamosan nitráttal beállított kultúra homokjáé 6 volt.¹² Az 5. ábrában még feltűnik, hogy a káliumnitráttal táplált növények invertázkoncentrációja a *N* adagolásával csaknem arányosan nő és ugyanígy viselkedik a homok *pH*-ja is. Az invertáz koncentrációjának ez a növekedése is a mellett szól, hogy nitritek alkalmasak magasabbrendű növények táplálására, mint ahogy már SCHNEIDEWIND,¹³ újabban pedig különösen FEHÉR és VÁGI, valamint DIKUSSAR¹⁴ megállapította, utóbbi egyúttal azokat a küszöbértékeket is, amelyeken felül nitrit már ártalmas a magasabbrendű növényekre nézve. Figyelemreméltó az a nagy ellentét, amely a nitrit ártalmasságában megnyilvánul: A *Penicillium* invertázkoncentrációja és *N*-táplálása között való összefüggés tanulmányozása közben¹ kitűnt, hogy nitrit jelenlétében a penész egyáltalában nem fejlődött. Hasonlót állapított meg PIRSCHLE¹⁵ élesztő tenyésztésekor; ellenben *Aspergillus nig.* és *Mucor racemos.* KOSZTICSEV és TSZVETKOVA¹⁶ kísérletei szerint nitrít is jól tenyészték, éppígy felsőbbrendű növények általában.¹⁷

A nitrogénos táplálás hatása az invertáz mennyiségére rögzített *pH*-jú kultúrákban: A rozskultúrák táplálóoldatának reakciója — mint előbb kitűnt — a 17 napi tenyésztés alatt a tápláló *N*-vegyület szerint többé-kevésbé megváltozott, ami azután a növénykéek fejlődésében is tetemes különbségeket idézhet elő. Erre nézve újabban különösen PIRSCHLE¹⁸ végzett beható kísérleteket, amelyekben különböző *pH*-ra beállított «folyó» víz- és homokkultúrákban nitráttal vagy ammoniumvegyülettel táplálta növényeit. Ezekből az egész sor autotrof növényekkel végzett, beható kísérletekből kitűnt, hogy a növények 5 és 7 *pH* között többnyire valamivel jobban hasznosítják a nitrát *N*-jét, mint az ammoniumét; e határokon túl savanyúbb vagy lúgosabb oldatban a nitrátot mindig sokkal jobban értékesítik. A legkedvezőbb *pH* különben az adott *N*-vegyület szerint gyakran különböző is volt.

Ezeknél, valamint más, hasonló eredményeknél fogva^{14 19} fontos volt megállapítani, hogy az invertáz koncentrációja változik-e a tápláló oldat *pH*-ja szerint. E célból a tápláló oldatok *pH*-ját *Na*-citrát tompítóval 4-től 9-ig változtattuk. A különböző *N*-vegyületekkel (KNO_3 , KNO_2 , $(H_4N)_2SO_4$, karbamid, aszparagin) készült tenyészetekkel párhuzamosan mindig KNO_3 -os kultúrákat

is készítettünk, hogy így minden kísérletben mintegy egységnyi alapunk legyen. Az eredmények néhány példáját a 6. és 7. ábra mutatja:

Látjuk, hogy a 6 pH-s homokon nőtt hajtásokban volt mindig a legnagyobb invertázkoncentráció. Azonban a párhuzamos KNO_3 -os



6. és 7. ábra. Egyszeres N-adag hatása rögzített pH-jú homokon nőtt növények invertáza mennyiségére.

egyenértékű N-táplálás mekkora invertázkoncentrációt létesít a hajtásokban. Ezek az If. 10^3 -értékek a 6 pH-n nőtt hajtásokban pl. a következők:

KNO_3	KNO_2	$(H_4N)_2SO_4$	Karbamid	Aszparagin	-N
40·5	41·5	46·1	37·0	42·3	8·5

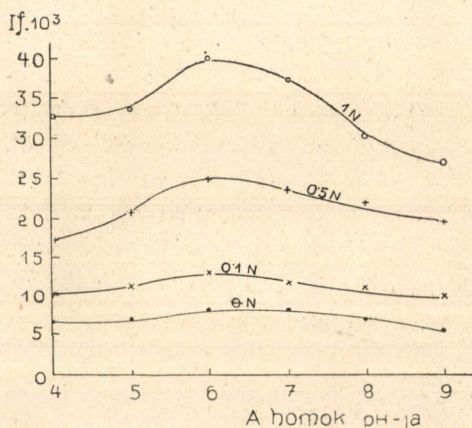
Kitűnt, hogy a különböző N-vegyületek egyenértékű koncentrációi a növényekben közel azonos invertázkoncentrációt létesítenek.

kultúrák eredményei nem voltak mindig teljesen egyenlők és ezzel egybehangzóan az invertázos görbék sem fedik teljesen egymást, ami nyilván a többi termelési tényező (világosság, napfény, az üvegház kissé ingadozó hőmérséklete stb.) némi hullámzásának a következménye. Figyelemre méltó, hogy amíg a görbéknek általában 6 pH-nál egészen jól észlelhetően van optimumuk, ez a karbamidos táplálás görbénél kiszélesedik egészen 7-ig.

E kísérletsorozatból átszámítással megkaphatjuk azokat az értékeket, amelyek mutatják, hogy a különböző,

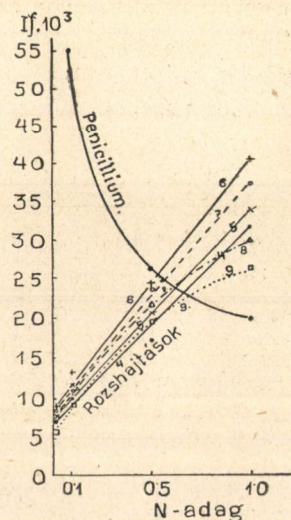
Az állandó pH -jú homokon való kísérleteket kiterjesztettük a különböző N -adag hatásának vizsgálására, azonban ily kísérleteket csak KNO_3 -os táplálással végeztünk, minthogy az eddigi kísérletekből már világosan kitűnt, hogy a különböző N -vegyületek velejében azonosan hatnak. E kísérletek egyik sorozatának példáját a 8. ábra mutatja.

A szabályszerűség itt is egészen világosan kitűnik. Figyelemre méltó, hogy a különböző N -adaggal táplált hajtások invertázkoncentrációjának görbéi annál laposabbak, tehát az in-



8. ábra.

KNO_3 különböző adagjainak hatása rögzített pH -jú homokon nőtt növények invertáza mennyiségére.



9. ábra. A N -adag hatása az invertáz mennyiségére, csoportosítva egy-egy rögzített pH -jú homokon nőtt növényre nézve.

vertáz mennyisége annál egyenletesebb marad, minél inkább éhez a növény.

Ezekből az adatokból még azt a fontos következtetést is levonhatjuk, hogy a tápláló N -vegyület koncentrációjának különbözősége a tápláló oldat bármily hidrogénionkoncentrációja mellett is jellegetesen szabályozza az invertáz mennyiségét.

Ha most — visszatérve az eredeti problémára — a N -adag hatását az invertáztermelésre vizsgáljuk oly hajtásokban, amelyek állandó pH -n nőttek, akkor némileg más viszonyokat látunk, mint

amikor a homok pH -ja nem volt rögzítve (5. ábra); ha a 8. ábrán bemutatott adatokat ebből a szemszögből csoportosítjuk, akkor a 9. ábrán látható görbéket kapjuk.

A 4, 5 és 6 pH -s homokon nőtt növényekben az invertáz mennyisége — legalább 0 és 1 adag között — arányos a N -adaggal, tehát görbéje a hibák határain belül egyenes. Ellenben 7 pH -nál az invertáz mennyisége asymptotikusan nő a N -adaghoz képest, mégpedig annál kisebb koeficiens arányában, mennél lúgosabb a tápláló oldat. (Az egyenesek kihúzott vonallal, az asymptotikus görbék szaggatott vonallal vagy pontozottan vannak jelölve.)

Hogy szemléltetővé váljék, mily ellentétesen függ az invertáz mennyisége a N -táplálástól a rozshajtásokban és *Penicillium*-ban, a 9. ábrába az utóbbi invertázkoncentrációjának görbéjét is belerajzoltuk. Ez a görbe $(H_4N)_2SO_4$ -os kísérletből (5 %-os cukortáplálással), a rozshajtásoké KNO_3 -os kísérletből való invertázt jelöl, ami azonban az eredmények összehasonlítását nem zavarja, mert hiszen a tápláló vegyületek minősége csak jelentéktelen különbségeket okoz. Látjuk, hogy a N -táplálás koncentrációja az invertáz mennyiségére a penészben és a rozshajtásokban éppen ellenkezően hatott: a penészben csökkentően, a rozsban növelően.

Kísérletek talajokon.

Minthogy a rozshajtásokkal végzett kísérletekből kitűnt, hogy az invertáz koncentrációja egyenes értelmű függvénye a nitrogénes táplálásnak, felvetődött az a gondolat, hogy az invertáz koncentrációjának nagyságát fel lehetne használni valamely talaj növény-tápláló N -vegyületeinek mértékéül. Mielőtt e feltevés beható kidolgozására kerülne a sor, néhány talajt csupán tájékoztatás végett megvizsgáltunk ezzel a módszerrel.

Az eljárás velejében a NEUBAUER-féle módszert követi a rozsnövénykéék tenyésztésében, azonban tovább az előző kísérleteinken alapuló, új elv szerint járunk el. Ugyanis nem vesszük figyelembe az illető talajon nőtt rozsnövénykéék N -tartalmát, mert ez más kutatók²⁰ eddigi kísérleteiben semminő jellemző eredményt sem mutatott. E helyett a növénykéék hajtásaiban az invertáz koncentrációját határozzuk meg, mint amely az előző kísérletek szerint

a tápláló N koncentrációjával arányos. Ezért minden talajból két-két párhuzamos kultúra készült (többszörös ismétléssel), az egyik teljes tápláló oldatot kapott, amelyben tehát elegendő nitrogén is volt, a másik ellenben ugyanezt a tápláló oldatot, de N nélkül kapta. Így kellett eljárni, mert BODNÁR ANGELÁNAK már említett kísérletei szerint foszfor hiánya ugyan alig változtatja az invertáz koncentrációját, ellenben kálium hiányában az invertáz mennyisége emelkedik, tehát éppen ellenkezően változik, mint N hiányától. A kétféle kultúra különböző táplálása által *csak* a N mennyiségének különbsége éreztethette hatását. E kultúrák invertázkoncentrációjának összehasonlításából azután a 2. táblázatban feltüntetett «vélemény»-t lehetett megalkotni. Ez a «vélemény» egyelőre természetesen feltételes, és további, beható kutatásoknak a feladata megmutatni, hogy ez az eljárás a gyakorlatban is hasznosítható eredményeket fog-e adni. Az ily kísérletekről való beszámolóra később kerül a sor.

A kísérletek az Orsz. Természettudományi Alap anyagi támogatásával, valamint a Széchenyi Tudományos Társaságtól régebben kapott műszerek használata közben készültek, amiért e helyen is hálás köszönetet mondunk.

1. táblázat.

Az invertáz és a N -táplálás összefüggése nem rögzített pH -s homokon nőtt rozshajtásokban.

N -adag	$(H_4N)_2SO_4^1$		$(H_4N)_2CO_3^1$		KNO_3^1	
	If. 10^3	pH a homok- ban ²	If. 10^3	pH a homok- ban ²	If. 10^3	pH a homok- ban ²
0	4·2	4·3	4·5	4·6	5·7	4·4
0·1	8·7	4·2	6·1	4·6	7·5	4·6
0·5	16·4	3·5	10·6	5·2	10·5	5·7
1	24·2	3·2	14·6	4·3	16·2	6·5
2	15·8	2·0	18·4	4·0	23·8	7·1
KNO_3 -os ellen- őrző kultúra	30·4	6·0	—	—	23·9	—

¹ A N -es tápláló anyag minősége.

² A kísérlet végén.

2. táblázat.

Kísérletek talajokkal.

Szám	A talaj				A rozshajtások- ban invertáz If. 10 ³		Vélemény a talaj N-szükségle- téről
	jellege	pH	Neubauer szerint		N-nel	N nélkül.	
			K ₂ O mg	P ₂ O ₅ mg			
1272	Barnássárga homok — —	6·2	—	—	41	19	Van
1277	Mint 1272 — —	6·1	12·7	4·2	24	2	Van erős
1287	Szürkéssárga homok — —	6·1	10·9	2·7	51	15	Van
1281	Sárga agyagos homok — —	6·0	17·0	3·1	63	22	Van
1303	Szürke agyagos homok — —	6·0	9·3	0·9	29	23	Mérsékelt
1197	Sárgásszürke hum. agyag —	6·0	33·5	4·6	44	34	Mérsékelt
1253	Barnásszürke hum. agyag —	6·2	15·4	5·2	43	29	Mérsékelt
1369	Sárgásszürke hum. agyag —	5·9	22·0	0·2	36	10	Van
1372	Mint 1369 — —	6·1	15·4	0·0	32	25	Mérsékelt
1283	Sárgásbarna hum. vályog	5·9	11·4	2·2	37	17	Van
1478	Barnásszürke mérsékelt hum. vályog	5·9	12·1	0·0	40	28	Mérsékelt
1471	Feketeagyagos hum. láp — —	5·9	64·1	3·7	16	23	N-bőség !
1251	Szürke hum. agyag — — —	7·1	25·7	5·0	35	18	Mérsékelt
1453	Barna hum. vályog — — —	8·0	9·1	0·0	34	32	Nincs
1453	HCl-val — — —	6·0	9·1	0·0	34	30	Nincs
1453	HCl-val ki- mosva — — —	6·0	9·1	0·0	60	45	Mérsékelt
880	Erősen hum. vályog — — —	8·5	16·6	0·2	33	20	Mérsékelt

Irodalom.

1. Mathem. és Természettud. Értesítő, XLIX. 308. (1933)
2. DOBY: Zeitschr. f. physiol. Chemie **213**, 71 (1932).
3. NEUBAUER und SCHNEIDER: Zeitschr. f. Pflanzenernähr. **A2**, 1 (1923).
4. Biochem. Zeitschr. **175**, 165 (1926).
5. STOKLASA: Beiträge z. Kenntnis d. Zuckerrübe 153 (1916).
6. MITSCHERLICH idézve WIESMANN «Agrikult.-chem. Praktikum» (1926).
7. SÖRENSEN: Biochem. Zeitschr. **21**, 131 (1909), — MICHAELIS und MENTEN: Bioch. Z. **49**, 303 (1913), — EULER und JOSEPHSON: Zeitschr. f. physiol. Chem. **127**, 99 (1923). — EULER und MYRBÄCK ugyanott **132**, 185 (1923).
8. BLAGOWJESZCSENSZKI és SZOSSZIEDOW: Chem. Zentralblatt **1925 II**. 1685.
9. MEISENHEIMER und SEMPER: Bioch. Zeitschr. **67**, 364 (1914). — EULER und CRAMÉR: Zeitschr. f. physiol. Ch. **89**, 272 (1914). — RAHN: Bioch. Z. **72**, 363 (1916). — EULER und SVANBERG: Zeitschr. f. physiol. Ch. **106**, 201 (1919). — WILLSTÄTTER, GRASER und KUHN ugyanott **123**, 1. (1922).
10. EULER: Bioch. Z. **85**, 406 (1918).
11. SJÖBERG: Bioch. Z. **133**, 218 és 293 (1922).
12. WEHMER: Bioch. Z. **59**, 63 (1914).
13. SCHNEIDEWIND: «Die Ernährung der Kulturpflanzen» 76 (1922).
14. FEHÉR und VÁGI: Bioch. Z. **174**, 262 (1926). — DIKUSSAR: Journ. f. Landwirtsch. **2**, 457 (1925) és **6**, 74 (1929).
15. PIRSCHLE: Bioch. Z. **218**, 412 (1930).
16. KOSZTICSEV és TSVETKOVA: Zeitschr. f. physiol. Ch. **111**, 171 (1920). — KLEIN, EIGNER und. H. MÜLLER ugyanott **159**, 201 (1926).
17. KLEIN G.: Ergebnisse der Agrikulturchemie **II**, 143 (1930).
18. PIRSCHLE: Berichte d. Deutsch. Bot. Geselsch. **47**, 87 (1929). — PLANTA: **9**, 84 (1929).
19. POWERS: Soil Science **24**, 1 (1927). — MEVIUS, PLANTA **6**, 379 (1928). — MEYER und ORST: Zeitschr. f. Pflanzenernähr. **B. 19**, 180 (1930).
20. BLANCK und SCHEFFER: Zeitschr. f. Pflanzenernährung **B 4**, 553 (1925). — WAGNER REINHOLD: Archiv f. Pflanzenbau **5**, 166 (1930).
21. DOBY und KERTÉSZ: Zeitschr. f. physiol. Ch. **189**, 176 (1930).
22. DOBY und HIBBARD: Bioch. Z. **178**, 139 (1926).

EINFLUSS DER ERNÄHRUNG AUF DIE ENZYMME.

Von G. v. DOBY.

2. Invertasekonzentration in Roggensprossen bei Stickstoffmangel.¹

Versuche von Frl. J. Makfalvy.

In Fortsetzung früherer Versuche² wurde nachgewiesen, dass der Einfluss der Stickstoffernährung auf die Invertasekonzentration von Roggensprossen gerade entgegengesetzt wirkt, wie in *Penicillium*. Dabei wurden einige Konstanten dieser Invertase, sowie die Regelmässigkeiten ihrer Bildung bestimmt.

Einzelheiten werden im Original nachzusehen sein.

¹ Die Abhandlung wird ausführlich in der Zeitschr. f. physiol. Chemie erscheinen.

² Zeitschr. f. physiol. Chemie **213**, 71 (1932) und Mathem. und Naturwissensch. Berichte der Ungarischen Akademie der Wissenschaften **XLIX**, 324 (1933).

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Juni 1933.)

VIZSGÁLATOK

A KAZEIN INHOMOGENITÁSÁRÓL. I.¹

GRÓH GYULA I. tagtól és FALTIN ERNŐ-től.

I. A régebbi szerzők, kik a kazein homogenitását kétségbe vonták,² ezt a véleményüket egyes elszigetelt jelenségekre alapították. Pl. DANILEWSKY és RADENHAUSEN arra, hogy ha a kazeint 50 %-os alkohollal főzzük, abból egy rész kioldódik. Az oldat lehűtésekor az oldott anyag kiválik, de melegítéskor újra feloldódik.

Ezek a szerzők azonban a kazein heterogenitására kétségtelen bizonyítékokat nem szolgáltatottak. Nem is igen tehették, mivel akkoriban nem, vagy csak alig voltak kifejlesztve azok a módszerek, melyeknek segítségével az egyes fehérjefrakciókat szabatosan lehet jellemezni. (Még manapság sem vagyunk ebben az értelemben egészen kielégítően ellátva megfelelő módszerekkel.)

Az újabb szerzők, és pedig T. B. OSBORNE és A. J. WAKEMAN³ továbbá K. LINDESTRÖM-LANG,⁴ nemkülönben E. CHERBULIEZ és M. L. SCHNEIDER⁵ részletesebben és meggyőzőbben foglalkoznak a kazein inhomogenitásának kérdésével, frakciókat állítanak elő és azok jellemző állandóit meghatározzák.

¹ Közlemény a m. kir. Állatorvosi Főiskola kémiai intézetéből.

² DANILEWSKY és RADENHAUSEN: Untersuchungen über die Eiweissstoffe der Milch (1880), idézve K. LINDESTRÖM-LANG nyomán, l. alább, F. ALEXANDER: Zf. f. physiol. Ch. **25**, 411 (1898), E. LAQUEUR és O. SACKUR: Hofmeisters Beitr. **3**, 193 (1902), K. STORCH: Monatsh. f. Chem. **18**, 244 (1897) és **20**, 837 (1899).

³ J. biol. Chem. **33**, 243 (1918).

⁴ Comptes-rendus des travaux du Laboratoire Carlsberg, **17**, No. 9 (1929).

⁵ Helvet. Chim. A. **15**, 597 (1932).

OSBORNE és WAKEMAN egy híg (70 %-os) alkoholban oldódó fehérjét állít elő a kazeinből (500 liter tejből kiindulva 112 g ilyen fehérjét kaptak), melyet híg alkoholban való oldhatóságán kívül többek közt az jellemez, hogy *P*-tartalma (0.03—0.28 %), továbbá tirozintartalma (2.47 %) lényegesen kisebb, mint a kazeiné. (A kazeinre vonatkozó megfelelő értékek 0.82 % *P*, illetőleg 4.50 % tirozin.)¹

LINDESTRÖM-LANG abból következtet a kazein heterogenitására, hogy a kazein oldékonysága egyébként azonos körülmények közt az oldékonyságmérésnél felhasznált kazein abszolút mennyiségének függvénye. Ő a kazeint akként frakcionálja, hogy azt meleg, sósavra nézve 1/500 normál 60 %-os alkohollal sokszorosán extrahálja. Az oldatba jutott fehérje egy része *NaOH*-val kicsapódik, más része oldatban marad. Szerző az így nyert frakciók sokféle tulajdonságát vizsgálja meg és arra az eredményre jut, hogy frakcióinak egyike (az *NaOH*-val történő kicsapás alkalmával oldatban maradó rész) az OSBORNE-WAKEMAN-féle fehérjével azonos. Utóbbi mennyiségét a kazeinban kb. 18 %-ra becsüli. Hogy OSBORNE és WAKEMAN ehhez képest aránylag igen csekély mennyiséget tudtak csak a kazeinből alkohollal kioldani, azt LINDESTRÖM-LANG úgy magyarázza, hogy a kazeint összetevő fehérjemolekulák közt kölcsönös hatások állanak fenn, melyek a híg alkoholban egyébként jól oldódó alkatrész kioldódását meggátolják.

E. CHERBULIEZ és M. L. SCHNEIDER 5 %-os vizes ammoniumkloridoldattal rázza a kazeint, mikor is annak $\frac{1}{5}$ — $\frac{1}{8}$ része kioldódik. A kioldódott rész acetonnal kicsapható. Az ammoniumklorid-oldatban nem oldódó frakciónak (α -kazein) alacsonyabb, az oldódó frakciónak (β -kazein) pedig magasabb az *S*- és *P*-tartalma, mint az eredeti kazeiné. A két frakció forgatóképessége teljesen megegyező.

II. Amikor munkánkat elkezdtük, abból a korábban szerzett tapasztalatból indultunk ki, hogy különböző, részben kereskedelmi,

¹ Ezeket az adatokat OSBORNE és WAKEMAN idézett munkájából vettük. Minthogy ők a tirozinmeghatározásokat más módszerrel végezték, mint mi (akkoriban FOLIN és MARENZI kiváló módszere még nem volt ismeretes), tirozinra vonatkozó meghatározásaikat nem lehet alábbi, saját meghatározásainkkal összehasonlítani.

részen saját készítésű tiszta kazeinkészítmények tirozintartalmát (FOLIN és MARENZI módszerével meghatározva) igen eltérőnek, és pedig 5·65 és 6·50 % közt ingadozónak találtuk. Ezek az eltérések messze kívül esnek a kísérleti hibák határain, mert a használt módszerrel nyert eredmények 0·1—0·2 %-on belül jól reprodukálhatóknak bizonyultak. Szintúgy eltérőnek találtuk az egyes készítmények ultraibolya abszorpcióspektrumát is.

Ez a tapasztalat azt a gondolatot ébresztette bennünk, hogy valamely oknál fogva, és pedig talán a laktáció különböző időszakában lényegesen eltérő arányban termelődnek a kazein egymástól különböző komponensei. Hogy ezt a kérdést közelebbről megvizsgáljuk, egyrészt kolosztrumtejből készítettünk (két esetben) kazeint, másrészt a laktáció kezdeti szakában többször vettünk együgyanattól a tehéntől tejmintákat (7, 12, 21, 37 és 87 nap múlva a szülés után) és az ezekből készített kazeinmintákat közelebbről megvizsgáltuk. Kiegészítésül ezenfelül kereskedelmi keveréktől előállítottunk OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérjét és megvizsgáltuk azt a kazeint is, melyből ezt a fehérjét híg alkohollal kivontuk. Utóbbi készítményünk tehát — ha bizonyára nem is volt mentes az OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérjétől — abban bizonyára szegényebb volt.

Mindezeket a készítményeket azonos módon, azonos feltételek mellett vizsgáltuk, hogy egymással összehasonlítható adatokat nyerjünk. Csak olyan tulajdonságokat vizsgáltunk, melyek lehetőleg szabatosan, számszerűen fejezhetőek ki és jól reprodukálhatók.

III. Vizsgálataink eredményeit röviden az alábbi táblázatban foglaltuk össze. Ebben feltüntettük a vizsgált anyagok forгатó-képességét (1 %-os borax-oldatban vizsgálva), tirozin-, triptofán- és foszfortartalmát. A $\Delta\epsilon$ -értékek az ugyancsak 1 %-os borax-oldatban felvett ultraibolya-abszorpcióspektrum-görbe maximumának és minimumának különbségét jelentik.¹ A báziskötőképességre vonatkozó adatokat görbékben is ábrázoltuk. A táblázatban és az ábrában feltüntetett «sorszámok» összetartoznak. A rajzba,

¹ A fehérjék ultraibolya abszorpcióspektruma és azok tirozin- és triptofántartalma közti összefüggésről a közel jövőben külön értekezés fog megjelenni intézetünkben.

összehasonlítás kedvéért, felvettük LINDESTRÖM-LANG három báziskötőképeség-görbéjét is. Éspedig a K_0 jelű görbe e szerző eredeti, kezeletlen kazeinjére, a K_3 és K_6 jelű pedig két kazeinfrakciójára vonatkozik. Miután mi a báziskötőképeségméréseket ugyanolyan feltételek mellett végeztük, mint LINDESTRÖM-LANG, a görbék közvetlen összehasonlításra alkalmasak.

Mielőtt e táblázat adatainak ismertetésére rátérnénk, előrebocsátunk két megjegyzést:

a) OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérjénk híg (70 %-os) alkoholban különösen enyhe melegítésnél könnyen oldódik. Ha az alkoholos oldatot hasonló alkoholtartalmú 4·7 pH-jú acetátpufferrel elegyítjük, csapadékot nem kapunk.

OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérjénket vízzel rázogatva részleges oldódást tapasztaltunk. Az oldat szűrlete u. i. ESBACH-féle kémlőszerrel bőséges csapadékot ad. Ha a szűrt vizes oldatot 4·7 pH-jú acetátpufferrel elegyítjük, csapadékot nem kapunk.

b) A «kazein kolosztrumtejből I» jelzésű (3. sorszámú) készítményünk 70 %-os alkoholban enyhe melegítés alkalmával szintén könnyen oldódik. A nyert oldat csak kevésbé opalizál. Ha az oldásra olyan 70 %-os alkoholt használunk, mely sósavra nézve 1/500 normál, kristálytiszta oldatot kapunk. «Kazein kolosztrumtejből II» jelzésű (4. sorszámú) anyagunk tiszta 70 %-os alkohollal melegítve nem oldódik teljesen, de jól és tisztán oldódik olyan 70 %-os alkohollal való melegítéskor, mely sósavra 1/500 normál.

Ha ezeknek a kazeinkészítményeknek 70 %-os alkoholos oldatát 4·7 pH-jú alkoholos acetátpufferrel elegyítjük, bőséges csapadékot kapunk. Ugyanezek a kazeinkészítmények részben vízben is oldódnak. Vizes oldataik lakmuszra határozottan savanyú kémhatásúak és 4·7 pH-jú acetátpufferrel kicsapódnak.

IV. Ha már most a nyert eredményeket a táblázat adatai és a báziskötési-görbék alapján összehasonlítjuk, a következőket tapasztaljuk:

AZ OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérje kitűnik az összes készítmények közt magas forgatóképeségével, alacsony tirozintartalmával, evvel kapcsolatosan alacsony $\Delta\epsilon$ -jával és igen alacsony P -tartalmával, mely utóbbinak megfelelően igen lapos a báziskötési görbéje.

Sorszám	A fehérje minősége	$[\alpha]_D^{20}$ 1%-os borax- oldat- ban	Tiro- zin %	Tripto- fán %	$\Delta\epsilon$	P %	Bázis- kötőképesség	
							CNaOH milli- mol/lit	pH
1	Osborne-Wakeman f. fehérje _ _ _ _	127·0	4·19	1·47	2·30	0·120	2·00 3·00 5·00 7·00	5·36 5·91 7·24 9·51
2	Kazein, melyből az Osborne-Wakeman f. fehérjét kivontuk	107·5	5·78	1·61	4·00	0·908	2·00 3·00 5·00 7·00	5·22 5·41 6·09 6·88
3	Kazein kolosztrumtej- ből I. _ _ _ _	105·0	5·74	1·50	3·40	0·819	2·00 3·00 5·00 7·00	4·43 4·92 5·33 5·93
4	Kazein kolosztrumtej- ből II. _ _ _ _	106·0	6·17	1·59	3·85	0·678	2·00 3·00 5·00 7·00	5·07 5·34 6·03 6·89
5	Kazein 7 nappal a szülés után _ _	105·0	6·50	1·55	3·65	0·872	2·00 3·00 5·00 6·00	5·38 5·69 6·48 6·94
6	Kazein 12 nappal a szülés után _ _	107·5	6·50	1·52	3·75	0·909	2·00 3·00 5·00 7·00	5·40 5·64 6·37 7·27
7	Kazein 21 nappal a szülés után _ _	110·0	6·18	1·43	4·20	0·889	2·00 3·00 5·00 7·00	5·39 5·62 6·34 7·23
8	Kazein 37 nappal a szülés után _ _	110·0	6·33	1·43	4·05	0·891	2·00 3·00 5·00 7·00	5·33 5·59 6·30 7·22
9	Kazein 87 nappal a szülés után _ _	104·5	6·24	1·63	4·25	0·830	2·00 3·00 5·00 7·00	5·48 5·80 6·59 7·47

Az a kazein, melyből az OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérjét kivontuk, jelentékenyen kisebb tirozintartalmú, mint a vizsgált «végleges» kazein,¹ ami annál is inkább feltűnő, mivel ebből a kazeinből a különösen kicsiny tirozintartalmú OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérjét (legalábbis részben) eltávolítottuk. Ez a tény ugyanolyan elbírálás alá tartozik, mint amelyről a II. pontban szóltunk, hogy t. i. a különböző kazeinkészítmények közt a tirozintartalomban jelentékeny ingadozások észlelhetők.

A kolosztrumtejből nyert készítmények közül a 4. számúnak állandói igen közel állanak a «végleges» kazein állandóihoz. A *P*-tartalomban mindazonáltal jelentékenyebb eltérést látunk. A 3. számú készítmény viszont csekélyebb tirozintartalmával tér el a «végleges» kazeintől, *P*-tartalma pedig a «végleges» kazeinéhoz közelálló.

Báziskötési-görbe dolgában a kolosztrumkazeinek egyike sem foglalja el azt a helyet, melyet aránylag alacsony *P*-tartalmukból következtethetnénk.

Az 5., 6., 7., 8. és 9. készítmény állandói közt csak kicsiny és szabályszerűnek alig mondható különbségeket látunk.

Mint az ábra mutatja, LINDESTROM—LANG eredeti, frakcionálatlan kazeinjének báziskötési-görbéje egybeesik 9. számú készítményünk (tehát a «végleges» kazeinünk) görbéjével. E szerző K_3 jelű frakciójának báziskötési-görbéje közel áll az OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérje görbéjéhez, amit e frakció alacsony *P*-tartalma (0.528 %) érthetővé tesz. A magas *P*-tartalmú (0.954 %) K_6 frakció görbéje azonban 8. számú készítményünkéhez áll közel.

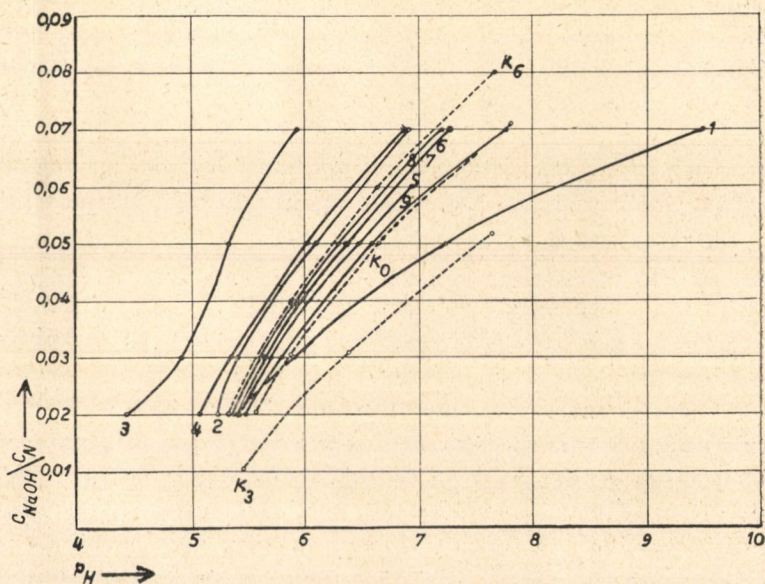
V. Vizsgálataink eredményét a következőkben foglalhatjuk össze:

A kolosztrumtejből nyert kazein jól oldódik 70 %-os meleg alkoholban, különösen akkor, ha az gyengén savanyú, pl. sósavra nézve 1/500 normál. Higított alkoholban való oldhatóságát tekintve, tehát ez a fehérje az OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérjéhez hasonlít. Egyéb sajátosságokat tekintve azonban azt kell mondanunk, hogy a kolosztrumkazein mégsem azonos az OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérjével, hanem a közönséges értelemben vett kazeinhez áll közel.

¹ Azt a kazeint, mely a szülés utáni 87. napon vett tejből származik, bizonyára jogosan mondhatjuk «végleges» kazeinnek.

A laktáció előrehaladásával a kazein összetételében lényeges és szabályszerű eltolódásokat nem észleltünk.

A hígított alkoholban, illetőleg sósavval gyengén megsavanyított alkoholban való oldékonyság a fentiek szerint nem kizárólag az OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérje sajátossága, mert ezt a koloszstrumtejből nyert és határozottan eltérő összetételű kazein is mutatja. Arra nézve, hogy a koloszstrumtejnek ez az alkatrésze a közönséges értelemben vett kazeinnek is alkatrészét képezi-e, vizs-



1. ábra.

gálatainkból következtetni nem lehet, mivel a kolosztrumkazein összetétele és tulajdonságai a közönséges kazeinéhoz nagyon közel állanak.

Kísérleti rész.

Az OSBORNE—WAKEMAN-féle fehérje előállítására céljából 100 liter lefölözött, friss kereskedelmi tejből indultunk ki. Ehhez — VAN SLYKE és BAKER előírásának megfelelően ¹ — folytonos, erőteljes

¹ J. biol. Chem. 35, 127 (1918).

keverés közben 0·05 normál sósavat adagoltunk előbb 500, majd 50 cm³-es részeletekben, közben 5—5 percnyi szüneteket tartva. A savanyítást mindaddig folytattuk, míg a kazein tökéletesen le nem váltott. A csapadékot vászonzacskón szűrtük és enyhén ki-
préseltük. A kapott kazeint négy ízben 8—8 liter desztillált vízzel elkevertük mosás céljából és vászonzacskón szűrtük. A csapadék-
pép térfogata mintegy 12 liter volt. Ezt a csapadékot mintegy 12 liter 96 %-os alkohollal kevertük el, egy éjjelen át állni hagytuk, majd vászonzacskón leszűrtük. Ezután még négy ízben extrahál-
tuk 8—8 liter 60 %-os alkohollal a csapadékot, szobahőmér-
sékleten.

Az alkoholos szűrleteket egyesítettük és vákuumban 40 C° alatti hőmérsékleten besűrítettük. Közben-közben az OSBORNE—WAKE-
MAN-féle fehérje oldatban tartása céljából 96 %-os alkoholt tettünk a desztilláló lombikban foglalt oldathoz. A besűrítés eredménye 4·8 liter tejszerűen zavaros, 60 % alkoholt tartalmazó folyadék volt, melyet leszűrni nem lehetett. Feltételezve, hogy a szűrést a folyadékban levő, részben oldott, részben lebegő kazein gátolja, a folyadékhoz a kazein kicsapása céljából 350 ccm 1:1 arányú acetátpuffert elegyítettünk (*pH* 4·7), mikor is jól szűrhető csapadék keletkezett. A szűrletet vákuumban ismét besűrítettük kb. $\frac{3}{4}$ liter térfogatra, mikor is a fehérje egy része ismét kiváltott. Miután ezt a folyadékot sem szűrni nem tudtuk, sem pedig az abban foglalt fehérjét alkohollal avagy vízzel lecsapni nem lehetett, a fehérje izolálása céljából úgy jártunk el, hogy az egész folyadékot 2·8 liter telített konyhasóoldatba öntöttük. Így a fehérje kicsapódott, a folyadék szűrlete fehérjementes volt. Sajnos, a csapadékból a konyhasót kimosni nem lehetett, mert a mosásnál a csapadék ismét részlegesen peptizálódott és a szűrést lehetetlenné tette. Ezért a csapadékot kisajtolás után abszolút alkohollal víztelenítettük és éterrel extraháltuk. Így 19·1 g légszáraz anyagot nyertünk, melynek szárazanyaga 45·80 % *NaCl*-t tartalmazott. Külön kísérletekkel meg kellett győződnünk arról, hogy a nyert anyagon végzett vizsgálatok eredményét a jelenlevő nátriumklorid nem befolyásolta. Ebből a célból nátriumkloridmentes anyagaink egyikénél minden vizsgálatot megismételtünk úgy, hogy a fehérjéhez hasonló mennyiségű nátriumkloridot elegyítettünk. Az eredmények egészen azo-

nosak voltak a konyhasómentes anyaggal végzett kísérletek eredményeivel.

A kazein előállítását a kolosztrumtejből és normális tejekből lényegileg ugyanúgy történt VAN SLIKE és BAKER előírásának szem előtt tartásával, mint azt az előző pontban leírtuk. A tejmintákat mindenekelőtt lefőlőztük és azonnal, még a fejés napján feldolgoztuk. Folytonos és erős keverés közben addig adtunk cseppenként 0.05 normál sósavat a tejhez, míg azt tapasztaltuk, hogy a kazein leválasztása teljessé vált. A kazein esetén leválasztása átlag három óráig tartott. A felhasznált sósav mennyisége 1 liter tejre számítva a normális tejeknél 812—834 cm³ volt, a kolosztrumtejeknél azonban lényegesen nagyobb mennyiségű sósavra, és pedig egyik esetben (I. sz. kolosztrum) 1533, a másik esetben (II. sz. kolosztrum) 2832 cm³-re volt szükség. A nyers csapadékot kendőn, avagy közönséges papírszűrőn szűrtük és a globulin és albumin kimosása céljából a csapadékpépet 1 %-os NaCl-oldattal elkeverve újra szűrtük. A konyhasóoldattal való elkeverést újra megismételtük mindaddig, míg a szűrlet fehérjementesnek bizonyult. A mosást a NaCl eltávolítása céljából desztillált vízzel folytattuk. Az enyhén kisajtott csapadékot most megmértük és 10-szeres mennyiségű 96 %-os alkohollal elkevertük. Mindezeket a műveleteket a fejés napján végeztük el, hogy a kazein megromlásának elejét vegyük. Az alkohol leszűrése után a csapadék abszolút alkoholba került víztelenítés céljából, majd pedig azt lenuccsolva éterrel átöblítettük. Az anyagot most vákuumexszikkátorban szárítottuk, ezt követően mozsárban elporítottuk, szitáltuk és SOXLETH-készülékben két napig extraháltuk.

A forgatóképességet 1 %-os boraxoldatban mértük. Ezt az oldószert azért választottuk, mivel J. ZAYKOWSKY vizsgálatai szerint¹ ebben a közegben a forgatóképesség nagysága független a kazein koncentrációjától és mert így a forgatóképesség nincs időbeli változásnak kitéve. További előnye a boraxoldatnak, hogy benne a kazein elég gyorsan oldódik.

A foszfor meghatározására MARGARETHE SÖRENSEN módszerét

¹ Biochem. Zf. 137. 562 (1923).

alkalmaztuk, GRETA HAMMARSTEN által módosított alakjában,¹ melyet igen kényelmesnek és pontosnak találtunk.

Az *ultraibolya abszorpcióspektrumot* HILGER E 3-jelű készülékével vettük fel, mely JUDD LEWIS-féle spektrofotométerrel állt összeköttetésben. Mint már említettük, a fehérjék ultraibolya abszorpcióspektrumának kérdéséről közel jövőben külön közlemény fog intézetünkben megjelenni.

A báziskötőképesség meghatározásánál LINDESTROM-LANG előírásához (l. c.) alkalmazkodtunk, hogy eredményeink az övéivel összehasonlíthatók legyenek. A vizsgálat céljaira 0.4462 g fehérjeszárazanyag próbákat mértünk le 50 cm³-es lombikokba, és ezekhez a próbákhoz kellő mennyiségű 0.05 normál szénsavmentes nátriumhidroxidot adva a fehérjét lehető gyorsan, rázás közben feloldottuk. A lúgfelesleget megfelelő mennyiségű 0.05 normál HCl-el közömbösítettük és annyi nátriumkloridot adtunk a folyadékokhoz, hogy a kész elegyek az utóbbira nézve 0.1 normállá legyenek. Ezután a lombikok tartalmát szénsavmentes vízzel feltöltöttük és az oldatok pH-ját elektrometrikusan mértük. Az összetartozó értékeket táblázatunk utolsó két függőleges oszlopában tüntettük fel, illetőleg a mellékelt rajzban ábrázoltuk. Az oldatokon külön nitrogénmeghatározásokat nem végeztünk, hanem feltételeztük, hogy mintáink mindegyike 15.69 % nitrogént tartalmaz.²

*

Az Országos Természettudományi Tanácsnak és a Széchenyi Tudományos Társaságnak köszönetet mondunk, munkánk véghezvitelét az ő támogatásuk tette lehetővé.

Hálával tartozunk dr. HETZEL HENRIK állatorvosi főisk. ny. r. tanárnak, a Főiskola szülészeti klinikája igazgatójának is, ki szíves volt a vizsgálatainkhoz szükséges tejet rendelkezésünkre bocsátani.

¹ Comptes-rendus des trav. du Lab. Carlsberg, 15. No. 10 (1925) és 17. No. 5 (1927).

² LINDESTROM-LANG l. c. 108. old.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE INHOMOGENITÄT DES KASEINS.

Von J. GRÓH, k. Mitglied der Akademie und E. FALTIN.

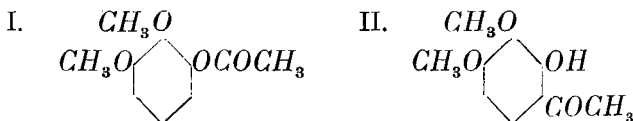
Diese Arbeit wird etwa gleichzeitig auch in einer deutschen Zeitschrift erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der
Wissenschaften vom 12. Juni 1932.)

AZ ACYLGYÖK VÁNDORLÁSA A POLYOXYPHENOLOKNÁL.¹

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

Az acylgyök vándorlásának tanulmányozása, különösen FRIES,² ROSENMUND³ és AUWERS⁴ vizsgálatai által igen nagy haladást jelent az oxyketonok präparatív előállításánál, mert ezen vizsgálatok által egy nagy számú oxyketon könnyen hozzáférhetővé vált. Rövid ideje,⁵ hogy közzétettem két vizsgálatomat, amelyek az acylgyök vándorlásával foglalkoztak a 1,3-dimethylpyrogallolnál, és ezen munkáim folytatásaképpen újabban az acylgyök vándorlását más polyoxyphenoloknál is vizsgálat tárgyává tettem, és így több érdekes oxyketon előállítási módját leltem fel. Mindenekelőtt az acylgyök vándorlását vizsgáltam az isomer acetyl 1,2-dimethylpyrogallolnál (I) nitrobenzolos oldatban



aluminiumchlorid jelenlétében és így a 3,4-dimethylgallacetophenon (II) egyedüli képződését észleltem. Az acetylmonomethylresorcinnél (III) az atomáthelyezkedés vizsgálata, a vízgőzzel illó

¹ A budapesti Pázmány Péter Tud. Egyetem II. sz. kémiai intézetében készült dolgozat.

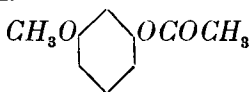
² FRIES u. FINCK Ber. 41, 4271 (1908).

³ ROSENMUND u. SCHNURRE: Ann. chem. 460, 56 (1928). ROSENMUND u. LOHFERT: Ber. 61, 2601 (1928).

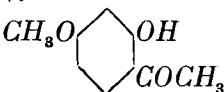
⁴ Ber. 61, 416 (1928), Ber. 61, 1495 (1928); Ann. 464, 293 (1928).

⁵ Mat. és Term. Ért. 399 (1908); ugyanott 1929; Journ. prakt. Chemie [2] 118, 314 (1928); 121, 255 (1929).

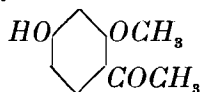
III.



IV.

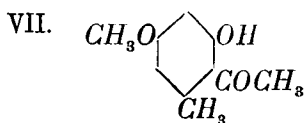
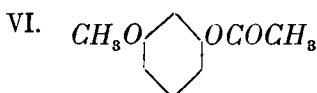


V.



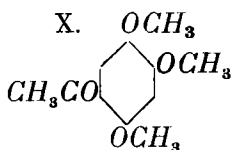
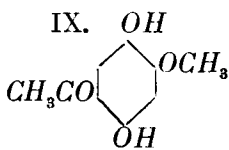
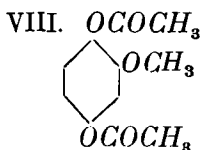
paeonol (IV) és a vízgőzzel nem illó (V) isopaeonol egyidejű el-
különítéséhez vezetett.

Az acetylmonomethylorcinnál (VI) az



átrendeződésnél mint egyedüli terméket az acetovernont (VII) ész-
leltem.

Lúgos hidrogénsuperoxydnek behatásakor vanillinre a DAKIN-¹
féle reakció szerint képződő monomethyloxychidrochinonból elő-
állított diacetylszármazékból az atomáthelyeződésnél az aceto



4-methyloxychidrochinon (IX) képződött. Hogy ennek a vegyület-
nek a fentebbi szerkezet felel meg, azt azáltal lehetett bizonyos-
sággal igazolni, hogy a termékből teljes methylezéskor a TAMBOR
és REIGRODSKI² által előállított acetotrimethyloxychidrochinon
állott elő. Az acetylguajacolnál szintén észleltem az acylgyök ván-
dorlását közönséges hőmérsékleten is, de ez esetben célszerűbb az
atomáthelyezkedést, jobb termelés miatt, REICHENSTEIN³ szerint
magasabb hőmérsékleten eszközölni. Végül a diacetylmetadioxy-
benzoosat is vizsgáltam 70 C° hőmérsékleten, de itt az acylgyök
vándorlását a benzolmagma nem tudtam észlelni.

¹ Ann. chem. J. 42, 477 (1909).

² Ber. 43, 1965 (1910).

³ Helv. chim. Acta 10, 392.

KISÉRLETI RÉSZ.

Acetyl 1,2-dimethylpyrogallol.

A fentebbi vegyület előállítására a pyrogallolcarbonsavat methyleztem dimethylsulfáttal előző adataim szerint¹ 3,4-dimethylpyrogallolcarbonsavvá. Az aethersav hosszabb ideig való hevítése által olajfürdőben a carboxycsoport lehasad és az 1,2-dimethylpyrogallol képződik. A reakcióterméket előbb vacuumban, majd közönséges nyomás alatt desztilláljuk, miáltal az 1,2-dimethylpyrogallolt² nyerjük, mely 233—234 C°-on desztillál át 750 mm nyomás alatt. 50 g dimethylpyrogallolcarbonsavból 13·5 g tiszta dimethylpyrogallol képződött.

Az acetylszármazék előállítására 28 g phenolt 40 g acetylchloriddal egy félóra hosszat hevítünk visszafolyó hűtőcsővel a vízfürdőn. A terméket vacuumban desztilláljuk, miközben az acetylszármazék 11 mm nyomás alatt 139—140 C°-on mint színtelen olaj desztillál át. Termelés 31 g.

3·354 mg anyag adott: 7·521 mg CO₂-t és 1·872 mg H₂O-t.

A C₁₀H₁₄O₂ képlet alapján a számított értékek: C=61·22 %, H=6·12 %.

Kísérletileg talált értékek: C=61·15 %, H=6·19 %

A reakciót a következőképpen eszközöljük:

20 g acetyl 1,2-dimethylpyrogallolt 100 g száraz nitrobenzolban oldjuk és jéggel való hűtés közben 12 g porított vízmentes aluminiumchloridet egy félóra alatt hozzáadagolunk. A lombikot higanyzárral látjuk el és 24 óra hosszat közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk. Ezután a reakcióelegyet jégre öntjük, 160 cm³ 20%-os sósavval megsavanyítjuk és egy félóra hosszat a vízfürdőn hevítjük. A lehűlt reakcióelegyet aetherrel kivonjuk. Az aetheres oldatot kétszer 100 cm³ 7 %-os natronlúggal átrázzuk és a lúgos oldatot hűtés közben 80 cm³ 20 %-os sósavval megsavanyítjuk. A kiváltott reakciós terméket aetherrel kivonjuk és az aetheres oldatot vízmentes natriumsulfáttal szárítjuk. Az oldószer lepárlása után

¹ Math. és Term. Értesítő 500 (1915); Journ. prakt. Chemie 89, 304 (1914).

² HERZIG u. POLLAK: B. 36, 661 (1903).

visszamaradó terméket agyagtányéron szárítjuk és ezután híg alkoholból kristályosítjuk át. Termelés 12·2 g. Olv. p. 78—79 C° megfelelőleg KOSTANECKI és DAVID adatainak.¹

3·887 mg anyag adott: 8·705 mg CO_2 -t és 2·169 g H_2O -t.

A $C_{10}H_{14}O_2$ képlet alapján a számított értékek: $C=61\cdot22\%$, $H=6\cdot12\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=61\cdot07\%$, $H=6\cdot20\%$.

Paeonol és isopaeonol.

Az alábbi kísérletekhez szükséges monomethylresorcinacetatot már WALLACH és WÜSTEN előállították és közönséges nyomás alatt forrpontját 254—256 C°-on észlelték. A legkényelmesebben lehet e vegyületet előállítani egyenlő súlyú resorcinmonomethyl-aethernek és acetylchloridnek a vízfürdőn való hevítése útján. A reakciós terméket ezután a vacuumban desztilláljuk, miközben a termék mint színtelen olaj 11 mm nyomás alatt 125—126 C°-on átdestillál.

20 g acetylmonomethylresorcint 100 g nitrobenzolban oldunk és jéggel való hűtés közben 12 g porított vízmentes aluminium-chloridet egy félóra alatt hozzáadagolunk. A reakciós lombikot 24 óra hosszat higanyzárral közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk. Ezután a reakciós elegyet jégre öntjük és a fentebb megadott módon különítjük el. Az aetheres oldatból nyert nyersterméket vízgőzzel desztilláljuk, miközben a paeonol vízgőzökkel átdestillál és mihamar megdermed. A paeonolt leszűrjük és híg alkoholból kristályosítjuk át.

Termelés 2·5 g. Olv. p. 50 C°.

3·725 mg anyag adott: 8·870 mg CO_2 -t és 2·015 mg H_2O -t.

Kísérletileg talált értékek: $C=65\cdot18\%$, $H=6\cdot08\%$.

A $C_9H_{10}O_3$ képlet alapján a számított értékek: $C=65\cdot06\%$, $H=6\cdot02\%$.

A termék közelebbi jellemzésére még a p. nitrophenylhydrazont állítottam elő az alábbi módon:

¹ Loc. cit.

1 g paeonolt feloldunk 20 cm³ 50 %-os ecetsavban és 1 g p. nitrophenylhydrazin ecetsavas (20 cm³, 50 %-os) oldatával elegyítjük. Rövid hevítés után a hydrazon kiváltott és további tisztítás céljából alkoholból kristályosítjuk át. Vörös tűkben kristályosodik, amelyek 238—239 C°-on olvadnak.

4·011 mg anyag adott: 0·5121 cm³ nitrogént (20 C°, 736 mm).

A $C_{15}H_{14}O_2N_3$ képlet alapján a számított érték: $N=13·95\%$.

Kísérletileg talált érték: $N=14·06\%$.

A desztillációs lombikban visszamaradó terméket aetherrel kioldjuk, az oldatot vízmentes natriumsulfattal szárítjuk és az oldószert lepárolgatjuk. A visszamaradó terméket agyagtányéron szárítjuk, aztán benzol és ligroin keverékéből kristályosítjuk át. A vegyület további tisztítása céljából még egyszer benzolból kristályosítjuk át. A termék 138 C°-on olvad és összes tulajdonságai-
ban azonosnak bizonyult a HOESCH ¹ által ismertetett isopaeonolal. Vaschloriggallal a vegyület nem adott színreakciót.

Termelés 2·2 g.

3·210 mg anyag adott: 7·642 mg CO₂-t és 1·762 mg H₂O-t.

A $C_9H_{10}O_3$ képlet alapján a számított értékek: $C=65·06\%$, $H=6·02\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=64·92\%$, $H=6·09\%$.

Acetoervernon.

A monomethylorcint orcinból állítottam elő dimethylsulfattal HEINRICH és NACHTIGALL ² adatai szerint, és a nyert terméket többszöri frakcionált lepárlás útján gondosan tisztítottam. Forr. p. 256 C°.

Az acetylszármazék előállítására 10 g monomethylorcint 10 g acetylchloriddal a vízfürdőn visszafolyó hűtőcsővel egy negyedóra hosszat hevítjük és a reakciós terméket vacuumban desztilláljuk, miközben az acetylmonomethylorcint 11 mm nyomás alatt 138—140 C°-on desztillál át.

3·327 mg anyag adott: 8·124 mg CO₂, 2·035 mg H₂O-t.

¹ Ber. 48, 1122 (1915).

² Ber. 36, 889.

A $C_{10}H_{12}O_3$ képlet alapján a számított értékek: $C=66.66\%$, $H=6.66\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=66.57\%$, $H=6.76\%$.

6 g acetylmonomethylorcint 30 g nitrobenzolban oldunk, hűtés közben 4 g porított vízmentes aluminiumchloridet adunk hozzá és 24 óra hosszat közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk. Ezután a reakciós terméket jégre öntjük és a fentebb ismertetett módon különítjük el. A nyersterméket vízgőzzel desztilláljuk és így 3.1 g ketont nyerünk. Ligroinból kristályosítjuk át, miáltal 79 C°-on olvadó tűkben válik ki, melyek összes tulajdonságaikban azonosnak bizonyultak az acetovernonnal.¹

3.135 mg anyagból képződött: 7.642 mg CO_2 és 1.850 mg H_2O .

A $C_{11}H_{12}O_3$ képlet alapján a számított értékek: $C=66.66\%$, $H=6.66\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=66.46\%$, $H=6.55\%$.

2,5-dioxy 4-methoxy 1-acetophenon.

A fentebbi vegyület előállításához szükséges 1,4-dioxy 2-methoxybenzolt DAKIN² adatai szerint állítjuk elő. 10 g vanillint 57.5 cm³ n. natronlúgban oldunk és az oldatot 75 cm³ 3 %-os hydrogensuperoxyddel elegyítjük. Félórai állás után az oldatot natriumbicarbonattal telítjük és többször aetherrel kivonjuk. Az aetheres oldatot tömény natriumbisulfítoldattal átrázzuk, az esetleges változatlan vanillin eltávolítására. Az oldatot natriumsulfattal szárítjuk, az oldószert ledesztilláljuk és a visszamaradó olajat frakcionálva desztilláljuk. Termelés 4 g. Olv. p. 82—83 C°, mint azt előzőleg DAKIN³ ismertette.

A diacetylzármazék előállítására 10 g phenolt 20 g acetylchloriddal egy fél óra hosszat a vízfürdőn hevítjük, ezután frakcionálva desztilláljuk, miközben a vegyület 11 mm nyomás alatt 175—176 C°-on desztillál át és mihamar megdermed. Ligroinból szintelen lapocskákban válik ki, amelyek 95—96 C°-on olvadnak.

¹ Ber. 48, 1122 (1915).

² Ann. chem. J. 42, 492.

³ Ann. chem. J. 42, 492; Will. Ber. 21, 606.

3·858 mg anyag adott: 8·321 mg CO_2 -t és 1·908 mg H_2O -t.

A $\text{C}_{11}\text{H}_{12}\text{O}_5$ képlet alapján a számított értékek: $\text{C}=58\cdot92\%$, $\text{H}=5\cdot35\%$.

Kísérletileg talált értékek: $\text{C}=58\cdot81\%$, $\text{H}=5\cdot49\%$.

14 g diacetylmethyloxyhydrochinont feloldunk 70 g nitrobenzolban, hűtés közben 9 g porított aluminiumchloridet adunk hozzá és 24 óra hosszat állni hagyjuk. Az előbb ismertetett módon a reakciós terméket elkülönítjük, miáltal 4·3 g ketont nyerünk, melyet agyagtányéron szárítunk ki. A további tisztítás céljából a ketont többször meleg vízből kristályosítjuk át, miközben csontszénnel színtelenítjük. Színtelen tűkben válik ki, melyek 165—166 $^\circ\text{C}$ -on olvadnak.

4·221 mg anyag adott: 9·195 mg CO_2 -t és 2·165 mg H_2O -t.

A $\text{C}_9\text{H}_{10}\text{O}_4$ képlet alapján a számított értékek: $\text{C}=59\cdot34\%$, $\text{H}=5\cdot49\%$.

Kísérletileg talált értékek: $\text{C}=59\cdot39\%$, $\text{H}=5\cdot69\%$.

A keton további jellemzésére a p. nitrophenylhydrazonját állítjuk elő. 1 g oxyketont 20 cm^3 50 %-os ecetsavban oldunk és 1 g p. nitrophenylhydrazon ecetsavas (20 cm^3 , 50 %-os) oldatával elegyítjük. Rövid hevítés után a hydrazon kiváltott és további tisztítás céljából alkoholból kristályosítjuk át. Vörös tűkben válik ki, amelyek bomlás közben 255—256 $^\circ\text{C}$ -on olvadnak.

3·569 mg anyag adott: 0·4218 cm^3 nitrogént (18 $^\circ\text{C}$, 748 mm).

A $\text{C}_{15}\text{H}_{15}\text{O}_1\text{N}_3$ képlet alapján a számított értékek: $\text{N}=13\cdot24\%$.

Kísérletileg talált érték: $\text{N}=13\cdot34\%$.

Az oxyketon szerkezetének megállapítására a következő módon teljesen methylezzük:

1 g acetomonomethyloxyhydrochinont 30 cm^3 alkoholban oldunk és 5 cm^3 dimethylsulfatot adunk hozzá. A meleg oldathoz a hűtőn keresztül egyszerre 4·5 g natriumhydroxyd 20 cm^3 vízben való oldatát öntjük. Miután az igen heves reakció megszűnt, a reakcióelegyet felforraljuk és az oldathoz még egyszer 5 cm^3 dimethylsulfatot meg a fentebbi mennyiségű natronlúgot öntünk. Ezután még natronlúgot öntünk az oldathoz és egy negyedóra hosszat forraljuk.

Az alkohol lepárlása után az oldatot aetherrel kivonjuk és az aetheres oldatot kétszer híg natronlúggal átrázzuk. Az aetheres

oldatot natriumsulfattal szárítjuk és az oldószert ledesztilláljuk. A visszamaradó termék mihamar megdermedt és ezután ligroinból átkristályosítjuk. Termelés 0·4 g. A vegyület 102—103 C°-on olvadt és összes tulajdonságaiban azonosnak bizonyult a TAMBOR és REIGRODSKI¹ által már előzőleg előállított acetotrimethyloxy-chidrochinonnal. Ezen kísérlet által az oldallánc helyzete bizonyossággal megállapítást nyert.

3·787 mg anyag adott: 8·712 mg CO_2 -t és 2·317 mg H_2O -t.

A $C_{11}H_{14}O_1$ képlet alapján a számított értékek: $C=62·85\%$, $H=6·66\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=62·71\%$, $H=6·78\%$.

A lúgos oldat megsavanyításakor 0·4 g termék vállott ki, amelyet meleg vízből kristályosítunk át, miközben csontszénnel színtelenítünk. A vegyület színtelen tűkben válik ki, amelyek 111—112 C°-on olvadnak és az alábbi analízis szerint a 4,5-dimethoxy 2-oxy 1-acetophenonnak bizonyult.

3·618 mg anyag adott: 8·131 mg CO_2 -t és 2·050 mg H_2O -t.

A $C_{10}H_{12}O_4$ képlet alapján a számított értékek: $C=61·22\%$, $H=6·12\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=61·27\%$, $H=6·29\%$.

Az acetylguajacolnál közönséges hőmérsékleten szintén észleltem acylgyök vándorlást, de ez esetben célszerűbb a reakciót jobb termelés miatt magasabb hőmérsékleten zinkchlorid segélyével REICHSTEIN² szerint végezni.

Végül még a metadioxibenzoésavat vizsgáltam és e célból a dioxysav még ismeretlen diacetylzármazékát állítottam elő.

30 g metadioxibenzoésavhoz 30 g ecetsavanhydritet adunk, egynéhány csepp töménykénsavat csepegtetünk a reakcióelegyhez és egy óra hosszat a vízfürdőn hevítjük. Ezután a reakcióelegyet vízbe öntjük, leszűrjük és meleg vízből kristályosítjuk át, miközben csontszénnel színtelenítünk. Színtelen tűkben válik ki, amelyek 156—157 C°-on olvadnak.

4·331 mg anyag adott: 8·831 mg CO_2 -t és 1·675 mg H_2O -t.

¹ Loc. cit.

² Loc. cit.

A $C_{11}H_{10}O_6$ képlet alapján a számított értékek: $C=55.46\%$, $H=4.20\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=55.59\%$, $H=4.29\%$.

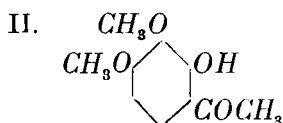
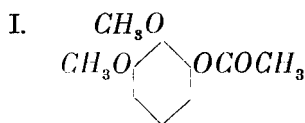
Aluminiumchloridnek nitrobenzolos oldatához $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on lasscskán a diacetylmetadioxybenzoesavat hozzáadagoljuk és egy-néhány óra hosszat e hőmérsékleten tartjuk. A reakciós termék feldolgozásánál a reakcióelegyből csak metadioxybenzoesavat tudtam elkülöníteni, amely jégecetből $228\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on olvadótűkben vállott ki.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1932. jan. 11-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE WANDERUNG DER ACYLGRUPPE BEI DEN POLYOXYPHENOLEN.

Von F. MAUTHNER.

Die Untersuchung der Wanderung der Acylgruppe bei den Phenolen insbesondere durch die Arbeiten von FRIES,¹ ROSEN-
MUND² und AUWERS³ brachte grosse Fortschritte in der prä-
parativen Darstellung der aromatischen Oxyketone, da durch diese
Arbeiten eine grosse Anzahl von Oxyketonen leicht zugänglich
wurden. Vor einiger Zeit veröffentlichte ich in diesem Journale
zwei Untersuchungen,⁴ die sich mit der Wanderung der Acyl-
gruppe bei den 1,3-Dimethylpyrogallol beschäftigten und als
Fortsetzung dieser Arbeiten untersuchte ich auch die Wanderung
der Acylgruppe bei anderen Polyoxyphenolen und gelangte so zu
mehreren einfachen Darstellungsweisen von interessanten Oxy-
ketonen. Zunächst untersuchte ich die Wanderung der Acylgruppe
bei dem isomeren Acetyl 1,2-Dimethylpyrogallol (I) in nitro-benzo-
lischer Lösung bei Gegenwart von Aluminiumchlorid und konnte so



die ausschliessliche Bildung des 3,4-Dimethoxygallacetophenon
(II)⁵ feststellen.

¹ FRIES u. FINCK: Ber. 41, 4271 (1908).

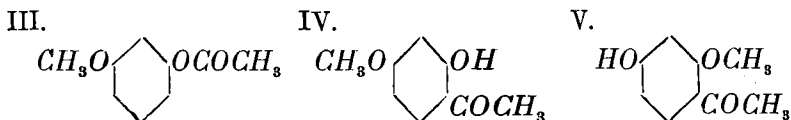
² ROSENMUND u. SCHNURR: Ann. Chem. 460, 56 (1928); ROSEN-
MUND u. LOHFERT: Ber. 61, 2601 (1928).

³ Ber. 61, 416, (1928), Ber. 61, 1495 (1928).

⁴ Math. és Term. Értésítő 1928 és 1929. Journ. f. prakt. Chemie
118, 314 (1928); 121, 255 (1929).

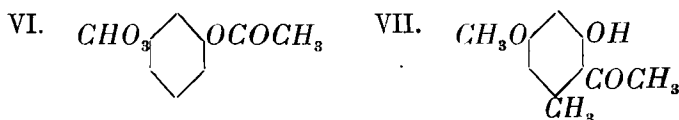
⁵ Ber. 36, 127 (1903).

Die Untersuchung der Umlagerung des Acetylmonomethylresorcins (III) führte zur gleichzeitigen Isolierung des Wasser-



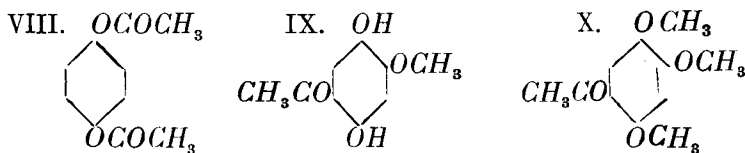
dampfflüchtigen Paeonols (IV) und des nicht flüchtigen Isopaeonols (V).

Bei dem Acetylmonomethylresorcin (VI) konnte die ausschliess-



liche Bildung des Acetovernons (VII) festgestellt werden.

Durch Einwirkung von alkalischem Wasserstoffsuperoxyd auf Vanillin nach der Reaction von DAKIN¹ entstehende Monomethoxyhydrochinon liefert ein Diacetylderivat (VIII), aus welchem bei der Umlagerung nur ein Keton das Aceto 4-methoxyhydro-



chinon (IX) entsteht. Dass der Verbindung die obige Konstitutionsformel zukommt, konnte mit Sicherheit dadurch bewiesen werden, dass diese Verbindung bei der vollständigen Methylierung in das Acetotrimethoxyhydrochinon (X) von TAMBOR und REIGRODSKI² überging.

Beim Acetylguajacol trat Wanderung der Acylgruppe ein, jedoch ist in diesem Falle zweckmässiger die Umlagerung mittels

¹ Ann. chem. J. 42, 477 (1909).

² Ber. 43, 1965 (1910).

Zinkchlorid nach F. REICHSTEIN¹ bei erhöhter Temperatur zu bewerkstelligen, da die Ausbeuten an Oxyketonen viel besser sind. Schliesslich untersuchte ich noch das Verhalten der Diacetyl 3,5-dioxybenzoesäure bei 70° unter den obigen Versuchsbedingungen und konnte keine Wanderung der Acylgruppe in den Kern beobachten.

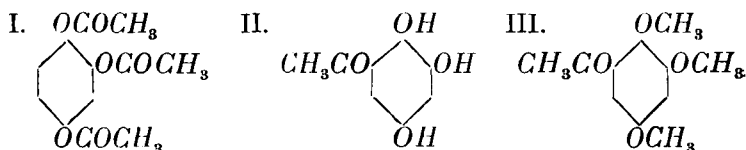
¹ Helv. chim. Acta 10, 392.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Januar 1932.)

AZ ACETOOXYCHIDROCHINON SZINTÉZISE.¹

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

Előző értekezésemben ismertetett, a polyoxyphenoloknál fel-
lépő acylgyökök vándorlásának tanulmányozása indított arra, hogy
e reakció lefolyását a triacetyloxyhydrochinonnál is vizsgálat tár-
gyává tegyem.² Ha nitrobenzolban oldott triacetyloxyhydrochi-
nonra (I) közönséges hőmérsékleten aluminiumchloridet hosszabb
ideig hagyunk hatni, úgy az egyik acetylgyök a benzolmagba
vándorol és acetooxyhydrochinon (II) képződik:



A vegyület szerkezetét azáltal lehetett igazolni, hogy a vegyületet
dimethylsulfattal metilálva acetotrimethyloxyhydrochinon képző-
dött, mely azonos volt az előzőleg már TAMBOR és REIGRODSKI³
által előállított vegyülettel. Ugyanezen vegyületet a HOESCH-féle
szintézis útján oxyhydrochinonból és acetonitrilből is elő lehetett
állítani kis termeléssel.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

Acetooxyhydrochinon.

20 g triacetyloxyhydrochinont 100 g vízmentes nitrobenzol-
ban oldunk és jéggel való hűtés közben egy félóra hosszat 12 g

¹ A budapesti Pázmány Péter Tud. Egyetem II. sz. kémiai intéze-
tében készült dolgozat.

² Oxyhydrochinontriacetatból és jégecetből BARGELLINI és AVRUTIN
Gazz. chim. ital. 40. II. 37. a NEUCKI-féle reakció szerint két vegyü-
letet, egy fehéret és egy vöröset nyertek.

³ Ber. 43, 1965 (1910).

porított alumíniumchloridet lassacskán hozzáadagolunk. Az oldatot 24 óra hosszat közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk. Ezután az oldatot sok jégre ontjuk, tömény sósavval elegyítjük és félóra hosszat a vízfürdőn hevítjük. A keveréket a nitrobenzol eltávolítására 4 óra hosszat vízgőzzel desztilláljuk. A nitrobenzolon kívül a vízgőzökkel még egy sárgaszínű termék is átdesztillált (0·2 g), amely vízből átkristályosítva 182—183 C°-on olvadt. A lombikban visszamaradó részt háromszor aetherrel kivonjuk, vízmentes nátriumsulfattal szárítjuk és az oldószert ledesztilláljuk. A maradékot porcelláncsészébe öntjük és éjjelen át állni hagyjuk. A kiváltott kristályokat 24 órán át agyagtányéron szárítjuk. Termelés 3·7 és 5·7 g között ingadozott. Nagyon meleg nyári napokon a termelés a legjobb volt. Ezután a terméket kétszer vízből kristályosítjuk, miközben csontszénnel színtelenítjük. A vegyület további tisztítása céljából még kétszer jégectből kristályosítjuk át.

3·917 mgr anyag adott: 8·190 mgr CO_2 és 1·720 mgr H_2O -t.

A $C_8H_8O_4$ képlet alapján a számított értékek: $C = 57·14\%$, $H = 4·76\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C = 57·26\%$, $H = 4·87\%$.

A vegyület világossárga tűkben kristályosodik, amelyek 206—207 C°-on olvadnak. A vegyület könnyen oldódik alkoholban és meleg jégectben. A keton igen nehezen oldódik meleg benzolban.

A vegyület további jellemzése céljából a p. nitrophenylhydrazont állítottam elő. 1 g ketont feloldunk 20 cm³ 50 %-os ecetsavban és 1 g p. nitrophenylhydrazin ecetsavas (20 cm³ 50 %-os) oldatával elegyítjük. Rövid hevítés után a hydrazon kiváltott és további tisztítás céljából híg alkoholból kristályosítjuk át. 241—242 C°-on olvad meg bomlás közben.

3·829 mg anyag adott: 0·4875 cm³ nitrogént (15°, 715 mm).

A $C_{14}H_{13}N_5O_1$ képlet alapján a számított érték: $N = 13·8\%$.

Kísérletileg talált érték: $N = 13·9\%$.

A triacetylszármazékot a következőképpen állítjuk elő: 1 g ketont feloldunk 20 cm³ jégectben, 5 cm³ acetylchloridet adunk hozzá és egy óra hosszat a visszafolyóhűtőcsővel hevítjük. A reakcióelegyet jégre öntjük és sok vízzel elegyítjük. A kiváltott acetylszármazékot leszűrjük, vízzel kimossuk, agyagtányéron szárítjuk és ligroinból kristályosítjuk át, miközben csontszénnel szín-

telenítjük. A vegyület szintelen tűkben kristályosodik, amelyek 106—107 C°-on olvadnak.

4·919 mg anyag adott: 10·290 mg CO_2 és 2·140 mg H_2O -t.

A $C_{14}H_{14}O_7$ képlet alapján a számított értékek: $C=57·14\%$, $H=4·76\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=57·00\%$, $H=4·83\%$.

A keton szerkezetének megállapítása céljából dimethylsulfattal az alábbi módon metiláljuk: 1 g ketont 30 cm³ alkoholban oldunk és 5 cm³ dimethylsulfatot adunk hozzá. A meleg oldathoz ezután egyszerre 4·5 g natriumhydroxid 20 cm³ vízben való oldatát öntjük. Az első heves reakció után az oldatot újból felforraljuk, 5 cm³ dimethylsulfatot adunk hozzá és a fentebbi mennyiségű natronlúgot. Ezután még egyszer ugyanannyi natronlúgot adunk hozzá és 15 percig forraljuk. Az alkohol lepárlása után az oldatot aetherrel kivonjuk, az aetheres oldatot natronlúggal átrázzuk és nátriumsulfattal szárítjuk. Az oldószer lepárlása után a visszamaradó terméket ligroinból kristályosítjuk át. Olvadáspontja 102—103 C° és összes tulajdonságaiban azonosnak bizonyult az acetotrimethyloxyhydrochinonnal.¹

Az acetooxyhydrochinont a HOESCH-féle szintézis útján is elő lehet állítani.

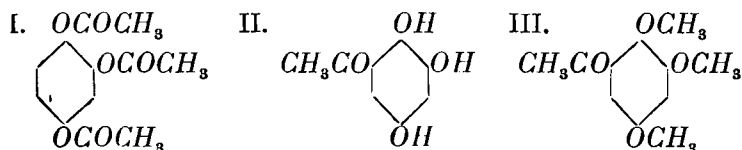
3 g acetonitrilt és 2·5 g oxyhydrochinont 25 cm³ vízmentes aetherben oldunk és 1 g megömlesztett zinkchloridot adunk hozzá. Ezután 1 óra hosszat az oldatba száraz sósavgázt vezetünk közönséges hőmérsékleten. A reakcióelegyet ezután 30—40 C°-ra hevítjük és ezen hőmérsékleten még 4 óra hosszat vezetünk be sósavgázt. Ezután hűtés közben 30 cm³ vizet adunk a reakcióelegyhez és egynehányszor aetherrel átrázzuk. A vizes oldatot egy félóra hosszat hevítjük és egy kis térfogatra bepárologatjuk. Másnapra a kiváltott kristályokat leszűrjük előbb kétszer vízből, majd jégectből kristályosítjuk át. Termelés 0·3 g. A vegyületet és az ebből előállított p. nitrophenylhydrazont az előbbi más úton előállított termékekkel azonosoknak találtam.

¹ loc. cit.

DIE SYNTHESE DES ACETOOXYCHIDROCHINONS.

Von F. MAUTHNER.

Die in der vorhergehenden Abhandlung beschriebenen Wanderungen der Acylgruppe bei den Polyoxyphenolen führte mich auch zur Untersuchung der Wanderung der Acylgruppe beim Triacetyloxychidrochinon. Lässt man Aluminiumchlorid bei gewöhnlicher Temperatur auf in Nitrobenzol gelöstes Triacetyloxychidrochinon (I) längere Zeit einwirken, so erfolgt Wanderung einer Acetylgruppe in den Kern und es entsteht Acetooxychidrochinon



Die Konstitution der Verbindung konnte dadurch festgestellt werden, dass die Verbindung durch Alkylierung mittels Dimethylsulfat in das Acetotrimethyloxychidrochinon von TAMBOR und REIGRODSKI¹ übergeführt wurde. Dieselbe Verbindung konnte auch nach der HOESCH'schen Synthese aus Oxychidrochinon und Acetonitril in schlechter Ausbeute erhalten werden.

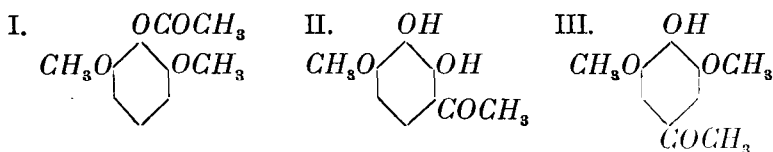
¹ Ber. 43, 1965 (1910).

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Januar 1932.)

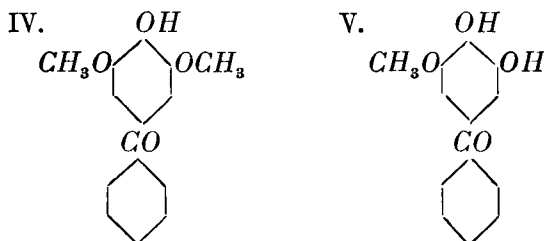
A BENZOYLGYÖK VÁNDORLÁSA A BENZOYLDIMETHYLPYROGALLOLNÁL.¹

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

Rövid ideje, hogy közzétettem² egy vizsgálatomat, amely az acylgyök vándorlásával foglalkozott zinkchlorid jelenlétében az acetyldimethylpyrogallolnál (I), midőn nemcsak az acetylgyök vándorol a benzolmagba, hanem egyidejűleg egy methylgyök is



kilép a vegyületből és monomethylgallacetophenon (II) képződik. Ha ellenben az acetyldimethylpyrogallolra (I) nitrobenzolos oldatban aluminiumchloridet hagyunk hatni, úgy az acetylgyök más helyzetbe vándorol, mert ez esetben acetosyringon (III) képződik.



¹ A budapesti Pázmány Péter Tud. Egyetem. II. számú kémiai intézetében készült dolgozat.

² Math. és Természettud. Ért. 1928, 399; ugyanott 1929, 294. Journ. für prakt. Chemie 118, 314 (1928), ugyanott 121, 255 (1929).

Több kísérletet találunk az irodalomban feljegyezve, amelyek az e csoportba tartozó vegyületnek, a benzoylsyringonnak (IV) sikertelen szintézisére irányultak. Hogy e vegyület szintézisét létesítsem, vizsgálat tárgyává tettem benzoylchloridnak dimethylpyrogallolra való hatását nitrobenzolos oldatban aluminiumchlorid jelenlétében. A reakciós termék beható vizsgálata kimutatta, hogy ez esetben a benzolgyök vándorlásával egyidejűleg egy methylgyök is lehasad és dioxymethoxybenzophenon (V) képződik.

Kísérleti rész.

A reakció eszközlése céljából 20 g dimethylpyrogallolt feloldunk 100 g száraz nitrobenzolban jeges vízzel, az oldatot lehűtjük és félóra alatt 12 g finomra porított aluminiumchloridet adunk hozzá. Ezután az oldathoz 20 g benzoylchloridet adagolunk kis részletekben egy fél óra leforgása alatt, miközben a chlorid minden egyes hozzáadásakor az oldatot jól összerázzuk és a hőmérsékletet állandóan $+2$ és $+3^{\circ}\text{C}$ között tartjuk. Fontos, hogy az aluminiumchlorid és benzoylchlorid hozzáadagolásának fentebbi sorrendjét betartsuk, mert ellenkező esetben egy más vegyület képződik. A reakciósedényt higanyszárral látjuk el (a reakció közben keletkező nagy nyomás miatt) a küllégtől való elzárása céljából és 24 óra hosszat közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk. Ezután a reakcióelegyet jégre öntjük, töménysósavval megsavanyítjuk és 20 percig a vízfürdőn hevítjük. A reakcióelegyet ezután a nitrobenzol eltávolítása céljából vízgőzzel desztilláljuk. A lombikban visszamaradó anyagot aetherrel kivonjuk, az aetheres oldatot kétszer 50 %-os natriumbicarbonatoldattal átrázzuk. Ezután az oldatot négyszer 7.5 %-os natronlúggal átrázzuk és az egyesített lúgos kivonatokat sósavval megsavanyítjuk. Az aetheres oldat sok benzoyldimethylpyrogallolt tartalmaz, amely terméket e vegyülettel azonosítottam. A megsavanyított lúgos kivonatokat aetherrel kivonjuk. Az aetheres oldatot natriumsulfattal szárítjuk és az oldószer legnagyobb részét ledesztilláljuk. Az aetheres oldat maradékát porcelláncésésébe öntjük, miközben a termék mihamar kikristályosodik. Az aethert a kristályokról leöntjük és a kristályokat 24 óra hosszat agyagtányéron szárítjuk ki. Ezután az anyagot meleg ben-

zolban oldjuk, csontszénnel szintelenítjük és az oldatot kristályosodni hagyjuk. A termelés 1·9 és 3·7 g között ingadozott és meleg nyári napokon a termelés legjobb volt. A vegyület további tisztítása céljából még kétszer methylalkoholból átkristályosítjuk. A 3,4-dioxy 5-methoxybenzophenon methylalkoholból sárga tűkben kristályosodik, amelyek 168—169 C°-on olvadnak.

4·175 mg anyag adott: 10·500 mg CO_2 és 1·970 mg H_2O -t.

A $C_{14}H_{12}O_4$ képlet alapján a számított értékek: $C=68·85\%$, $H=4·91\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=68·59\%$, $H=5·23\%$.

A vegyület könnyen oldódik meleg alkoholban. Hidegen benzolban a termék nehezen oldódik, ellenben könnyebben melegben. Az acylgyököknek az acetyl-dimethylpyrogallolnál való vándorlása alapján az analógia folytán a benzoylgyököknek a helyzete valószínűleg az V-ös képletnek megfelelő. A vegyület további jellemzése céljából még az oximjét is előállítottam.

1 g ketont feloldunk 50 cm³ alkoholban és ezen oldathoz 1·8 g hydroxylaminechlorhydratból meg 1·8 g natriumbicarbonatból készített hydroxylaminoldatot adunk. Az oldatot egy visszafolyó hűtőcsővel ellátott lombikban négy óra hosszat hevítjük a vízfürdőn és azután sok vízbe öntjük, miközben egynéhány napi állás közben az oxim kiváltott. A kristályokat leszűrjük, vízzel kimossuk és agyagtányéron szárítjuk. További tisztítás céljából a vegyületet ligroinból kristályosítjuk át.

4·435 mg anyag adott: 0·2161 cm³ nitrogént (717 mm, 22 C°).

A $C_{14}H_{13}NO_4$ képlet alapján a számított érték: $N=5·40\%$.

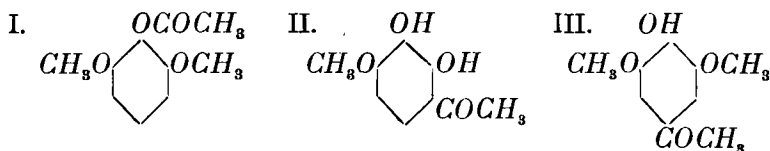
Kísérletileg talált érték: $N=5·25\%$.

Az oxim szintelen tűkben kristályosodik, amelyek 169—170 C°-on olvadnak.

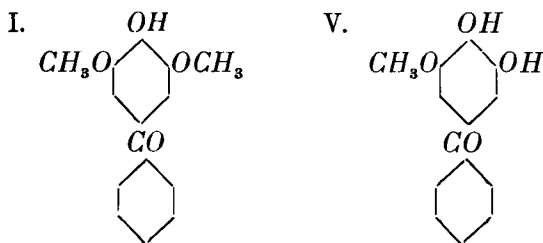
ÜBER DIE WANDERUNG DER BENZOYLGRUPPE BEIM BENZOYLDIMETHYLPYROGALLOL.

Von F. MAUTHNER.

Vor einiger Zeit ¹ teilte ich in diesem Journale eine Untersuchung mit, die sich mit der Wanderung der Acylgruppe beim Acetyldimethylpyrogallol (I) bei Gegenwart von Zinkchlorid beschäftigte, wobei nicht nur die Acetylgruppe in den Benzolkern wandert, sondern auch eine Methylgruppe gleichzeitig aus der Ver-



bindung austritt, es entsteht das Monomethylgallacetophenon (II). Führt man die Umlagerung des Acetyldimethylpyrogallols (I) hingegen in nitrobenzolischer Lösung bei Gegenwart von Aluminiumchlorid aus so erfolgt die Wanderung der Acylgruppe in anderer Richtung es entsteht das Acetosyringon (III). Verschie-



¹ Journal prakt. Chemie 118, 314 (1928).

² Journal prakt. Chemie 121, 255 (1929).

dene frühere Versuche sind in der Litteratur beschrieben für die Synthese der in diese Gruppe gehörigen Verbindung des Benzoylsyringons (IV). Um die Synthese dieser Verbindung zu bewerkstelligen untersuchte ich die Einwirkung von Benzoylchlorid auf Dimethylpyrogallol in nitrobenzolischer Lösung bei Gegenwart von Aluminiumchlorid. Die eingehende Untersuchung des Reaktionsproduktes zeigte dass in diesem Falle mit der Wanderung der Benzoylgruppe gleichzeitig eine Methylgruppe abgespalten wird und Dioxymethoxybenzophenon (V) entsteht.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Januar 1932.)

A 3-METHYLGALLUSSAVRA VONATKOZÓ VIZSGÁLATAIM EREDMÉNYE.¹

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

A 3-methylgallussavat (I) először VOGL,² a vanillin nitrálása, ezt követő redukciója, az aminogyök kicserélése a hydroxylgyökkel és végül az aldehýdgyöknek a carboxylgyökké való átalakítása útján nyerte. A termelés ezen reakciónál igen rossz, és mint a későbbi kutatók kísérletei beigazolták, a termék nagyon tisztátalan is, mert a VOGL által megadott olvadáspont 20°-kal van a tiszta vegyület olvadáspontja alatt. Ezen eljárást követő FISCHER-féle³ módszer is igen körülményes és a reakciónál szükséges diazomethan miatt igen költséges is. Igen jó eredményeket szolgáltat a röviddel ezelőtt BRADLEY, ROBINSON és SCHWARZENBACH által⁴ ismertetett eljárás. Ezen eljárás szerint gallussavmethylestert acetonos oldatban benzophenonchloriddal kondenzálunk 3-oxy 4,5-diphenylendioxybenzoesavmethylesterre, ezután jódmethyllel methyláljuk és végül töménysósavval a benzophenont lehasították. Ezúton előállított sav igen tiszta. A 3-methylgallussav nagyobb érdekléssel bír, mióta az utolsó évek kutatásai által kitűnt, hogy az anthocyanidinek között a petunidin ugyanazon atomcsoportozatokat tartalmazza, mint a fentebbi vegyület. A gallusaldehidek szintézisével foglalkozó előbbi vizsgálataim folytatásaképpen megkísérletem a 3-methylgallusaldehyd előállítását. E célból a 3-methylgallussavat

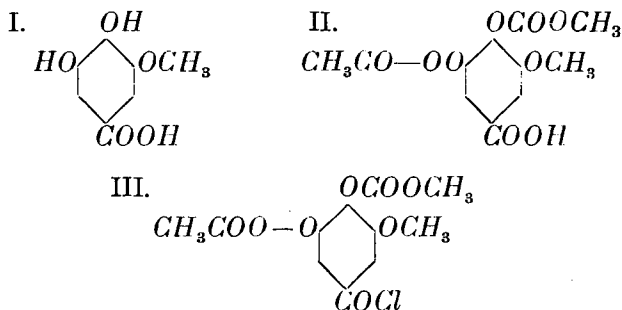
¹ A budapesti Pázmány Péter Tud. Egyetem II. sz. kémiai intézetében készült dolgozat.

² Monatshefte 20, 397 (1899).

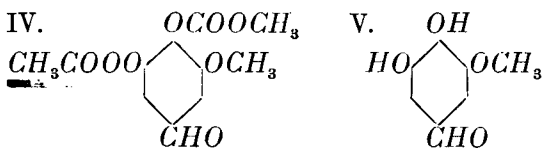
³ Ber. 46, 1123 (1913).

⁴ Journ. chem. Soc. 1930, 793.

(I) chlorszénsavasmethyllel lúgos oldatban kondenzáltam dicarbomethoxy-3-methylgallussavvá (II). E savból phosphorpentachlorid segítségével a dicarbomethoxy 3-methylgallussavchlorid képződött



(III). A savchlorid katalytikus redukciójakor ROSENUND eljárása szerint a dicarbomethoxy-3-methylgallusaldehyd (IV) képződött. Natronlúggal való elszappanosítás útján e vegyületből hydrogén-áramban a 3-methylgallusaldehyd (V) képződött:



Így mind a hat, az elmélet szerint lehetséges gallusaldehyd ismeretes.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

4,5-dicarbomethoxy 3-methylgallussav.

A fentebbi vegyület előállításához szükséges 3-methylgallussavat BRADLEY, ROBINSON és SCHWARZENBACH¹ eljárása szerint állítjuk elő. Az előállításához egyik komponens gyanánt szükséges gallussavmethyl ester úgy a sósavas, mint kénsavas esterifikációs eljárás szerint² csak rossz termeléssel képződik. A legjobb eredményt még a következő módon nyerjük. 100 g gallussavat 240 cm³

¹ Loc. cit.

² Hamburg Monatsh. 19, 594; Will. Ber. 21, 2022.

töménymethylalkohollal öntjük le, 7 cm^3 töménykénsavat adunk hozzá és 10 óra hosszat a vízfürdőn hevítjük. A reakcióselegyet ezután éjjelen át állni hagyjuk, az alkohol ledesztillálása nélkül 500 cm^3 vízzel elegyítjük és többször 1 liter aetherrel kirázzuk. Az aetheres oldatot egynéhányszor híg natriumbicarbonatoldattal átrázzuk, chlorcalciummal szárítjuk, az oldószert ledesztilláljuk, miáltal 40 g gallussavmethylestert nyerünk.

42 g gallussavmethylestert 19 cm^3 pyridinben és 100 cm^3 acetonban oldunk és 54 g benzophenonchlorid acetonos (50 cm^3) oldatával éjjelen át állni hagyjuk. A reakcióselegy feldolgozása után a nyersterméket benzolból átkristályosítjuk, miáltal 31 g 3-oxo 4,5-diphenylmethylandioxybenzoesavmethylestert nyerünk. A fentebbi vegyület 31·5 g-ját 140 cm^3 methylalkoholban oldjuk, a lehűtött oldathoz 2·1 g fémess natrium 50 cm^3 töményalkoholos oldatát adjuk és azután 10 cm^3 jódmethylt. Egy félórai hevítés után a vízfürdőn a methylezés befejeződött és az oldat lehűlésekor a termék kiváltott, melyet alkoholból kristályosítunk át. Termelés 28 g.

28 g anyagot 120 cm^3 töménysósavval két óra hosszat a visszafolyó hűtőcsővel hevítünk, azután natriumbicarbonattal közömbösítünk és szűrünk. Az oldat megsavanyításakor a 3-methylgallussav kiválik, amelyet leszűrünk és meleg vízből kristályosítunk át. Termelés 9·5 g. Olv. p. 220 C° egyezőleg BRADLEY, ROBINSON és SCHWARZENBACH ¹ szintúgy FISCHER ² adataival, ennekután VOGLNAK ³ $199\text{--}200\text{ C}^\circ$ -os meghatározása túlalacsony.

4·7 g 3-methylgallussavat 77 cm^3 n. natronlúgban oldunk és hűtőkeverék segítségével az oldatot megfagyasztjuk. Ezután az oldathoz 4·7 g chlorszénsavas methylt három adagban 15 perc alatt hozzáadunk, miközben az oldatot mindig hevesen rázzuk és jól hűtjük. Hogy a carbomethoxylálást biztosan befejezzük, az oldatot jól lehűtjük, $12·8\text{ cm}^3$ 2 n. nátronlúgot adunk hozzá, meg 2·4 g chlorszénsavas methylt és még egyszer 15 percig rázzuk. Ezután hűtés közben 55 cm^3 2 n. kénsavval megsavanyítjuk. Az edény

¹ Loc. cit.

² Loc. cit.

³ Loc. cit.

falainak egy üvegpálcikával való dörzsölése közben a carbomethoxy-vegyület nemsokára megdermed. Jeges vízben rövid ideig való állás után leszűrjük és vízzel jól kimossuk. Meleg acetonban oldjuk, csontszénnel színtelenítjük és az oldatot vízzel elegyítjük, miközben a termék színtelen tűkben válik ki, melyek 149—150 C°-on olvadnak.

4·340 mg anyag adott: 7·621 mg CO_2 -t és 1·690 mg H_2O -t.

A $C_{12}H_{12}O_9$ képlet alapján a számított értékek: $C=48\cdot00\%$, $H=4\cdot00\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=47\cdot88\%$, $H=4\cdot32\%$.

A vegyület alkoholos oldata vaschlóriddel nem ad színreakciót. A termék könnyen oldódik acetonban és alkoholban.

4,5-dicarbomethoxy 3-methylgallussavchorid.

A savnak chloriddá való átalakítása céljából 15 g savat 50 g száraz chloroformmal leöntünk és 11·5 g finomra porított phosphor-pentachloridet előbb közönséges hőmérsékleten adunk hozzá, majd öt percig a vízfürdőn hevítjük. A frakcionáló lombik levezetőcsövet chlorcalciumcsővel szereljük fel, hogy a reakcióelegyet a külső nedvességtől megvédjük. Az illótermékeket ezután vacuumban 40 C°-on leszívátjuk, a visszamaradó terméket 900 cm³ meleg ligroinban oldjuk. Jeges vízben rövid ideig való állás közben a chlorid kikristályosodik, amelyet leszűrünk. Termelés 80 %.

0·2315 g anyag adott: 0·1031 g $AgCl$ -t.

A $C_{12}H_{11}O_8Cl$ képlet alapján a számított érték: $Cl=11\cdot14\%$.

Kísérletileg talált érték: $Cl=10\cdot97\%$.

A chlorid ligroinból még egyszer átkristályosítva színtelen tűket képez, amelyek 101—102 C°-on olvadnak.

4,5-dicarbomethoxy-dioxy 3-methoxybenzaldehyd.

5 g chloridet feloldunk 15 cm³ meleg toluolban, 2 g palladium-baryumsulfatkatalyzátort adunk hozzá és hét óra hosszat a redukálócsőben egy száraz hidrogénáramot vezetünk az oldaton keresztül. Az oldat hőmérsékletét egy olajfürdő segítségével állandóan 110 C°-on tartjuk. Ezután a katalyzátort egy ráncos szűrőn át

leszűrjük és meleg benzollal jól kimossuk. Az oldószert vacuum-ban 40 C°-on ledestilláljuk és a visszamaradó terméket vacuum-exsiccatorban töménykénsav felett szárítjuk. A carbomethoxyvegyületet nem tisztítjuk tovább, hanem mindjárt alábbi módon elszappanosítjuk.

4,5-dioxy 3-methoxybenzaldehyd.

9·8 g dicarbomethoxyvegyületet feloldunk 100 cm³ alkoholban és egy háromtubusos WouLF-féle palackban, miután a levegőt hidrogénnel kiszorítottuk, 68·9 cm³ n. nátronlúgot hűtés közben lassacsckán hozzáadunk. A reakcióelegyet egy óra hosszat közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk, miközben folyton hidrogént vezetünk rajta keresztül. Ezután 74 cm³ 2 n. kénsavval az oldatot megsavanyítjuk és vacuumban 40 C°-on körülbelül fél térfogatára bepárologtatjuk. A kihűlt oldatot többször aetherrel kivonjuk és az aetheres oldatot nátriumsulfattal szárítjuk. Az oldószert lepárlása után visszamaradó olaj nemsokára megdermedt és további tisztítás céljából benzolból kristályosítjuk át. Termelés 5·7 g. Teljesen tisztán nyerjük az aldehydet, ha aetherben oldjuk és az aetheres oldatot egy töményvizes natriumbisulfitoldattal rázzuk át, a bisulfitoldatot megsavanyítjuk és aetherrel kivonjuk.

4·210 mg anyag adott: 8·805 mg CO₂-t és 1·875 mg H₂O-t.

A C₈H₈O₄ képlet alapján a számított értékek: C=57·1 %, H=4·8 %.

Kísérletileg talált értékek: C=57·03 %, H=4·95 %.

A 4,5-dioxy 3-methoxybenzaldehyd benzolból színtelen tűkben válik ki, amelyek 130—131 C°-on olvadnak BRADLEY, ROBINSON és SCHWARZENBACH adataival egyezőleg, akik ezen aldehydet rövid ideje más úton előállították.

Az aldehyd alkoholos oldata vaschlорiddel zöld színreakciót ad. Az aldehyd könnyen oldódik alkoholban és aetherben. A vegyület nehezen oldódik hideg benzolban, könnyen ellenben melegben. Az aldehyd további jellemzése céljából még a p. nitrophenylhydrazonját állítottam elő.

1 g aldehydet feloldunk 20 cm³ 50 %-os ecetsavban és 1 g p. nitrophenylhydrazin ecetsavas (20 cm³ 50 %-os) oldatával elegyít-

jük. Rövid hevítés után a hydrazon kiváltott és további tisztítás céljából sok 50 %-os ecetsavból kristályosítjuk át.

3·820 mg anyag adott: 0·4885 cm³ nitrogént (712, 15°).

$C_{14}H_{13}O_6N_3$ képlet alapján a számított érték: $N=13·86\%$.

Kísérletileg talált érték: $N=14·00\%$.

A hydrazon vörös tűket képez, amelyek 242—243 C°-on olvadnak. A vegyület könnyen oldódik alkoholban és jégecetben.

3-methylgallussavmethylester.

A fentebbi kísérletekkel kapcsolatban a 3-methylgallussavnak még ismeretlen methylesterjét állítottam elő.

5 g 3-methylgallussavat 50 cm³ tömény methylalkohollal leöntünk, egy negyedóra hosszat száraz sósavgázt vezetünk be és azután öt óra hosszat a vízfürdőn hevítjük. Ezután az alkohol kétharmad részét ledesztilláljuk, vízzel elegyítjük és aetherrel kivonjuk. Az aetheres oldatot híg natriumbicarbonatoldattal szárítjuk. Az oldószer lepárlása után visszamaradó estert további tisztítás céljából benzol és ligroin keverékéből kristályosítjuk át.

3·860 mg anyag adott: 7·681 mg CO₂ és 1·970 mg H₂O-t.

A $C_9H_{10}O_5$ képlet alapján a számított értékek: $C=54·54\%$, $H=5·5\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=54·27\%$, $H=5·6\%$.

Az ester színtelen tűkben kristályosodik, amelyek 112—113 C°-on olvadnak. Az ester alkoholos oldata vaschlorid hatására kék színeződést mutat.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1932. jan. 11-én tartott üléséből.)

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE 3-METHYLGALLUSSAURE.

Von F. MAUTHNER.

Die 3-Methylgallussaure (I) war zuerst von VOGL¹ durch Nitrierung des Vanillins, nachfolgende Reduktion, Austausch der Amidogruppe durch die Hydroxylgruppe und Überführung der Aldehydgruppe in die Carboxylgruppe erhalten worden. Die Ausbeute bei diesem Verfahren ist sehr schlecht und wie die Versuche späterer Forscher zeigten, die Substanz auch sehr unrein, da der von VOGL angegebene Schmelzpunkt um 20° niedriger ist als der der reinen Verbindung. Das nachher von FISCHER² empfohlene Verfahren ist auch umständlich und wegen der Verwendung von Diazomethan auch teuer. Sehr gute Resultate lieferte das vor kurzem angegebene Verfahren von BRADLEY, ROBINSON und SCHWARZENBACH.³ Nach diesem Verfahren wird Gallussauremethylester in acetonischer Lösung mit Benzophenonchlorid zum 3-Oxy 4,5-diphenylendioxybenzoesauremethylester kondensiert, mit Jodmethyl methyliert und hierauf durch Kochen mit conc. Salzsäure das Benzophenon abgespalten. Die auf diesem Wege erhaltene Säure ist sehr rein. Ein grösseres Interesse beansprucht diese Verbindung, seit dem sich herausstellte, dass unter den Anthocyaninen das Petunidin dieselben Atomgruppen enthält als obige Säure. Zunächst führte ich in Fortsetzung meiner früheren Untersuchungen über die Synthese der Gallusaldehyde⁴ den Aufbau

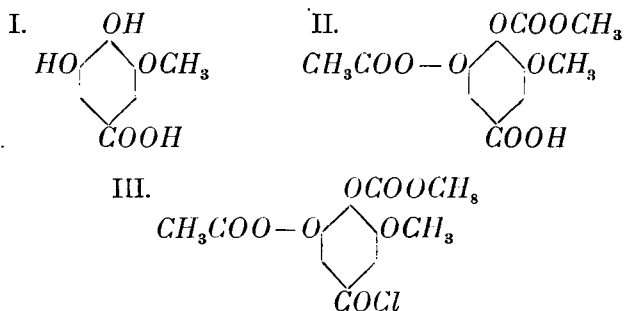
¹ Monatshefte 20, 397 (1899).

² Ber. 46, 1123 (1913).

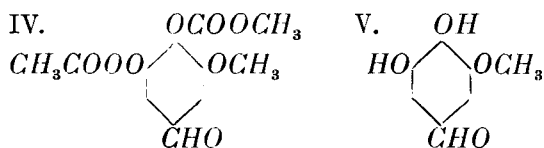
³ Journ. Chem. Soc. 812 (1930).

⁴ F. MAUTHNER: Ber. 41, 920 (1908); Ann. Chem. 395, 273 (1913); Ann. Chem. 449, 102 (1926), Journ. prakt. Chemie 119, 306 (1928).

des 3-Methylgallusaldehyds aus. Zu diesem Zwecke wurde die 3-Methylgallussäure mit Chlorkohlensaures Methyl in alkalischer



Lösung in die Dicarbomethoxy 3-methylgallussaure (II) übergeführt. Aus dieser Saure entstand durch Einwirkung von Phosphor-pentachlorid das Dicarbomethoxy 3-methylgallussäurechlorid (III). Bei der katalytischen Reduktion nach dem ROSENMUND'schen Verfahren entstand daraus der Dicarbomethoxy 3-methylgallusaldehyd (IV). Durch Verseifung mit Alkali im Wasserstoffstrome wurde aus der obigen Verbindung der 3-Methylgallusaldehyd gewonnen (V):



Hiemit sind sämtlichen sechs nach der Theorie möglichen Gallusaldehyde bekannt.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Januar 1932.)

ADATOK VASDÚS BAUXITOK MESZES FELTÁRÁSÁHOZ.

PUTNOKY LÁSZLÓ- és BOBEST BÉLÁ-tól.

A világgazdaság által kitermelt bauxit-ércnek legnagyobb részét ma az alumínium-ipar használja fel; így hazánk bauxit-termelésének legnagyobb része is a németországi alumínium-gyárakba vándorol. A bauxitok egyéb ipari feldolgozásmódjai az elhasznált ércmennyiségeket tekintve eltörpülnek az alumínium-ipar méreteihez képest.

Az alumínium-ipar a bauxitok feldolgozására ma főleg a nedves úton dolgozó BAYER-féle eljárást s a pyrogén LE CHATELIER—LÖWIG-féle eljárást használja. Mindkét eljárás végeredményben nátriumaluminátot állít elő, s az aluminát megfelelő módon történő megbontásából származó alumíniumoxidot használja fel az alumínium elektrolitikus előállítására.

A bauxitok azonban kovasavon és titándioxidon kívül többkevesebb vasoxidot is tartalmaznak; a vasoxidtartalom (Fe_2O_3) néha 30—40 %-ot is elér. A vasoxid-tartalom azonban a fenti eljárások feltárási reakcióiban részt nem vesz, hanem az aluminát-oldatok leszűrésekor visszamaradó csapadék-lepényben teljes mennyiségében változatlanul feltalálható. Miután a vasoxid így a bauxit-feltárás oldhatatlan maradékában, az ú. n. vörös-iszapban, jelentékenyen feldúsulhat, kézenfekvőnek látszik az a gondolat, hogy a vörös-iszap vaselőállításra használtassék fel, s így a vasdús bauxit-ércnek mindkét féme kinyeressék.

A gyakorlatban azonban ez az elgondolás nehezen valósítható meg. A fenti feltárásokban a kovasav- és titándioxidtartalom oldhatatlan alakban alkáliákat köt meg, s ez az alkálitartalom a vörös-iszapba a vas mellé kerül, s attól gazdaságosan el nem választható.

Ez az alkálitartalom ¹ okozza, hogy a vörösiszap kohósítása-kor túl alacsony olvadás pontu salak keletkezhetik, minélfogva a vörös-iszap célszerűen nem kohósítható, s így vastartalma sem értékesíthető. A vörös-iszap így egy nehezen értékesíthető mellékterméket képvisel.

Érdeklél bírt volna tehát annak a kérdésnek eldöntése, hogy nem tárható-e fel a bauxitok alumíniumoxidtartalma oly módon, hogy a visszamaradó magas vastartalmú iszap ne tartalmazzon a rendes vörös-iszaphoz hasonló módon nagyobb mennyiségű alkáliákat. Különös érdeklél bírt volna pedig ez a megoldás éppen a sok vasoxidot tartalmazó bauxitoknál, mert a magyar bauxitok nagy része éppen ebbe a vasdús típusba tartozik.

Ily alkálimentes alumíniumoxid-feltárás kivitelére a calciumhidroxid kínálkozott. Saját minőségi kísérleteink, valamint az irodalmi utalások is ² igazolták, hogy a bauxit alumíniumoxidtartalma calciumhidroxiddal magas hőmérsékleten és magas nyomáson kezelve calciumalumináttá alakul át, mely calciumaluminát szóda-oldattal való főzéskor calciumcarbonáttá és jól oldható nátriumalumináttá alakítható át. A nátriumaluminátoldat leszűrése után egy főleg calciumkarbonátból és vasoxidból álló ugyancsak vörösiszap marad vissza. Elővizsgálataink továbbá azt is mutatták, hogy az így nyert vörös-iszap *jól szűrhető*, ellentétben a BAYER-eljárás rendkívül nehezen szűrhető iszapjával. A meszes eljárás e ponton tehát a BAYER-eljárással szemben kétségtől előnyöket mutatott fel.

A nyert nátriumaluminátoldatból az alumíniumhidroxid szén-

¹ ULLMANN: Enzyklopädie der techn. Chemie I. kötetének 305. oldalán közli egy ily vörös-iszapnak átlagos összetételét:

SiO_2	7·6 %
TiO_2	7·7 "
Fe_2O_3	46·0 "
Al_2O_3	12·7 "
CaO	17·6 "
MgO	0·7 "
SO_3	0·9 "
Na_2O	6·4 "

Mint az összetételből látható, az átlagos példának felvett vörös-iszapban 46 súlyrész Fe_2O_3 -ra 6·4 sr. Na_2O esik.

² SÉAILLES: C. r. 1929. 189. 1276. old.

savval kicsapható, a kivált aluminiumhidroxid leszűrhető s a szűrőréssel nyert szódaoldat pedig új calciumaluminát megbontására használható fel.

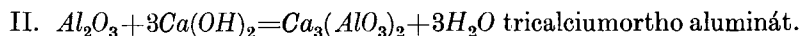
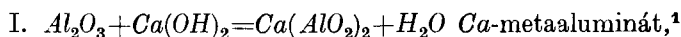
A meszes feltárással tehát egy oly vörös-iszapot nyerünk, mely a vasoxidon kívül főleg calciumkarbonátot tartalmaz, jól szűrhető és mosható, s melybe csak a szódás kilúgzás alkalmával kerülhet kevés alkálitartalom, miután a savanyú alkatrészek a feltárás alkalmával nátrium helyett csak calciumot köthetnek meg.

Ez a calciumcarbonátos vörös-iszap tehát a vasnak kohósítás útján történő kinyerésére alkalmasnak látszik, annál is inkább, mert a calciumkarbonát (mészkö) mint salakképző anyag a vas kohósításánál amúgyis rendesen szerepel. Ez iszap gazdaságos alkalmazhatóságának kérdését azonban az dönti el, hogy mekkora ennek az iszapnak a vastartalma. Ha ugyanis az iszapnak vastartalma túlkeves, úgy az iszapnak a vaskohászatban való felhasználása nem gazdaságos. Ezzel a körülménnyel azonban az egész feltárási eljárás is gazdaságtalanná válik, mert tisztán az aluminiumoxid feltárását és kinyerését tekintve, a meszes eljárás a jelenleg leginkább használt BAYER-eljárással szemben előnyöket nem nyújt.

Hogy ennek az iszapnak vastartalma mikor tekinthető soknak és mikor kevésnek, illetve melyek azok a határok, amelyek között a meszes vörös-iszap vasoxidtartalma egyáltalán mozoghat, az a következő okfejtésből és számításokból tűnik ki:

Az iszap értékelésére irányadó a benne lévő calciumcarbonát és vasoxidtartalom viszonya. Az iszap calciumcarbonát-tartalmát viszont főképpen az aluminiumoxid és a calciumhidroxid között lejátszódó feltárási reakció minősége szabja meg.

A bauxit aluminiumoxidtartalma és a calciumhidroxid között két reakció képzelhető el:



A keletkezett Ca-aluminátok a szódával való megbontás alkalmával tovább reagálnak:

¹ Ily típusú metaaluminát keletkezik a BAYER-féle eljárásban: NaAlO_2 , Na-metaaluminát.

- I. a. $Ca(AlO_2) + Na_2CO_3 = 2NaAlO_2 + 1CaCO_3$,
 II. a. $Ca_3(AlO_3)_2 + 3Na_2CO_3 = 2Na_3AlO_3 + 3CaCO_3$.

A keletkezett *Na*-aluminátoldat mindkét esetben leszűrhető, a csapadéklepényben marad a $CaCO_3$ a bauxit fel nem oldott alkotórészeivel, főleg vasoxiddal együtt.

Ezen a ponton mutatkozik meg az I. és II. reakciók lejátszódása által előállt anyagmennyiségi viszonyok közötti különbség! Az I. reakció lejátszódása esetén 1 mol. Al_2O_3 -ra 1 mol. $CaCO_3$, a II. reakció lejátszódása esetén 1 mol. Al_2O_3 -ra 3 mol. $CaCO_3$ keletkezik. Ebből viszont következik, hogy egy adott összetételű bauxit adott vasoxidtartalmára a II. reakció lejátszódása esetében háromszor annyi calciumcarbonát esik, mint az I. reakcióban, s így a II. reakció lejátszódása esetében a nyert iszap százalékos vasoxid-tartalma közel háromszor kisebb lesz, mint az I. reakció iszapjáié.

Ha ezeket a megfontolásokat egy átlagos összetételű vasdús bauxitra alkalmazzuk s kiszámítjuk, hogy az alumíniumoxid teljes feltárása és szódával történő kioldása után mi lesz a nyert vörösiszap összetétele, illetve a csapadékban a $CaCO_3 : Fe_2O_3$ arány, úgy a következő képet kapjuk:

Válasszunk például egy átlagos összetételű vasdús magyar bauxitot. A bauxit összetétele legyen a következő:

$$\begin{aligned} &55 \% \text{ } Al_2O_3 \\ &25 \% \text{ } Fe_2O_3 \\ &3 \% \text{ } SiO_2 \\ &2 \% \text{ } TiO_2 \\ &15 \% \text{ izzítási veszteség.} \end{aligned}$$

1. Az I. reakció lejátszódása esetében



Ez esetben az 55 % Al_2O_3 helyét az iszapban 53·8 % $CaCO_3$ foglalja el, vagyis 25 % Fe_2O_3 -ra esik 53·8 % $CaCO_3$. Ha a Fe_2O_3 -t színvasra számítjuk át, úgy a fenti 25 %-nak 17·5 % színvas (*Fe*) felel meg. A fenti arányok szerint tehát az iszapban 1 súlyrész színvastartalomra 3·08 sr. $CaCO_3$ esik.

Hasonlítsuk össze a fenti adatokat a vas kohósításánál szereplő calciumoxid és színvas-adatokkal. A vas kohósításánál átlagban 1 sr. színvasra kb. 1 sr. salak esik; a salak viszont átlagban

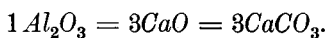
cca 40 % calciumoxidot tartalmaz, ami megfelel cca. 70 % calciumcarbonátnak. A vas kohósításánál tehát a salakképző adalékként szereplő calciumoxid, illetve calciumcarbonát súlyaránya a kitermelt színvashoz 0·4, illetve 0·7:1-re tehető. Az esetben tehát, ha az iszaplepleány «színvás: CaCO_3 » aránya a fenti 1:0·7 arálynak felelne meg, úgy elvileg az iszap szárítás után közvetlenül volna kohósításra felhasználható s esetleg csak egyéb salakképző anyagokat kellene hozzáadagolni.

Felvett példánkban azonban ez az arány nem 1:0·7, hanem 1:3·08, ami azt jelenti, hogy az iszap kohósításra való feldolgozása esetén az iszapban levő színvasmennyiségnek *közel háromszoros mennyiségét* kellene egyéb vasérc alakjában az iszaphoz adagolni, hogy az így keletkezett keverékben a $\text{Fe}:\text{CaCO}_3$ arány a szokásos 1:0·7-re beálljon. Ez más szavakkal azt jelenti, hogy az iszap kohóüzemben feldolgozva, az ott termelt nyersvas *ércszükségletének 25 %-át helyettesíteni* képes s egyúttal fedezi a kohósítás teljes calciumoxid szükségletét.

Természetesen ha 25 %-nál magasabb vastartalmú bauxitokból indulunk ki, úgy a fenti arányszámok a vas kihasználhatósága szempontjából kedvezőbben alakulnak. E ponton azonban nem szabad szem elől tévesztenünk azt, hogy a bauxit vastartalmának fentvázolt módon történő esetleges kihasználása gazdaságosan csak a bauxit alumíniumoxidtartalmának kitermelésével *párhuzamosan* történhetik, már pedig az erősen vasdús s ennél fogva aránylag alumíniumszegény bauxitok feldolgozása alumíniumoxidra általában nem bizonyul gazdaságosnak.

Fentiekből következik tehát, hogy az I. feltárási reakció lejátszódása esetén a keletkezett vörös-iszap kohóüzemi feldolgozásra alkalmasnak látszik. Vagyis, ha a mész a bauxit alumíniumoxid-tartalmát mint calciummetaaluminátot tárja fel, úgy a *meszes eljárás* az eddig használatos BAYER és LE CHATELIER-eljárásokkal szemben *azt az előnyt nyújthatja, hogy a vörös-iszap vastartalma kohósítható formában marad vissza.*

2. A II. reakció lejátszódása esetén a reakcióban szereplő molekula-arányok a következők:



Ez esetben tehát fenti példánkban az 55 % Al_2O_3 helyét az iszapban 161·4 % $CaCO_3$ foglalja el, vagyis a 25 sr. Fe_2O_3 -ra esik 161·4 sr. $CaCO_3$. Ha a Fe_2O_3 -t színvasra számítjuk át, úgy azt az eredményt kapjuk, hogy az iszapban 1 sr. színvasra 9·22 sr. $CaCO_3$ esik.

Ez az eredmény pedig az 1. alatt ismertetett okfejtés alapján azt jelenti, hogy az iszap kohósításra való felhasználása esetén az iszapban levő színvasnak közel 13-szorosát kellene vasérc alakjában az iszaphoz adagolni, hogy az így keletkezett keverékben a kívánt $Fe:CaCO_3$ arány 1:0·7-re beálljon. Ez más szavakkal azt jelenti, hogy a vörös-iszap kohóüzembe víve, az ott termelt nyersvasnak csak 7·5 %-át helyettesítheti, a mellett, hogy egyúttal fedezi a kohósítás teljes calciumoxid szükségletét.

Ebből következik, hogy a II. feltárási reakció lejátszódása esetén a keletkezett iszap kohóüzemi feldolgozásra nem alkalmas, mert vastartalma igen csekély, s így a szállítási költségeket sem bírhatja el. Vagyis, ha a mész a bauxit alumíniumoxidtartalmát, mint tricalciumortoaluminátot tárja fel, úgy a meszes eljárás az eddig szokásos bauxit feltáróeljárásokkal szemben semmi előnyt nem nyújt, sőt határozottan hátrányokat mutat fel, mert sokkal nagyobb anyagtérfogatokkal kénytelen dolgozni.

Mindezek előrebecsátása után azt kellett eldöntenünk, hogy a bauxit mésszel való feltárása alkalmával az I. vagy II. reakció játszódik-e le, vagyis calciummetaaluminát vagy tricalciumortoaluminát keletkezik-e?

Franciaországban SEAILLES végzett újabban¹ kísérleteket a bauxitok mésszel való feltárására. Kísérleteiben azonban főleg azt tartotta szem előtt, hogy a meszes eljárást a BAYER-féle eljárással hasonlítsa össze s ennek megfelelőleg kísérleteinek főcélja az alumíniumoxid feltárása és kitermelése volt.

Kísérletei során arra a megállapításra jut, hogy a bauxit mésszel való feltárása alkalmával tricalciumaluminát $3(CaO) \cdot Al_2O_3$ keletkezik. Ezirányú kísérleteit azonban olyan körülmények között végezte, melyek nyilvánvalóan kedveztek a tricalciumaluminát keletkezésének. Kísérleteiben ugyanis a calciumoxidot oly mennyi-

¹ 1. c.

ségben adagolta a bauxit-hoz, hogy a reakciókeverékben a $CaO : Al_2O_3$ mol. arány 4:1 legyen. Miután így a calciumoxid több volt, mint azt a tricalciumaluminát keletkezése megkívánta, nyilvánvaló, hogy a bázisfölösleg a teljesen telített orthoaluminát keletkezését segítette elő. Kísérleteit autoktávban 4—8 atm. túlnyomás mellett végezte; 1·5—8 óra hosszát tartó hevítéssel. Hőmérsékleti adatokat kísérleteiben nem közöl; számításaink alapján a közölt kísérletek hőfoka 145—170° C-nak felelhetett meg.

Kísérleteink azt szándékozták tehát először eldönteni, hogy az esetben, ha a calciumoxidot oly mennyiségben adagoljuk a bauxit-hoz, hogy az nem elegendő az összes aluminiumoxidnak tricalciumaluminát-alakban való lekötésére, vagyis ha a kísérletben a $CaO : Al_2O_3$ mol. arány kisebb, mint 3:1, milyen feltérési eredményeket érünk el s a feltérési eredmények calciummetaaluminát vagy tricalciumaluminát keletkezésére utalnak-e. Vizsgáltuk továbbá azt is, hogy a SEAILLES kísérleteiben használtaknál magasabb hőmérséklet és magasabb nyomás alkalmazása nem segíti-e elő törekvéseinket: *lehetőleg kevés calciumoxiddal vezetni a feltérési eljárást!*

Kísérleteinkhez egy vasdús gánti bauxitot alkalmaztunk, melynek Al_2O_3 tartalma 59·00 %, Fe_2O_3 tartalma 21·64 % volt.

A $CaO : Al_2O_3$ mol. arányt kísérleteinkben 3:1 helyett 1·8:1-nek választottuk, hasonlóan a BAYER-eljáráshoz, melyben a $Na_2O : Al_2O_3$ arány szintén kb. 1·8:1-re állítatik be.

A következő táblázatok a kísérletek eredményeit tüntetik fel.¹

Az I. táblázat mutatja a nyomás, a hőmérséklet, hevítési időtartam és a calciumoxidmennyiség befolyását a feltérásra.

A táblázat 6. rovata utal a feltérás alkalmával lejátszódó reakció minőségére. Az ott feltüntetett adatok a következő megfontolás és számítás eredményei: Ha a bauxit aluminiumoxid-tartalma az I. reakció szerint mint $Ca(AlO_2)_2$ táratik fel, úgy a jelen esetben alkalmazott 1·8 mol. calciumoxid mennyiség esetén az összes aluminiumoxidnak fel kellene elvileg táródnia, mert e

¹ PAP JENŐ és VARGA LEHEL okl. vegyész-mérnök kartársainknak a kísérletek végzésében való hathatós közreműködésükért e helyen közvetítjük köszönetünket.

reakció szerint a reakciókeverékben még 0·8 mol. calciumoxid felesleg is van jelen. Ha ellenben az aluminiumoxid mint $Ca_3(AlO_3)_2$ táródik fel, úgy az alkalmazott 1·8 mol. calciumoxiddal az összes aluminiumoxidnak legfeljebb csak 60 %-a tároldhatik fel. Ha tehát 1·8 mol. calciumoxiddal az összes aluminiumoxidnak több mint 60 %-a tárható fel, úgy ez a körülmény arra mutatna, hogy vagy csak az I. reakció vagy az I. és II. reakció együtt játszódik le, mert csak ez esetben emelkedhetik a kitermelés 60 % fölé. Az 5. rovat az aluminiumoxid kitermelési %-ait tünteti fel. A fenti megfontolásból eredő következtetést még jobban kifejezésre juttatja a 6. rovat eredményeit adó számításmód. Ha ugyanis kiszámítjuk hogy az összes tényleg feltárt aluminiumoxid a rendelkezésre álló calciumoxiddal $Ca_3(AlO_3)_2$ alakban feltárható aluminiumoxidnak (60 %) hány százaléka, úgy amint ez a számított hányados a 100%-nál magasabb értéket ér el, azonnal mutatja az I. reakció lejátszódását is.

I. táblázat.

Kísérletszám	1 mol Al_2O_3 -ra esik CaO mol	Alkalmazott		Hevítés idő- tartama	Feltárodott Al_2O_3		Megjegyzés
		nyomás atm.	t°		az összes Al_2O_3 %-ában	$Ca_3(AlO_3)_2$ alakban fel- tárható Al_2O_3 %-ában	
1	1·8	10	180	2 óra	20	33·3	Calcinált bauxit
2	"	15	200	"	28·3	47·2	
3	"	10	180	5 óra	30·3	50·3	
4	"	15	200	"	35·3	68·9	
5	"	"	"	10 óra	49·5	82·5	
6	"	"	"	"	48·1	80·1	
7	4	"	"	2 óra	70·6	—	
8	"	"	"	5 óra	76·2	—	
9	"	"	"	10 óra	83·2	—	

Mint a táblázat eredményei mutatják, a $Ca_3(AlO_3)_2$ -ra vonatkoztatott aluminiumoxid kihasználás (6. rovat) a hőmérséklet, nyomás, hevítési időtartam emelésével nő, de az alkalmazott körülmények között maximálisan csak 82·5 %-ot ér el, ami arra mutat,

hogy a feltárási reakció az alkalmazott kísérleti körülmények között nem a metaaluminát, hanem a tricalciumaluminát képződésével jár.

Ugyane táblázatban feltüntettük a calciumoxidfelesleg alkalmazásával elért feltárási eredményeket. A calciumoxidot a SEAILLES által alkalmazott $CaO : Al_2O_3 = 4 : 1$ arányban adagoltuk a bauxit-hoz. A nyert kísérleti eredmények mutatják, hogy az alkalmazott bauxit összes aluminiumoxidtartalmának maximálisan 83·2 %-a volt az alkalmazott kísérleti körülmények mellett feltáráható.

Kísérleteket végeztünk arra vonatkozólag is, hogy kisebb-mennyiségű alkálilúg és alkálisók jelenléte hogyan befolyásolja a feltárási reakció lejátszódását. SEAILLES kísérleteiben szintén utal arra, hogy alkálivegyületek jelenléte kedvező befolyással bír a feltáráásra. Elképzelhető ugyanis, hogy pl. a jól oldható reakcióképe-sebb nátriumoxid az aluminiumoxiddal a BAYER-eljáráshoz hasonlóan nátriummetaalumináttá reagál, majd a nátriummetaaluminát nátriumja calciummal cserélődve ki, legalább részben calciummeta-aluminát keletkezik.

A kismennyiségű nátriumvegyületek hozzáadagolásával vég-zett feltárási kísérletek eredményeit tünteti fel a II. táblázat.

II. táblázat.

Kísérletszám	Alkalmazott CaO és Na -vegyület molekulában 1 mol Al_2O_3 -ra vonatkoztatva	Alkalmazott		Hevítés idő- tartama	Feltáráódott Al_2O_3	
		nyomás atm.	t°		az összes Al_2O_3 %-ában	$Ca_3(AlO_3)_2$ alakban fel- táráható Al_2O_3 %-ában
4	1·8 CaO	15	200	5 óra	35·3	68·9
10	1·8 CaO + 0·036 Na_2O	„	„	„	51·5	85·8
11	1·8 CaO + 0·072 $NaCl$	„	„	„	48·8	81·3
12	1·8 CaO + 0·18 $NaCl$ + + 0·036 Na_2O	„	„	„	49·0	81·5
5	1·8 CaO	„	„	10 óra	49·5	82·5
13	1·8 CaO + 0·036 Na_2O	„	„	„	50·8	84·7
14	1·8 CaO + 0·9 Na_2O	„	„	„	52·0	86·7

E kísérletek eredményei mutatják, hogy a nátriumvegyületek kis viszonylagos mennyisége jelentékenyen növeli alumíniumoxid feltáródását, de a tricalciumaluminátra vonatkoztatott kihasználás egy esetben sem emelkedik a 100 % fölé; ez viszont arra mutat, hogy a *nátriumvegyületek alkalmazása mellett is csak tricalciumaluminát keletkezik a feltárásnál.*

Összefoglalás.

Kísérleti eredményeinket összegezve, azt állapíthatjuk meg, hogy a bauxit meszes feltárásánál magas nyomáson (10—15 atm.) és magas hőmérsékleten (180—200° C) az alkalmazott $CaO : Al_2O_3$ aránytól függetlenül tricalciumorthoaluminát [$Ca_3(AlO_3)_2$] és nem calciummetaaluminát [$Ca(AlO_2)_2$] keletkezik.

Fenti elméleti értékű megállapításból folyik viszont az a gyakorlati értékű következmény, hogy a vasdús magyar bauxitok meszes feltárása az általunk vizsgált tág kísérleti körülmények mellett sem lehet gazdaságos. A feltárt tömeget szódaoldattal kilúgozva egy jól szűrhető csapadékot kapunk ugyan, de a csapadékot képező ú. n. vörös-iszap, mely a bauxit összvastartalmát magában foglalja, *oly nagymennyiségű* calciumcarbonátot tartalmaz, hogy e miatt a vörösiszap vaskohászati gazdaságos feldolgozása kilátástalan.

Ez a tanulmány a kísérleti berendezést illetően, az Országos Természettudományi-Alap, egyebekben pedig a Széchenyi Tudományos-Társaság anyagi támogatásával a Kir. József-Műegyetem anorganikus kémiai laboratóriumában készült.

ANGABEN ZU DER AUFSCHLIESSUNG EISENREICHER (UNGARISCHEN) BAUXITE MITTELS KALK.

L. PUTNOKY und B. BOBEST.

Die Aufschliessmöglichkeiten eisenreicher ungarischen Bauxite revidierend schien es angezeigt die Aufschluss-Versuche SEAILLES¹ mittels Kalk auf ein grösseres Temperatur-, bzw. Druckbereich auszudehnen. Unsere Untersuchungen erstreckten sich bis zu 200°C. und bis zu cca 20 Atm. überdruck. Das aufgeschlossene Gut wurde mit Sodalösung extrahiert. Die nun durchzuführende Operation der Filtration geht *befriedigend glatt*.

Der Rückstand (Kuchen) enthält das gesammte in dem Bauxit vorhanden gewesene Eisen. Die Lösung des entstandenen Natrium-aluminats kann die bekannten Wege zwecks Tonerde-Darstellung gehen.

Die Aufarbeitung des Kuchens wäre aber zu der hüttenmännischen Darstellung des Eisens nur dann aussichtsvoll, wenn die mit Kalk aufgeschlossene Bauxitmenge die Tonerde als Calcium-metaaluminat enthielte. So käme nämlich auf 1 Mol. Tonerde im Bauxit nur ein Mol. Calciumoxid als Aufschlussgut in Betracht.

Unsere sämtlichen Versuche bestätigen dagegen SEAILLES Ergebnisse, dass der Kalkaufschluss ausschliesslich unter Bildung von Tricalciumaluminat vor sich geht und so auf je 1 Mol. Tonerde im Bauxit mindestens drei Mole Calciumoxid zum Aufschliessen angewendet werden müssen. SEAILLES arbeitete aber mit verhältnismässig viel Kalk (4 Mol. Calciumoxid auf 1 Mol. Tonerde) — bei niedrigeren Temperaturen und Drucken (bis 8 Atm.) — wäh-

¹ C. R. 1929. 189. 1275. oldal.

rend wir auch danach trachteten: mit möglichst wenig Kalk aufzuschliessen, um den Eisen-Gehalt des Rückstand-Kuchens nicht unnütz herunterzudrücken.

Selbst das Mischen des Kuchens mit Eisenerzen zwecks hüttenmännischer Eisendarstellung erscheint demnach technisch wirtschaftlich unausführbar, da man dem Kuchen infolge seines hohen Kalkgehaltes die mehrfache — als Beispiel ein Bauxit mit 55 % Al_2O_3 und 25 % Fe_2O_3 angenommen die cca 12-fache — Menge des Eisenoxidgehaltes des Kuchens als Eisenerz ohne jeden Kalkzuschlag zusetzen müsste.

Die Versuchsapparatur verdanken wir der Hilfe des Naturwissenschaftlichen Fondes, für die Begleichung aller übrigen Spesen sind wir der Széchenyi Wissenschaftlichen Gesellschaft dankbar.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, vom 12. jun. 1933.)

A CONGERIA SOPRONIENSIS n. sp.

VITÁLIS ISTVÁN 1. tagtól.

Az I. táblával.

A sopronvidéki *pontusi* üledékek a Steiner-, a Lenk-, a Hacker- és a Hasenöhrl-féle soproni téglagyárak anyagbányaiban több mint egy kilométer hosszban és 8—15—22 m vastagságban (pillér-magasságban) vannak feltárva. E feltárások pontusi homokos agyag- (tályag-) és kavicsos homokrétegeiben elég bőven gyűjthetők többé-kevésbé jól megtartott *kövéletek* is, amelyek már régen magukra irányították a kutatók figyelmét.

A soproni téglagyárak föltárásaiban a sokféle *kövélet* közül különösen egy mandulaformájú kisebb és egy háromszögletű nagy *congeria*-faj tűnt fel régóta. Ennek a két *congeria*-fajnak néhány ép teknője már több évtizeddel ezelőtt a bécsi múzeumokba is elkerült és HÖRNES MÓR, a bécsi medence terciér fossziliáit ismertető nagy munkájában, 1867-ben, a kisebb mandulaformájú *congeriá*-ban új fajt állapított meg, amelyet *Congeria Cézjéki* néven vezetett be a szakirodalomba.¹

A soproni téglagyárak föltárásainak a háromszögletű nagy *congeriá*ját HÖRNES MÓR a *Congeria triangularis* PARTSCH fajjal vélte azonosnak (i. m. pag. 363. Taf. XLVIII. Fig. 1), noha a Sopronban gyakori nagy *congeria* teknőjén hiányzik a kicsiny *Congeria triangularis* PARTSCH fajra jellemző *él* és egyébként is sokban eltér attól.

HÖRNES MÓR nagy tekintélyének a hatása alatt ezen a téves néven sorolja fel a soproni téglagyárak föltárásaiban gyakori nagy *congeriá*t 1870-ben WOLF HENRIK² és 1872-ben TELEGDI ROTH LAJOS is.*

* Azok a pontusi *kövéletek*, amelyeket TELEGDI ROTH LAJOS gyűjtött a soproni téglagyárak említett föltárásaiban, a m. kir. Földtani Intézet múzeumában vannak kiállítva.

1892-ben azután BRUSINA SPIRIDIO a bécsi gyűjteményekben őrzött soproni nagy congeria-példányokban új fajt ismert fel és azt HÖRNES MÓR tiszteletére *Congeria Hörnesi*-nek nevezte el. Azóta ez a gyakori és nagy soproni congeria ezen a néven szerepel a szakirodalomban.

WOLF HENRIK azonban a soproni téglagyárak anyagbányáiból még három más nagy congeria-fajt sorolt fel, nevezetesen a föltárások aljának a tályagjából a tömegesen fellépő *Congeria Čížžeki* M. HÖRN. és a gyéribben előforduló *Congeria Partschi* ČížžEK sp.-t, a föltárás felsőbb, homokos részéből pedig a *Congeria subglobosa* PARTSCH fajt.

A *Congeria Čížžeki* M. HÖRN. és a *Congeria Partschi* ČížžEK fajok teknőit a soproni téglagyárak föltárásaiban régebben: 1872-ben TELEGDI ROTH LAJOS is gyűjtötte. Újabban én is megeltem. Megtalálta azokat VENDL MIKLÓS tanártársam is. A *Congeria subglobosa* PARTSCH faj teknőit ellenben a szóbanforgó feltárásokban sem TELEGDI ROTH LAJOS, sem VENDL MIKLÓS nem lelte meg.

Ez a körülmény is közrejátszott abban, hogy a soproni téglagyárak jó feltárásainak a fossziliáit VENDL MIKLÓS tanártársamnak 1930-ban megjelent összefoglaló munkája után is szükségesnek tartom részletesebben ismertetni.

Kutatásaim során felismertem, hogy a *Congeria Čížžeki* M. HÖRN. tömeges föllépésével jellemzett alsó, és a *Congeria Hörnesi* BRUS. héjakkal telt felső rétegek között az egyik apró kavicsos homokrétegecskében igen sok *Congeria Gitneri* BRUS. van. Ez a congeria-faj azonban átlag csak kölesszemmagyságú és így elkerülte eddig a kutatók figyelmét, noha a kavicsos homokrétegecskében előforduló makrofaunából a *melanopsis*okat WOLF HENRIK és VENDL MIKLÓS is említi.

Az aprócska *Congeria Gitneri* fajt BRUSINA ismerte fel először 1892-ben a horvátországi Markusevac pontikumában.⁵ 1902-ben LŐRENTHEY IMRE sok példányban lelte Tinnyén, sőt Budapest-Kőbányán is megtalálta a pontusi üledékekben.⁶

Ebben a *Congeria Gitneri* BRUS. tömeges fellépésével jellemzett rétegecskében előbb a Hasenöhrl-, majd a Hacker-féle téglagyár föltárásában olyan nagy congeria-példányokat leltem, amelyek a *Congeria subglobosa* PARTSCH fajra emlékeztetnek.

Bizonyára ezeket a nagy congériákat tekintette 1869—70-ben WOLF a *Congeria subglobosa* PARTSCH fajhoz tartozóknak, minthogy némi hasonlóság tényleg szembetűnő.

A *Congeria subglobosa* PARTSCH teknőjének a mellső része azonban *homorú* és a bemélyedő lunula félhaldszerű jelleget kölcsönöz neki, amit PARTSCH PÁL, a faj felismerője, is nyomatékosan emelt ki.⁷ Ezzel szemben a szóbanforgó soproni nagy congeria teknője mell felől kidomborodó és a lunula nem mélyed be, hanem lapos.

Nagy az eltérés a külső alakban is. A bécsi medencéből leírt *Congeria subglobosa* PARTSCH tipikus formája, amint azt a faj elnevezése is jelzi: «subglobosa»: gömbölyded. A szóbanforgó soproni nagy congeria teknője ellenben oldalnézetben, illetve a teknő belseje felől nézve romboid forma (l. az I. tábla 1. és a 2. sz. képét). A teknő ugyanis a felső és az alsó perem között erősen megnyúlt és így a hossza közel kétszer akkora, mint a szélessége. Egy teljesen ép jobboldali teknő hossza 68 és a szélessége 38 mm.

PARTSCH azonban a *Congeria subglobosa* faj teknőit igen *változónak* mondja, úgyhogy a species jelzésére a «variabilis»-t is jellemzőnek és így alkalmasnak tartotta. A PARTSCH által rajzokban is bemutatott példányok között a 6. és a 7. számú ábrán látható teknő alakja ugyancsak megnyúlt, ámde PARTSCH ezen varietása és a soproni nagy congeria-teknő között igen lényeges különbség van a *búb* felépítésében. A *Congeria subglobosa* említett varietásának a búbja ugyanis feltűnően erős, mintegy felfúvódott és lekerekített, a szóbanforgó soproni congeria búbja viszont nem erős, nem felfúvódott és nem lekerekített, hanem éles, tarajos. (L. az I. tábla 1. sz. képét.)

A *Congeria subglobosa* PARTSCH faj teknőjének a hátsó része: a szárnyalakú areás része behorpadt: *homorú* a búbtól kezdve az alsó peremig, vagyis a teknő egész hosszában. A szóbanforgó soproni congeria teknőjének a hátsó: az areás részén csak a búb elején látható ilyen bemélyedés, hátrafelé, az alsó perem felé az areás rész ellaposodó, kiegyenesedő, sőt kidomborodásra hajló. (L. az I. tábla 3. sz. képét.)

Mindezen eltérésre való tekintettel a szóbanforgó soproni congeria — véleményem szerint — *új* fajt képvisel és így annak a jelzésére a *soproniensis* elnevezést ajánlom.

A *Congerina soproniensis* n. sp. jellegeit a következőkben foglalom össze:

A teknő oldalnézetben romboid-forma. Hossza a felső és az alsó perem között (a képen bemutatott jobboldali teknőn mérve) 68 mm; a szélessége a mellső és a hátsó perem között 38 mm. A félteknő vastagsági irányú mérete 30 mm.

A teknő mellső, lunulás része kidomborodó. A lunula lapos, nem bemélyedő s csak a növedékvonalak görbülése ad neki félholdszerű jelleget. (L. az I. tábla 4. sz. képét.) A hátsó perem egyenesen lemetesztett. A mellső perem is egyenes, az alsó perem ellenben lekerekített: félkörforma.

A búb elől ékszerű és éles tarajjal kezdődik. Az éles taraj mellett — az areás oldal felől — második él húzódik. Ez a két él a teknő hátán az alsó peremig terjed, eltompul, de a köztük levő csatornácska mindvégig szembetűnővé teszi őket.

A búb a lunulás oldal felé kidomborodik és kiszélesedő hát alakjában terjeszkedik a hátsó peremig.

A teknő areás része csak elől, a búb kezdeténél homorú. Az alsó perem felé csakhamar kiegyenesedő, sőt kidomborodásra hajló.

A növedékvonalak a teknő búbfelőli részén alig észrevehetők, s a hátsó perem felé sem olyan erősek, mint a *Congerina subglobosa* PARTSCH fajé.

A byssus-benyomat: a congeriákat jellemző «kanálka» jól kifejlődött és körképű. A két záróizombenyomat közül a felső, a búb alatt kisebb, félköralakú és erősen bemélyedő, az alsó izombenyomat nagyobb, de nem annyira bemélyedt. A köpenybenyomat a mellső peremnél erősen bemélyedő, a hátsó peremnél ellenben elmosódott: alig hagy nyomot.

A *Congerina soproniensis* n. sp. egyes jellegekben hasonlít a *Congerina Partschii* ČJŽEK fajhoz, amely azonos a *Congerina subglobosa* PARTSCH fajnak azzal a varietásával, amelyet PARTSCH a XI. tábla 9. ábráján mutatott be.

A *Congerina soproniensis* n. sp. és a *Congerina Partschii* ČJŽEK között a hasonlóság legfeltűnőbb a búb alkotásában. Mind a két faj búbja ékalakúan kezdődik és az areás oldalon mind a két faj teknőjén kettős él van. A *Congerina Partschii* ČJŽEK búbja azonban

élesebb, jobban hátrafelé dől és éppen e miatt a teknő areás részén erős behorpadás van, amely végighúzódik az egész teknőn. A *Congeria soproniensis* n. sp. búbja nem fordul olyan erősen hátra és így a teknő nem homorú, hanem egyenes, sőt kidomborodó. A *Congeria Partschii* ČZŽEK teknőjén a mellső oldal *bolthajtásszerűen* erősen kidomborodik, lunulás bemélyedésnek nyoma sincs: a növedékvonalak a búb hegye felől legyezőszerűen terülnek szét. A *Congeria soproniensis* n. sp.-nél a mellső oldal kidomborodó, a növedékvonalak sarlós görbülete azonban mintegy jelzi a félholdalakot.

A *Congeria Partschii* ČZŽEK teknője keresztmetszetben elől domború, hátul homorú; a *Congeria soproniensis* n. sp. teknőjének a keresztmetszete elől-hátul domborodó: parabolászerű. Olyan szembetűnő eltérés ez, amely a két faj megkülönböztetését nagyon megkönnyíti.

TELEGDI ROTH LAJOS 1878-ban részletes földtani felvétel közben Soprontól északra, a Piusz-major közelében, a pontusi meszes homokban egy feltűnő formájú congeria-teknőt lelt, amely *Congeria Partschii* ČZŽEK var. jelzéssel van a m. kir. Földtani Intézet múzeumában kiállítva. A Földtani Intézet igazgatója: Lóczy LAJOS egyetemi ny. r. tanár úr engedélyével megtekinthettem ezt az érdekes varietást s megfigyeléseimet a következőkben ismertetem:

Nagyságra ez a piuszmajori congeria megközelíti a *Congeria soproniensis* n. sp.-t: a legnagyobb hossza 64 mm, a *Congeria soproniensis*-é 68 mm; a szélessége 40 mm, a «soproniensis»-é 38 mm. A Piusz-major congeriájának a teknője a belső oldal felől rombusz idomú, a «soproniensis»-é rombold formájú. A piuszmajori congeria legszembetűnőbb jellege a tarajszerű, nagyon éles búb, amely a «soproniensis»-étől eltérően! erősen! hátrafelé: az area felé fordul. A második él a piuszmajori congeriánál szinte bordává erősül s vele párhuzamosan a teknő areás részén gyenge radiális bordák észlelhetők, holott a *Congeria Partschii* ČZŽEK típusos példányain csak a haránt-növedékvonalak tűnnek szembe. Egyébként a *Congeria Partschii* ČZŽEK legszembetűnőbb jellegei a piuszmajori példányon is megvannak: a teknő elől erősen kidomborodó, hátul ellenben mélyen behorpadt, szóval a teknő keresztmetszete elől domború, hátul homorú. A teknő mellső

részen a piuszmajori példányon is legyezőszerűen nyílnak szét a növedékvonalak.

Egészben tehát a piuszmajori congeria-példány csak nagyságban hasonlít a *Congeria soproniensis* n. sp.-hez, de valójában csak kissé megnyúltabb formájával tér el a ČZŽEK által rajzban is bemutatott *Congeria Partschii* nagy példányától.

Említettük, hogy a *Congeria Partschii* ČZŽEK teknői a felsorolt soproni téglagyárak nagy föltárásaiban is előfordulnak. Azok a példányok azonban, amelyeket magam gyűjtöttem, mind kisebbek. Megemlítem még, hogy 1872-ben TELEGDI ROTH LAJOS két egészen kicsiny *Congeria Partschii* ČZŽEK teknőt lelt itt és azok a m. kir. Földtani Intézet múzeumában *Congeria Zsigmondyi* HALAV. fajként vannak kiállítva. A *Congeria Zsigmondyi* fajt HALAVÁTS GYULA ismerte fel 1882-ben Langenfeld pontusi üledékeiben és ő is kiemelte, hogy ez a faja közel áll a *Congeria Partschii* ČZŽEK-hez.⁹

A *Congeria soproniensis* n. sp. merőben eltér a *Congeria Zsigmondyi* HALAV. fajtól: a teknője háromszor olyan nagy, a teknő hátsó része nem homorú, hanem kidomborodó stb.

HALAVÁTS GYULA a krassószörényvármegyei Nikoline község határának a pontusi üledékeiben 1883-ban egy olyan *Congeria Partschii* ČZŽEK példányt lelt, amely felfogása szerint átmenet a *Congeria subglobosa* PARTSCH felé. Ezt az érdekes congeria-példányt HALAVÁTS 1886-ban fényképmásolatban is bemutatta.¹⁰

A Földtani Intézet múzeumában megnéztem HALAVÁTSNAK ezt az érdekes congeria-példányát is. A búb ennél is tarajjá élesedik. A második él elmosódott. A teknő lefelé — az alsó perem felé — megnyúlt, de nem olyan erősen, mint a *Congeria soproniensis* n. sp.-nél. A nikolinci példány hossza csak 50 mm, holott a *Congeria soproniensis* n. sp.-é 68 mm. A nikolinci példány mellső része ugyan lapos, de a hátsó része homorú, mint a *Congeria Partschii* ČZŽEK fajú.

A *Congeria soproniensis* n. sp.-hez jobban hasonlít az a két congeria-teknő, amelyet HOFMANN KÁROLY gyűjtött 1875-ben a vasvármegyei Sentelek község pontusi üledékeiben. A szóbanforgó s a Földtani Intézet múzeumában 136. sz. alatt őrzött egyik példány *Congeria subglobosa* PARTSCH fajnak van határozva. Ennek

a teknője megnyúlt, mint a *Congeria soproniensis* n. sp.-é, bár nem olyan erősen. A teknő mellső része azonban behorpadt és így inkább a *Congeria subglobosa* PARTSCH fajhoz hasonló, mint a *Congeria soproniensis*-hez.

A szenteleki másik congeria-példány, amely erősen hasonlít a *Congeria soproniensis* n. sp.-hez, a Földtani Intézet múzeumában a 137. sz. a. őrzött szenteleki *Congeria Partschii* ČJŽEK példányok között van. A teknő mellső része ennél sem horpadt be, mint a *Congeria subglobosa* PARTSCH fajé, hanem lapos, mint a *Congeria soproniensis* n. sp.-é, de viszont a teknő hátsó része homorú, mint a *Congeria Partschii* ČJŽEK-é.

A tengerek sós vizébe ömlő folyóvizek torkolatában, a nyílt tengerektől elszakadt belföldi medencék elegyes, illetve az ilyen tavak kiédesülő vizében élt congeriák szervezete erősen megváltozott és ez a változás a teknőkben is kifejezésre jut. Nemcsak a *Congeria subglobosa* PARTSCH teknője «variabilis», hanem a tőle új fajként elválasztott *Congeria Partschii* ČJŽEK fajé is, valamint a *Congeria Partschii* ČJŽEK-hez közel álló *Congeria Zsigmondyi* HALAV. teknője is erősen változó.

A *Congeria soproniensis* n. sp.-nek eddig még csak négy teknőjét leltem a soproni Hasenöhrl- és Hacker-féle téglagyárak feltárásaiban. Ez a négy példány azonban igen jól megegyezik egymással s mintegy középhelyet foglal a *Congeria subglobosa* PARTSCH és a *Congeria Partschii* ČJŽEK fajok között.

Megemlítem még, hogy a *Congeria soproniensis* n. sp. erősen eltér a *Congeria subglobosa hemiptycha* BRUS. varietástól, amelyet BRUSINA 1902-ben az «Iconographia» XX. tábla 1—3. ábráján mutatott be¹¹ és amelyet főleg az jellemez — amint azt TROLI OSZKÁR helyesen emeli ki¹² —, hogy a teknő szárnyalakúan megnyúlt hátsó része erősen ráncolt, redős. A *Congeria soproniensis* n. sp. teknőjének a hátsó része nem nyúlik meg, hanem egyenesen le van metszve és a teknő hátsó, areás részén redők nincsenek.

A soproni téglagyárak anyagbányáiban feltárt pontusi üledékekben most már hat congeria-faj ismeretes, ú. m. 1. a *Congeria Číž eki* M. HÖRN., 2. a *Congeria Partschii* ČJŽEK, 3. a *Congeria Zsigmondyi* HALAV., 4. a *Congeria Hörnesi* BRUS. és kutatásaim

révén 5. a *Congeria Gitneri* BRUS., valamint 6. a *Congeria soproniensis* n. sp.

Ezek közül a *Congeria Czjžeki* M. HÖRN., a *Congeria Hörnesi* BRUS. és a *Congeria soproniensis* fajoknak Sopron a «locus classicus»-a, amennyiben ez a három congeria-faj a soproni téglagyárak föltárásaiban gyűjtött példányok alapján vált ismeretessé.

Megemlítem még, hogy Sopron vidékének más feltárásában a *Congeria subglobosa* PARTSCH is előfordul. Így TELEGDI ROTH LAJOS 1872-ben a Pozsony felé vezető országút mellett levő gödrök pontusi homokjában két *Congeria subglobosa* PARTSCH példányt lelt, amelyek a Földtani Intézet múzeumában láthatók. Mind a két példány töredékes: a teknőeknek csak a mellső, vastag része maradt meg, de azokon jól látható a *Congeria subglobosa* PARTSCH fajnak az az ismertető jele, hogy a mellső rész homorú, a lunula bemélyedő és félholdalakú, holott a *Congeria soproniensis* n. sp. teknőjének a mellső része kidomborodó, a lunula nem mélyed be és a félholdalakot csak a növedékvonalak sarlószerű görbülete jelzi.

Az itt felsorolt hét congeria-fajon kívül előfordulnak Sopron vidékén más congeria-fajok is, valamint egyéb mollusca-maradványok, azok ismertetését azonban máskorra hagyom.

Irodalom.

1. HÖRNES, M.: Die fossilen Mollusken des Tertiärbeckens von Wien. 1867. (Abh. d. k. k. geol. R. A. IV. 7. 8.)
2. WOLF, H.: Die Stadt Ödenburg und ihre Umgebung. Jahrbuch der k. k. Geol. Reichsanstalt. Bd. XX. Wien, 1870.
3. BRUSINA, S.: Gruppe d. Cong. triang. (Zeitschr. d. Deutsch. Geol. Ges. Jg. 1892. pag. 492.)
4. VENDL MIKLÓS: Sopron környékének geológiája. II. rész: A neogén és a negyedkor üledékei. Erdészeti Kísérletek 1930. XXXII. k. Sopron, 1930. pag. 105—125.
5. BRUSINA, S.: Markusevac. (Glasn. hrv. nar. dr. God. VII. pag. 184.)
6. LÖRENTHEY I.: Die pannonische Fauna von Budapest. (Palaeontogr. Bd. XLVIII.)
7. PARTSCH, P.: Über die sogenannten versteinerten Ziegenklauen aus dem Plattensee in Ungarn. (Ann. d. Wiener Mus. d. Naturg. Bd. I.) Wien, 1835.

8. ČŽŽEK, J.: Über *Congeria Partschii*. Naturw. Abh. III. pag. 129 Taf. XV. Wien, 1850.

9. HALAVÁTS GY.: A langenföldi pontusi korú fauna. A m. kir. Földt. Int. Évkönyve. VI. k. pag. 154. Budapest, 1877—1883.

10. HALAVÁTS GY.: Őslénytani adatok Délmagyarország neogén-korú üledékei faunájának ismeretéhez. II. közl. A m. kir. Földt. Int. Évk. VIII. k. pag. 131. XV. tábla, 8 ábra. Budapest, 1886—1890.

11. BRUSINA, S.: Iconographia molluscorum fossilium et c. 1802.

12. TROLL, O.: Die pontischen Ablagerungen von Leobersdorf und ihre Fauna. Jahrbuch der k. k. Geolog. Reichsanst. 1907. Bd. 57. I. Heft. pag. 43. Wien, 1907.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. május 1-én tartott üléséből.)

CONGERIA SOPRONIENSIS n. sp.

Vom korr. Mitglied I. v. VITÁLIS.

Mit Tafel I.

Congeria soproniensis n. sp. (s. Taf. I.) kommt in den Tongruben Hasenöhl und Hacker bei Sopron (Sopronium, Ödenburg) im oberen Teil der 22 m dicken Aufschlüsse in einer dünnen, kieseligen-sandigen Schicht der pannonisch-pontischen Sedimente vor.

Die Schale von *Congeria soproniensis* n. sp. nimmt ihrer Grösse und ihren äusseren Merkmalen nach etwa eine Übergangstellung zwischen *Congeria Partschii* ČŽŽEK und *Congeria subglobosa* PARTSCH ein.

Die Schale der *Congeria Partschii* ČŽŽEK ist kleiner und im Querschnitt vorne konvex, hinten stark konkav, die Schale der *Congeria soproniensis* n. sp. ist dagegen grösser (cca doppelt so gross) und ist vorne wie hinten konvex.

Die Lunula der Schale der *Congeria subglobosa* PARTSCH ist vorne vertieft; gegen hinten ist der Arealteil der Schale flügelartig verlängert. An der Schale der *Congeria soproniensis* n. sp. ist die Lunula flach, nicht vertieft, der Arealteil der Schale verlängert sich nicht, sondern wird gerade abgeschnitten, weshalb auch die Schale schmal, von rhomboider Gestalt ist: seine Länge beträgt (gemessen an der Taf. I. abgebildeten rechten Schale) 68, seine Breite 38 mm.

Mit *Congeria soproniensis* n. sp. kommt auch *Congeria Gitneri* BRUS. vor, deren kleine, hirsekorngrösse Schalen bisher der Aufmerksamkeit der Forscher entgangen sind.

Aus dem Liegenden ist *Congeria Čžžeki* PARTSCH und aus dem Hangenden *Congeria Hörnesi* BRUS. schon seit langem bekannt.

In den genannten Aufschlüssen kommt noch auch *Congeria Partschi* ČŽŽEK vor.

«Locus classicus» der *Congeria Čžžeki* M. HÖRN., *Congeria Hörnesi* BRUS. und *Congeria somproniensis* n. sp. ist Sopron, indem alle drei pannonisch-pontische *Congeria*-Arten aus den erwähnten Tongruben von Sopron beschrieben worden sind.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 1. Mai 1933.)

ADATOK A KABHEGY BAZALTLÁVAÖMLÉSÉNEK A MEGISMÉTLŐDÉSÉHEZ.

VITÁLIS ISTVÁN I. tagtól.

A balatonvidéki bazaltokról szóló munkáimban már közel harminc év előtt kimutattam, hogy a Dunántúl egyes bazalthegyeit a *megismétlődő* vulkáni tevékenység építette föl.¹ Ezt az érdekes jelenséget a Tátika, a Szebike, a Szentgyörgy és a Nagy-Somló bazalttestein részint a kőzettani, részint a települési viszonyok tanulmányozásával ismertem fel.

A Tátika-hegyen a vulkáni tevékenység megismétlődése már a külső alakban is megnyilatkozik. A Tátika-hegy ugyanis morfológiailag két formából van fölépítve: a nagykiterjedésű, lapos padmalyból, amely csonkakúp alakban terül el a pontusi-pannóniai üledékeken és a kicsiny kiterjedésű várkúpból.

Mikroszkópiumi vizsgálataim során kitűnt, hogy a Tátika-hegy nagykiterjedésű padmalyának a kőzete *bazanitoid*, a kicsiny, de magas várkúp ellenben *földpátos bazaltból* áll.

Hasonlót észleltem a Szebike-hegyen is, ahol a nagykiterjedésű padmaly kőzete ugyancsak bazanitoid, a hegy délkeleti sarkán kiemelkedő 361 m magas csúcs kőzete viszont földpátos bazalt.

A Szent György-hegy és a Nagy-Somló-hegy kőtesteinek a fölépítésében a főtömeget viszont a földpátos bazalt szolgáltatja s csak egy-egy kisebb rész áll bazanitoidból.

¹ VITÁLIS ISTVÁN: Adatok a Balaton-felvidék bazaltos kőzeteinek ismeretéhez. Földt. Közl. XXXIV. k. Budapest, 1904.

VITÁLIS ISTVÁN: A balatonvidéki bazaltok. A Balaton Tudományos Tanulmányozásának Eredményei. I. k. I. r. Ásvány- és Földtani Függelék. Budapest, 1909.

A *Szent György*-hegyen a vulkáni működés megismétlődését a közettenilag eltérő bazaltlávákon kívül még azzal is igyekeztem bizonyítani, hogy ott *kétféle bazalttufa* különböztethető meg: alsó, idősebb és felső, fiatalabb, és hogy maga a bazalt pedig háromféle ömlésből keletkezhetett.

A bazalterupciók megismétlődését vallotta id. Lóczy Lajos² is. Lóczy azonban a magasabb térszínen és a szél által el nem vékonyított pliocén-üledékeken levő bazalthegyeket vette idősebbeknek, viszont az alacsonyabb és a szél által elvékonyított pliocén-üledékeken előforduló bazalthegyeket fiatalabb erupciókból keletkezetteknek tekintette. Helyes, de nem könnyen megállapítható különbségek ezek.

Az erupció megismétlődésének legkönnyebben megállapítható jele: *a vulkáni tufa és a láva váltakozása*. Közvetlenül látni ezt a Cserhát- és a Mátra-hegységekben, ahol az andezittufa és az andezitláva váltakozását jó feltárásokban figyelhetjük meg úgy, amint azt MAURITZ² és NOSZKY³ munkáiból is tudjuk.

A balatonvidéki bazalthegyeken az újabb kutatóknak sem sikerült eddig olyan természetes vagy mesterséges föltárásokat találni, amelyekben a bazalttufa és a bazaltláva váltakozása jobban és közvetetlenebbül volna megfigyelhető, mint az általam régen ismertetett szentgyörgyhegyi természetes föltárásokban.

Mindazonáltal a balatonvidéki bazaltos erupció megismétlődésére vonatkozó régi ismereteink újabb adatokkal is gyarapodtak, főleg a bazaltbányák új föltárásai segítségével.

Ilyen új megfigyelésekről számolt be MAURITZ és HARWOOD⁴ két év előtt megjelent közleménye a Szent György-hegy bazaltjáról.

¹ Lóczy Lajos: A Balaton környékének geológiai képződményei és ezeknek vidékek szerinti telepődése. A Balaton Tud. Tanulmányozásának Eredményei. I. k. I. r. I. szakasz. Budapest, 1913. p. 409—422.

² MAURITZ Béla: A Mátrahegység eruptív kőzetei. Mat. és Term. Közlem. XXX. k. 4. sz. Budapest, 1910. p. 7.

³ NOSZKY Jenő: A Mátrahegység geomorphológiai viszonyai. Budapest, 1927. 1. pl. a 2. vagy a 7. ábrát.

⁴ MAURITZ und HARWOOD: Der Basalt des Szent György-Berges in der Balatongegend (Plattenseegebiet). Math. u. Naturwissensch. Berichte aus Ungarn. Band XXXVII. Budapest, 1930.

Még harminc évvel ezelőtt a Szent György-hegy testének a fölépítésébe inkább csak a természetes föltárások, főleg az erózió vájta sebhelyek engedtek némi betekintést. Újabban az impozáns Szent György-hegy fejedelmi testét is kikezdték a kőfejtők a hegy nyugati oldalán és ezekben az újabb, mesterséges föltárásokban MAURITZ megfigyelhette, hogy az alsó bazalttufán elterült vastag, oszlopos bazaltláva maga sem alkot egységes takarót, hanem amint azt az idézett közlemény 2. számú fényképfelvétele is tanúsítja, két, egymástól élesen elkülönült ömlésből épült föl.

Az *alsó* ömlés bazaltkőzete sötétebb színű, durvább szemcséjű, vastag oszlopos és vékony pados elkülönülést mutat, a *felső* láva-ömlés kőzete viszont világosabb színű, apróbb szemcséjű és vékonyabb oszlopokra vált el.

Kár, hogy MAURITZ és HARWOOD értekezése nem közli, hogy ezt a két lávát milyen kőzetanyag választja el egymástól?

Kabhegyi megfigyeléseim alapján valószínűnek tartom, hogy a két láva közötti kőzetanyag a Szent György-hegyen is *bazaltnyirok*.

MAURITZ és HARWOOD cikkének van még egy olyan mondata, amelyet a bazalterupció megismétlődése szempontjából fontosnak tartok. Az említett közlemény különlenyomatának a 10. oldalán, ahol már a bazaltok vegyelemzési adatai tárgyaltnak, a Szent György-hegy nyugati kőfejtőjéről a következő megfigyelést olvashatjuk: «Im Jahre 1921 war in diesem Steinbruch noch ein Basaltgang erkennbar (derzeit schon mit Gesteinschutt bedeckt), der den liegenden Basalttuff durchquerte.»

MAURITZ és HARWOOD sajnos, nem nyilatkoztak arra vonatkozólag, hogy a Szent György-hegy bazaltdeikja csak az alsó bazalttufát törte-e át, vagyis az alsó bazaltláva nyelének tekintendő-e, avagy áthaladt az alsó bazaltláva kettős takaróján is, amely esetben későbbi erupció-cyclust jelez.

Az a körülmény, hogy a bazaltdeik kőzetében a vegyelemzésre támaszkodó theoretikus ásványalkatrészek között MAURITZ és HARWOOD szerint nem szerepel a nefelin, holott a két bazaltlávatakaróban feltételezték a nefelint is: arra engedne következtetni, hogy a bazaltdeik *fiatalabb* erupció terméke, mint a kettős bazaltlávaár.

Már az elmondottakból is látni való, hogy még sok probléma vár megoldásra magán a Szent György-hegyen is.

Azt, hogy a Balaton vidékén, a túl-a-dunai részeken a bazalt-lávaömlés megismétlődött, én annakidején elsősorban abból következtettem, hogy régi kőzettani vizsgálataim szerint a túl-a-dunai részeken három, négyféle bazalttípust különböztethettem meg, ú. m. bazanitoidot, földpátos bazaltot, limburgitoidot és limburgitot.

Harminc év óta a mikroszkópiumi vizsgálati módszerek annyira fejlődtek, hogy indokolt volna közel három évtized előtt végzett kőzettani vizsgálataim eredményeit revíziónak vetni alá.

Magam ezzel az újvizsgálattal már nem foglalkozhatom, mivel mint a telepismerettan tanárának inkább a bányageológiai problémák megoldására kell fordítanom csekély erőmet.

Ilyen gyakorlati probléma során vettem észre még 1926. év őszén, vagyis még mielőtt MAURITZ és HARWOOD közleménye a Szent György-hegy bazaltlávaömlésének a megismétlődéséről megjelent volna, hogy a Balatonvidék leghatalmasabb bazalthegyén: a Kabhegyen is kétségtelenül ki lehet mutatni a bazaltlávaömlés megismétlődését.

Éppen erről szólnak a következő sorok.

1926. év tavaszán RADOYCHICH MÁTYÁS vállalkozó azzal a felhívással fordult hozzám, hogy segítsen őt szaktanácsaimmal a Kabhegy északnyugati lábánál tervezett bazaltkőtermelés előkészítésénél.

A Kabhegy, a Balaton-fölvidéknek a legmagasabb hegye, Nagyvázsony, Pula, Öcs, Padrag és Úrkút községek között emelkedik 601 méter abszolút magasságra. Maga a bazalttömeg dél felől a Bakonyerdő felső triaszkorú fennsíkján, észak felé az eocén nummulinás márgás mészkövén helyezkedik el mintegy 50 km² alapterületen s menedékesen emelkedő, nagyköpenyű kúpot alkot.

A Kabhegy csúcsa sötétes barnás, elmálva vereses, likacsos-hólyagos bazaltból áll, amelyben salakos bazaltdarabok hevernek szanaszét. A takarószerű bazaltköpeny ellenben vadgalambszürke kompakt földpátos bazalt, amely hasznosítható és kőtermelésre alkalmas.

A Kabhegy bazaltja a legnagyobb kiterjedésű az egész Balaton-

fölvidéken és így ott tényleg indokolt a kőkitermelés megindítása és az a hegynék erdőkkkel fedett lábainál a természeti szépségek rovására sem eshet.

Minden bányatermék rentabilitásának egyik főfeltétele a jó és az olcsó szállító út. A Kabhegy nagykiterjedésű köpenyének a bazaltját az a keskenyvágányú vasútvonal közelíti meg a legjobban, amely az ajka-csingervölgyi rendes nyomtávú szárnyvasúthoz csatlakozik. Ez a keskenyvágányú vasútvonal a Köleskepek mentén halad és a kitermelt erdei fa leszállítására szolgált.

A Köleskepek és völgyfejei a Bakonyerdő felsőtriaszkorszakú földolomitjából álló fennsíkján eocénkorszakú nummulinás márgás mészkövet tártak fel 312—406 m tengerszint feletti magasságban és e felett terül el a Kabhegy nagykiterjedésű köpenyének a bazaltlávája.

Miután azonban a vízvájta szakadékos árkokban a kőomlások, a suvadások, a lépcsős vetődések következtében csak nagyobb költséggel lehetett volna a szálban álló bazaltot jelentősebb vastagságban föltárni: azt javasoltam, hogy a vízvájta árkoktól távolabb, a *padragi* és a *nagypázsónyi* uradalmi erdők hátságain tárják föl a bazaltot *egész vastagságban*, minthogy a kőkitermelés annál gazdaságosabb, minél vastagabb a kitermelésre méltó kompakt bazalt.

A feltárások magfúrásra alkalmas (pl. Crelius-rendszerű) fúrógéppel vagy kutatóaknak lemélyítésével végezhetők el. A Crelius-fúrógép ugyan gyorsan végezheti a feltáró munkát, de az a hátránya, hogy a kisméretű kőmagokon a *hasíthatóság* («a ritzelés») vagyis az a tulajdonság, hogy a bazalt alkalmas-e hasított és faragott kövek (nagy- és kiskocka, püspöksüveg, fejkő, kötőkő, talut stb.) formálására, nehezen állapítható meg. Éppen ezért az említett vállalkozó a magfúrás helyett a költségesebb, de az imént említett vizsgálatok megejtésére alkalmas kutatógödrök, kutatóaknak lemélyítését választotta.

A bazaltkőzetet föltáró kutatógödrök mélyítését a padragi uradalmi erdő északkeleti részén, azon a hátságon kezdték meg, amelyet a Köleskepek és a Padrag község felé lejtő szakadékos völgy fog közre.

Ezek a kutatógödrök az arasznyi, legfeljebb 30 cm vastag

televény alatt elérték a bazaltot, de az 5. majd a 8. számú kutató-gödörben 4—5 méter mélységre haladva, elmállott bazaltanyagra: vereses *bazaltnyirok*ra bukkantak.

Ez a körülmény természetesen a gazdaságos bazaltkő-kitermelés szempontjából nem előnyös, miért is a vállalkozó hozzám fordult, hogy mitevő legyen?

1926. év őszén kiszálltam a helyszínére és azt tanácsoltam, hogy a 8. számú kutató-gödörben föltárt bazaltnyirkot vágják csak át, minthogy a Köleskepe-árok keleti ágában látható természetes feltárás szerint, valószínűleg a bazaltnyirok alatt is bazalt fekszik.

A *bazaltnyirok* is lekötötte a figyelmemet, minthogy emlékeztetett a németországi, vogelsbergi bauxitokra, amelyek a bazaltok elmállásából, a bazaltos lateritből képződtek.

A bazaltnyirok vegyelemzéséből kiderült, hogy míg a kabhegyi típusú földpátos bazaltban csak 16 % a timföld, a bazaltnyirokban, mint a bazalt laterites elmállási termékében, már 28 % az Al_2O_3 -tartalom.

A vegyvizsgálat arra mutat tehát, hogy a nagytömegű, ú. n. «mész-kő-bauxitok» mellett a Balaton-fölvidéken is végbe ment a *bazaltos laterit-képződés*, amely Németországban átmeneti tag a bazalt és a baurit között.

Az említett vállalkozó tényleg átvágta a 8. számú kutató-gödörben a bazaltnyirkot és meglelte alatta a bazaltot. Sajnos, ennek az alsó bazaltnak csak a felső, likacsos részébe hatolt be.

A vállalkozó a kutató-gödrök mélyítését most már bátrabban folytatta tovább, részint a padragi erdő említett hátságán, részint a nagyvázsonyi erdőben.

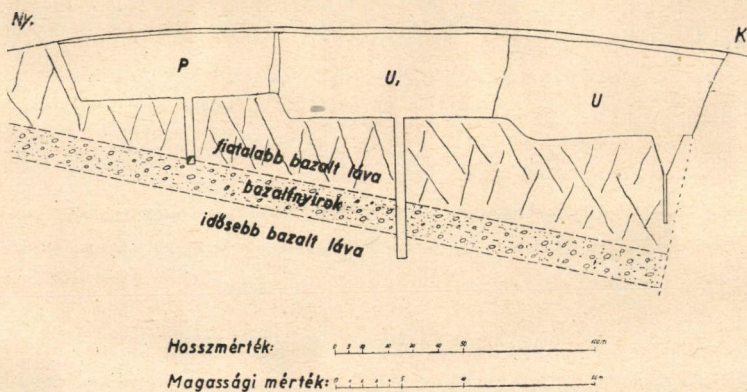
A padragi uradalmi erdő északkeleti részén lemélyített 1—13. és 18. számú kutató-gödrök közül az 5., a 8. és különösen a 18. számú arra engedett következtetni, hogy a Kabhegy köpenyének az északnyugati részén két *bazalt-lávaömlés* különböztethető meg, amelyeket egymástól néhány méter vastag bazaltnyirok választ el. A két bazalt-lávaömlés között földtanilag is jelentős időnek kellett eltelnie, mert hiszen ahhoz, hogy az alsó, idősebb bazalt-láva megkeményedése után 2—6 m vastag mállási termék: bazaltnyirok képződhessen, bizonyára hosszú időre volt szükség.

A kutatófeltárások a padragi uradalmi erdő északnyugati

részéről átterjedtek a nagyvázsonyi uradalmi erdő szomszédos hát-ságának arra a részére is, amely az 1:75,000 és az 1:25,000 topo-gráfiai térképlapok 405. és 421. kótái, illetve a Köleskepe-árok és a padragi szakadékos völgy felső részei között fekszik.

A nagyvázsonyi uradalmi erdőnek most megjelölt részében lemélyített kutatógödrök főleg két helyen csoportosulnak. Egyrészt a 405. kóta alatt, a Köleskepe-árok völgyfejében, a vízvájta, szakadékos, mély árkok déli oldala mentén, részint a 421. kóta környékén.

Az *A*, *B*, *D*, *D*₁ és az *F* jelzésű feltárások mind felnyitották a két bazaltlávaömlést egymástól elválasztó *bazaltnyirok* képződményt 2—5 m vastagságban, illetve pillérmagasságban.



1. ábra.

Gyakorlati szempontból még fontosabbak voltak a 421. kóta környékén lemélyített kutatógödrök, amelyek ezt a bazaltnyirkot ugyancsak meglették, sőt a mélyebbek harántolták, át is vágták.

Itt említem meg, hogy 1927, illetve 1928-ban TELEGDY ROTH KÁROLY és MAURITZ BÉLA szaktársaim is valószínűnek tartották, hogy az ismertetett területen legalább két bazaltlávaömléssel van dolgunk, sőt MAURITZ BÉLA a M. Földtani Társulat egyik szak-ülésén a Szent György-hegy bazaltjának a zeolitjaival kapcsolat-ban nyilvánosságra is hozta ezt a sejtelmét.

Minthogy a nagyvázsonyi uradalmi erdőnek a 421. kótával jelzett részén a kutatógödrök tanúsága szerint a felső, a fiatalabb bazaltlávaömlés *vastagabbnak* bizonyult, mint a padragi uradalmi

erdőben: Fehér- és Veszprémmegyeiek közönsége, mint amely a kabhegyi bazalt nagyobbarányú kitermelését vette tervbe, itt a 421. kóta közelében az U , U_1 és P jelzésű kutatógödrök körül kőbányaudvarokat létesített.

Ezekben a bányaudvarokban azonban csak a felső, a fiatalabb bazaltláva felső 5—6 m vastag részét fejtették le, bár ismételten felhívtam az érdekeltek figyelmét arra, hogy a bazaltot — még az üzem megindítása előtt — föl kell tární egészen a talpig, vagyis az eocén nummulinás, márgás mészkövéig. A jelenlegi üzemvezető bányamérnök, mint volt tanítványom, végre megszívélte ezt a több-ízben elhangzott figyelmeztetésemet és ő az U_1 és a P jelzésű bányaudvarokban egy-egy kutatóaknát mélyített, amelyek alapján most már minden kétségen felül megállapíthatjuk a következő tényeket:

1. A felső, a *fiatalabb* bazaltláva, illetve a megkeményedéséből keletkezett bazaltkőpad 10—12 m vastag.

2. A felső, a fiatalabb bazalttakaró alatt mintegy 3 m vastag *bazaltnyirok* következik.

3. A bazaltnyirok alatt egy alsó, *idősebb* bazalttakaró terül el, amelynek azonban eddigelé csak a legfelső, likacsos-hólyagos részébe hatolt be az U_1 jelzésű bányaudvar kutatóaknája.

Az előadottakat illusztrálja a nagyvázsonyi uradalmi erdő U , U_1 és P jelzésű bányaudvarain átfektetett szelvény, amelyet egykori kedves tanítványom, a kabhegyi bazaltbányaüzem jelenlegi vezetője: KOSZTKA ALAJOS bányagazgató úr készített.

A felsorolt s mintegy másfél négyzetkilóméter területen létesített föltárások adataiból kétségtelenül megállapítható tehát, hogy most már nemcsak közettani, hanem úgyszólván rétegtani alapon is kimutatható, hogy a Balaton-fölvidéken a bazaltos eruptionok nemcsak hogy *megismétlődtek*, hanem hogy, legalább is helyenként, mint pl. a Kabhegy északnyugati részén *az eruption szünetelése hosszabb ideig tartott*, úgyhogy a vulkáni tevékenység szünetelése alatt a már kiömlött és megkeményedett bazaltláva egykori felszínén az atmoszferiálisak elbontó, elmállasztó hatására néhány méter vastag bauxitos-laterites bazaltnyirok keletkezett és a felső, a fiatalabb bazaltláva aztán erre a bazaltnyirokra ömlött.

ZUR WIEDERHOLUNG DES BASALTERGUSSES DES KABHEGY.

Vom korr. Mitglied I. v. VITÁLIS.

In meinen Abhandlungen und Studien über die Basalte der Balatonumgebung habe ich schon vor über 30 Jahre den Nachweis erbracht, dass einzelne Basaltberge Transdanubiens mittels *wiederholter* vulkanischer Ausbrüche aufgebaut wurden. Besonders auffallend ist diese Erscheinung am Tátika-Berg, indem hier der untere flache Sockel, der sich in Form eines grossen Kegelstützes am pannonisch-pontischen Sediment ausbreitet, aus *Basanitoid* besteht, während das Gestein des sich daraus erhebenden kleinen, aber steilen Kegels *Feldspatbasalt* ist. *Wiederholte* vulkanische Eruption erbaute auch die Berge Szebike, Szentgyörgy und Nagy-Somló.

In den letzten Jahren wurden in den Basaltbergen der Balatonumgebung vielerorts grosse Steinbrüche erschlossen und auf diese Weise konnten wir tiefer in das Innere der Basaltberge einblicken.

Im Jahre 1926 wurde auf meinen Ratschlag die Erschliessung des Basaltes auch auf der nördlichen, gegen Ajka liegenden Seite des mächtigsten Berges dieser Gegend, des Kabhegy begonnen. Beim Aufschliessen der Schächte konnte beobachtet werden, dass nicht nur die petrographisch verschiedenen Basaltarten in verschiedener Zeit zum Vorschein kamen, sondern auch die Eruption des petrographisch zu ein- und demselben Typus gehörigen Basaltmaterials sich wiederholte, u. zw. nach geraumer geologischer Zeit, da am Kabhegy der untere, ältere und die obere, jüngere feldspatige Basaltlavendecke durch ein 2—6 m mächtiges Basaltverwitterungsprodukt: «Nyírok» von einander getrennt sind. Offenbar verging

eine lange Zeit, bis aus dem unteren, älteren Basalt der 2—6 m mächtige Basalt-nyirok entstand.

Fig. 1. zeigt auf Grund der Schachtaufschlüsse die infolge *wiederholter* Lavaergüsse entstandene ältere und jüngere Lavadecke, sowie den aus dem oberen Teil des älteren Lavadecke (ehemalige Oberfläche) entstandenen Basaltnyirok.

In meiner Monographie, betitelt «A balatonvidéki bazaltok», resp. «Die Basalte der Balatongegend» trachtete ich im Jahre 1909—1911, bezüglich des Szentgyörgyhegy nachzuweisen, dass das vulkanische Material des Berges aus *drei* Eruptionen entstanden ist. Die Materialien dieser drei Eruptionen sind: 1. das *Basanitoid* beim Apátiszarv, 2. der *untere Basalttuff* und der darauf stehende säulige *feldspatige Basalt*, der die Hauptmasse des Szentgyörgyhegy aufbaut, 3. der *obere Basalttuff* und darauf das *schlackige, blasig-löcherige feldspatige Basalt*.

MAURITZ beobachtete in dem auf der westlichen Seite des Szentgyörgyhegy neuerdings eröffneten Steinbruch, dass auch der säulig abgesonderte feldspatige Basalt, der die Hauptmasse des Berges bildet, aus *zwei* Eruptionen entstand. Der *untere*, ältere feldspatige Basalt ist dunkel, grobkörnig und bildet dicke Säulen, der *obere*, jüngere feldspatige Basalt ist lichter, feinkörnig und bildet dünnere Säulen. Am Szentgyörgyhegy scheint sich aber die zweite feldspatige Basaltlava rascher zu ergossen haben, als am Kabhegy, da in den Mitteilungen von MAURITZ und HARWOOD aus dem Jahre 1930 zwischen den dick- und dünnsäuligen feldspatigen Basalten weder Basalttuff, noch Basaltnyirok oder ein anderes Gestein erwähnt oder abgebildet wurde.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 1. Mai 1933.)

AZ ORTÁSHEGY DIABÁZA A BÜKKHEGYSÉGBEN.

SZENTPÉTERY ZSIGMOND 1. tagtól.

II—IV. táblával.

A Bükkhegység déli részén húzódó gabbró-diabáz vonulat képződési viszonyaival általánosságban már foglalkoztam.¹ Ezen a területen a feltételezetten aránylag bázisos gabbróid magmából a három főtípuson, a diabázon, gabbrón és peridotiton kívül a hasadási termékeknek hosszú sora képződött. A származott sokféle kőzetfajt és fajtát eddig még csak részben tudtam ismertetni.

E képződményeknek a származásánál a rendes differenciálódási folyamatokon kívül a petrológiai viszonyok alapján még azt is tekintetbe kellett venni, hogy az eredeti magma egyes részei különböző összetételű régebbi képződmények mellé és nagyon különböző fizikai viszonyok hatása alá kerültek. A képződési viszonyok különbözősége a részmagmáknál nemcsak a hasadási és kristályosodási képességben, megszilárdulási gyorsaságban stb. idézett elő különbözőségeket, hanem természetszerűleg magában a vegyi összetételben is. Így voltaképpen ezek a fizikochemiai viszonyok voltak a differenciálódás mellett a döntő tényezők a megszilárdulásból származó kőzetek minőségére.

Ezeknek az előfeltételeknek a hatása alatt végbement folyamatoknak az általános megállapítása mellett, a genetikai viszonyok kutatásánál, mindig újabb és újabb kérdések merülnek fel. Ilyen például a különböző szintekben képződött diabázok széli facieseinek kialakulása, a titánmagnetites részeknek képződése és szerepe, az érintkezési kőzetek keletkezése stb. stb. Ez alkalommal a széli diabázok kérdésével foglalkozom.

¹ Math. és Természettud. Értesítő. XLIX. k. 399—430. l. Budapest.

A nagy tömeg szélein előforduló diabázfajták u. i. egyes helyeken, ahol asszimilációra semmi nyom sincs, eltérőleg az általánosságban érvényes viszonyoktól, erősen bázisosak, sokkal bázisosabbak, mint a nagy tömeg hasonló szintjeiben képződött diabázok általában. Ásványos és vegyi összetételük nagyjában olyan, mint a sokkal mélyebb szintet elfoglaló diabázképződményeké.

Tudnunk kell itt azt, hogy a gabbroidális terület legfelső képződménye, a szpilitdiabáz, illetőleg a karbonüledék alatt megmerevedett részeknél a sűrű szemcsés diabáz legnagyobb része aránylag sokkal savanyúbb, mint az alatta következő többi fajták, mint a diabázgabbro, gabbródiabáz stb. Jól tanulmányozható ez a tömeg belső részében, a Homonnatető vidékén, de sok helyütt a széleken is, ott, ahol a diabázsorozat a mélyebbi fáciesek felé is követhető. Mindezekben a helyeken a képződési viszonyok könnyen érthetők, ha a gravitációs kristályosodási differenciálódást vesszük tekintetbe.

Ennek a differenciálódásnak a folyamán az eruptívus test mélyebb részei sokkal gazdagabbak lettek vasércekben és $FeMg$ -szilikátokban, mint a felső burokszerű rész. Fontos az is, hogy ezekkel az anyagokkal együtt a Ti -tartalom nagyobb része is a mélyebb részekben halmozódott fel. A felső magmarészek ennek folytán savanyúbbakká váltak, kovasavban és alkáliákban gazdagabbak, ellenben Fe - Mg - és Ti -tartalmú anyagokban sokkal szegényebbek. A diabázburok aránylag különösen Na -ban gazdag, ami a jóval mélyebb szinteken kiképződött gabbróban már, úgy szólva, egészen normális, az ultrabázisos részekben meg természetesen elenyésző csekély. A Na_2O túlnyomó uralkodása a K_2O felett még a gabbrókban is feltűnő, ez azonban már nem szintjelző, hanem kőzettartományi jelleg.

Ilyen kifejlődésű a gabbroidális terület legnagyobb része. Az eltéréseket, ahol tehát a széli diabáz nem követi az általános típust, olyan helyeken találjuk, ahol a petrológiai viszonyok alapján feltételezhetjük, hogy gyorsan merevedett meg, eredetileg is vékony takarót alkotott, ill. telepe v. teleptelére vertikális irányban kis terjedelmű volt.

A legjobban tanulmányozható hely e tekintetben az Ortáshegy, Egercsehi és Szarvaskő között, melynek diabázát nemcsak a határoló

patakok, hanem a hegy oldalába bemélyesztett kőfejtők és kőbányák is jól feltárják. A hegy az említett patakok szögletétől ÉNy-i irányban húzódik, ahol átmegy a Kétvízhegybe. Karbonüledék és diabáz alkotja. A diabáz előfordulási viszonyai azt mutatják, hogy eredetileg széles telepet alkotott, amelynek még csak egy része került a napvilágra, az itt különben is vékonyvá vált üledéktakaró részleges letarolódásával.

Ez a nagy diabáztömegetől elágazó kisebb széli előfordulás DNy-on a Laposendre-hegy oldalában vékony teleptelérágakkal kezdődik karbonpalában, mint azt SCHRÉTER ZOLTÁN főgeológus, a vidék földtani felvevője pontosan ábrázolja térképén.¹ A Csehipatak keleti oldalán a telérágak egyetlen széles teleppé egyesülnek, amelynek a letarolás folytán kikerült része ott, ahol legterjedelmesebb, kb. 0.5 km széles. Az Ortáscsúcs mellett azonban végleg eltűnik a karbonüledék alatt, mint délen is az Egerpatak mellett a Csehipatak torkánál. Keleten azonban az Egerpatakon átmegy a nagy diabáztömegbe. Egyes karbonmaradványok vannak a feltárt rész tetején is.

A legnagyobb üledékmaradvány Ny-i oldalán, a mikófalvi kőfejtő felett éles sziklákban áll ki a diabáz, míg az üledékfoszlány É-i oldalán a csúcs felé lekopott sziklákat, sziklafejeket találunk az eruptívumból. A Ny-i meredek sziklás helyen és attól Ny-ra itt-ott olyan nyomokra akadtam, amelyek arra engednek következtetni, hogy a telepet alkotó diabáz anyagának egy kis része eredetileg is a felszínre került, a felfelényomulás alkalmával képződött vékony repedésen.

E helytől DK-re van a nagy Hermann (Szabados) bánya, amely legmélyebben feltárja a diabázt, míg innen ÉNy-ra a kisebb kőfejtők csak a legkülső részét bolygatták meg a diabáztelepnek.

A részletes vizsgálati eredmények a következők:

Az Ortáshegy Ny-i szélső részének diabázai, a Csehi és Mikófalvi kőfejtőknek és környékének kőzetei meglehetősen egyforma **bázisos diabázok**, amelyek csak itt-ott mennek át porphyros kifejlődésűbe. A különbség jóformán csak a kissé változó szemmagyságban van. Gyakoriak a dörzs-

¹ M. kir. Földtani Intézet Évi Jelentése 1913-ról, 298. l. Budapest.

breccsiás vonalak. A repedéseket diabáztörmelék, calcit és prehnit töltik ki. Az érintkezési hatás a karbonüledék felől csak nagyon szórványosan észlelhető, és ahol látszik is, ott is minimális. A diabáz átalakító hatása itt sokkal kisebb, mint a nagy diabáztömegben általában.

Szabadszemmel sötétszürkék, szürkék, zöldesszürkék, igen sűrűek, csak itt-ott tűnik fel bennük egy-egy porfiros földpát-kristályka v. csillogó ércszemecske. Magukban a kőfejtőkben, különösen az első Csehi kőtörőben már valamivel nagyobb szemű, a szemcsés szerkezet néha jól kivehető. Majdnem egészen ilyen megjelenésűek az Ortáscsúcs déli környékének diabázai is. A legtöbb helyütt el vannak változva. A legüdébb példányoknak mikroszkópi képét a következőkben adom:

A porfiros szerkezet meglehetősen elmosódott és nem is általános. Vannak egyenletesen sűrű fajták is, különösen a teleptelérnyúlványokban. A porfiros ásványok csak valamivel jobb alakúak, mint az alapszövet kristályai és csak ritkán sokkal nagyobbak azoknál.

Az *alapszövet* átlagos szemnagysága, az összes előfordulásokat tekintetbe véve, $90\ \mu$, azzal a megjegyzéssel, hogy e nagyságtól a porfiros ásványok nagyságáig minden átmenet előfordul. Legsűrűbbek a DNy-i oldal kőzetei, átlagos $50\ \mu$ szemnagysággal. Főalkotórész a nagyon gyakran Ti-tartalmú ibolyásbarna *augit* és a *plagioklász*. Aránylag sok a *titánomáagnetit* és *ilmenit*, minimális az *apatit*. Itt-ott a *pirit* is megjelenik. Bomlási termékek: klorit (*pennin* és *ripidolit*), *prehnit*, *kaolinit*, *saussurit*, *sericit*, *epidot*, *leukoxén*, *limonit* és *titanit*.

Az *augit* izometrikus kristályai néha eléggé automorfok. A földpáttal nagyjában egyidősek, a földpát kiválása azonban tovább tartott. Jellemző az augitra, hogy legtöbbször homokórás szerkezetű. Ritkán iker az (100) szerint, az ikeregységnek száma rendszeren csak kettő. A *plagioklász* alakja kissé hosszúkás merev oszlop v. teljesen szabálytalan szemcse, az utóbbiak rendszeren valamivel savanyúbbak (Ab_{66} -ig), mint a szabályosabb alakú plagioklászok (Ab_{42} – Ab_{55}), melyek rendszeren kevés egyénből álló albitikrek.

A nagyobb ásványszemek közül mindig a legnagyobb az

olykor 1·2 mm-es *ilmenit*, teljesen szabálytalan alakú lemezekben. Ezek a lemezek nemcsak a széleiken, hanem egész testükben is telve vannak augit- és plagioklásszárványokkal, amelyek a csiszolatok síkjában néha sok darabra is tagolják a legnagyobb részben leukoxénné vált ilmenitet. A nagyobb plagioklász- és augitkristályok teljesen olyanok, mint az alapszövetben, úgy hogy igazi porfirok ásványoknak alig tekinthetők; az alapszövet apró ásványszemei bőven előfordulnak bennük zárványképpen. Ezekből a nagyobb szemekből főleg a plagioklász-, de az augitkristályok is előszeretettel gyűlnek apróbb-nagyobb halmazokba, külön-külön, de együtt is, úgyhogy sokszor hasonlítanak a mélységi zárványokhoz.

Az alkotórészeknek teljesen szabálytalan eloszlása miatt a volummetrikus mérések nem adnak megnyugtató eredményeket. Az összes méréseket tekintetbe véve a plagioklász átlagos mennyiségét 58 %-ra, az augitét 33 %-ra, az ilmenitét 7 %-ra tehetjük.

A hegy Ny-i lejtőjén a mikófalvi kőfejtő előtt (második telep-télér) gyűjtött legüdébb tömör diabázta a szegedi egyetem ásvány- és földtani intézet laboratóriumában 1931-ben POLNER ÖDÖN vegyészmérnök megelemezte. Az adatokat alább fogom közölni 1. alatt a másik sűrű diabázéval együtt.

*

Az Ortáshegy déli részén húzódó Kisgerincet szintén egészen sűrű diabázok alkotják, melyek itt-ott salakosak, mandulakövesek és velük együtt eruptívus breccsia is előfordul. A breccsiákba bezárt karbonüledék darabok jóformán semmi elváltozást nem mutatnak, az ép kőzetekbe bezárt darabokon is csak csekély hatás észlelhető. A leírt típuson kívül két meglehetősen különböző diabázfajta van itt:

Az egyik közvetlenül a mikófalvi kőtörő felett fordul elő: **bázisos sűrű diabáz.** A leírt típushoz külsőleg nagyon hasonló, de porfirok alkotórészeket nem látni benne. Anyagának tekintélyes része (kb. 20 %) kloritosan és agyagosan átalakuló üveg, de vannak benne parányi víztiszta földpátféle foltok, ferrithalmazok és titanitszemecskék is. Helyenként limonit festi meg. Az ásványszemek nagy része halvány ibolyásbarna *augit*, melynek nagyon változó nagyságú, de legfeljebb 0·3 mm-es kristályai zömök,

kurta oszlopok, nem mindig automorfok. Nem ikrek, de majdnem kivétel nélkül homokórás szerkezetűek. Sokszor gyűlnek össze halmazokban. A földpát (Ab_{30} — Ab_{46}) vékony, albitikersávós lemez, nem igen társul az augithoz, ha azonban együtt vannak, úgy látszik, egyidősek. Aránylag sok az *ilmenit*, apró leukoxénes táblákban. Mind a három főalkotórész erős elváltozásnak indult. *Pirit* egyes kőzetekben bőven van.

Ez a diabáz látszik a legbázisosabbnak a bükki diabázok közül. Sajnos, hogy a már másodízben nagy gonddal gyűjtött bő anyagban sincs egyetlen példány sem olyan üde állapotban, hogy vegyelemezni érdemes volna.

A Kisgerinc másik diabázfajtája: **bázisos szpilitdiabáz**, szürkésfekete színű tömör kőzet, melyben lupéval egyes földpát-tűket láthatunk. Üveges sűrű kőzet, földpátosan, kloritosan és titanitosan átalakuló üvegbázissal. Összetétele olyan, hogy az ásványszemeknek körülbelül a fele földpát, a másik felének legnagyobb része augit, kis része ilmenit. Pontos %-os meghatározás nem volt lehetséges.

A *plagioklász* (Ab_{34} — Ab_{45}) átlag 0.03—0.3 mm-es finom lécalakú kristályokat alkot, de vannak 2 mm-ig emelkedő hosszú finom kristálylécek is. A kristályok végeiken gyakran kihegyesednek v. villásan szétágaznak. Egymással előszeretettel nőnek össze kereszt- v. dőlt keresztalakban, gyakran át is nővik ilyen formában egymást. De összenőnek párhuzamosan v. csak kissé szétágazóan is, és nyalábszerű, olykor csillagszerű halmazokban egyesülnek. Majdnem mindig albitikrek, az ikeregények száma azonban mindig kevés. Jellemző, hogy belső részük olykor telve van üveg-zárvánnyal, külső részükben pedig sok az apró augit.

A sárgásbarna és ibolyásbarna *augit* legnagyobb része teljesen xenomorf szemcse, kis része zömök oszlop, állandó homokórás szerkezettel. Ritkán ikersávós az (100) szerint. A xenomorf augit nagyon változatos kifejlődésű. Részben hullámszerűen átmenetes elsötétedésű zónás apró szemeket alkot, részben tollszerű kristályvázakat. Olykor egy hosszabb augitszál v. vékony plagioklászttú körül csoportosulnak a rendkívül finom szemcsék és ezekre egyenként v. halmazonként rá vannak erősítve. Így valóságos fűrészszemű képződmények keletkeztek. Gyakoriak azután a legyezőszerűen

szétágazó rostos képződmények is. Mindezek azonban együttesen legtöbbször szintén apró, izometrikus szemeket alkotnak. Vannak azonban hosszúkás formák is, amelyek még inkább kristályvázszerűek. Az összes megállapítható optikai tulajdonságok titántartalmú augitra vallanak. Az augit kiválása nagyrészből a plagioklászé után történt. Innen van, hogy az apró augitszemcsehalmozatok együttes formáját részben a plagioklászlécek szabják meg. Amennyiben az augitkristályok egyes parányi alkotórészei, mondhatjuk elemi részei plagioklásztű körül csoportosulnak, ez jól képviseli az ofitos szerkezet kezdődő kifejlődését. Éppen így megtaláljuk keresztalakú ikerképződésnek, sőt még a homokórás szerkezetnek a kezdeményeit is ezekben a kezdetleges képződményekben. Az *ilmenit* és *titánmagnetit* jórésze elváltozásnak indult, úgyhogy az érc eredeti aránylagos nagy szerepét a bőven található *leukoxén* és *titánithalmaz* is jelzi. Egyes ilyen halmazokban *hematit* és *limonit* is van. Említendő még pár *apatit*- és *rutilkristályka*. A másodlagos ásványok közül a már említett titántartalmú termékeken kívül itt-ott meglehetősen sok a *kaolinos* agyag, fehér *csillám*, *saussurit*, azután *pennin*, *delessit*, *ripidolit* és *viridit* fajta klorit. A kőzetek repedéseit *hematit* és *limonit* töltik ki.

Itt-ott dörzsbreccsiás szerkezet is előfordul, midőn különösen az augit morzsolódott rendkívül finomszemű törmelékké. Az elváltozás ezekben a breccsiákban jóval nagyobb fokú, ugyancsak néha erős *kvarcosodás* és *piritképződés* figyelhető meg. Tehát utóvulkáni hatások is voltak.

A Kisgerinc egyik ilyen szpilitdiabázát szintén megelemezte POLNER ÖDÖN. Az eredményeket a 2. alatt a mikófalvi kőfejtő sűrű diabázával együtt közlöm. Összehasonlítás céljából közlöm továbbá a bükki gabbroidális főtömeg gabbró- és diabázközeteinek középértékét¹ is.

¹ Math. és Természettud. Értesítő XLIX. k. 410. l. Meg kell jegyeznem, hogy az itt összefoglalt diabázok közül csak kettő olyan, amely a legfelső burkot képező sűrű diabázokat, tehát a savanyúbb tagokat képviseli (19. és 22. számúak), míg a többi már bázisosabb típus a normális diabázok közt.

	Eredeti elemzések				Molekula %			
	1.	2.	Gabbró.	Diabáz.	1.	2.	Gabbró.	Diabáz.
SiO_2 ..	46·02	44·64	44·55	49·46	50·62	49·50	48·67	53·96
TiO_2 ...	2·88	3·36	3·84	1·71	2·38	2·79	3·14	1·40
Al_2O_3 .	16·20	15·11	15·82	15·52	10·48	9·85	10·17	9·92
Fe_2O_3 ..	3·58	3·07	4·56	2·84	12·90	15·77	13·81	10·05
FeO	10·65	14·15	10·86	8·36				
MnO ..	0·20	0·14	0·21	0·14				
MgO ...	5·43	6·19	6·27	5·94	8·96	10·29	10·27	9·72
CaO ...	9·71	8·10	9·47	9·09	11·45	9·62	11·13	10·63
Na_2O ...	2·90	2·01	2·54	3·85	3·09	2·15	2·69	4·06
K_2O	0·10	nyom	0·08	0·26	0·07	—	0·06	0·17
P_2O_5 ...	0·12	0·07	0·13	0·19	0·05	0·03	0·06	0·09
H_2O	2·16	3·22	1·40	2·31	100·00	100·00	100·00	100·00
H_2O	0·19	0·15	0·17	0·24				
	100·14	100·21	99·95	99·91				

Az eredeti elemzésekből és a molekulaszázalékokból is jól kitűnik az, hogy az *Ortáshegy tárgyalt bázisos diabázai vegyi összetétel tekintetében mindenképpen közelebb állanak a bükki gabbrókhhoz, mint a diabázokhoz*, pedig ez utóbbiak középértékeinek kiszámításánál a mélyebbi típusokat képviselő bázisosabb diabázokat (diabáz-gabbrók, gabbródiabázok) is tekintetbe vettem. Ha csak a felső burkot képviselő sűrű diabázokat venném, a különbség még sokkal nagyobbna mutatkozna. Különösen a titánsav, a vasoxidok és a nátronoxid mennyisége az, ami a differenciáltság olyan fokára mutat a kovasavon kívül, aminőn maga a gabbró van.

Ugyancsak ezt bizonyítja, még élesebben, a molekulaszázalékok egymáshoz való viszonya:

	(FeMg)O:				
	Bas: SiO_2	$\text{CaO} + \text{Alk}$	$\text{CaO} : \text{Alk}$	$\text{CaO} : \text{Na}_2\text{O}$	$\text{K}_2\text{O} : \text{Na}_2\text{O}$
1.	1 : 1	1·5 : 1	3·6 : 1	3·7 : 1	1 : 44
2.	1 : 1	2·2 : 1	4·4 : 1	4·4 : 1	—
Gabbró	1·1 : 1	1·7 : 1	4 : 1	4·1 : 1	1 : 45
Diabáz	1 : 1·1	1·3 : 1	2·5 : 1	2·6 : 1	1 : 23

Ez az összehasonlítás azt mutatja, hogy habár az ortási diabázok bázisossága nem is éri el pontosan a gabbró középértékét, de a többi érték tekintetében közelebb állanak a gabbróhoz, mint a diabáz középértékéhez, főleg a Kisgerinc üveges szpilitje, amely

a *FeMg*-oxidoknak és a *CaO*-nak az aránya tekintetében a bázisos gabbrók («átmeneti kőzetek») értékeihez is mutat hasonlóságot.

Érdekes összehasonlítást nyújt a földpátképző vegyületeknek egymáshoz való viszonya, ha t. i. a kovasav mennyiségét összehasonlítjuk a földpátokban szereplő *Al*-oxidnak, *Ca*-oxidnak és az alkáliáknak a viszonyaival:

	Földpátarány					
	SiO_2	Al_2O_3	CaO	Na_2O	K_2O	$Or+Ab:An$
1.	16:	3:3	2:3:	1:0'02	1	: 1'2
2.	23:	4:5	3:5:	1: —	1	: 1'8
Gabbró	18:	3:8	2:7:	1:0'02	1	: 1'3
Diabáz	13:	2:4	1:3:	1:0'04	1'5	: 1

Innen még inkább kitűnik, hogy a differenciálódás foka mindkét-fajta diabáznál inkább a gabbrókénak felel meg, amely az *Ab*-molekulában még szegényebb, mint az egyik bázisos diabáz, de jóval gazdagabb, mint a másik. Az *Ab*-molekulában való gazdagság v. szegénység a bükki gabbróidális kőzeteknél, mint fentebb említettem, a gravitációs differenciálódás eredményeként fogható fel. Az ortási bázisos diabázok differenciálódása tehát csak annyira, részben még annyira se haladt, mint a gabbróké általában. A bükki főtömeg diabázainak hasadási foka tehát messze felülhaladja az ortási bázisos diabázokét.

Nagyjában hasonló képet látunk az OSANN,¹ NIGGLI² és BECKE³-féle értékek összehasonlításánál is:

	<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>k</i>
1.	53'00	3'16	7'32	25'99	2'5	6	21'5	9'7	·89
2.	52'29	2'15	7'70	27'98	2	6	22	10	·92
Gabbró, Bükk ..	51'81	2'75	7'42	27'79	2	6	22	9'7	·87
Diabáz, Bükk ...	55'35	4'24	5'58	24'93	3'5	5	21'5	9'5	·89

¹ Abhandl. d. Heidelberger Akad. d. Wiss. Mat. Nat. Kl. 2. Abh. Heidelberg, 1912.

² P. NIGGLI: Gesteins- und Mineralprovinzen. Bd. I. Berlin, 1923.

³ F. BECKE in Tschermaks Min. Petr. Mitt. Bd. 36. p. 27—56.

	<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>m</i>
1.	109	22·5	46·5	24·5	6·5	·02	·41	4
2.	103	20·5	55	20	4·5	·00	·39	3
Gabbró, Bükk	101	21	50	23	6	·02	·42	4
Gabbró NIGGLI	108	21	52	21	6	·20	·55	³ / ₄
Diabáz, Bükk	120	22	44·5	24	9·5	·03	·51	4

	ξ	η	ζ	ϑ_{011}	cn^1
1.	29	47	31	11·3	·71
2.	25	40	24	11·3	·78
Gabbró, Bükk	27	44	28	11	·70
Gabbró NIGGLI	27	42	27	10·6	·75
Diabáz, Bükk	31	45	33	9	·60

Míg a bükki főtömeg diabázai a gabbródioritos magma kőzeteinek felelnek meg, addig az ortási bázisos diabázok a normális gabbró-magmába tartoznak, de természetesen megtartják a bükki kőzetekre annyira jellemző *k* értéket, ami megkülönbözteti őket minden más kőzettartomány képződményeitől.

Ezeket az összefüggéseket, ill. különbözőségeket még élesebben kifejezik az alábbi viszonzyszámok:

	<i>c : alk</i>	<i>fm : al</i>	<i>fm : alk</i>	<i>alk : al</i>
1.	3·7 : 1	2 : 1	7 : 1	1 : 3·4
2.	4·4 : 1	2·6 : 1	12 : 1	1 : 4·5
Gabbró, Bükk	4 : 1	2·7 : 1	8·3 : 1	1 : 3·7
Gabbró, NIGGLI	3·5 : 1	2·5 : 1	8·6 : 1	1 : 3·5
Diabáz, Bükk	2·5 : 1	2 : 1	4·7 : 1	1 : 2·2
Gabbródiorit, NIGGLI	2·3 : 1	1·8 : 1	4·2 : 1	1 : 2·4

Mindkét bázisos diabáz vegyi szerkezete tehát a gabbróéval egyezik meg leginkább, így az említett szerzők különböző vetítéseiben is, míg a bükki főtömeg diabáza, nagyobbfokú differenciáltságának megfelelően, inkább gabbródioritos jellegű.

Áttekinthetősége végett közlöm az amerikai² normatívus összetételt:

¹ Acta ch. mineralogica et ph. Tom. I. p. 27. Tom. II. p. 24—46. — Math. Term. Tud. Értesítő. XLVII. k. p. 455 stb.

² H. ST. WASHINGTON: Chemical analyses of igneous rocks. Wash. 1917. — CROSS, IDDINGS, PIRSSON, WASHINGTON: Quantitative classification of igneous rocks. Chicago, 1903.

	<i>or</i>	<i>ab</i>	<i>an</i>	<i>hy</i>	<i>di</i>	<i>ol</i>	<i>mt</i>	<i>ilm</i>	<i>ap</i>
1.	·61	24·53	30·83	12·78	12·94	5·18	5·20	5·47	·26
2.	—	16·98	32·14	30·62	5·92	·18	4·26	6·39	·16

Mindezek alapján a valóság az, hogy az Ortáshegy Ny-i és D-i részének diabáza a differenciálódásnak abban a stádiumában maradt, melyben a bükki nagy eruptívus tömeg gabbrórésze van. A gravitációs hasadási folyamat tehát ennél a stádiumnál félbeszakadt, mielőtt létrehozta volna a gabbróból felfelé kifejlődő, jóval savanyúbb burokrésznek megfelelő összetételű anyagot, tehát mielőtt kialakult volna itt is az az állapot, amelybe a tömeg fő-része jutott. Az érintkezési hatások legnagyobb részét előidéző ásványképzők ezért nem is gyűlhettek meg benne.

Hogy ennek mi az oka, úgy látom, annak tisztázására, a sok feltehető hipotézistől eltekintve, legmegfelelőbb arra gondolni, amit a petrológiai viszonyok is mutatnak, hogy t. i. a *mai Ortáshegyn* ezen a részén a gabbró bázisosságának stádiumában lévő magma oly vékony üregbe (teleprésbe) nyomult be, melyben a vertikális méret kicsiny volta miatt sem fejlődhetett tovább a magmatikus hasadás, még olyan mértékig sem, mint a bükki főtömegben.

Az eredményeket összefoglalva nyilvánvaló: a rendelkezésre álló tér kicsiny (vékony) volta miatt nemcsak a hasadás nem folytatódott, hanem a kihülés még a nagy bázisosság mellett is gyorsabbá vált. De elmaradt az idegen anyagok beolvadása és asszimilációja is, miután az ásványképzők mennyisége már magától, de az említett okok miatt is oly csekély volt, hogy szerepe alig lehetett. Így azok a tényezők, melyek «egyenként, vagy így, esetleg másként kombinálódva», a differenciálódásra az ösztönzést megadják, — mint ahogy LOEWINSON LESSING ezt legújabban kifejezi (Min. Petr. Mitt. Bd. 43. p. 56. Leipzig 1932) — nem jöhettek tekintetbe. A differenciálódás tehát természetsszerűleg nem fejeződhetett be.

Ez a feltevés az észlelt viszonyok szerint azonban magával hozná azt a másikat is, hogy a magma erre a helyre, tehát az Ortáshegy eme részeig már akkor jutott, midőn az ultrabázisos részek már lehasadtak, hiszen maga a bükki gabbró is, mellyel e diabázrész egyenlő összetételű, szintén így származott.

Az Ortáshegy DK-i oldalába bevészt Hermann (Szabados) bányája már majdnem teljesen normális összetételű diabázrésztt tár fel. A petrológiai viszonyok alapján ez a bányája olyan része az eruptívus területnek, melynek magmaanyaga nem valami oldalüregben merevedett meg, mint az Ortáshegy említett bázisos diabáza, hanem magával a nagy magmatömeggel a mélység felé is közvetlenül összefüggő helyen.

A bányája az Eger és Csehi-patakok találkozásánál van, ahol a bányaműveletek olyan mélyre haladtak a vékony karbonüledék alatt lévő diabázba, hogy már nemcsak a mélyebbi típust képviselő diabázokat, hanem a nagyon változatos összetételű sávyszerű (sliryszerű) képződményeket is feltárták.

A bányája uralkodó kőzete sűrű diabázporfirit, amely csak a bányája alsó részein, ill. az alsóbb részeket képviselő helyeken megy át nagybbszemű diabázporfiritbe (ofitporfirit), sőt itt-ott diabázgabbróba is. Az érintkezési hatás a karbonpala felől jóval erősebb, mint a diabáztelep említett nyugati részén, olyan, mint a főtömeg sok helyén (Majortető, Homonnatető stb.). A diabázba belekerült agyagpalazárványok valamivel erősebb átalakulást szenvedtek. Főleg biotitképződés állapítható meg.

A sűrű diabázporfirit. sötétszürke, meglehetősen egyenletes szemű kőzet, amelynek ásványos és vegyi összetétele nagyjában megegyezik a bükki főtömeg burokdiabázának összetételével, annál csak kissé bázisosabb. Benne szabadszemmel csak a szórványos porfirok földpátot, ritkán egyes ércszemeket láthatunk. Egyesekben sok a pirit. Aránylag gyakoriak a prehnites és kalcitos finom erecskék.

Teljesen átkristályosodott finom szemcsés (átlag 50 μ -os) *alapszövetében* gyéren vannak kiválva az átlag 0.5 mm-es (legfeljebb 1.5 mm-es) földpátkristályok. Az alapszövetben a földpátok valamivel nagyobbak, az augitszemek átlag valamivel kisebbek az átlagnál. A földpátmikrolitok (a közelebről meghatározhatók *andezin* körüli plagioklászok) részben ikersávós elég jó alakú kristályok, részben teljesen szabálytalan szemcsék. A halvány-sárga *augit* izometrikus szemcséi több esetben közelednek az automorf alak felé, mint a földpátok. Egymáshoz való viszonyuk olyan, hogy az augit több esetben látszik idősebbnek, a nagyobb

augitszemek azonban sokszor szabálytalanabbak, mint az aprók. Az augit ritkán kettős iker, többször mutat valami gyenge, elmosódó homokórák szerkezetet. Ehhez a két főalkotórészhez aránylag sok *ilmenit* és *titánmáagnetit* járul. Az *ilmenit* táblák nagysága a porfirok földpátok nagyságáig is felemelkedik, de ezek semmivel se jobb alakúak, mint az aprók.

A *porfirok földpátok* az *a* kristálytengely szerint megnyúlt hosszú oszlopok, majdnem egyenlő hosszú *b* és *c* tengellyel, így hosszú lécalakok is találhatók. Karlsbadi és nem sok egyénből álló albit, ritkán periklin ikrek. Gyakran alkotnak egyes kisebb csoportokat, a magános egyének elég jó kristályalakúak, de végeik nem mindig szabályosak. Fajta szerint nagyjában ugyanazok, mint az alapszövet földpátjai, amelyekbe nagyságilag fokozatosan mennek át. A pontosan meghatározottak Ab_{60} — Ab_{52} fajtájúak. Több esetben tartalmaznak apró augitszemeket zárványképpen.

Ehhez az ásványtársuláshoz csatlakozik még a *pirit*, teljesen szabálytalan szivacsos halmazokban, az igen ritka *apatit*, azután a *rutil*. Másodlagos ásvány meglehetősen sok van, legtöbb közöttük a *pennin*, ritkább a *ripidolit* és *klinoklór*, még ritkább az erősen színezett *delesszit*. Egyes elváltozott augitszemek helyén rendkívül finoman kristályos *viridit*-féle klorit van. A *titánmáagnetit* és *ilmenit* legnagyobb része *leukoxén*, ill. *titanit* és *rutil* lett, több esetben *hematit* és *limonit* kiválás mellett. Egyes *ilmenitlemezek*ben még az ércváz se maradt meg az elváltozásnál. A földpátból helyenként *fehércsillám*, *kaolin* és amorf *agyag*, máskor *saussurites* anyag vált ki, itt-ott pedig *kalcit*, ami ugyan az augitból is származott a klorit mellett, így *epidot* is. A *prehnit* inkább egyes repedéseket tölt ki, gyakran kalcittal együtt, de földpátokban is megjelenik.

A bánya ÉNy-i oldalából származó egyik legüdebb példánynak vegyi adatait POLNER ÖDÖN elemzése alapján fogom közölni 3. szám alatt.

Ezeket az egészen sűrű diabázporfiriteket fokozatos átmenet köti össze a nagyobb szemű diabázporfiritekkel: **ofitporfiritekkel**, melyeknek szemnagysága átlag 0.3 mm. Egyéb-ként az ásványok minősége, ezek egymáshoz való viszonya hasonló, mint a sűrű diabázporfiritekben. Az alapszövetben az *augit* eloszlása néhol nagyon feltűnően szabálytalan. Az *ilmenit* főleg nagy táblákat

alkot, apró szem igen ritka. A *titánmagnetit* mindig sokkal apróbb. A porfíros földpát minősége változik *andezin* és bázisos *labradorit* között. Majdnem mindig csoportokban, és pedig gyakran jellegzetes szétágazóan sugaras halmazokban fordul elő, amelyekhez sokszor *augit* is csatlakozik, amidőn ofitos szerkezet fejlődik ki, ellentétben az alapszövettel, ahol az *augit* részben idősebb. A porfíros földpát nagysága 2 mm-ig emelkedik, a porfíros szerkezet mégis elmosódott a fokozatos átmenet folytán.

E diabázporfirit egyik elég üde darabjának vegyi elemzését POLNER ÖDÖN készítette, ezt a 4. sz. alatt közlöm. Összehasonlítás kedvéért hozzácsatolom a bükki diabázok egyik jellemző és elterjedt tagjának, a Benickybánya ofitporfiritjének vegyi elemzését is az *a* jel alatt, melyet Dr. EMSZT KÁLMÁN készített 1930-ban.¹ Ennek vegyi szerkezete hasonlít leginkább a Hegedűsbánya két tárgyalt diabázáéhoz, míg a burokdiabázok általában valamivel savanyúbbak.

	Eredeti elemzések			Molekula %-ok		
	3.	4.	<i>a</i> .	3.	4.	<i>a</i> .
<i>SiO</i> ₂	48·80	48·05	48·48	53·32	52·48	53·62
<i>TiO</i> ₂	2·03	1·95	1·77	1·67	1·60	1·47
<i>Al</i> ₂ <i>O</i> ₃	19·31	17·36	16·31	12·41	11·15	10·80
<i>Fe</i> ₂ <i>O</i> ₃	1·25	2·75	5·76	} 7·81	11·14	11·20
<i>FeO</i>	7·26	9·57	6·72			
<i>MnO</i>	0·20	0·19	0·24			
<i>MgO</i>	4·91	5·82	5·87	8·04	9·54	9·74
<i>CaO</i>	10·65	8·75	8·25	12·47	10·24	9·77
<i>Na</i> ₂ <i>O</i>	3·82	3·38	3·11	4·04	3·57	3·33
<i>K</i> ₂ <i>O</i>	0·35	0·17	0·03	0·24	0·12	0·02
<i>P</i> ₂ <i>O</i> ₅	nyom	0·34	0·10	—	0·16	0·05
<i>H</i> ₂ <i>O</i>	1·40	1·59	2·59	100·00	100·00	100·00
<i>H</i> ₃ <i>O</i>	0·23	0·45	0·31			
	100·21	100·37	99·54			

Itt is jellemző a titánsav és nátronoxid mennyisége és az alkáliák viszonya. A vasoxidok már az ofitporfiritben túlsúlyba jutnak a *MgO*-al szemben, ami egyik kőzetben sem valami nagy mennyiségű.

	<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>k</i>
3.	54·99	4·28	8·13	20·19	4	7·5	18·5	9·4	·88
4.	54·08	3·69	7·46	23·46	3·5	6·5	20	9·6	·89
<i>a</i>	55·09	3·35	7·45	23·26	3	6·5	20·5	9·9	·94

OSANN rendszerében plagioklászbazaltokkal és olivindiabázokkal egyeznek meg.

	<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>m</i>
3.	117	27·5	35·5	27·5	9·5	·05	·50	5
4.	114	24·5	45	22·5	8	·03	·46	4
a.	119	24	46·5	22	7·5	·01	·46	4

	ξ	η	ζ	ϑ_{011}	<i>cn</i>	<i>magma</i>
3.	37	55	37	12	66	gabbródiorit
4.	32	47	30	11·6	67	"
a.	31	46	29	11	69	"

Egészen jól beleillenek a gabbródioritos magma kőzetei közé, habár némileg közelednek a normálgabbró magma felé is. Mindkettőtől különböznek azonban a *k* és *mg* viszony tekintetében, de ez már bükki jelleg. Ezt mutatják a viszonzszámok is:

	<i>c : alk</i>	<i>fm : al</i>	<i>fm : alk</i>	<i>alk : al</i>
3.	2·9 : 1	1·3 : 1	3·7 : 1	1 : 2·9
4.	2·8 : 1	1·8 : 1	5·6 : 1	1 : 3
a.	2·9 : 1	1·9 : 1	6·2 : 1	1 : 2·6
Gabbródiorit NIGGLI ...	2·3 : 1	1·7 : 1	4 : 1	1 : 2

Az *alk : al* és a *c : alk* viszony már a gabbróéhoz áll sokkal közelebb. A normativus ásványok a következők:

	<i>qu</i>	<i>or</i>	<i>ab</i>	<i>an</i>	<i>di</i>	<i>hy</i>	<i>ol</i>	<i>mt</i>	<i>ilm</i>	<i>ap</i>
3.	—	2·06	32·28	34·47	10·11	—	13·80	1·81	3·86	—
4.	—	1·00	28·59	31·67	9·10	12·93	6·59	3·99	3·71	0·76
a.	3·74	0·17	26·31	31·22	14·60	8·96	—	8·35	3·36	0·23

Mindhárom diabázporfiritnek a rendszertani helye: II. 5. 4. 5. Feltűnő a magmatikus ilmenit nagy mennyisége.

A Hermánbánya uralkodó diabázfajtái tehát már a bükki rendes differenciálódási fokot mutatják és így jellemző tulajdonságaikban megegyeznek a hegység többi diabázfajtáival.

*

A Hegedűsbánya északi oldalán tekintélyes felületen **nagyporfíros diabázporfir** fordul elő, melyben a porfíros szerkezet még hozzá élesen ki van fejlődve. Sűrű (átlag 70 μ -os) alap-

szövetében elég sok 4 mm-ig emelkedő zömök földpát: bázisos *labradorit* (Ab_{32} -ig) van beágyazva, melynek magános kristályai igen sűrű ikersávósak. Egyéb ásványai ugyanazok, mint a bánya említett kőzeteié. Ezeket a kőzeteket semmiféle éles határ nem választja el a sűrű diabázporfirittől, amelybe szinte észrevétlenül mennek át.

Hasonló körülmények között fordul elő a bánya Ny-i oldalán az *augitporfiros diabázporfirit*, melyben az *augit* önálló porfiros ásványként jelenik meg. Ez a halvány sárgásbarna *augit* (átlagban: $ng:c\ 37^\circ$, $2V\ 59^\circ$, $ng-np\ 0.027$) vagy magános kristályokban, vagy csoportokban, vagy földpáttal együtt jelenik meg, tehát csak szórványosan automorf. A földpáttal részben egyidős.

Mindezekben a tárgyalt diabázporfiritekben az ásványkiválás sorrendje meglehetősen bonyolult. Általánosságban úgy látszik, hogy az alapszövetben az *augit* nagyobb része idősebb, mint a földpát, a porfirosnak is nevezhető nagyobb szemeknél azonban fordított a viszony. A pontos meghatározást megnehezíti az a körülmény is, hogy a nagy földpátkristályokban gyakran találunk apró automorf *augitszemeket* és a nagy *augitkristályokban* is apró földpátlemezeket. Továbbá az, hogy az apró *augit* és földpátmikrolitokat nagyság tekintetében fokozatos átmenet köti össze a nagyobb szemekkel. Mindezekből arra lehet következtetni, hogy a korábban és későbben kivált kristályok megítélésénél a nagyságot nem mindig vehetjük alapul. *Nagyban egészben úgy történt a kiválás, hogy azt a földpát kezdte, az augit folytatta és a földpát fejezte be*, amidőn teljesen xenomorf szemekben vált ki. A kiválás folyamatos lehetett a legtöbb helyütt. Az ilmenit nagy része fiatalabbnak látszik az *augit*nál és földpátnál, a titánmagnetit kiválása azonban a merevedés kezdetétől sokáig tartott, nagy része mégis idősebbnek látszik a földpátnál is.

Egyes helyeken és egyes kőzetekben az ilmenit kiválásának a kérdését másként kell felfogni, úgy, hogy a nagy ilmenittáblák eredetileg nagyon hiányos kiképződésűek voltak. Kristályvázszerűek, rácsszerűek lehettek, és a ki nem töltött térrészekbe az utánuk kiváló földpát és *augit* apróbb szemekben belekristályosodott. Olyan forma eset lehetett, mint aminő közismert egyes érceknél, mint az *argentit*, *cuprit* stb. Más helyeken viszont az

alkotórészek összekristályosodását is észlelhetjük: a nagyobb ilmenitlemezek nagyjában hasonló nagyságú augit- v. földpátkristályokkal úgy vannak összenőve, hogy akár pegmatitosnak is lehet mondani. Sok esetben továbbá a már kifejlődött augit- v. földpátkristály jól láthatólag gátolta az ilmenitet a kristályosodásnál. Szórványos esetekben az ilmenit és titánmagnetit repedéstölteléként is előfordul. A kiválási sorrend tehát nagyon bonyolult.

Röviden megemlékezem a diabázporfiriteket keresztül-kasul járó vékony erek anyagáról, a repedéseket kitöltő ill. bevonó ásványokról. Az egyes erek főképpen prehnitből és kalcitból állanak. A *prehnit* a rendes szálas, lemezes, sugaras v. parkettaszerű megjelenésben, hosszú sorokat képezve tölti ki a repedéseket. Gyakran nem választja el éles határ a kőzettől, az erek mentén abban is fészkeket alkot. Fellépését olykor a kőzetnek, különösen földpátjának erős elváltozása kíséri. Az ilyen prehnites halmazokban gyakran üde maradt az augit. Máshol viszont az augit változott el teljesen és a földpát maradt meglehetősen üde állapotban a prehnittel egészen átjárt kőzetekben. Ami a prehnit optikai viselkedését illeti, az gyakran anomális. Legmagasabb kettőtörése 0.082-ig emelkedik, de változó, éppen így a tengelynyílása is az *ng* körül. A *kalcit*erek apró kristályok sorából állanak, melyek közt sokszor van prehnit is. Ugyancsak főleg kalcit vonja be a teljesen ki nem töltött repedéseket is. Helyenként, de főleg az erősen elváltozott kőzetekben néha *magnetit*, *titánmagnetit*, *ilmenit*, *hematit*, *limonit* és *titanit* az ereknek az anyaga, de a *pirit* is megjelenik hosszúra nyúlt zsinórszerű formában.

*

A Hermannbányában változatos összetételű **sávyszerű (slires) képződményeket** is találunk a nagyobb szemű diabázporfiritben, aminőket eddig főleg csak gabbródiabázban (így a mónosbéli Agrárbányában) és gabbróban (így a szarvaskői Forgalmibányában és az Újhatárvölgyben) találtam. Úgy látszik azonban, hogy az egész gabbróidális tömegnek még sok helyén megvan. Ezek a képződmények általában nagyon szabálytalan megjelenésűek, kisebb-nagyobb fészkeknek mutatkoznak a bánya falában, valamint

a falból leszakadt nagy diabázdarabokban. Sokszor nem is lehet eldönteni, hogy slirekkel v. mélységi zárványokkal van e dolgunk. Olykor éles körvonallúak, legtöbbször azonban fokozatos átmenet köti őket össze az anyakőzettel, mint általában a nagyobb kiválásokat. Nagyobb felületen azonban ritkán függenek össze, amiben valamelyes része a gyakori szakadásoknak, vetődéseknek is van. A legnagyobb felület, amit eddig észleltem, kb. 1.5 m^2 volt. A valamivel szabályosabb megjelenésű slirteléreik is rövid úton kiékelődnek és eltűnnek. Mindezek a slirek, slirszerű halmazok és slirteléreik gyakran teljesen össze vannak morzsolva, tipikus dörzsbreccsiás szerkezetet sokszor észleltem bennük.

Általában nagyszeműek. Összetételük bár nagyon egyszerű, de gyorsan változik, olykor egyetlen kis sávyszerű rész keretén belül is. Általános tulajdonságuk az is, hogy a színes ásvány eloszlása egészen szabálytalan, csomókban van a legtöbbször összegyűlve, ami e kőzeteknek már nagyban is *variolitos* külsőt kölcsönöz. Különösen a porfiros típusoknál nagyon egyenlőtlen az ásványok eloszlása, aminek az a következménye, hogy olykor több négyzetdm-es darabok is majdnem kizárólag csak földpátból állanak. Vannak azonban önálló anortózitos fészkek is. Mint jellemző tulajdonságot említhetem itt, hogy az olykor különben is kevés femikus ásvány gyakran teljesen elváltozott, úgyhogy az igen nagy gyűjtött anyagnak, melyet ROTH A. üzemvezető mérnök úr szíves segítségével gyűjtöttem, jórésze aránylag igen üde földpátból, kevés kloritból és elég sok vasércből áll. A rendesen sűrű kloritos mezőkben sok apró automorf földpátlemezke van. Így az anortózitos jelleg megítélésénél elővigyázattal kell lenni.

Az egyes alkotórészek minőségét, de főleg mennyiségét, azután alakját, nagyságát és szerkezetét véve alapul, a jelleg nagyon változónak mondható. Leggyakoribb a diabázgabbroíd és dioritgabbroíd slirszerű képződmény, jóval ritkább a dioritos és gabbroídalis, legritkább az igazi anortózitos jellegű. Szerkezetük majdnem kivétel nélkül porfiros, de e szerkezet legfeljebb csak annyira kifejezett, mint a diabázporfiritelnél, miután az ásványkiválás ezekenél is folyamatos volt, tehát jól elkülöníthető két nemzedéket itt se találunk.

Pár fontosabb ilyen slirszerű kiválásnak a leírása a következő:

A diabázgabbrióid kőzeteknek mindig ofitos szerkezetű *alapszöve*te átlag 0·8 mm-es szemnagyságú. Uralkodik benne a *plagioklász* ($Ab_{50}-Ab_{58}$), jóval kevesebb a hullámosan zónás, nagyon halvány ibolyásbarna *augit* és *ilmenit*, minimális az *apatit*, *titanit*, *rutil*. Egyik-másik kőzetben pár szem zöldesbarna *amfibol* és vörösbarna *biotit* is van. Az *ilmenit* mindig hatalmas, széles, likacsos táblákat alkot. Az *augittal* gyakran nő össze poikilitesen, néha pedig pegmatitszerűen. Itt-ott *titánmagnetit* is akad, főleg a dörzsbreccsiás helyeken pedig elég sok a *pirit*. Ilyen helyekre a *kalcit* és *prehnit* is bevonult. A femikus ásványok elváltozásából a kloritfajtáknak egész sora származott.

A dioritgabbrióporfiritek és dioritgabbriók uralkodó ásványa (volum. 64 %-ig) a *plagioklász* ($Ab_{56}-Ab_{64}$), amelynek széles lemez- és oszlopalakú kristályai mindig karlsbadi és kevés egyénből álló albitikrek. Egyéb ikerképződés ritka. A nagyobb *földpát*kristályok 8 mm nagyságot is elérnek, a kisebbek csak egyes elszigetelt helyeken lépnek fel tömegesebben, átlagos nagyságuk 0·5 mm. Az *augit* olykor igen sok gáz-, folyadék- és parányi szintelen ásvány- (földpát?) zárványt tartalmaz, melyek valósággal telezsúfolják az *augit* egyes részeit, míg más részeiben alig van. Gyakran szabályos sorokban rendezkedtek. A gáz- és folyadékzárványok egyes vékony és rövid csövekben vannak elhelyezkedve, melyek a végeiken kihegyesednek. Néha kör, néha szegletes átmetszetűek. Az egyirányú csövecskék pár *augit*kristályban majdnem pontosan az egyik oszloplap irányában haladnak, hosszúságuk átlag 10—20 μ , vastagságuk 6 μ volt. A csövek hossz tengelye gyakran nem esik össze a húzóiránnyal, attól néha 45°-ra is eltér. Néha ilyen megjelenésűek az ásványzárványok is. A barna *biotit* az *ilmenit*hez van kötve, amellyel összeszövődik, így a zöldesbarna *amfibol* is, de megjelennek ezek zárványként az *augit*ban is.

A *pirit* néha nagyon felszaporodik. Az ilyen kőzetekben a színes ásvány teljesen elbomlott, míg a földpát gyakran üde. Olykor a *pirit* a ragasztóanyaga a dörzsbreccsiás részeknek. Más kőzetekben a *prehnit* szaporodik fel, szabályos szferokristályokat gyakran alkot. Az *ilmenit* mindenütt erősen elváltozott. Megjelenése rendszeren vékony, de széles, teljesen xenomorf szivacsos nagy lemez, telve *plagioklász*-, *augit*- stb. zárványokkal. Olykor össze is sző-

vődik földpáttal v. augittal, néha egyidőben mindkettővel. Apróbb zömök *titánmagnetitszemcsék* is előfordulnak. Itt-ott felszaporodik az *apatit*, kristályai néha 1 mm nagyságot is elérnek. *Zirkon*, *rutil* minimális, *titánit* azonban olykor sok van a leukoxénhalmazok és titánmagnetitkristályok szélein. A kloritfajták közt uralkodik a *ripidolit* és *pennin*, de egyebek mellett van erinitre emlékeztető kékeszínű (*ng*) klorit is.

Az előbbinél jóval ritkább dioritos részek szintén granitopor-firos szerkezetűek. Kőzettani alkotásuk csak kevésbé tér el az előbbiektől, főleg abban, hogy valamivel savanyúbbak. A plagioklász (*oligoklászandezin* Ab_{68} — Ab_{60}) még inkább uralkodó, mint az előbbi típusban; a színes ásványok ugyanazok, de mennyiségük jóval kevesebb. Az a körülmény, hogy a kvarc mint mezosztázis itt-ott megállapítható, nem látszik fontosnak a megkülönböztetésénél. Az *augit* világos, néha kissé zöldessárga; a zöldesbarna *amfibol* gyakran nő össze vele, az *ilmenit* apróbb táblákban jelenik meg néha *biotit*tal, az *apatit* néha sok.

Meglehetősen változatosak a gabbroidrészek. Majdnem mindig **gabbroporfiritek**. Színes ásványokban gazdagabbak, mint a körülvevő diabázporfiritek, de azoknál csak ritkán sötétebbek. Olykor egészen zöldesek. Ilyenek majdnem mindig a nagyszemű slirek.

Anyaguknak változó része, általában valamivel több mint fele (kb. 60 %-ig) plagioklász a *labradorit* sorból (Ab_{52} — Ab_{30}), amely mindig széles, csak nagyjában izometrikus átmetszetű kristályokat alkot. Mindig jelentékeny mennyiségű a piroxén, amely részben *diallag*, részben *augit*, gyakran titántartalmú. Nagy szerepet játszik az *ilmenit* és *titánmagnetit*. Az *ilmenit* széles táblái nemcsak augittal szövődnek össze, de belenőttek a földpáttáblákba is. Kevés a barna *amfibol*, még kevesebb a vörösbarna *biotit*, mindkettő főleg az *ilmenittel* van összenőve, de az *amfibol* néha a *diallaggal* is igen bensően összeszövődik. *Hematit*, *apatit*, *rutil* és *titánit* egészítik még ki a mikroszkópi képet, a közvetlen utólagos ásványokon kívül.

Ezek között a gabbroid slirek között vannak egészen tipikus szemcsés szerkezetűek is, melyek néha erősen bázisosak. Ilyen az a hatalmas sávserű képződmény, amelynek egyik része legutóbbi otlétemkor már le is volt szakadva a bánya falából. Ennek a

szabálytalan sávnak a nagyobbik fele egészen sötétszürke bázisos gabbro, kisebb része világosszürke plagioklászit.

Ez a **bázisos gabbro** meglehetősen egyenletesen 3 mm-es szem-nagyságú. Szerkezete gabbroidális, habár a plagioklász több esetben jobb alakú, mint a piroxén. A *plagioklász* ($Ab_{40}-Ab_{26}$) széles lemezei sokszoros albit- és periklin-ikrek. Ritka a karlsbadi. Gyengén kifejezett zónás szerkezet is előfordul szórványosan. A rendesen üdőbb vékony külső öv fajta szerint csak kevésbé tér el a rendesen bő zárványos és gyakran bomlásnak indult belső résztől. Zárvénya főleg piroxén és ilmenit és ezeknek elváltozási terméke. A földpátnál rendesen nagyobb kristályokat alkotó piroxén uralkodólag *diállag*, alárendelten *augit*. A nagyon gyakori zárványok közül felemlítem a sokszor szabályos elrendeződésű gáz-, folyadék- és ilmenitpálcika-zárványokat. De résztvesz ezeknek az olykor csak pár μ -os nagyságú hosszúkás zárványoknak az alkotásában egy gyengébb fénytörésű szintelen ásvány is, valószínűleg a földpát. E zárványok nagyobb csoportokat, rajokat is alkotnak. Néha több ilyen raj is húzódik a kristályokban. Az egyes rajok határozott merev irányokban vonulnak, ez az irány azonban nem egyezik meg a zárványoknak megnyúlási tengelyével. De nem egyezik meg az egy-ugyanazon kristályban egymáshoz közel elhelyezkedett különböző rajok húzódási iránya sem mindig egymással. A harmadik főalkotórész az *ilmenit*, melynek a piroxénnal egyforma nagyságú xenomorf lemezei a csiszolat síkjában gyakran nem is függnék össze egymással, az egyes részek között más ásványok vannak. Földpáttal és piroxénnal pegmatitosan is összeszővődik. A *títánmáagnetit* szórványos, apró és néha automorf kristály.

A többi ásványok együttes mennyisége is igen kevés. A barna és zöldesbarna *amfibol*, meg a barna *biotit* megjelenése olyan, mint az előbbi kőzetekben. Az *apatit* és *titanit* a rendes formájukat mutatják. Az elváltozás általában nem nagymérvű. A földpátok belső része kissé *kaolinos*, *saussurites*, a piroxénből kevés *ripidolit* és *pennin* származott. Érdekes, hogy a rostos-lemezes ripidolithalmazokban néha üde barna biotit is előfordul, amely teljesen olyan optikai tulajdonságú, mint az ilmenittel összenőtt biotit. A vasércnek elváltozási módja ugyanaz, mint az előbbi kőzetekben.

A volummetrikus mérések középértéke az eredeti ásványokat

illetően a következő: plagioklász 40 %, piroxén 48 %, vasérc 8 %, egyéb 4 %.

*

Említettem, hogy a nagy slirfészek egyik része világosszürke plagioklászit, amely a közelebbi vizsgálatnál *andezinit*nek bizonyult. Ez már nem oly egyenletes szemű, mint a tárgyalt gabbró, mert szövete a porfiros felé hajlik, akár a többi slirkőzeté. A szemnagyság is nagyon változó,¹ még egy kézi példány keretén belül is. Anyagának legnagyobb része (átlag 82 %) plagioklász, és pedig főleg *andezin* ($Ab_{68}—Ab_{58}$), alárendelten *oligoklász* (felső határ Ab_{70}). Kristályalakja hosszúkás oszlop az *a* kristálytengely szerint, csak a (100) szerint izometrikus. Egyes hosszú lemezei el vannak hajolva, sőt néha meg is vannak törve. Nagysága átlag 1 és 3 mm között ingadozik, eltekintve a nagyobb kristályok között lévő, rendesen elszigetelt helyektől, amelyeket apróbb kristálykák töltenek ki. Rendesen karlsbadi és kevés egyénből álló albit és periklin ikrek, egyik oligoklásznál bavenói ikret is mértem. A nagyobb és apróbb földpátok között fajtabeli különbség nincs. Igen kevés a piroxén, melynek legnagyobb része világosszínű diopszid fajta *augit*, de pár szem *diállag* is előfordul *amfibollal* együtt. Az érc legnagyobb része *titánmagnetit*, de *ilmenit* is gyakori, olykor *biotittal* együtt. Az ércnek a mennyisége kb. egyforma a piroxénével. Az *apatit* néhol bőven van, hosszúra nyúlt, olykor töredezett kristályai 0·8 mm-t is elérnek, egyesekben centrális csatorna van, halvány sárgás folyadékkal. *Zirkon*, *rutil* és a bomlási termékek említendők még.

A plagioklászit azonban önálló slirszerű képződményekben is előfordul. Az egyik ilyen világos zöldesszürke anortozit: *labradit* fészek alkotása a következő: Elég egyenletes szemű kőzet, de a szemnagyság az egyes vizsgált helyek szerint változó, átlagosan 0·9—3 mm között van. Uralkodnak a nagyobbszemű részek. Anyagának legnagyobb része (átlag 87 %) plagioklász, főleg bázisos *labradorit* ($Ab_{58}—Ab_{46}$), de van benne savanyú *labradorit* (Ab_{61}) is. Az alak közeledik az izometrikus felé és majdnem mindig finom ikerlemezes az albit és periklin törvények szerint. A halvány ibolyásbarna *augit* mennyisége valóban minimális, előfordulása

főleg a nagy földpátlemezek által szabadon hagyott helyekre szorítkozik, kristályalakja kissé hosszúkas oszlop a c tengely szerint, valami csekély sárgás (ng_1), ibolyásbarna (np_1) színváltozást is mutat, $2V$ 57° . Aránylag nagy az *ilmenit* és *titánmagnetit* szerepe, amelynek bomlási termékei a plagioklászokba is bejutottak. Itt-ott *pirit* is előfordul és pár *apatitoszlop*kát is észleltem. A földpát helyenként bomlásnak indult, a saussuritben *epidot* és *zoisit* β is felismerhető.

Az elemzésre nagy gonddal kellett kiválasztani a slirképződmények közül az anyagot a gyakori és helyenként változó bomlási termékek miatt, továbbá igen nagy mennyiséget kellett feldolgozni az ásványok aránytalan eloszlása miatt. POLNER ÖDÖN vegyész-mérnök a következőket elemezte meg intézetemben a slirszerű képződmények közül: dioritporfirrit (5. számú), gabbródioritporfirrit (6. számú), bázisos gabbrót (7. szám), andezinitet (8. szám) és labraditot (9. szám).

	5.	6.	7.	8.	9.
SiO_2	54·65	49·25	43·82	52·31	46·21
TiO_2	2·82	4·01	3·30	1·76	1·91
Al_2O_3	17·02	15·55	12·61	22·88	26·29
Fe_2O_3	3·52	3·48	3·94	1·81	4·55
FeO	7·18	9·40	12·89	3·53	3·88
MnO	0·16	0·17	0·37	0·10	0·15
MgO	2·08	3·81	7·70	1·20	0·23
CaO	5·95	6·93	11·51	8·77	10·48
Na_2O	5·15	4·51	2·05	5·50	4·12
K_2O	nyom	nyomok	nyom	0·22	0·01
P_2O_5	0·38	0·51	0·18	0·49	0·20
H_2O	1·41	2·40	1·26	1·46	2·04
H_2O	0·06	0·19	0·27	0·05	0·18
	100·38	100·21	99·91	100·08	100·25

Az első három kőzet, a dioritporfirrit, dioritgabbróporfirrit és gabbró egészen jó sorozatot alkot, amely egészen pontosan beleillik a bükki azonos kőzetek megfelelő sorozatába, míg a két plagioklászit: az andezinit és labradit a maguk jellege szerint erősen elütnek a normális hasadási termékektől, de azért az aránylag nagy titánsav- és vasoxidtartalom, továbbá az alkáliák viszonya jól mutatja, hogy a bükki gabbróidális magmához tartoznak.

<i>s</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>k</i>
5. 62·94	5·53	5·58	14·66	6·5	6·5	17	10	1·06
6. 58·11	5·09	5·09	21·29	5	5	20	10	·93
7. 49·43	2·12	5·80	34·65	1·5	4	24·5	10	·83
8. 60·71	6·11	9·13	8·56	7·5	11·5	11	9·7	·95
9. 55·71	4·67	13·12	8·32	5·5	15	9·5	9·9	·89

OSANN rendszerében mindnyája jól megegyezik a megfelelő kőzetekkel, mindössze az *n* érték az, amiben minden más kőzettel szemben eltéréseket mutatnak, ez azonban fontos jellemző tulajdonsága az összes bükki kőzeteknek.

	<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>m</i>	<i>magma</i>
5.	163	30	35·5	19·5	15	·00	·26	4	n. diorit
6.	131	24·5	43·5	20	12	·00	·35	4	gabbródiorit
7.	92	15·5	54	26	4·5	·00	·45	4	n. gabbró
8.	151	39	18	27·5	15·5	·02	·28	6/7	anortozit
9.	122	41	19	29·5	10·5	·00	·05	6	†

Megjegyzendő, hogy a 7. sz. bázisos gabbró értékei nagyon hasonlítanak az issites magmához is. Ezt különben legjobban mutatják a viszonzyszámok, amelyeknél a NIGGLI-féle magmák középértékeit is feltüntettem:

	<i>c : alk</i>	<i>c : al</i>	<i>fm : al</i>	<i>fm : alk</i>	<i>alk : al</i>	<i>alk : si</i>
5.	1·3 : 1	1 : 1·5	1·2 : 1	2·4 : 1	1 : 2	1 : 1·8
Norm. diorit .	1·5 : 1	1 : 1·3	1·2 : 1	2·4 : 1	1 : 2	1 : 1·8
6.	1·6 : 1	1 : 1·2	1·7 : 1	3·6 : 1	1 : 2·1	1 : 1·9
Gabbródiorit ..	2·3 : 1	1 : 1	1·7 : 1	4 : 1	1 : 2·4	1 : 2·2
7.	5·7 : 1	1·6 : 1	3·4 : 1	12 : 1	1 : 3·4	1 : 3·4
Norm. gabbró .	3·5 : 1	1 : 1	2·5 : 1	8·6 : 1	1 : 3·5	1 : 3
Issit	7·5 : 1	2·1 : 1	3·7 : 1	13 : 1	1 : 3·5	1 : 3·2
8.	1·7 : 1	1 : 1·4	1 : 2·1	1·1 : 1	1 : 2·5	1 : 1·6
Andezinit	1·4 : 1	1 : 1·7	1 : 7·2	1 : 2·9	1 : 2·4	1 : 1·6
9.	2·9 : 1	1 : 1·3	1 : 2·1	1·9 : 1	1 : 4	1 : 1·9
Labradit.....	2·5 : 1	1 : 1·4	1 : 6·7	1 : 1·8	1 : 3·6	1 : 1·8

Eme arányszámoknál mindössze az anortozitos kőzeteknél találunk bizonyos eltéréseket a megfelelő NIGGLI-féle magmáktól, de ezt nem is lehet csodálni ezeknél az oly nagyon differenciált kőzeteknél, amelyeknél a tartományjelleg még inkább érvényre jut, mint a többinél. Ugyanilyen jelleg az *fm* nagy mennyisége, ami főleg a bázisos gabbróban és az anortozitokban okoz külön-

ségeket. Tudnunk kell, hogy az *fm* értékének nagyobb részét a vasoxidok adják a bükki kőzetekben, mert az *MgO* mennyisége mindegyiknél kisebb a normálisnál. Ha összehasonlítást teszünk a NIGGLI-féle magmák és a tárgyalt bükki kőzetek között, látjuk, hogy az *mg* viszony értéke a norm. dioritnál 48 (5. sz. 26), a gabbródioritnál 50 (6. sz. 35), a norm. gabbrónál 55 (7. sz. 45), a labraditnál 45 (9. sz. 05). Az *mg* érték tehát a *k* szám mellett szintén jellemző tulajdonsága a bükki kőzeteknek.

A normativus összetétel és a rendszertani helyzet az amerikai módszer szerint a következő:

	<i>qu</i>	<i>or</i>	<i>ab</i>	<i>an</i>	<i>di</i>	<i>hy</i>	<i>ol</i>	<i>mt</i>	<i>ilm</i>	<i>ap</i>
5.	8·10	—	43·55	23·30	10·15	2·43	—	5·11	5·25	·86
6.	1·10	—	39·98	21·19	7·73	14·02	—	4·97	7·62	1·17
7.	—	—	17·35	25·16	20·23	11·07	12·16	5·71	6·26	·44
8.	—	1·28	46·48	37·06	3·92	2·65	·16	3·35	2·62	1·12
9.	—	·06	34·85	50·76	—	·18	·62	6·61	3·63	·45

5. II. 5.3.5.

6. II/III. 5.3.5.

7. III. 5.4.5.

8. II. 5.³/₄.5.

9. II. 5.4.5.

A Hermannbányában és környékén eddig mindössze egyetlen aplittelért találtam, amely a bánya DNY-i középső részének alján szemcsés diabázporfirritben átlag 2—4 cm vastag szalagként követhető több méter hosszúságban. Szeszélyes lefutása nagyon jól mutatja a szakadásokat és elvetődéseket, melyeknek mentén dörzsbreccsiás maga az aplit is. Egy helyütt majdnem 1 méter távolság van az elvetődött telér elszakadt részei között; prehnit és kalciterek kísérik ezeket a dörzsbreccsiás részeket, de magát a telért is több helyütt.

Ez a **plagiaplit** szabadszemmel zöldesfehér, egyneműnek látszó kőzet, amelyben csak egy-egy parányi ércszemecskét láthatunk. Anyagának túlnyomó nagy része (átlag 92 %) földpát, és pedig *oligoklászandezin* (*Ab*₇₀—*Ab*₆₂), melynek átlag 0·2 mm-es lemezei finoman ikersávvezottak, nagyjában egyirányban húzódnak és dinamikailag némileg deformálódtak. Ikerlemezek elhajlása, préselési ikrek, hullámos elsötétedés gyakori jelenségek. Helyen-

ként össze is morzsolódtak. Igen kevés a főleg *pennin* fajta klorit, valamivel több a *titanit*, apró szemcsehalmozokban, melyekben még sokszor megvan a parányi ércmaradvány. *Zirkon*, *rutil* minimális, *apatit* jóval több. A telért meglehetősen áthálózzák finom kálciterekcskék, de néha behatolnak a prehniterek is az üde földpátsorok közé, ahol kisebb fészkekben is összegyűlnek.

*

Mindezen slirféle fészkek, slirtelérek és telérek közeteinek fiziográfiája alapján, valamint az eddig rendelkezésre álló vegyi elemzései révén megállapítható vegyi szerkezete arra vall, hogy ezek szervesen beleilleszkednek a Bükkhegység hasonnemű differenciálódási termékeinek sorozatába. De elég jó közettípusokat is adnak, ezért is egészen jól elhelyezhetők az egyes rendszerekbe. Ami a származásukat illeti, még azokban az esetekben se tudok a legtöbbször mélységi zárványokra gondolni, amikor nem lehet biztosan eldönteni slir-voltukat ezeknek a sokszor teljesen szabálytalan fészkeknek. Nem tudom ugyanis feltételezni, hogy az ilyen, a normálisnál valamivel bázisosabb diabázfészeség már csak akkor nyomult volna fel, amidőn ezek a slirtípusok a mélyben már kifejlődtek és mint szilárd zárványok felfelé kerülhettek volna. Ennek ellentmond a legtöbb esetben a fokozatos átmenet is. Legfeljebb arra tudnék gondolni, ha volna reá valami támaszpontom, hogy a már kihűlőfélben lévő diabázos részbe újabb magmarész nyomult bele, ami felhozta a mélyebbi helyeken már kialakult részek leválasztott darabjait. De még így se tudnám megmagyarázni az olykor köbméter nagyságú daraboknak a felkerülését, hiszen burok alatt megszilárdult diabáztömegről van itt szó, nem pedig korlátlan erővel felfelétörő, gázban gazdag, a felületre is kitörő magmaterméről. De nem tudnám megmagyarázni a valóban slir- és slirteléralakban megjelenő, hasonló anyagú és hasonló szerkezetű képződmények keletkezését sem. Az esetek legnagyobb számában tehát valóban slirféle képződményeknek tartom ezeket.

Fontosnak látszik végül, hogy a gabbróidális tömegnek ez a része is úgy össze-vissza van szakadozva, mint azt már a nagy tömeg sok helyén kimutattam.

TÁBLAMAGYARÁZAT.

II. tábla.

1. Bázisos szpilitdiabáz. Kisgerinc. Virág- és fürtszerű augitkristályvázak földpát (felsőrészen) és augitkristályszál (jobb alsórészen) körül. Nagyítás $134\times$. +Nic.

2. Bázisos sűrű diabáz. Kisgerinc oldala. Átkristályosodó üveges alanyanyagban augitkristályok és szemcsék, nagyon szórványosan helyeszerű földpátfolatok. Nagyítás $58\times$. +Nic.

3. Sűrű diabázporfirít, Hermannbánya. Homokórás augit. Nagyítás $110\times$. +Nic.

4. Dioritporfirít, Hermannbánya. Szöveti kép: porfíros savanyú andezin és ilmenit, apró augitszemcsék. Nagyítás $20\times$. +Nic.

5. Dioritgabbróporfirít, Hermannbánya. Szöveti kép: porfíros andezin és zónás augit az elég nagyszemű alapszövetben. Nagyítás $10\times$. +Nic.

6. Dioritgabbróporfirít, Hermannbánya. Ilmenit lemezátmetszetek. Nagyítás $10\times$. +Nic.

III. tábla.

1. Plagiaplit, Hermannbánya. Szöveti kép: oligoklászandezin-kristálykák, pár szem ilmenit, minimális klorit. Nagyítás $54\times$. +Nic.

2. Andezinit, Hermannbánya. Szöveti kép: andezin, kevés klorit. Nagyítás $10\times$. +Nic.

3. Dioritgabbróporfirít, Hermannbánya. Augitban növekedési kúpszerű elhelyezésű érc- (ilmenit) és folyadékzárványraj. Nagyítás $200\times$. +Nic.

4. Gabbródioritporfirít, Hermannbánya. Érc-, folyadék- stb. zárványraj augitban. Nagyítás $224\times$. 1 Nic.

5. Dioritgabbró, Hermannbánya. Augitban földpát- (?) és folyadékzárványok átmetszetben. Nagyítás $370\times$. +Nic.

6. Ugyanaz, de a zárványok világos helyzetben vannak, az augit sötét. Helyenként a képen is kivehető, hogy a zárványokat tartalmazó csövek falai ércel vannak kibélelve. Nagyítás $400\times$. +Nic.

IV. tábla.

1. Dioritdiabáz, Hermannbánya. Az a-dezinlemezek közt kikristályosodott igen kevés augit legnagyobb része klorittá vált. $21\times$. +Nic.

2. Dörzsbreccsiás gabbródiabáz, Hermannbánya. A képen majdnem kizárólag csak augittörmelék látszik. $54\times$. +Nic.

3. Dioritgabbró, Hermannbánya. A felsőrészen plagioklással összenőtt ilmenit, a bal alsórészen pedig ilmenitzárványos augittal (fehér) összeszövődött plagioklász. $21\times$. +Nic.

4. Gabbródiorit, Hermannbánya. Földpátzárványos ilmenitbe benyomult földpátzárványos augit. $21\times$. +Nic.

5. Dioritgabbró, Hermannbánya. Egy részében augittal, más részében földpáttal összeszővődött ilmenit. A bal felső részen az ilmenit mellett az augitban szabályosan húzódó zárványrajok. $21\times$. 1 Nic. Az ilmenit igen szép rácsos szerkezete a másolaton, sajnos, nem látható.

6. Dioritgabbró, Hermannbánya. Augittal összeszővődött ilmenit egyenlően orientált részei a csiszolat síkjában különállanak. $21\times$. 1 Nic.

*

A vizsgálatokat a Rockefeller-Alap műszereivel végeztem.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. május 1-én tartott üléséből.)

DER DIABAS DES ORTÁSBERGES IM BÜKKGEBIRGE.

Von S. v. SZENTPÉTERY, korr. Mitglied.

(Mit Tafel II—IV.)

Der westliche Teil des Ortásberges besteht aus basischen dichten Diabasen. Da dem aufsteigenden Magma nur ein beschränkter Raum zur Verfügung stand, kam die gravitative Differentiation kaum zur Geltung; die Auskühlung vollzog sich sehr rasch und zwar ohne Assimilation des Nebengesteins. Die Erreger der Differentiation (LOEWINSON—LESSING) spielten keine Rolle.

An der SO-Seite des Ortásberges wird in der Hermann'schen (Szabados) Steingrube ein normal zusammengesetzter Diabas aufgeschlossen. Die Hauptmasse besteht aus dichtem Diabasporphyr, der in den tiefergelegenen Horizonten grobkörniger wird oder in Diabasgabbro übergeht. Die Karbonschiefer erlitten stärkere Kontaktwirkungen; die Tonschiefer Einschlüsse wurden auffallend umgewandelt.

In der Hermann'schen Steingrube findet man im normal-körnigen Diabas mannigfaltige schlierenartigen Gebilde. Ähnliche Differentiationsprodukte sind im Bükkgebirge allgemein verbreitet. Es sind keine Einschlüsse, sondern richtige schlierenartigen Gebilde.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 1. Mai 1933.)

A KEMENCESZÉKI MEDENCE SZERKEZETE.

SCHAFARZIK FERENC † r. tag hátrahagyott jegyzetei alapján írta
VENDL ALADÁR r. tag.

A kemenceszéki (seculi) karbon-rétegekben levő négy széntelep az Alfréd-aknával megindított feltárások alapján már régóta ismert. A karbonrétegek szénvaskőtartalma is igen régen ismertessé vált. HAUER FERENC (1850)¹ ismerte fel legelőször a neki küldött növénylenyomatok alapján a karbon-jelleget. KUDERNATSCH² (1855) röviden emlékezett meg a karbonról. 1878-ban HANTKEN³ írta le részletesebben a kemenceszéki szénbánya területének földtani alkotását. E terület és környéke részletes geológiai felvételét 1:25,000 méretű térképlapokon HALAVÁTS⁴ végezte, ki több jelentésében foglalta össze a helyszínen végzett megfigyeléseinek eredményeit. A terület karbonjának flóráját STUR,⁵ majd ETTINGHAUSEN tanulmányozta. Az utóbbi eredményeit HANTKEN említett munkája közölte. SCHAFARZIK 1914-ben a Kuptore kör-

¹ KUDERNATSCH J.: Die neuen Bergbauuntersuchungen im Banat. Jahrb. k. k. Geol. Reichsanstalt, I. 1850. 705—718.

² KUDERNATSCH J.: Beiträge zur geologischen Kenntnis des Banater Gebirgszuges. Jahrb. k. k. Geol. Reichsanstalt, V, 1855, 219—253.

³ HANTKEN M.: A magyar korona országainak széntelepei és szénbányászata. Budapest, 1878, 37—38.

⁴ HALAVÁTS GY.: Resica keleti környéke. A m. kir. Földtani Intézet évi jelentése 1893-ról. Budapest, 1894, 97—110.

⁵ STUR D.: Beiträge zur Kenntnis der Dyas- und Steinkohlenformation im Banate. Jahrb. k. k. Geol. Reichsanstalt, XX, 1870, 185—200.

nyéki kristályos palákról közölt adatokat,¹ PAPP KÁROLY a medence igen vázlatos leírását ismertette.²

HALAVÁTS részletes geológiai felvétele a kemenceszéki karbon-medencét részletesen taglalta. Adatai azonban nem voltak elegendők ahhoz, hogy a medence szerkezetét részleteiben is megvilágítsák.

SCHAFARZIK 1916-ban és 1923-ban igen részletesen tanulmányozta a kemenceszéki karbon-medencét. E tanulmányok eredményeiből a medence felépítését és szerkezetét a következőkben foglaljuk össze:

A kemenceszéki medence geológiai alkotásában a következő képződmények vesznek részt: kristályos palák, felső karbon, alsó perm, alsó liász, felső liász, gryphaeás rétegek (alsó dogger), callovien (felső dogger), malm, neokom.

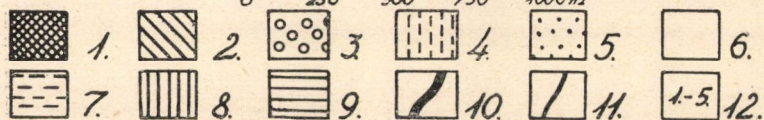
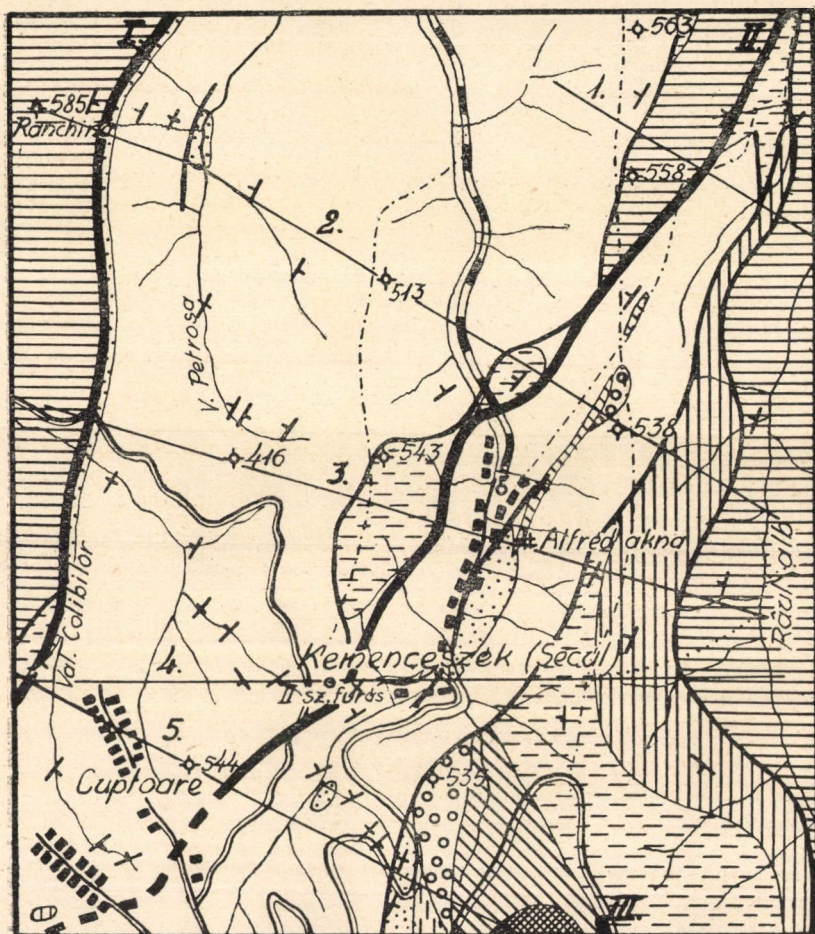
A *kristályos palákat* felszíni elterjedésükben a medence két részre választja szét (1. ábra); a medence fenekét is kristályos palák alkotják. Ezek a kőzetek a *sebesi kristályos tömeg* fáciesei-nek felelnek meg:³ főként csillámos gnájszok és csillámpalák, melyek sok ortogenetikus kőzetet tartalmaznak. A gnájszok összetétele többé-kevésbbé megközelíti a gránitos magmát. A kuptorei hágótól nyugatra különösen sok az ortogenetikus kőzet: itt eléggé uralkodik a biotitgránitgnájsz, mely csak igen kevésbé palás, és a biotitgránit, igen sok helyen pegmatittelérekkel, lencsékkel és fészkekkel, helyenként aplittal. A kuptorei (cuptoarei) hágó körül azonban már a paragenetikus elemek is előtérbe jutnak: nagy csillámú biotit-muszkovitesillámpalák néha elég nagy almandintartalommal. E csillámpalák helyenként kevés plagioklászt (albit-oligoklászt) is tartalmaznak.

A medence keleti határát alkotó kristályospala-területen és a *Piatra albá*tól keletre, közvetlenül a karbon, illetőleg a perm alatt

¹ SCHAFARZIK F.: Krassó-Szörény-megye alaphegysége kristályos paláinak revíziója petrográfiai és tektonikai szempontból. A m. kir. Földtani Intézet évi jelentése 1913-ról. Budapest, 1914. 177—179.

² PAPP K.: A magyar birodalom vasérc- és kőszénkészlete. Budapest, 1915. 580.

³ VENDL A.: A Szászvárosi és Szebeni Havasok kristályos területe. Geologica Hungarica, series geologica, tomus IV. Budapest, 1932.



1. ábra. A kemenceszéki medence geológiai térképe. 1. = neokom mészkő; 2. = malm mészkő; 3. = callovien; 4. = gryphaeás rétegek; 5. = felső liász; 6. = alsó liász; 7. = alsó perm; 8. = felső karbon; 9. = kristályospalák; 10. = főtektonikai vonalak; 11. = másodrendű tektonikai vonalak; 12. = szelvények irányai.

a kristályos palák többé-kevésbbé konkordánsak a permmel. E területen aránylag kevésbé injiciált csillámpalák fordulnak elő. Ezek a csillámpalák néhol néhány centiméternyi vagy deciméternyi vastag aplitereket tartalmaznak. Helyenként biotitgránitpadok járók át őket konkordánsan. E kőzetek a vonulat ÉÉNy-i részében, az említett sok ortogenetikus kőzetet tartalmazó terület fekvőjében is hasonló kifejlődésben fordulnak elő.

Még jobban DK felé — már az 1. ábrán feltüntetett terület határán kívül — a csillámpalák ismét igen erősen injiciálódtak pegmatitos elemekkel. Az injekciós hatás részben vékony pegmatittelérekben, fészkekben jelentkezik, részben a csillámpala kisebb-nagyobb méretű földpátosodását idézte elő. Még tovább *Ferencfalva* felé — hol a feltárások igen jók — biotitos ortognájszok az uralkodók s amfibolitok is jellemzők. A ferencfalvai csillámpala erősen kvarcos féleségei helyenként égkék cianitot tartalmaznak.

Felső karbon. A karbon-formáció a régibb geológiai felvételek alapján a kemenceszéki medence keleti peremén volt ismeretes (Alfréd-akna). Tudtuk továbbá, hogy ez a képződmény Resica keleti része tájáról, a Berzava völgyéből a *Budiniki* és a *Basoveci* völgyön át DK felé húzódik. A régi megfigyelők szerint itt, a *szodoli völgy* torkolatánál a karbon véget ért. Ez a megállapítás azonban nem helyes. Hanem a mintegy km szélességben ide húzódó karbon-terület itt keskeny (100 m) sávvá szorul össze. Ez a keskeny karbon-terület továbbhúzódik D-felé a szodoli útra s a Szodol-patak medrébe, onnan pedig K-felé fordulva a *Zsupé* (617 m) és *Zsupászka* (525 m) közt levő nyeregbe; innen meredeken dőlő és összepréselt rétegei ÉÉK-i irányban vonulnak a Zsupé átbuktatott gnájsztömege mentén a Valea Colibilor völgyében és Kuptore-tól ÉNy-ra kiékelődnek. A karbonnal együtt kiékelődik itt — szintén ÉÉK felé fordulva — a perm is. Ennek folytán az átbuktatott kristályos palák közvetlenül a liász-képződményekre tolódhattak át.

Kitűnt továbbá, hogy a karbon-képződmények Kuptore területén is a felszínen vannak olyan területen, melyet a régebbi észlelők liászkorinak véltek. Nevezetesen Kuptore déli utcájának közepén és a községtől délre levő s ÉNy, majd DNy-i irányban húzódó árokban, az árok kanyarulata fölött karbon, feketeszínű, agyagos palák fordulnak elő. Az árok baloldalán a faluból lehúzódnó rövid

keresztutcaival szemben *Pecopteris arborescens Brongniart* és *Calamites* sp. több lenyomata került elő. A karbon jelenléte ezzel itt, az egységesen liásznak tartott területen kétségtelen. A karbon itt minden valószínűség szerint egy igen laposra nyomott antiklinális magját alkotja.

Ez adatokból kitűnik, hogy a kemenceszéki medencében a karbon-képződmények nemcsak az Alfréd-akna és a Rául alb környékén, hanem a déli területen (Kuptore) és a nyugati szegély déli részén is megvannak, vagyis hogy a déli területen a medence fenekén is előfordulnak.

A karbon-üledékek, melyek — mint ismeretes — alsóbb részeiben homokkő, palásagyag és agyagpala változó vastagságú rétegeiből, felsőbb részeikben főként homokkövekből (széntelepekkel) állanak, sztratigrafiailag a legalsó, diszkordánsan közvetlenül a kristályos palákra települt üledékek. Tektonikailag az alaphegység redőjéhez simultak.

A *perm*i lerakódások sötétvörös, durván palásan hasadó homokkövek és alárendeltebben homokos agyagpalák. Alárendelten az előbbieket konglomerát is előfordul. Helyenként kissé erősebben csillámosak. E képződmények éles határ nélkül, fokozatos átmenetekkel telepszene a karbon-rétegekre. Itt-ott arkózás kifejlődésűek. Ezek a különböző kőzetfélések mind terasztrikusak.

A medence keleti peremén a perm már azelőtt is ismeretes volt. Megvan azonban a nyugati szélén is: itt keskeny szalag gyanánt kíséri a karbont a Szodol-völgyből K-i irányban a Zsupáskára s innét ÉÉK-re a Zsupéhegy oldala mentén a *Valea Colibilor* tájékára, hol kiemelődik. Itt eltűnik a perm a karbonnal együtt a rájuk tolt kristályos palák alatt. Tovább keletre, Kemenceszék körül, a perm a liász alól meredek rétegállással emelkedik ki. Itt a medence belsejében magokként fordul elő néhány helyen az alsó liász homokkőzónán belül.

A liász képződményei — részben dogger-, malm-, kréta-üledékekkel eltakartan — dél felől húzódnak a medencébe és a Kuptoretől D-re fekvő területen, Dománynál merülnek fel a mélyből. A Zsupé kristályospala masszívuma a hozzácsatlakozó karbonnal és permel együtt két ágra szorította szét a liászt: egyik ága Kuptoren keresztül ÉÉK-i csapással a kemenceszéki

medencébe húzódik; másik ága ÉNy felé az *Arsicának* és *Resicának* tart.

A medence felszínének legnagyobb részét az *alsó liász* borítja. Legalsó rétegei fehér, sárga, muszkovitos durva konglomerátok (pl. a *Kristatovec* csúcsa), melyek felfelé különböző szemcsenagyságú homokkövekkel váltakoznak. A vastag padok közt finomabb homokkő rétegei is előfordulnak. E durvább konglomerátok és homokkövek fedőjében tekintélyes vastagságban finomabb és durvább szemcséjű, muszkovitos, üdén sötétebb színű, mállottan gyakran rozsdás homokkövek telepsznek.

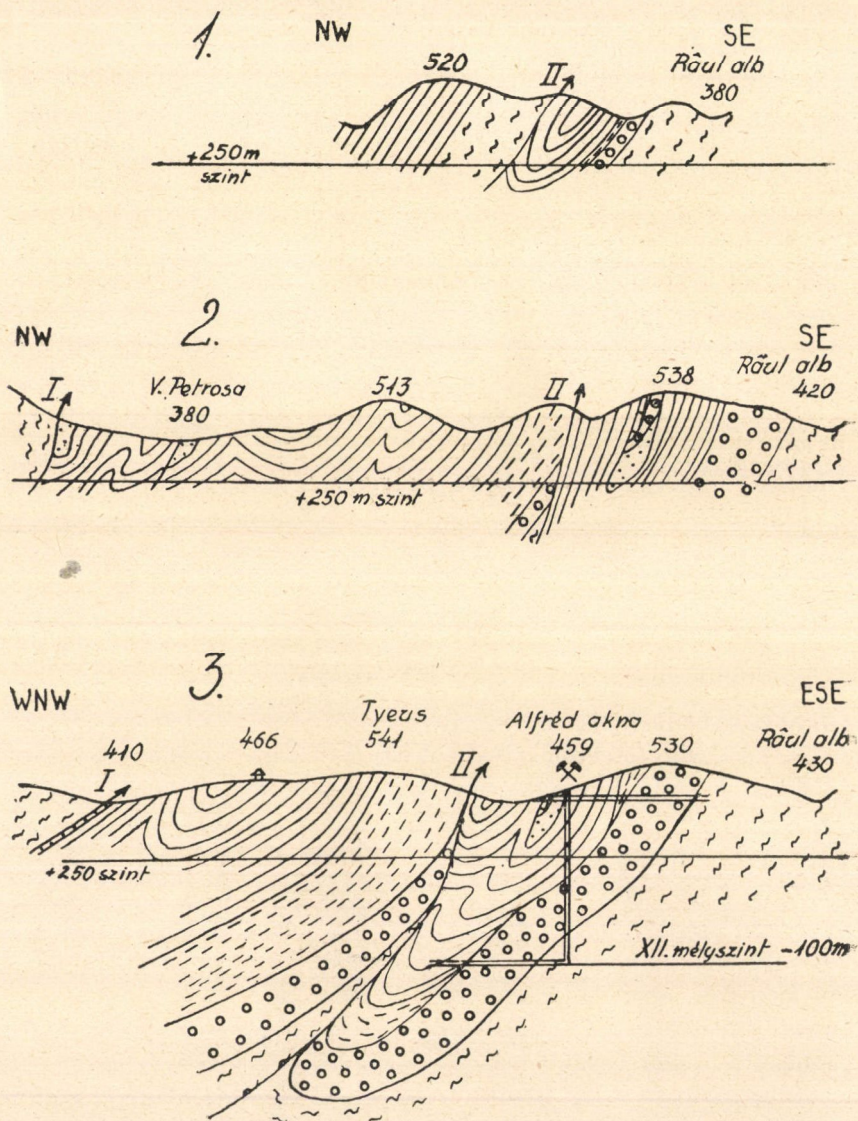
A *felső liász* jóval kisebb elterjedésű s csak kisebb foltokban fordul elő: a *Valea Colibilor* mentén keskeny, hosszú sávban telepszik az alsó liászra, a Ranchinától keletre, Kemenceszéken s thőle délre kisebb előfordulásait ismerjük. Miként Resica vidékén általában, itt is sötétszínű agyagpalák s részben lazább palás agyagok képviselik a felső liászt.

A *dogger* képződményei csak alárendelt szerepűek e területen:

A *gryphaeás rétegek* a *Piatra alba* (620 m) nyugati szélén, azaz a terület déli részén fordulnak elő a felső liász fölött. Kőzetei szürkés, néhol csillámos márgák, helyenként erősebben mészköves jelleggel kifejlődöttek. A vastag meszes padok közt itt-ott vékonyan leveles palás márgák is előfordulnak. A *Szodol*-völgybe vivő út mentén (a térképvázlat területén kívül) e rétegek igen jól feltártak.

A *callovien* Kemenceszéktől ÉNy-ra az 538 m magaslat északi részén és a *Piatra alba* ÉNy-i tövében — a malm mészkő alatt — foglal helyett. Kőzete világos kékesszürke, vagy sárgás tömött mészkő. Néhol a mészkőpadok felfelé átmennek vékony rétegű, palás mészmárgába. A mészkőre nagyon jellemzők a benne levő barna, sárgásbarna, sárgászöld, ritkábban fekete szarukőgumók. A callovien alsóbb rétegei néhol sötétebb színűek, mint a felsők. Itt-ott kalciterek járják át a mészkövet. A felső palás mészmárgák gyakran kissé kovássalvval átitatottak.

A *malm* a callovien felső, márgás padjain nyugszik. Alsó része erősen kékesszürke márgás mészkő, mely felfelé csakhamar tiszta mészkőbe megy át. Ez a tömött világos kékesszürke vagy kissé sárgásbarna, szarukőgumókat tartalmazó mészkő a malm jellemző kőzete. A szarukőgumók rendszerint rétegekben vagy sorokban



2. ábra. Geológiai szelvények. Jelmagyarázat ugyanaz, mint a 3. ábrán.
Mérték a hosszúságra: 1:25,000.

helyezkednek el. A mészkőben itt-ott, alárendelten, vékony finom homokos-márgás közbetelepülések is megfigyelhetők. A Kemenceszéktől ÉK-re előforduló malm mészkő helyenként erősen kalciteres.

A *neokom* a *Piatra alba* tetejét borítja s jól észlelhető a Ferencfalvára vivő út mentén, hol látszik települése a malm mészkövön. Kőzete világosszürke vagy sárgásfehér, gyakran veresen erezett, erősen repedezett tömött mészkő. Rétegeessége elég nehezen állapítható meg, mert meglehetősen tömeges kifejlődésű. Helyenként kissé homokos-márgás. Települése konkordáns a malm mészkő rétegeivel.

A medence felépítésére jellemző, hogy az üledékes kőzetek az alsó liász területén belül *szaggatottan*, azaz többé-kevésbé *különálló foltokban* fordulnak elő. Ez az 1. ábrán jól szembetűnik. A nevezetesebb tektonikai vonalakat — melyek e területen megállapíthatók — szintén feltünteti ez az ábra. E szerkezeti vonalak a vázlat vízszintes vetületén nagyjában ÉÉK és ÉK-i irányban, kígyózva húzódnak, néhol közelednek egymáshoz, máshol eltávolodnak egymástól. Jelentőség szempontjából különösen fontosak a vastagon kihúzott tektonikai vonalak, melyek főáttolódási lapoknak felelnek meg. Közülük kettő (I és II) az egész területen végigvonul. E fő tektonikai vonalak között kisebb jelentőségű másodrendű vonalak helyezkednek el.

Az egyik főtektonikai vonal (I) a *Ranchina—Zsupé* hegycsoport kristályos paláinak keleti szélén húzódik. E vonal egyik részével esik össze a *Valea Colibilor* alsó szakaszának a helyzete. E vonal mentén a kristályos palák vagy egészen rátolódtak a liász-képződményekre, vagy — a vonal déli vége körül — igen meredekre felállítottak. A másik főtektonikai vonal (II) ÉK-i irányban húzódik a medencébe ÉK felől ékszerűen benyúló kristályos palaterület keleti szélé mentén és folytatódik a medencében felszínre nyúló perm-i képződmények keleti szélén és Kuptore déli szélé felé vonul tovább.

A medence szerkezetének részleteit a 2. és 3. ábrán közölt szelvények tüntetik fel.

Régebben az volt a felfogás, hogy a kemenceszéki medence egyszerű begyűrt szinklinális. PAPP KÁROLY említett munkájában, a bányatérképek alapján, ilyen egyszerű szerkezetűnek tüntette fel.

A medence azonban nem ilyen egyszerű teknő, hanem *kettős ránc*. E két ránc közül a nyugati a II. tektonikai vonallal jelzett *lap mentén rátolódott a keletire*. Igen jól látszik ez a szerkezet a terület északi részének szelvényein. Az 1. szelvény területén, — miként a térképvázatból (1. ábra) is jól szembetűnik — a II. vonal mentén az ÉNy felé dőlő kristályospalák a fölöttük levő liász képződményekkel együtt rajta fekszenek az ugyancsak ÉNy felé dőlő s lapos szinklinálissá összenyomott liász-üledékeken. A 2. szelvény területén az alsó perm rétegei fekszenek a mezozoi üledékeken igen meredek dőléssel. E szelvény mentén a Ranchina kristályos kőzetei igen meredek dőlésűek, csaknem átbuknak a liász üledékek fölé. A 3. szelvényen jól látszik, hogy a medence nyugati szegélyén a kristályospalák a liász üledékei fölé települtek az I. vonal mentén. A medence belsejében pedig éppen úgy, mint a 2. szelvényben, a perm a liász fölött fekszik. A 4. és 5. szelvényen (3. ábra) közvetlenül a felszínen a liászrétegek tektonikájából olvasható ki, hogy az előző szelvényekben észlelt szerkezet itt is megvan. A karbon kibukkanása kis területen az alsó liász-rétegek közt Kuptore déli részén ugyancsak a kettős ránc következménye gyanánt fogható fel. Itt a karbon valószínűleg ugyanolyan helyzetben fordul elő, mint a 2. és 3. szelvényben a perm a II. vonal mentén.

A nyugati ránc a legerősebben az 1. szelvény környékén tolódtott a liászra; itt a feltolódás oly nagy mértékű volt, hogy a kristályospalák is a mai felszínre kerültek. Elég nagyfokú volt a rátolódás a 2. és a 3. szelvény tájékán is, hol a perm kőzetei tolódtak fel. Jóval kisebb volt ez a mozgás a 4. és 5. szelvény mentén; itt a feltolódás mozgása nem volt elég arra, hogy a liász gyúrt rétegcsoportját szétszakítsa, s így a liásznál idősebb kőzetek nem is kerülhettek fel egészen a mai felszínig.

A keleti ránc teknője a *Râul alb* mentén lévő oldalon a kristályos palákat, a felső karbon, az alsó permet és az alsó liászt tartalmazza. A nyugati ránc teknő keleti rátolódott szárnyában ma a felszínen a karbon csupán csak az említett kuptorei kis kibúvásában látjuk a felszínen.

Az 1. szelvényben a *Râul alb* mentén a felső karbon nagyon elvékonyodik; sőt e szelvénytől kissé északra (lásd az 1. ábrát).

elfenődik teljesen, s itt a perm közvetlenül a kristályospalákra telepszik. A 2. szelvény mentén a rátolódó liász-rétegek alatt a perm fenődött el.

A nyugati ránc teknőjének keleti szélén hiányzanak az 1. szelvényben a kristályospalák és az alsó liász között volt formációk (felső karbon, alsó perm); ezek kivékonyodtak s elfenődtek. E szerkezetet tehát az jellemzi, hogy a rátolódási lapok mentén egyes képződmények *erősen kivékonyodnak vagy teljesen elfenődnek*. E szerkezetnek megfelelően készült a 3. szelvény is az *Alfréd-akna* s a XII. mélysínt bányászati feltárásainak alapján.

A medence szerkezetének megismeréséhez lényegesen hozzájárult a II. számú fúrás az *Alfréd-aknától* mintegy 800 méternyire DNy felé, a kuptorei úttól északra (4. szelvény). E fúrás 0—327 m-ig igen meredek dőlésű kvarchomokkőrétegeken haladt át.

327 métertől lefelé a fúró vörösszínű, alsó permkori homokköveken és konglomerátokon haladt keresztül. Ezek rétegei is igen meredek állásúak voltak. A dőlés különösen jól látszott a 675 m mélységből származó 17·5 cm hosszú vörös konglomerátdarabon, melynek egyik oldalán a véső nyoma csaknem párhuzamos a konglomerátdarab rétegeességével: a fúrásfal iránya s a kőzet rétegeessége közt csak mintegy 25° eltérés állapítható meg.

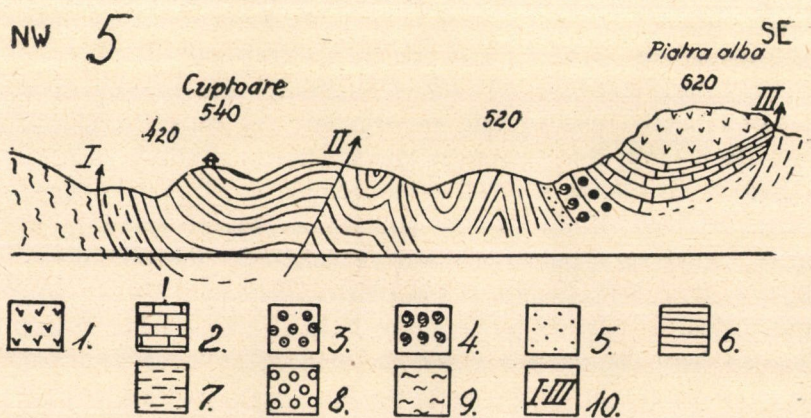
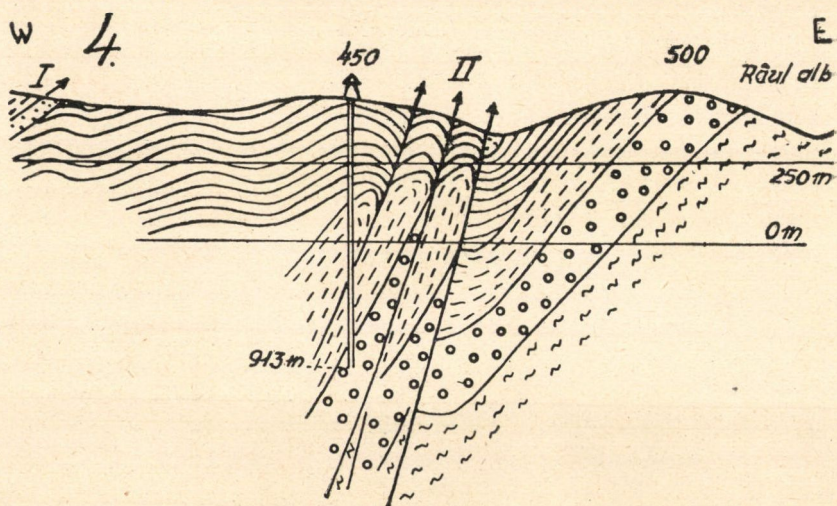
A 675 m mélységből felkerült darab vörös, kemény, homokos kvarc- és kvarcitdarabokat s kemény agyagot is tartalmazó konglomerát. Teljesen ilyen permkori konglomerát ismeretes *Kemence-széktől* Ny-ra a *Tyeus* nevű hegyen, hol jól feltárt s több pad alakjában hozzáférhető. E kőzetben elég nehezen haladt előre a fúrás. A 675 m mélység alatt megint könnyebben dolgozott a fúró, mert itt a konglomerát helyett részben vöröshomokos agyagpalákon hatolt át.

A permi kőzetek 913 m mélységig tartottak.

913 méteren alul a fúrás a karbon erősen csillámos szürke homokkövébe hatolt s 1919 tavaszán mintegy 8 méternyit mélyedt még bele 921·75 m-ig (471·7 m az Adriai-tenger tükre alatt).

A fúrás e szerint kétségtelenül igazolta, hogy *a karbon-képződmény a medence fenekén is megvan*.

Ha e fúrási szelvény adatait a felszínen észleltekkal összehasonlítjuk, azonnal szembetűnik a permi formáció 581 m vastag-



3. ábra. Geológiai szelvények. 1. = neokom mészkő; 2. = malm mészkő; 3. = callovien; 4. = gryphaeás rétegek; 5. = felső liász; 6. = alsó liász; 7. = alsó perm; 8. = felső karbon; 9. = kristályospalák; 10. = fő-tektonikai vonalak. Mérték a hosszúságra: 1:25,000.

sága. Ez a vastagság ugyanis jóval felülmúlja a medence területén és környékén észlelt perm kőzetekét.

A *Dercsényi-táró* környékén a permii homokkövek összes vastagsága csak mintegy 175—200 m. A *Tyeus* gerincén a permii képződmény konglomerátpadok közbetelepedése folytán mintegy 270 méterre megvastagszik ugyan, de ennél nagyobb vastagságot sehol sem ér el. A *Rául alb* mellett a kristályospalákon nyugvó karbon-perm csoportban a perm vastagsága a dőlési adatok alapján legfeljebb 200 m. A liasz homokkő a fúrásban 327 m vastagnak tűnik fel. Ez a méret is jóval nagyobb, mint a valódi vastagság.

A fúróluk közelében és a Kemenceszék községbe vivő úton látható, hogy a liasz homokkő itt igen meredek állású, sőt átbuktatott szerkezetű. Nem tehető fel, hogy a perm rétegsora a középső pikkelyben hirtelen annyira megvastagodjék, hogy természetes vastagságának kétszeresét, esetleg háromszorosát érje el.

A fúróluk tájéka a *Tyeus* gerincének déli folytatásába esik, tehát a perm itt ugyanolyan vastagságúnak tételezhető fel, mint a *Tyeuson*. E vastagság mellett azonban a fúrással megállapított méretből igen meredek rétegállás következik. Nem tudjuk azonban pontosan, hogy milyen dőlési szögeket vágott keresztül a fúró, mert fúrómagokat nem vettek ki a fúrásból. A 675 m mélységből kikerült darab azonban valóban igen meredek rétegállásra vall.

Ha a fúrólukban a permii rétegek általános dőlése mintegy 50—52° volt, akkor e dőlési érték alapján a permii rétegeknek körülbelül 350—370 m vastagságára lehetne következtetni. Ilyen nagy vastagság azonban nemcsak a *Rául alb* környéki permkibúvások, hanem a *Tyeus* feltárásainak méreteit is igen erősen túlhaladná. Ennélfogva a rétegállásnak jóval meredekebbnek kell lennie: legalább olyan meredeknek, amilyen a *Tyeus* feltárásai méretének (275 m) felel meg; esetleg még meredekebbnek, a *Dercsényi-táró* és a *Rául alb* környéki vastagságnak (175—200 m) megfelelően. E vastagságoknak (175—275 m) mintegy 62—73° dőlés felel meg. Ilyen meredek rétegállásra utal a 675 m mélységből kikerült darab is.

A kemenceszéki terület szerkezeti jellemének sajátosságai alapján ily meredek rétegállással a szelvény csak olyan módon lehet-

séges, hogy a főáttolódás mellett még egy rátolódásos vetődés iktatódik közbe. Ezt a szerkezetet tünteti fel a 4. szelvény a 3. ábrán. Tehát az egész rétegsor a főrátolódási sík mellett meredeken, ékszerűen feltolódott.

E szelvényben az északra levő terület kissé összeszűkült szerkezete kevésbé kiszélesedik. Nevezetesen: az a gyűrődés, mely a 3. szelvényben az Alfréd-aknától közvetlenül nyugatra mutatkozik a felszínen a liász-rétegekben, tovább dél felé — tehát a 4. szelvényben is — vetődés mentén rátolódó ránc-pikkelyben folytatódik.

A kemenceszéki kőszénbánya XII. mélyszintjéről északnyugati irányban hajtott táró vége erősen csillámos, csillámpalatörmelékes alsó liász homokkővet tárt föl. Ez a kőzet a keleti ránc lefelé összeszűkülő részének keleti szegélyén a karbon érintkezését az alsó liász homokkővel tünteti fel. Itt a rátolódás következtében a perm annyira elfenődött s szétszakadt, hogy teljesen hiányzik. Itt tehát a XII. mélyszint további meghosszabbításában az alsó liász homokkővének átvágása után a II. rátolódási lap és egyúttal az alulról ékszerűen felnyúló kristályospalák vékony sávja várható, amint a 3. szelvény középső részén látszik.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. jún. 12-én tartott üléséből.)

TEKTONIK DES BECKENS VON KEMENCESZÉK.

Auf Grund der hinterlassenen Notizen des ord. Mitgliedes
† FRANZ SCHAFARZIK von ALADÁR VENDL, ord. Mitglied.

Am Aufbau des Beckens beteiligen sich die folgenden Bildungen: Kristallinische Schiefer (Mesozone), Oberkarbon (mit Kohle bei Kemenceszék), Unterperm, Unterlias, Oberlias, Dogger (Gryphaeen-Schichten und Callovien), Malm und Neocom.

Das Becken besteht eigentlich aus zwei Teilen. Die wichtigsten Züge der Tektonik des Gebietes sind aus den Figuren im ungarischen Text ersichtlich.

Zeichenerklärung zu den Figuren: 1. = Neocom; 2. = Malm; 3. = Callovien; 4. = Gryphaeen-Schichten; 5. = Oberlias; 6. = Unterlias; 7. = Unterperm; 8. = Oberkarbon; 9. = Kristallinische Schiefer; 10. = tektonische Linien ersten Ranges; 11. = tektonische Linien von geringerer Wichtigkeit; 12. = Richtungen der Profile der Figuren 2 und 3 in Fig. 1.

4Aus der Sitzung der. III Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 12. Juni 1933.)

ADATOK A BÜKKHEGYSÉGI PALEOLITOK KÖZETTANI ISMERETÉHEZ.

(Az V. táblával.)

VENDL ALADÁR r. tagtól.

A borsodi Bükkhegységben élt pleisztocén ősember kőszerszámaait HERMAN OTTÓ ¹ ismerte fel 1893-ban. A Bükkhegységben azóta végzett ásatások révén különösen KADIĆ OTTOKÁR több barlangot feltárt s főként az ő gondos munkája révén igen sok paleolit került elő e hegységből.

A miskolci, szeletai és büdöspesti paleolitokat ásványtani és közettani szempontból is elég részletesen ismerjük. E vizsgálatokat részben SCHAFARZIK FERENC, részben VENDL ALADÁR végezte. Az eredményeket HERMAN OTTÓ, ² KADIĆ OTTOKÁR ³ és VENDL ALADÁR ⁴ közölte.

A Bükkhegységben *Cserépfalu* közelében nyílik a *Subalyuk* nevű barlang ürege. Ezt a barlangot KADIĆ OTTOKÁR 1932-ben kezdte rendszeresen feltárni. A barlang pleisztocén lerakódásaiból a fontos ősember-leleten kívül sok megmunkált kőszerszám, paleo-

¹ HERMAN OTTÓ: A miskolci paleolithlelet. Archaeológiai Értesítő. XIII. 1893. 1—25.

² HERMAN OTTÓ: Zum Soluthréen von Miskolc. Mitteilungen d. Anthropologischen Gesellschaft in Wien. XXXVI (der 3. Folge Bd. VI), 1906. 1—11.

³ KADIĆ OTTOKÁR: A Szeleta-barlang kutatásának eredményei. A m. kir. Földtani Intézet Évkönyve. XXIII. 1915. 212—215.

⁴ VENDL ALADÁR: A büdöspesti paleolitos szilánkok közettani vizsgálata M. Tud. Akadémia Matematikai és Természettudományi Értesítője. XLVII. 1930. 468—483.

litos szilánk és nukleus került elő. A paleolitos szilánkok közül még 1932-ben néhány a műegyetemi ásványtani és földtani intézetbe került. Ezek közzétani vizsgálatának főbb eredményeit foglaltam össze a következőkben.

A megvizsgált példányok legtöbbször *szarukő*; ezenkívül azonban egy példány *vörös, igen apró szemű homokkő* és egy példány *kovasavval átitatott márga* is volt a tanulmányozott darabok közt.

1. Szarukövek.

A szarukő elnevezést kevésbé tág értelemben használok, mint az angolok és amerikaiak a «chert» szót. TARR W. A. szerint:¹ «... the term chert will include those cryptocrystalline varieties of quartz, which are white, gray or blue-gray in color. Dark, gray to black varieties will be called flint, while those which owe their color to iron oxides will be referred to as jasper.» TWENHOFEL W. H.² szerint a chert oly kriptokristályos kvarcféleség, mely fehér, szürke vagy már világos színű. Az angol irodalomban a «chert» többnyire a krétánál idősebb kőzetekre vonatkozik. HATSCH F. H. és RASTALL R. H. például igen tág értelemben használja ezt a kifejezést: «Radiolarian chert, upper greensand chert, carboniferous chert.»³ CAYEUX L. csak a tengeri eredetű kovasavas kőzetben képződött, szivacstűkből, opálból és kalcedonból álló kőzeteket nevezi chertnek.⁴

CAYEUX felfogásánál jóval tágabb értelemben használok itt a szarukő-kifejezést: szarukőnek nevezem mindazokat a lényegében kalcedonból, esetleg a kalcedonon kívül több-kevesebb kvarcból és esetleg kevés opálból álló kőzeteket, melyek a krétára s némely más mezozoi szintre jellemző *tűzkőtől* (silex) eltérők. Organizmuso

¹ TARR W. A.: Origin of the Chert in the Burlington Limestone. American Journal of Science, 4. serie, XLIV. 1917. 413.

² TWENHOFEL W. H.: Treatise on sedimentation. Baltimore, 1926. 378.

³ HATCH F. H.:—RASTALL R. H.: The Petrology of the sedimentary rocks. 1913. 202.

⁴ CAYEUX L.: Les roches sédimentaires de France. Roches siliceuses. Paris, 1929. 416.

nyomai esetleg kisebb-nagyobb mennyiségben szintén előfordulnak bennük. A CAYEUX-féle beosztás szerint a «silexit»-nek nevezett módosulatok is ide tartoznak.

Az ily módon szarukő néven összefoglalt kőzetek a valódi silex-től többé-kevésbé jól megkülönböztethetők. A további részletezés azért nem célszerű, mert a kőeszközök tanulmányozásakor csak kis szilánkokat vizsgálunk; ezek pontos geológiai előfordulását nincs módunkban megállapítani s pusztán csak a mikroszkópos kép alapján a teljesen pontos szétválasztás gyakran alig lehetséges. MILNER H. B. szerint még a szarukő és tűzkő elválasztása is néha nehézségekkel jár: «the difference between chert and flint is probably more apparent, than real and to some extent is a matter of nomenclature.»¹ Ma már azonban CAYEUX vizsgálatainak eredményei alapján ez a megkülönböztetés többnyire keresztülvihető.

Ezek szerint e helyen a szarukő-elnevezés főként paleozoi kőzetekben levő kovasavkiválásokat jelöl meg, melyek főleg kalcedonból állnak.

a) *Sötétszürke szarukő.* Helyenként kis foltokban (legfeljebb 1 cm²) vagy vékony (legfeljebb néhány mm vastag) rétegekben sárgás, esetleg szürkésvörös színű. Igen vékony szilánkjá világos szürke s gyengén áttetsző. Rideg; törése gyengén, egyenlőtlenül kagylós; a törési felület vagy matt, vagy csak gyengén fénylő.

Apró szilánkjá a Bunsen-lámpa lángjában rövid ideig pattogzik, majd vörös izzáson mintegy öt perc alatt igen kevésbé világosabb szürke színű lesz. Lehetséges, hogy a sötét színű pigment-szemcsék egyik része esetleg szenes (vagy bitumenes) részecskéktől ered.

Finom porrá törten fehéres szürke. Ha ezt a port vörös izzáson, levegő hozzájárulása közben hevítjük, rózsaszínűvé válik. Azaz az izzításkor a vasvegyületek oxidálódtak.

A megvizsgált darab lényegében igen apró szemcséjű homogén *aggregátum* (V. tábla, 4. ábra). Az apró szemcsék szabálytalan, öblös karélyos körvonalakkal csatlakoznak egymáshoz. WETZEL szerint ezek kvarcból állanak.² Ezek az apró szemcsék főleg 0-015

¹ MILNER H. B.: Sedimentary petrography, 1929. 320.

² WETZEL W.: Untersuchungen über das Verhältnis von Chaledon und Quarzin zu Quarz. Centralblatt für Mineralogie. 1913. 356—366.

és 0.04 mm közti átmérőjűek; köztük azonban sok jóval kisebb — néhány 0.001 mm átmérőjű — is van. Egy-egy helyen ezek az igen apró szemcsék aránylag nagyobb csomókba csoportosultak. E csomók átmérője néhol 0.2 mm-t is elér.

E szemcsés aggregátumban helyenként szabálytalanul szétosztva *rostos kalcedon* is előfordul. A rostos kalcedonon keresztezett nicolok közt a polirazációs színek jellemző oszcillációja látszik az egységes kioltás helyett, azaz kioltásuk — a szferolitos kifejlődésnek megfelelően — sugaras. A rostok hosszanti iránya a kisebbik törésmutatóval esik össze. A rostok legyezőszerű elrendeződésűek. Itt-ott az apró szemcsés aggregátum némely szemecskéjén is rostos kifejlődés látszik, a rostok hosszanti iránya itt is α . Rendszerint a BERTRAND-féle kereszt, illetőleg ennek egy része is igen jól látható.

Igen alárendelten egyes csomókban nagyobb (0.05—0.08 mm) *kvarc-szeme*k is előfordulnak. Ezek meglehetősen ép széllel, csaknem mozaikszerűen csatlakoznak egymáshoz. Eloszlásuk teljesen szabálytalan.

Ha a vékony csiszolatot kondenzor nélkül, vagy erősen le-süllyesztett világítókészülékkel vizsgáljuk, akkor néhol kör-, vagy ellipszis-alakú, a többi résznél világosabb terecskéket látunk. Ezek átmérője főként 0.05 és 0.1 mm közt ingadozik s keresztezett nicolok közt vagy szemcsés, vagy rostos szerkezetű kalcedonból állanak. E metszetek gömböcskéeknek felelnek meg. Rajtuk semmi organikus szerkezet nem látszik. Ezek radioláriák s *Cenosphaera*-, vagy esetleg *Haliommá*-ra emlékeztetnek. Ma már csupán csak a kalcedon szerkezete látszik rajtuk. Néhol e gömböcskés szerkezet sűrűbben fordul elő, máshol nagyobb területen hiányzik.

Az aprószemcsés aggregátumban s részben a sugaras kalcedonban is szétszórtan kevés, igen apró barna vagy fekete, opak pigment szemecske fordul elő. Ezek vagy közelítőleg izodiametrikusak, vagy szabálytalanul megnyúltak. A barnák valószínűleg részben limonitok, vagy limonitos agyagszemecskék. Valószínű, hogy izzítás-kor az agyagszemcsék oxidálódtak s okozták a kőzet porának rózsaszínét. Néhol e szemcsék nagyjában párhuzamos sávokban helyezkednek el.

Itt-ott a pigment szemcsék szabálytalan alakú, nagyobb cso-

mókban csoportosan fordulnak elő; e csomók átmérője néhol 0·1 mm-t is elér.

Igen ritkán nagyon apró, szintelen, a kvarcnál nagyobb fénytörésű, igen vékony szálacskák is észlelhetők. Ezek kettőstörése erős, körülbelül a muszkoviténak megfelelő. Kioltásuk a metszetek hosszanti irányához mérten egyenes. Valószínű, hogy ezek *szericit-pikkelykék* metszetei. A szericit talán a kevés agyag egyik komponense volt.

Ezeken kívül még primér-eredetű elegyrész gyanánt igen kevés szintelen, erősen fény- és kettőstörő, pálcikaalakú vagy izodiametrikus, igen apró szemecske fordul elő. Ezek oly kicsik, hogy közelebbi meghatározásuk nem sikerül.

Helyenként vékony rétegekben a csiszolatlan sárgás, vagy világosbarnás színnel átlátszó *limonit* színezi a kőzetet. A rétegek — a csiszolatlan sávok — szélei rendszeren kissé hullámos lefutásúak. A limonit utólag infiltrálódott hajszálrepedések mentén.

b) *Igen sötétszürke, csaknem fekete szarukő.* Rideg, egyenetlen, vagy egyenlőtlenül gyengén kagylós törésű. Igen vékony szilánkjá világos szürke. Kis darabkája a Bunsen-lámpa lángjába tartva, eleinte pattogzik s kis szilánkok hullanak le róla; a megmaradt darab vörös ízzáson további pattogzás nélkül ízzítható. A néhány percig vörös ízzáson tartott darab a vörös ízzás megszűnte után az eredeti színénél valamivel világosabb. Teljes kihűléskor kissé sötétedik ugyan, de úgy látszik, hogy az eredeti sötét színénél talán gyenge árnyalattal világosabb marad.

Finom pora igen világos szürke, levegőn ízzítva megvörösödik.

A vékony csiszolatban — főként lesüllyesztett világítókészülék használatakor — a legtöbb helyen kör-, vagy ellipszisalakú szerkezet látszik. E körök és ellipszisek átmérője túlnyomólag 0·03 mm és 0·1 mm közt ingadozik. Ezek gömböcskéknek és ellipszoidnak felelnek meg s csaknem egészen víztisztán átlátszóak; többnyire egymástól távolabb helyezkednek el, néha azonban közvetlenül érintkeznek. A köztük levő — mintegy alapanyagszerű — rész sötétebb árnyalatú, zavarosan átlátszó a mikroszkóp asztalán.

A gömböcskék (ellipszoidok) közül igen sok keresztezett nicolok közt *rostos szerkezetűnek* jelentkezik. A rostok azonban rendszeren nem a kör-, vagy ellipszisalakú metszet középpontjában futnak

össze, — mint a teljesen szabályosan kifejlődött szferolitokban — hanem excentrikusan. Tehát ez a *rostos kalcedon* legyezőszerű kifejlődésű, úgy mint az előző kőzetben. A rostok hosszanti iránya *a*. Rendszerint a BERTRAND-féle kereszt látszik rajtuk.

A gömbök (ellipszoidok) legtöbbször azonban homogén *szemcsés aggregátumként viselkedő* s foltosan olt ki: A kör, vagy ellipszis több, igen apró szemcséből összetettnek látszik; a szemcsék szabálytalan lefutású, karélyos-öblös széllel kapcsolódnak egymáshoz. Az egyes szemcsék sem oltanak ki egységesen, hanem fokozatosan a körülforgatáskor: először a szemcse egyik részlete, majd a másik stb., azaz jellemző szemcsés aggregátumként viselkednek. A gömböcskéken (ellipszoidokon) organikus eredetű szerkezet nem látszik. Ezek eredetileg radioláriák lehettek (*Cenosphaera? Haliomma?*).

A gömböcskék közt levő részek szintén kvarcból álló homogén aggregátumok, de rendszeren sokkal apróbb szeműek, mint a gömböcskék szemcséi. A szemcsék teljesen szabálytalanul, öblös-karélyos körvonallal csatlakoznak egymáshoz. Rendszerint elég sok vöröses barna, vagy barnás feketének látszó igen apró, többé-kevésbé opak pigmentszemcsét tartalmaznak. E szemcsék vagy közel izodiametrikusak, vagy kissé megnyúltak, vagy egészen szabálytalan körvonalúak. Néhol sűrűn egymás mellett helyezkednek el s így nagyobb foltokba csoportosultak, melyek átmérője néhol egészen 0.1 mm-ig emelkedik. Ezek valószínűleg agyagszemcsék csoportjai. Néhol egészen feketének látszó, szabálytalan-, vagy pálcikaalakú igen apró foltok is észlelhetők.

Ebben a kőzetben sokkal több pigmentanyag fordul elő, mint az előbbiben.

Ritkán sárgásbarnán átlátszó, zavaros belsejű, szabálytalan alakú agyagos *limonitcsomó* is észlelhető. A legnagyobb átmérője 0.11 mm volt, a legkisebbek a mikroszkópos láthatóság határát közelítik meg.

Itt-ott apró, szintelen, foszlányos szélű *szericitpikkelyke* is előfordul. Metszeteinek hossza rendszeren nem éri el a 0.03 mm-t, kivételesen azonban 0.07 mm hosszú is akad. Valószínű, hogy ezek a szericitpikkelyek az eredeti agyag elegyrészei voltak.

Igen ritkán szabálytalan alakú *kalcit*-csoport is látszik. E kal-

citcsoportok rendszeren kisebbek 0.1 milliméternél, néha azonban a 0.25 mm átmérőt is elérik.

Néhol a gömböcskék közti szemcsés kalcedon-aggregátumban erősebben fény- és kettőstörő, pálcaalakú, vagy zömök, rövid derékszögű paralelogramma-metszetű, vagy izodiametrikus igen apró, szintelen szemecskék is látszanak. Ezeket apró voltak miatt nem lehet pontosan meghatározni.

Vékony, szabálytalan lefutású, néha több centiméter hosszú sávokban, mikroszkóppal barnás sárgának látszó *limonit* itatja át a kalcedont. A sávok széle rendszeren zeg-zugos, vagy hullámos. Ezek utólagos limonitinfiltrációk igen vékony hajszálrepedések mentén. A sávok többnyire 0.017—0.05 mm szélesek, néhol azonban erősebben kiszélesedtek.

c) *Sárgás szürke szarukő*. Néhol vékony (legfeljebb 2 mm vastag) erecskékből, vagy kis foltocskákból erősebben sárga, esetleg vöröses sárga. Vékony szilánkjai sárgásan áttetszők. Törése egyenetlen; itt-ott azonban apró, 2 mm-nél kisebb átmérőjű fénylő hasadási lapok látszanak a törési felületen; ezek jól tükröznek. Sósavval e tükröző részek kioldhatók. Ezek *kalcitok*. Vörös ízzáson a kőzet darabkája megrepedezik s pattogzás nélkül apró részek le is hullanak róla. Izzításkor az eredetileg erősebben sárga, vagy vöröses sárga részletek téglavörösek lesznek a vas oxidációja folytán; a közben levő részek pedig erősebben kifakulnak, csaknem fehérek lesznek. E színek lehűlés után is megmaradnak. A kifakult, csaknem teljesen fehér színű részletek csak részben kalcitok, mert e részeken maga a kalcitmentes részlet is kifakul a vörösre égett nagyobb foltok között.

Finom pora világos szürkés fehér, levegőn ízzítva, megvöröszödik.

Ez a szarukő is lényegében *kalcedon*; ezenkívül azonban elég lényeges elegyrész a *kalcit* is.

A kalcedonnak legalább mintegy $\frac{4}{5}$ része *rostos, szferolitos* kifejlődésű. A szferolitok többnyire radialis kifejlődésűek, oly módon, hogy a rostok, illetőleg az igen vékony lemezek — metszetben — egy kör középpontjában futnak össze. A körök, azaz gömbök átmérője főleg 0.03 és 0.08 mm közt ingadozik. Néhol a szferolitok egyik irányban kissé megnyúltak, ellipszoidszerűek. Gyakran a

rostok kissé excentrikusan fekvő pontban futnak össze. A rostok hosszanti iránya a legkisebb törésmutató. A szferolitok igen jellemzők e kőzetre (V. tábla, 5. ábra).

Néhol a rostos-szferolitos kalcedon pálcikaalakban vagy gyengén hajlott, két végén elvékonyodó ívalakban (a metszetben) nagyobb hosszúságban sorakozik egymáshoz. Ily módon helyenként egészen 0.5, sőt 1.0 mm hosszúságot elérő, keskeny kalcedonsávok (metszetben) állottak elő. Nem lehetetlen, hogy ezek egykori spiculumnoknak felelnek meg. Ma már semmiféle organikus szerkezet sem látszik rajtuk.

E nagyobb szferolitosan kifejlődött kalcedonok közt szabálytalanul, egyenlőtlenül szétosztva apró szemcséjű *kvarc* (kalcedon) helyezkedik el szemcsés, kriptokristályos aggregátum alakjában. A szemcsék igen aprók, legfeljebb néhány 0.001 mm³ átmérőjűek, s szabálytalan lefutású, öblös-karályos kontúrral határolódnak el egymástól. A szemcsés aggregátumból álló csoportok különböző nagyok, főként 0.15—1.04 mm közti átmérőjűek és szabálytalan körvonalaúak, néha rövid ágakban szétágazók.

Itt-ott a kisebb méretű, apró szemcséjű kalcedonaggregátumot rostos kalcedon veszi körül. Ekkor a kalcedon rostjai az apró-szemcséjű kalcedonaggregátum körül — mint középpont körül — sugarasan helyezkednek el.

A másik lényeges elegyrész, a *kalcit* (V. tábla, 6. ábra) már jóval kisebb, mintegy 25 % térfogatnyi mennyiségben fordul elő. Nem egyenletesen szétosztva, hanem különálló foltokban és sávokban vesz részt a kőzet alkotásában. Néhol a sávok — rövid megszakításokkal — több milliméter hosszúságot is elérnek; többnyire azonban jóval rövidebbek. A legkisebb kalcitszemek igen kicsik (néhány μ).

A kalcitkristályok nagyobb része idiomorf, romboederes kifejlődésű, kisebb része szabálytalan körvonalaú, xenomorf. Néha a kalcitkristályok a $\frac{1}{2}$ R szerint ikerlemezesek. Némelyik kalcit sárga színű, igen apró limonitszemcséket és agyagszemecskéket tartalmaz; néha annyit, hogy a kalcit maga is sárgás színűnek látszik. Sósavval való oldás után a kalcitok helyén üregek maradnak, melyek gyakran szűk járatokkal függnek össze egymással. E járatok is kalcittal voltak kitöltve.

A kőzet sárgás színárnyalatát az elég sűrűn előforduló barnás sárga, igen apró limonitszemcsék s részben talán a nagyon kicsi agyagos szemcsék idézik elő. Mindezek szabálytalanul szétosztottak s részint izodiametrikus, részint hosszúkas vagy szabálytalan körvonalúak. Ritkán igen apró hexaederben jelentkezik a *limonit*. Ezek eredetileg *piritek* voltak.

Ritkán igen apró, színtelen *sericitpikkelyke* is felismerhető.

Finom, apró pigment szemcsék alakjában limonit az apró szemcséjű kalcedonhalmazban helyenként szabálytalan alakú csomókban, vagy sávokban is előfordul.

Néhol fekete, opaknak látszó igen apró pigment szemcsék is látszanak; ezek itt-ott aránylag nagyobb csomókba összegyűlten találhatók. A csomók átmérője 0.015—0.05 mm.

Helyenként keskeny sávokban, melyek esetleg néhány mm hosszúságot is elérnek, itatta át a limonit a kőzetet. Valószínűleg egykori hajszálrepedések mentén hatolt be ez a limonit eredetileg sol-alakban.

d) *Sötétbarna szarukő*. Első tekintetre csaknem feketének látszik. Vékonyabb darabjainak széle barnás, vagy sárgás színnel átetsző. Törése gyengén kagylós. Ha vékony szilánkját lángba tartjuk, kezdetben pattog, s apró részek pattannak le róla. Néhány percig vörösszáson ízzítva, megvilágosodik, csaknem hófehér lesz. Lehülve kissé kékes szürke árnyalatú fehér színű marad. E színváltozásból nagy valószínűséggel arra lehet következtetni, hogy az eredeti sötét színt okozó pigment szemcsék organikus eredetűek, esetleg szenes, vagy bitumenes szemcsék.

Finom pora szürkés fehér, levegőn hosszabb ideig ízzítva, rózsaszínű lesz.

Jellemzők kisebb üregecskék s repedések a kőzetben. Ezek általában 1 mm-nél jóval kisebb átmérőjűek, néhol azonban 2 mm átmérőt is elérnek s részben vagy egészben fehér, lyukacsos, néhol porló kalcedonnal kitöltöttek. Itt-ott ez a fehér kalcedon összefüggően fordul elő a szarukő sötétbarna anyagában többnyire néhány millimétert is elérő csomókban; néhol e fehér csomók 1 cm átmérőjűek. E csomók szabálytalan körvonalúak, néha egy irányban megnyúltak, vagy hullámvonalszerűen hajolt sávokban nyujtottak.

A kőzet zöme apró szemcsés aggregátumú *kvarc* (*kalcedon*), a szemcsék szabálytalan, gyakran erősen karélyos, öblös széllel csatlakoznak egymáshoz. A szemcsék átlag 0·008—0·015 mm átmérőjűek. Alárendeltebben szabálytalan alakú és különböző nagyságú foltokban (a legkisebb, mikroszkóppal látható nagyságtól 0·3 mm átmérőig) sokkal apróbb szemcsék csoportja fordul elő. Helyenként ez apró szemcsék némelyike látszólag nem világosodik fel kereszttezett nicolok között. Lehet, hogy ezek opálnak felelnek meg.

A kalcedon alárendeltebben, egyes foltokban *rostosan*, *szferolitosan* fejlődött ki. E foltok a metszetekben rendszeren nem köralakúak, hanem egy irányban megnyúltak, elliptikusak s többnyire több rostos szerkezetű csomót tartalmaznak. A rostos szerkezet rendszerint olyan, hogy a rostok nem egy pontból, azaz nem gömb, vagy ellipszoid középpontjából futnak szét radiálisan, minden irányban, hanem kisebb-nagyobb gömbcikk sugarainak megfelelően. Ennek folytán metszetekben a rostos elrendeződés legyezőszerűnek tűnik fel (V. tábla, 3. ábra). A BERTRAND-féle keresztnek rendszeren két ága látszik a rostos, legyezőszerű metszeten, vagy esetleg csak egy. A legnagyobb rostos kalcedon rostjai 0·14 mm hosszúak; többnyire azonban a rostok jóval rövidebbek. Maguk a hosszúkás, elliptikus metszetű foltok rendszeren 0·3—1·5 mm hosszúak, kivételesen azonban 2 mm hosszúságot is elérnek. A rostok hosszanti iránya mindig α .

A kőzetet kisebb-nagyobb foltokban és egyenlőtlenül szétosztva világos barnás sárga limonit itatja át. E foltok szabálytalan alakúak, vagy megnyúltak, vagy hajolt sávszerűek. Néhol több cm hosszúságot is elérnek, máshol jóval rövidebbek, csak néhány mm vagy még kisebb hosszúságúak. E foltokban rendszerint igen apró, feketének vagy sötétbarnának látszó opak *pigmentszemcsék* fordulnak elő. Néhol ezek az apró, többé-kevésbé izodiametrikus szemcsék nagyobb csoportokba verődtek össze. E nagyobb csoportok átmérője itt-ott a 0·05 mm hosszúságot is eléri.

Igen alárendelten egy-egy igen apró szintelen *szericitpikkely* is előfordul, valószínűleg az *agyagos* részek egyik elegyrészeként.

2. Márga.

Kalcedonnal-kvarccal átítatott márga. Szabad szemmel sötétszürkének látszó, egyenetlen törésű. Erősebb kézi nagyítóval igen finomszemcsésnek tűnik fel, s helyenként igen apró, fénylő hasadású lapocskák látszanak a törési felületen. E hasadási lapok apró kalcitkristálykákon láthatók.

Vékony szilánkjá a Bunsen-lámpa lángjában eleinte pattogzik, megrepedezik, egyes részek teljesen le is válnak. Néhány percig vörös ízzáson tartva, majd lehűtve megtartja eredeti színét, vagy legfeljebb csak alig észrevehető árnyalattal lesz világosabb, mint ízzítás előtt.

Finom pora szürkésfehér színű, levegő hozzájutása közben hosszabb ideig ízzítva, megvörösödik.

Apró darabkája ötször normál sósavban már hidegen is pezsgést okoz, forraláskor a széndioxid fejlődése még erősebb. Fél órai főzés után sósavban a darab erősen kivilágosodik, fehéres szürke lesz, de szét nem hullik. Az oldat a kalciumon kívül elég sok vasat is tartalmaz.

Vékony csiszolatban feltűnik, hogy a metszet nem egészen víztisztán átlátszó, hanem kissé zavaros.

Az elegyrészek közül legjobban szembeszökik a *kalcit*. Kristálykái főként 0·007 és 0·035 mm átmérőjűek. A legnagyobb észlelt kristály 0·085 mm átmérőjű volt. A megadott alsó határnál jóval kisebb szemek is előfordulnak.

A *kalcit* rendszeren tökéletesen idiomorf, romboéderes kifejlődésű. Sok kalcitszemen azonban az idiomorfizmus alig észlehető; ezek szabálytalan körvonalú vagy néha köralakú, esetleg ellipszisalakú metszetekben látszanak a vékonycsiszolatban.

A kalcitkristálykák *kalcedon*-, *kvarc*-, *agyagból* álló — mintegy alapanyagszerű — matrixban helyezkednek el.

A *kalcedon* és *kvarc* apró csomókban fordul elő, melyek metszetekben nagyjában kör-, vagy ellipszisalakúak, azaz a valóságban gömböcskeszerű csomókban helyezkedik el. E gömböcskék többnyire 0·03 és 0·08 mm közötti átmérőjűek; a legnagyobb megfigyelt gömböcske átmérője 0·11 mm volt. E gömböcskék igen apró szemcséjű kalcedon-kvarc-aggregátumból, igen alárendelten rostos

kalcidonból állanak. A szemcsék között igen apró foltocskákban néhol olyan részletek is vannak, melyek a keresztezett nicolokra látszólag egyáltalában nem hatnak, vagy csak roppant gyenge felvilágosodást idéznek elő. Ezek valószínűleg átkristályosodásban levő opálszemecskék. Hogy ezek radioláriákkal hozhatók-e kapcsolatba, vagy anorganikus eredetűek TARR felfogása szerint, ma nem dönthető el.

Itt-ott az apró szemcsékből álló csomót igen vékony, optikailag egységes burok veszi körül. A burok vastagsága legfeljebb 0.006 mm.

Néhol a szemecskék nagyobb, szabálytalan alakú csomókban is előfordulnak; ezekben kalcitkristálykák s agyagos pigmentszemcsék is nagy számban — kevés nagyobb kvarccal együtt — látszanak. E csomók rendszeren néhány tizedmilliméter átmérőjűek, néha azonban 1 mm nagyságot is elérnek.

Itt-ott szabálytalan alakú nagyobb *kvarc* is előfordul. A legnagyobb észlelt, hosszúkás kvarc szem 0.04 mm hosszú volt. E kvarcokban a szokott pontszerű zárványok sorokban, sávokban, vagy szabálytalan csoportokban elhelyezve, elég gyakoriak. Ritkán mozgó libellás folyadékzárvány is előfordul bennük (CO_2).

A nagyobb kvarc szemek kétségtelenül *az eredeti agyagos üledék* elegyrészei voltak s nem utólag a kovasavas infiltrációval együtt alakultak ki.

Helyenként apró, szintelen *sericit* (*muszkovit*)-pikkelyek fordulnak elő. Ezek is az agyagos üledék eredeti elegyrészei.

Aránylag elég gyakoriak igen apró *piritkristálykák* rendszeren xenomorf szemekben, ritkábban hexaederekben. A legnagyobb észlelt szem 0.065 mm átmérőjű volt.

Az egész kőzet mintegy át van itatva roppant apró, szürkés-sárgás *agyagszemecskékkel*; e szemcsék a kalcitokat is egyenletesen átjárják. Ebből következik, hogy a kalcitkristályok képződése csak az agyag leülepedése után ment végbe. Ezek az apró szemcsék okozzák, hogy a vékony csiszolatok kissé zavarosan átlátszóak. Néhol opak, barna, vagy barnásfekete pigmentszemcséket találunk; e szemcsék helyenként 0.04 mm nagyságot is elérő csomókba csoportosulnak a nélkül, hogy mindegyikük közvetlenül érintkeznék a szomszédjával.

A kőzet eredetileg agyagos üledék volt; később kalciumkarbonátos, majd kovasavas oldatok járták át.

A megvizsgált darabon vékony erecske haladt át, mely apró, szabálytalan körvonalú kvarc szemekből, továbbá kalcit szemecskékből áll. Az eredeti vékony hasadéokban a kalcit igen szabálytalanul szétosztottan fordul elő a kvarc szemecék közt, néhol a hasadékok egészen kitölti, máshol alárendelt, vagy teljesen hiányzik. A hasadék kissé hullámosan lefutó, s legnagyobb vastagsága 0.04 mm, néhol azonban erősen elvékonyodik (V. tábla, 2. ábra). Ez a hasadék-kitöltés természetesen utólagos.

3. Homokkő.

Vörös homokkő. Igen apró szemcséjű kőzet, szabad szemmel a szemcséket alig lehet külön-külön felismerni. Rozsdavörös színű. Néhol szabálytalan körvonalú kisebb (maximum 0.75 cm²) foltokban élénk vörös, máshol barnás árnyalatú. A fő- és átlagszín azonban a rozsdavörös. A törési felület egyenlőtlen.

Ha a kőzet kis darabkáját (2 mm vastag lemez) ötször normál sósavban digeráljuk, vas oldódik ki, az oldat megsárgul, a kőzet színe erősen elhalványodik. Hosszabb forralás után sem oldja ki azonban a sósav a vörös színt előidéző ferrivegyületeket. A vasvegyületek egy része tehát nem limonit alakjában van jelen, hanem erősen víztelenedve; java részben átkristályosodott hematittá, esetleg hidrohematittá.

A kőzet lényegében két komponensből tevődik össze: *kvarcból* és *vasoxidból* (limonit-hematit).

A *kvarc* szemcséi túlnyomó részben 0.016 és 0.066 mm közti nagyságúak. A különböző nagyságú szemek eloszlása egyenlőtlen. Néhol a különböző nagy szemek keverten fordulnak elő a kőzet nagyobb területű részében (egészen 1 cm átmérőjű területeken a metszetekben). Máshol a meglehetősen egyenlő nagyságú apróbb szemek is, meg a nagyobb szemek is szabálytalan alakú kis csoportokban külön-külön fordulnak elő. E csoportok átmérője a legkisebb mérettől egészen 0.5 cm-ig változik. Helyenként a durvább és finomabb szemek vékony rétegenként helyezkednek el.

Kivételesen egyes kvarc szemek jóval nagyobbak (0.1—0.3

mm); ezek rendszeren hosszúkásak s többnyire kis csomókba (maximum 0.5 cm^2 metszetben) csoportosultan fordulnak elő.

Néhol az igen apró kvarcsezemek csoportját nagyobb kvarcsezemek szegélyezik, ritkábban egészen köröskörül, többnyire csak részben.

Bár a kvarcsezemek nagyon szabálytalan körvonalúak, nagy beöblösödések többnyire még sincsenek rajtuk és így főként mozaik-szerűen kapcsolódnak egymáshoz kötőanyag közvetítésével vagy esetleg látszólag a nélkül. E mellett azonban néhol olyan szerkezet is látszik, hogy a kisebb öblökkel körülhatárolt szemek karélyosan-öblösen kapcsolódnak egymáshoz.

A nagyobb kvarcsezemek némelyikén gyenge unduláló kioltás látszik. Ezek a kvarcok nyomás hatása alatt állott kőzetekből, esetleg kristályos palákból származnak. Némely kvarcban a szokott apró zárványok sorokban, csoportokban, vagy sávokban látszanak.

A kvarcsezemeket barnás vörös, vasoxidos *kötőanyag*, *limonit* és *hematit* ragasztja össze (V. tábla, 1. ábra). A kötőanyag nem mindenütt ugyanazon összetételű. Egyes foltokban barnás sárga, vagy vörösbarna limonit; máshol inkább vörös színű, pikkelyesen kifejlődött hematit. Valószínű, hogy átmenet gyanánt a limonit és hematit közt a hidrohematitnak megfelelő összetételű részletek is előfordulnak. Néhol a barnás sárga limonit kissé rostos szerkezetű, azaz átkristályosodó félben van.

A pikkelyes kifejlődésű hematit rendszeren a limonit között fordul elő. Néhol azonban a hematitpikkelyek mennyisége túlnyomó; az ily helyek mikroszkóppal vérvöröseknek látszanak.

A kötőanyag eloszlása nem egyenletes. Néhol a kvarcsezemek kisebb területeken (legfeljebb néhány mm^2) közvetlenül kapcsolódnak egymáshoz látszólag kötőanyag nélkül, illetőleg minimális mennyiségű kötőanyaggal. A legtöbb helyen azonban a kvarcsezemek közt a kötőanyag jelenléte jól megállapítható vékony hártvány alakjában. Néhol a limonit-hematit mennyisége bőséges, úgyhogy a kötőanyag itt vastagon és teljesen körül veszi a kvarcsezemeket. Az ilyen részletek erősebben vörös színűek.

Kétségtelen, hogy a vasvegyületeket tartalmazó oldat, melyből a limonit és a hematit képződött, utólag járta át a homokot, s cementezte össze a kvarcsezemeket.

Összefoglalás.

A megvizsgált paleolitos szilánkok legnagyobb része *szarukő*. Ezt az eszközök készítésére rendkívül alkalmas kemény anyagot az ősember valószínűleg a patakok kavicsaiból válogatta ki. A patakokba a Bükkhegység paleozói (karbonkori) kőzeteiből kerültek bele a szarukövek. Az is lehetséges, hogy esetleg a szálban levő kőzetekből is kiszedték a szarukőgumókat és rétegeket.

A kalcedonnal átitatott márga és a vörös homokkő is valószínűleg a paleozói kőzetekből származik. Felhasználásuk arra vall, hogy az ősember eszközeinek nyersanyagául minden olyan kődarabot felhasznált, mely elég kemény és elég könnyen éles szilánkokká aprítható volt.

TÁBLAMAGYARÁZAT.

1. ábra. Limonitos-hematitos kötőanyagú, igen apró szemcséjű vörös homokkő. Vonalas nagyítás: 88.

2. ábra. Kalcedonnal-kvarccal átitatott márgán áthaladó ér kalcedon-kvarc és kalcit szemecskéiből, keresztezett nicolok között. Vonalas nagyítás: 109.

3. ábra. Sötétbarna szarukő. Hosszú rostos kalcedon az apró szemcsés aggregátumban keresztezett nicolok közt. Vonalas nagyítás: 88.

4. ábra. Sötétszürke szarukő. Apró szemcsés kalcendonaggregátum keresztezett nicolok között. Vonalas nagyítás: 76.

5. ábra. Sárgásszürke szarukő. Sugaras kalcedon keresztezett nicolok között. Vonalas nagyítás: 114.

6. ábra. Sárgásszürke szarukő. Kalcitszemek (*K*) a kalcedon között. Nicolok keresztezve. Vonalas nagyítás: 23·5.

BEITRÄGE ZUR PETROGRAPHISCHEN KENNTNIS DER PALÄOLITHE AUS DEM BÜKKGEBIRGE.

Von A. VENDL.

(Mit Tafel V.)

Das untersuchte Material aus der Höhle bei Cserépfalu im Bükkgebirge besteht überwiegend aus verschiedenen Hornsteinen, ferner — untergeordnet — aus rotem, feinkörnigen Sandstein und einem mit Chalcedon durchtränktem Mergel. Diese Gesteine stammen aus den paläozoischen Schichten der Gebirges. Die Gesteinstypen wurden detailliert beschrieben.

TAFELERKLÄRUNG.

Fig. 1. Sehr feinkörniger, roter Sandstein; das Bindemittel besteht aus Limonit und Hämatit. Lineare Vergr.: 88.

Fig. 2. Ader aus Chalcedon-Quarz- und Kalkitkörnern in einem mit Chalcedon durchtränkten Mergel. Nicols: +. Lin. Vergr.: 109.

Fig. 3. Dunkelbrauner Hornstein. Langfaseriger Chalcedon im criptokristallinen, körnigen Aggregat. Nicols: +. Lin. Vergr.: 88.

Fig. 4. Dunkelgrauer Hornstein. Feinkörniges Chalcedonaggregat. Nicols: +. Lin. Vergr.: 76.

Fig. 5. Gelblichgrauer Hornstein. Faseriger Chalcedon. Nicols: +. Lin. Vergr.: 114.

Fig. 6. Gelblichgrauer Hornstein. Kalkitkörner (*K*) zwischen dem Chalcedon. Nicols: +. Lin. Vergr.: 23·5.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungar. Akademie der Wissenschaften
vom 12. Juni. 1933.)

A CSÓDIHEGY ANDEZITJÁNAK MÁLLÁSÁRÓL.

VENDL ALADÁR- és TAKÁTS TIBOR-tól.

(A VI. táblával.)

A dunabogdányi *Csódihegy* geológiáját és kőzetét legelőször KOCH ANTAL ismertette részletesen. Később SCHAFARZIK FERENC és VENDL ALADÁR újabb adatokat közölt, TAKÁTS TIBOR* az andezit első részletesebb, modern vizsgálatának eredményeit foglalta össze.

KOCH ANTAL szerint a nagyjában félgömbszerűen kiemelkedő Csódihegy átmérője ÉNy-i irányban mintegy 900 m, az erre merőleges irányban mintegy 650 m. A hegy kis *lakkolit*: A felemelkedő magma a mélyebb felső oligocén rétegeket áttörte. A felső oligocén fiatalabb, legfelsőbb agyagos homokját és agyagját s a rajtuk levő mediterrán rétegeket ellenben a magma felemelte és az ily módon előállt üreget töltötte ki. A magma kihűlése gyorsan végbement, mert a felemelt említett kőzetek a lakkolit tetejét csak vékony burok alakjában borították be. Ma már a lepusztulás folytán ez a fedőburok csaknem teljesen eltűnt, csupán csak a hegy szélén maradtak meg nyomai. A burok vékonysága magyarázza meg a kőzet porfíros kifejlődését s az üvegrészletek megjelenését az alapanyagban. A lakkolit a helvétien és tortonien határán képződött.

A lakkolit alakjának megfelelően az andezit elválása koncentrikusan héjas. A héjak vastagsága főként 0.5 és 2.0 m közt változik. Ezenkívül azonban gömbsugaras elválási lapok is taglalják az andezitot.

* *Közlemények* a m. kir. József-Műegyetem műszaki mechanikai laboratóriumában végzett szilárdsági kísérletek eredményeiről. Budapest, 1897, p. 32—34.

Az andezit néhány vékony telérben is előfordul. Ezek az üledékes eredetű burokban helyezkednek el.

Az üde andezit érdes, kissé porozus, sötétkék színű. Az atmoszferiliák hatására a kőzet színét változtatja: néhány hét múlva kezdi sötét színét elveszteni s szürke vagy sárgásszürke, később szürkessárga lesz. Hosszabb idő múlva (néhány év, vagy még több idő múlva) többé-kevésbé megsárgul.

A színváltozás a kőzet felszínén kezdődik, lassanként azonban a kőzetdarabokban befelé terjed. A nagyobb tömbök belseje évek során át kék marad; a kisebb darabok azonban néhány év eltelte után egész tömegükben elvesztik a kék színt. A gyűjteményben — szobahőmérsékleten és száraz levegőn — elhelyezett kézipéldányok is néhány hónap múlva elvesztik eredeti kék színüket s szürke, vagy sárgásszürke színűekké válnak. Lassanként e kézipéldányok belseje is megsárgul, vagy gyengén sárgásszürke lesz. Teljes megsárgulás azonban a gyűjteményben öt évi állás után sem következett be.

Az eddigi tapasztalatok szerint a kék andezit nagyobb szilárdságú, mint a sárga. A m. kir. József-Műegyetem műszaki mechanikai laboratóriumának közlése szerint a kék és szürke andezit töréshatárértéke $1254\text{--}1495\text{ kg/cm}^2$, a sárgásszürkéé: $569\text{--}1040\text{ kg/cm}^2$.

A kőfejtőkben különösen jól látszik, hogy az andezit mállása a színváltozásban jelentkezik: Mindegyik feltárásban a legfelül levő, tehát az atmoszferiliák hatásának legjobban kitett kőzetpadok sárgások. Az elválási lapok és repedések mentén is a kőzet sárga a felszínhez közel.

A kőbányák mélyebb szintjeiben is sárgásszínű a kőzet ott, hol a hasadékokban zeolitok fordulnak elő (chabazit, dezmin analcim és kalcit). A felszálló, posztvulkáni eredetű oldatok, melyekből a zeolitok képződtek, a kőzet színét a hasadékok mentén megváltoztatták.

A mállási folyamatok előhaladtával az andezit sárgás-vörösbarna, a durva gránitdarára emlékeztető törmelékké esik szét. Ebben az erősebben mállott törmelékben sok biotit erősen kifakult (baueritosodott), a földpátok elvesztették eredeti, üvegszerű fényüket és homályosakká váltak.

Az üde kőzet közettani jellemzése.

Az üde kék andezit típusos porfíros szerkezetű. Az alapanyag bőséges s csak kevés porfíros kiválás fordul elő. (VI. tábla, 1. ábra). Ezek mennyisége kissé ingadozó; átlag a kőzet 22·55 térfogatszázalékát teszik ki. (A LEITZ-féle nagy integrációs asztallal végzett több mérés eredményének középértéke.)

A porfíros kiválások — fogyó sorrendben — a következők: *Plagioklász, biotit, amfibol, gránát.*

A *plagioklász* üde és idiomorf. Prizmás kifejlődésű kristályai rendszerint táblások a (010) szerint. Az észlelt formák a következők: {110}, {1 $\bar{1}$ 0}, {010}, {001}, {201}, ritkábban {101}. A plagioklászok szemnagysága többnyire 0·1 és 2·0 mm közt ingadozik, de néha 4 mm-t is elér. Albitikrek a legközönségesebbek. Periklin-, továbbá albit + karlsbadi komplexikrek valamivel kevésbé gyakoriak. Bavenoi ikrek ritkák. A plagioklászok általában (kevés kivétellel) zónások. A zónák száma többnyire nagy s a sorrend normális; néha azonban bázisosabb zónák is előfordulnak a savanyúbbak közé iktatottan. A különbség a mag és burok kémiai összetétele közt nagy szokott lenni:

1. Metszet \perp (010) és (001), $\alpha':(101)$,
 a magban = $39^\circ = 78\%$ An,
 a burokban = $30^\circ = 57\%$ An.
2. Metszet $\perp \gamma$, $\alpha':(001)$,
 a magban = $-51^\circ = 75\%$ An,
 az I. zónában = $-43^\circ = 68\%$ An,
 a II. zónában = $-50^\circ = 74\%$ An,
 a burokban = $-20^\circ = 48\%$ An.

A II. zóna e kristályon igen keskeny, a burok ellenben igen széles.

3. Metszet $\perp \gamma$, $\alpha':(010)$,
 a magban = $-45^\circ = 83\%$ An,
 az I. zónában = $-34^\circ = 63\%$ An,
 a II. (széles) zónában = $-22^\circ = 48\%$ An,
 a keskeny burokban = $-15^\circ = 43\%$ An.

4. Konjugált szimmetrikus kioltások [metszet \perp (010)] albit + karlsbadi komplex ikren:

$$\text{Mag: } 1 = \pm 44^\circ; 2 = \pm 22^\circ = 80\% \text{ An.}$$

$$\text{Zóna: } 1 = \pm 40^\circ; 2 = \pm 17^\circ = 71\% \text{ An,}$$

$$\text{Burok: } 1 = \pm 26^\circ; 2 = \pm 9.5^\circ = 51\% \text{ An.}$$

$$5. A_{1-2} = P_{1-2}(\text{mag}) \overset{\alpha}{+62^\circ} \overset{\beta}{+60^\circ} \overset{\gamma}{-43^\circ} = (010) = \text{albitiker} = 81\% \text{ An.}$$

$$A_{1-2} = P_{1-2}(\text{burok}) + 77^\circ + 65^\circ - 26^\circ = (010) = \text{albitiker} = 51\% \text{ An.}$$

A középső igen keskeny zóna a FEDOROFF-féle asztallal nem volt biztosan mérhető.

$$6. * A_{1-2} = P_{1-2}(\text{mag}) \overset{\alpha}{+63^\circ} \overset{\beta}{+61.5^\circ} \overset{\gamma}{-43^\circ} = (010) = \text{albitiker} = 79\% \text{ An.}$$

$$2V_1 = -82^\circ.$$

$$7. A_{1-2} = P_{1-2} \overset{\alpha}{+62^\circ} \overset{\beta}{+64^\circ} \overset{\gamma}{-39^\circ} = (010) = \text{albit} = 80\% \text{ An,}$$

$$A_{1-3} \quad +33^\circ \quad +87^\circ \quad +57^\circ = [001] = \text{karlsbadi} = 77\% \text{ An,}$$

$$P_{1-3} \quad +65^\circ \quad +59^\circ \quad -41^\circ = (010) = 79\% \text{ An,}$$

$$A_{2-3} \quad -67^\circ \quad +20^\circ \quad +68^\circ = \perp [001] = \text{komplex albit és}$$

$$\text{karlsbadi} = \text{cca } 73\% \text{ An,}$$

$$P_{2-3} \quad +64^\circ \quad +60^\circ \quad -41^\circ = (010) = \text{mintegy } 77\% \text{ An.}$$

A 6. és 7. alatt közölt adatok a kristályok magjára vonatkoznak.

Zárványként a plagioklászban igen gyakori az *üveg*. Az üveg-zárványok színtelenek, vagy kissé barnásra festettek, néha salakos-globulitos, vagy finom porral telehintettnék látszó kifejlődésűek. *Zöld* vagy gyengén *kékeszöld* (ha a kőzet teljesen üde) üveg-zárványok is igen gyakoriak; ezekről később, az alapanyag tárgyalásakor újból megemlékezünk.

Az üveg-zárványok szabálytalan körvonalúak. Néhol zónákba elrendezetten fordulnak elő. (VI. tábla 3. ábra.) A plagioklászok magrészelete többnyire több üveg-zárványt tartalmaz, mint a külső

* A = ikertengely pólusa, P = ikersík pólusa.

zónák. Gyakran azonban e zárványok szabálytalanul eloszlottak. (VI. tábla, 2. ábra.) A burok azonban üvegzárványmentes szokott lenni.

Némelyik plagioklász igen kicsi, csaknem porszerű *magnetit*-szemecskéket tartalmaz zárványként. Ezek többnyire a magrészletben csoportosultak. Ritka zárvány az *apatit*. Itt-ott igen apró, túalakú, szintelen zárvány látszik némely plagioklászban. Ezeket kicsi voltak miatt nem sikerült közelebből meghatározni. Igen ritka zárvány a szintelen *zirkon*.

A plagioklászok üde voltát különösen kangsúlyozzuk.

A *biotit* jól kifejlődött, barnásfekete hatszögletű lemezes, ritkábban igen zömök prizmás kristályokban fordul elő. A lemezek átmérője főleg 0.2 és 0.9 mm közt ingadozik, valamivel ritkábban jóval hosszabb, egészen 3 mm-ig. Sok *biotit* széle erősen rezorbeálódott magnetitszemecskék s kékeszöld üvegrészecskék kiválása közben. A *biotit* sokszor csaknem teljesen a rezorpció áldozatául esett. A *biotit* metszetek erősen pleochroosak: α = világos barnássárga, $\beta = \gamma$ = sötét vörösbarna. $2 Va = 0^\circ$. $\gamma - \alpha = \text{cca } 0.048$ (BEREK-féle kompenzátorral, 0.020 mm vastag metszeten mérve.)

Zárványként a *biotit*ban *magnetit* és *apatit* észlelhető. Ritkán a magnetitzárvány kristályváz alakjában fordul elő.

Az *amfibol* mennyisége igen csekély. Kristálykái többnyire 0.16—0.80 mm hosszúak, néhol azonban 3 mm-t is elérnek. Gyakoriak a 0.2 mm körüli hosszúságú egyének. A kristályok prizmazónája idiomorf: az $\{110\}$ és néha a $\{010\}$ határolja. Terminális lapok nem voltak meghatározhatók. A pleochroizmus 0.017 mm vékony csiszolatban a következő: α = igen világos barnássárga, β = barnássárga, γ = világos kékeszöld. $\gamma : c = \text{mintegy } 10^\circ$. $2 Va = \text{cca } 86^\circ$. Az *amfibol*t ritkán vékony, magnetitszemekből álló opacitos zóna veszi körül.

Ritka elegyrész a *gránát* is, izodiametrikus, vagy hosszúkás, ritkábban teljesen szabálytalanul határolt szemek alakjában. Szemnagyság túlnyomólag 0.2—0.6 mm, néha nagyobb egészen 3.0 mm-ig. A *gránát* barnás rózsaszínű, vékony csiszolatban szintelen. Repedéseiben alapanyag- és üvegrészletek ülnek. Zárványként gyakori a *magnetit*, ritka az *apatit* és a *zirkon*.

Az alapanyag elegyrészei: *plagioklász*, *ortoklász* (igen kevés),

kvarc (igen kevés, úgyszólván csak nyomok), *üveg*, *magnetit*, *apatit*, *zirkon*.

Az alapanyag uralkodó ásványa a *plagioklász* többnyire rövid lécalakú kristályokban, vagy xenomorf szemekben fordul elő. A lécek két vége gyakran szabálytalan körvonalú, vagy legömbölyödött, ritkán villásan elágazó. A kristályok rendszerint két vagy három ikerlemezűek; több ikerlemez ritkábban fordul elő. A legkisebb kristályokon nem látszik ikerképződés. Az uralkodó albit törvényen kívül karlsbadi és komplex albit + karlsbadi ikrek is akadnak.

Az alapanyag plagioklászainak összetételéről a következő adatok tájékoztatnak:

1. Metszet \perp (010) és (001), $\alpha': (010) = 26^\circ = 47\% \text{ An.}$
2. Metszet \perp (010) és (001), $\alpha': (010) = 29^\circ = 55\% \text{ An.}$
3. Maximális kioltás a szimmetrikus zónában: $27^\circ = 50\% \text{ An.}$
4. $A_{1-2} = P_{1-2} + \overset{\alpha}{77^\circ} + \overset{\beta}{64^\circ} - \overset{\gamma}{25^\circ} = (010) = \text{albitiker} = 51\% \text{ An.}$
5. $A_{1-2} \quad -47^\circ + 44^\circ + 78^\circ = \perp [001] = \text{komplex albit} +$
 $\quad \quad \quad + \text{karlsbadi} = 49\% \text{ An,}$
 $P_{1-2} \quad + 80^\circ + 65^\circ - 27^\circ = (010) = \text{mintegy } 50\% \text{ An.}$
6. $A_{1-2} \quad + 44^\circ + 55^\circ + 67^\circ = [001] = \text{karlsbadi} = 47\% \text{ An,}$
 $P_{1-2} \quad + 79^\circ + 65^\circ - 27^\circ = (010) = \text{mintegy } 50\% \text{ An.}$

A plagioklászszemek hossza 0.008 és 0.12 mm közt ingadozik. Egyes, e méretnél nagyobb szemek átmenetek a porfiros kiválásokhoz. Némelyik plagioklász parányi kicsi, szintelen tűalakú zárványt tartalmaz.

A plagioklászok között ritkán apró, szabálytalanul körülhatárolt, a kanadabalzsamnál gyengébb fénytörésű földpátszem is akad. Ezek a szemecskék *ortoklászok*. Kis méretük miatt közelebbi meghatározás nem lehetséges. A kőzet, a kémiai elemzés szerint, oly sok káliumot tartalmaz, hogy vagy ortoklász vagy igen káliumdús üveg kell, hogy jelen legyen. A kismennyiségű biotitban nem lehet annyi kálium, mint amennyit az elemzési eredmények kimutattak.

Igen ritka elegyrész az alapanyagban a *kvarc*, főként 0.01 és

0·1 mm közt ingadozó nagyságú szemekben. Gyakran több szemecske nagyobb (0·15—0·20 mm) csoportban fordul elő. A szemek xenomorfok, öblös vagy fogazott szélűek.

Az alapanyag mintegy 35 térfogatszázaléka *üveg*. Ennek legnagyobb része a *teljesen* üde kőzetben kékeszöld színű. Az alapanyag plagioklászeit is többnyire e kékeszöld üveg vékony hártái ragasztják egymáshoz. Ez a zöld üveg szabálytalan körvonalú foltocskák alakjában látszik a vékonycsiszolatokban. E foltok átmérője a legparányibb méret és 0·05 mm közt ingadozik. Néha több foltocska nagyobb csoportba halmozódott össze; e csoportok néha 0·08, sőt 0·15 mm átmérőt is elérnek.

A zöld üveg erősebben fénytörő, mint az alapanyag földpátjai. A teljesen frissen fejtett üde kék kőzetből azonnal a kifejtés után készült vékony csiszolatlan e zöld foltok legtöbbje keresztezett nicolok között teljesen sötét. Néhány szem azonban szferolitost szerkezetű kisebb fokú átkristályosodás folytán. A szferolitrostok hosszanti iránya γ . Igen nagy nagyítással észrevehető, hogy sok zöld szem fekete, porszerű, igen apró szemecskét tartalmaz zárványként. Ezek valószínűleg parányi kicsi magnetit-szemek.

Hol a biotit erősebben rezorbeálódott, ott az apró magnetit-szemek közt igen sok ilyen zöld üvegszemecske fordul elő, mint már említettük. A mikroszkópos kép alapján úgy látszik, hogy a zöld üveg itt, a rezorpciós szegélyekben a biotit rovására képződött a magnetittal együtt: A teljesen rezorbeált biotitok helyett magnetitszemecskék és szabálytalan körvonalú zöld üvegszemecskéket találunk.

Némely plagioklász zárványként tartalmaz ilyen üvegrészleteket, — mint már jeleztük, — rendesen barnás és színtelen üveggel együtt.

Meleg sósav ezt a zöld üveget elbontja kovasav kiválása közben; az oldat sok vasat tartalmaz. Minden valószínűség szerint a zöld üveg lényegileg valami ferroszilikát-vegyület. Az oldatban (lángreakcióval) a kálium is kimutatható.

Teljesen tiszta, kvantitatív kémiai elemzésre alkalmas állapotban nem sikerült ezt az üveget izolálnunk.

Ez a kékeszöld anyag a *mállási folyamatok megindítója*, amiről

később még részletesebben megemlékezünk. KOCH e zöld szemeket VOGELSANG nyomán «viridit» néven említette meg. Megsárgulásukat is megfigyelte.

Szintelen és világosbarna üveg kisebb mennyiségben vesz részt az alapanyag alkotásában. A szintelen üveg sokkal gyengébb fénytörésű, mint az alapanyag földpátjai. A barnás üveg igen apró, porszerű opak szemeket (bizonyára magnetit) tartalmaz, melyek zavarosságát idézik elő. Néhol salakosan, globulitosan kifejlődött. Helyenként vörös vasoxidszemeket, vagy igen apró erősebben kettőtörő mikrolitokat tartalmaz. A zöld foltok néhol szintelen, vagy barnás üvegben folytatódnak.

Magnetit az alapanyagban meglehetősen egyenletesen szétosztva, bőségesen fordul elő. A legtöbb szem kisebb 0·02 mm-nél. A legkisebb szemek automorfok (oktaederekben). A nagyobbak helyenként 0·025 mm átmérőt is elérnek. A rezorbeált biotitok helyén előforduló némely szem 0·085 mm átmérőt is eléri. Ritkán még nagyobb szemet is találni; ezek mérete (mintegy 0·5 mm) már eléri a kisebb porfíros kiválások nagyságát. A magnetit legtöbb szemcséje azonban igen kicsi, porszemhez hasonló nagyságú.

Az igen kevés *apatit* szintelen, vagy magnetitporral szürkésre festett, többé-kevésbé legömbölyödött prizmás kristálykákban fordul elő. A legnagyobb észlelt kristály hossza 0·09 mm.

Igen ritkán találunk *zirkont* a többi alapanyagrészt között. Kristálykái szintelenek, vékony prizmás termetűek.

A sötét porfíros kiválások eloszlása a kőzetben kissé egyenlőtlen. A nagy integrációs asztallal végzett mérések középértékei a következők:

alapanyag	77·45	térf. %
plagioklász	18·63	«
biotit	2·45	«
amfibol	0·79	«
gránát	0·68	«
összesen.....	100·00	

A mineralógiai összetétele alapján e kőzet *gránátos amfibol-biotitandezit*, az alapanyagban kevés kvarccal.

E kőzetből két kémiai elemzés készült. Az elemzett darabok két kőbányából valók. Az I. alatt közölt elemzés a felső, nyugati kincstári bánya kőzetének kémiai összetételét tünteti fel. A II. alatt közölt értékek az alsó, a hegy északi oldalán levő kincstári kőbánya kőzetére vonatkoznak.

I.

SiO_2	62·49 %
TiO_2	0·24 «
Al_2O_3	19·70 «
Fe_2O_3	2·30 «
FeO	1·93 «
MnO	0·09 «
MgO	0·42 «
CaO	5·15 «
BaO	0·14 «
Na_2O	3·31 «
K_2O	2·45 «
$H_2O_{+110^\circ}$	0·48 «
$H_2O_{-110^\circ}$	0·75 «
P_2O_5	0·17 «
ZrO_2	0·07 «
Cl	nyom
S	nyom
NiO	nyom
Cr_2O_3	0·00 %
Összesen....	99·69 %

A megfelelő OSANN-féle paraméterek:

$$s = 70·71, A = 5·38, C = 7·69, \\ F = 3·15, T = 1·41, n = 6·71; \\ \text{sor} = \beta, k = 1·39; a = 10·0, \\ c = 14·2, f = 5·8.$$

A NIGGLI-féle értékek:

$$si = 241·0, al = 45·0, fm = 15·5, \\ c = 21·5, alk = 18·0, k = 0·33, \\ mg = 0·16; qz = + 69·0, ti = 0·69, \\ p = 0·28, c/fm = 1·38, \text{ metszet} = \\ = VI.$$

Elemző: SÚRŰ JÁNOS.

Összehasonlításul: a *granodioritos magma* típusa: $si = 270·0$, $al = 39·0$, $fm = 23·0$, $c = 17·0$, $alk. = 21·0$, $k = 0·43$, $mg = 0·40$, $\text{metszet} = V$.

II.

SiO_2	64.82 %	
TiO_2	0.55 «	A megfelelő OSANN-féle para-
Al_2O_3	18.05 «	méterek:
Fe_2O_3	2.60 «	$s = 73.14$, $A = 5.02$, $C = 6.89$,
FeO	1.96 «	$F = 3.04$, $T = 1.95$, $n = 6.91$;
MnO	nyom	$so = \beta$, $k = 1.56$; $a = 10.1$,
MgO	0.58 «	$c = 13.8$, $f = 6.1$.
CaO	4.11 «	A NIGGLI-féle értékek:
Na_2O	3.20 «	$si = 271.0$, $al = 44.5$, $fm = 18.5$,
K_2O	2.17 «	$c = 18.5$, $alk = 18.5$, $k = 0.31$,
$H_2O_{+110^\circ}$	0.89 «	$mg = 0.20$; $qz = + 96.0$, $ti =$
$H_2O_{-110^\circ}$	1.38 «	$= 1.73$, $p = 0.23$, $c/fm = 0.99$,
P_2O_5	0.13 «	metszet = V.
Összesen ...	100.44 %	

Elemző: EMSZT KÁLMÁN.

Sűrűség ($d^{24.2/4} l$) = 2.681 (TAKÁTS T.).

Összehasonlításul: a *granodioritos magma* típusa: $si = 270.0$, $al = 39.0$, $fm = 23.0$, $c = 17.0$, $alk = 21.0$, $k = 0.48$, $mg = 0.40$, metszet = V.

És e típusból: $si = 281.0$, $al = 42.0$, $fm = 18.0$, $c = 17.0$, $alk = 23.0$, $k = 0.45$, $mg = 0.35$, metszet = V. (*Banatit, Pontresina Engadin.*)

A két elemzés alapján kitűnik, hogy az andezit összetételében csak igen kis ingadozások mutatkoznak.

A sárga kőzetek leírása.

a) A sárga kőzet lényegében ugyanazokból az ásványokból áll, mint a kék, de a következő különbségekkel:

A kékeszöld üveg helyett sárga foltokat találunk az alapanyagban (VI. tábla, 5. ábra), melyek keresztezett nicolok közt *radiális, szferolitos szerkezetűek*. A sugaras rostok hosszanti iránya: γ . Némely szemén a szferolitos kifejlődés csak igen gyengén mutatkozik, néhol teljesen hiányzani látszik. A kioltás azonban még az

utóbbi esetben sem egységes, hanem foltos. A plagioklászokban levő sárga foltok is szferolitos kifejlődésűek.

Néhol a rostos struktúra nem sugaras, hanem szabálytalan irányú, vagy esetleg párhuzamos kifejlődésű. Ha a rostok nagyobb magnetitszemet vesznek körül, akkor a rostok hosszanti iránya (γ) nagyjában merőleges a magnetitkristály felületére.

E megfigyelésekből kitűnik, hogy a kék üde kőzet alapanyagának *kékeszöld üvegrészecskéi az atmoszferiliák hatására oxidálódtak*. E közben a vas *ferri*alakba ment át, a szín pedig a kékből sárgává, vagy (vastagabb metszetekben) barnássárgává változott át. Az *oxidáció szferolitos átkristályosodást idéz elő*.

A kőzet többi elegyrészei semmiben sem térnek el az üde kék kőzet ásványaitól. Még a nagy, porfirosan kivált plagioklászokon sem látszik a változás; mállás nyoma nem látszik rajtuk. Ha kékeszöld üvegzárványt tartalmaztak, az bennük is megsárgult az oxidáció folytán.

A sárga kőzet kémiai összetételét a III. alatt közölt adatok tüntetik fel. Az elemezett sárga kőzet ugyanabból a kőbányából való, mint amelyre a II. alatt közölt adatok vonatkoznak.

III.

SiO_2	65·34 %	
TiO_2	0·52 «	A megfelelő OSANN-féle paraméterek:
Al_2O_3	17·71 «	$s = 73·65$, $A = 5·57,3$, $C = 6·10$,
Fe_2O_3	3·01 «	$F = 3·01$, $T = 1·43$, $n = 6·80$;
FeO	1·17 «	$so = \beta$, $k = 1·52$; $a = 11·4$,
MnO	nyom	$c = 12·5$, $f = 6·1$.
MgO	0·49 «	A NIGGLI-féle értékek:
CaO	3·89 «	$si = 278·0$, $al = 44·5$, $fm = 17·0$,
Na_2O	3·49 «	$c = 17·5$, $alk = 21·0$, $k = 0·32$,
K_2O	2·49 «	$mg = 0·18$; $qz = + 94·0$, $ti = 1·66$,
$H_2O_{+110^\circ}$	1·34 «	$p = 0·38$, $c/fm = 1·05$, metszet =
$H_2O_{-110^\circ}$	1·09 «	= VI.
P_2O_5	0·21 «	
Összesen	100·75 %	

Elemző: EMSZT KÁLMÁN.

Sűrűség ($d^{22.8/4} l$) = 2·683 (TAKÁTS T.).

Összehasonlításul: A *granodioritos magma* típusa: $s_1 = 270.0$, $al = 39.0$, $fm = 23.0$, $c = 17.0$, $alk = 21.0$, $k = 0.48$, $mg = 0.40$, $metszet = V$.

E kőzet kémiai összetétele lényegesen különbözik a kék kőzet összetételétől: A sárga kőzetben az FeO mennyisége sokkal kisebb ($FeO = 1.17\%$), mint a kék példányokban (1.93% , illetőleg 1.97%); ennek megfelelően az Fe_2O_3 mennyisége jóval kisebb az üde kőzetben (2.30% , illetőleg 2.60%), mint a sárgában (3.01%). E számok világosan mutatják, hogy a *megsárgulás az oxidáció eredménye*.

Úgy látszik, hogy a víztartalom az oxidált, sárga kőzetben kissé nagyobb ($H_2O +_{110} = 1.34\%$), mint az üde kőzeté (0.48% , illetőleg 0.89%). Ezek az adatok arra vallanak, hogy a *kőzet oxidációja az atmoszferiliák révén minden valószínűség szerint vízfelvétellel jár együtt*.

b) A járdák burkolására felhasznált sárga kőzet kockái az atmoszferiliák hatására a kocka felső lapján vízszintes, 1–3 mm vastag kérgek alakjában előbb vagy utóbb felleveleznek (VI. tábla, 6. ábra). E lemezek vékony csiszolatain teljesen ugyanaz a kép látszik, mint az imént leírt sárga kőzet csiszolatain.

A járdák burkolataként használt kockák, melyek kék kőzetből készültek, sokkal nehezebben s kisebb mértékben leveleznek fel. A fellevelezés ezeken csak akkor áll valamivel hamarabb elő, ha a kockák külső, a levegőnek kitett lapja már megsárgult.

c) Megvizsgáltunk olyan sárga kőzetet is, melyet a Csepel-szigeten levő vámmentes kikötőben használtak fel. A tanulmányozott andezittömb a kikötőben be volt építve a Duna vízszíntje alatt. E kőzet földpátjai — megaszkoposan — kissé homályosaknak látszanak. Egyébként azonban szabadszemmel nem látható eltérés az előbbi sárga kőzetektől.

Mikroszkóppal a következőket észleltük: A különbség az imént leírt sárga kőzettől abban nyilvánul meg, hogy e kőzetben az eredetileg kékeszöld üvegrészecskék valamivel erősebben átalakultak. Nevezetesen: a sárga foltok itt valamivel intenzívebben barnás sárgára festettek; szferolitosan oltanak ki s néhol igen apró limonitzemecskéket tartalmaznak. A plagioklászok üveg-zárványai mind többé-kevésbé átkristályosodtak, szferolitos ki-

oltásúak s okozzák a földpátoknak szabadszemmel zavarosnak látszó kifejlődését. A zárványok közt azonban a földpátanyag teljesen üde s mikroszkóppal nézve víztisztán átlátszó.

Néhány magnetitszem külső része kissé limonitosan elbomlott. A többi ásvány semmiben sem tér el az üde kőzet elegyrészeitől.

d) Megvizsgáltunk olyan sárga kőzetet is, mely az alsó állami kőbányában egyik olyan hasadék falát alkotta, melyet részben zeolitok (chabazit, dezmin és kalcit) töltöttek ki. Az andezit tehát itt gyenge *hidrotermális hatások* folytán sárgult meg.

A kőzet vékonycsiszolatán mikroszkóppal lényegében ugyanazt a képet látjuk, mint az eddig megvizsgált kőzetek metszetein. A lényeges eltérés csupán csak a következőkben nyilvánul meg: A legtöbb porfirosan kivált plagioklász többé-kevésbé *kalcitcsomók* töltik ki, (VI. tábla, 4. ábra) melyek szabálytalan körvonalúak. A kalcit túlnyomóan a plagioklászok középső részében helyezkedik el. A külső, savanyúbb burok rendszerint semmi elváltozást sem árul el. A magrészet sem alakult át tökéletesen: a kalcit-szemcsék közt a plagioklász változatlan apró részletei helyezkednek el; ezek a földpátrészletek teljesen üdek.

A kalcit képződése a *hidrotermális hatásokkal függött össze*. Az atmoszferiliák hatására megindult mállás folytán megsárgult kőzet plagioklászaiiban nincs kalcit.

e) Az atmoszferiliák hosszabban tartó hatására az andezit a durva gránitdarára emlékeztető törmelékké esik szét, amint már fentebb is megjegyeztük. A törmelékdarabok aprók, nagyságuk legfeljebb 5—6 cm³, színük sárga rozsdabarna. Némely biotit e törmelékben többé-kevésbé erősen kifakult. A legtöbb plagioklász különböző fokban elvesztette az eredeti üvegserű fényét; sok plagioklász — szabadszemmel nézve — egészen fénytelennek, homályosnak látszik.

Mikroszkóppal a törmelék csiszolatain lényegében szintén ugyanazt a képet látjuk, mint a többi sárga kőzet metszetein. Az eredeti *kékeszöld üveganyag teljesen oxidálódott, sárgaszínűvé vált*. A plagioklászok eredetileg kékeszöld üvegzárványai is megsárgultak. A sárga szemcsékben gyakran némi *limonit* vált ki. A *plagioklászok* azonban — noha szabadszemmel nézve fényteleneknek tűnnek fel, — üdek, a kalcitosodás nyoma sem látszik rajtuk.

Néhány *biotit* kissé halaványabb színű a többinél. E kissé kifakult biotitok mintha valamivel gyengébben kettőstörők volnának, mint az eredeti állapotban levők. Az üde magnetitszemeken kívül itt-ott rozsdabarna, *limonitosodó magnetitszemek* is akadnak.

E laza törmelékdarabok kémiai összetétele a következő:

IV.

SiO_2	64.19 %	
TiO_2	0.33 «	A megfelelő OSANN-féle paraméterek:
Al_2O_3	17.61 «	
Fe_2O_3	3.97 «	$s = 74.91, A = 4.43, C = 3.73,$
FeO	0.36 «	$F = 4.89, T = 3.88, n = 7.39;$
MnO	0.09 «	$sor = \beta, k = 1.92; a = 10.2,$
MgO	0.57 «	$c = 8.6, f = 11.2.$
CaO	2.99 «	A NIGGLI-féle értékek:
Na_2O	2.91 «	
K_2O	1.56 «	$si = 297.0, al = 48.0, fm = 19.5,$
$H_2O_{+110^\circ}$	3.18 «	$c = 15.0, alk = 17.5, k = 0.26,$
$H_2O_{-110^\circ}$	1.28 «	$mg = 0.20; qz = +127.0, ti =$
P_2O_5	0.18 «	$= 1.14, p = 0.36, c/fm = 0.76,$
Organikus.....	0.21 «	metszet = V.
Összesen	99.43 %	

Elemző: TAKÁTS TIBOR.

Itt is a *ferrovas legnagyobb része oxidálódott*, mégpedig az *oxidáció jóval előbbre haladt, mint a III. alatt elemzett sárga kőzetben*. A CaO , Na_2O és K_2O mennyisége e laza törmelékdarabokban *kisebb*, mint a többi elemzett kőzetben: e komponensek kis része ezekből a laza, erősebben mállott darabokból kioldódott. Mivel a porfirok kiválásokon mikroszkóppal lényeges változás — némely biotit kivételével — nem látszott, az *oldódás főként az alapanyagot érthette; az alkáliák igen kis mennyisége kevés vassal együtt kissé kifakult biotitból oldódott ki*. Evvel szemben az Al_2O_3 mennyisége *relative kissé megnőtt*: $T = 3.88, al = 48.0$.

A különböző sárga andezitmintákon végzett vizsgálatok eredménye röviden a következőkben összegezhető: A Csódihegy ande-

zitjának mállása a kőzet alapanyagában előforduló, igen apró kékes-zöld üvegrészecskék oxidációjával indul meg. Az oxidáció folytán e részecskék többé-kevésbé átkristályosodnak s megsárgulnak. Később esetleg limonitszemecskék válnak ki bennük. Az atmoszferiliák igen hosszú ideig tartó hatására a kőzet apró törmelékdarabokra esik szét. E közben úgyszólván minden vas a ferrialakba megy át. Némely biotit kisebb-nagyobb mértékben baueritosodik. Közben az alapanyag kalciumoxidjából és alkáliáiból kis mennyiséget a csapadékvíz kiold. Kevés alkália és vas a kifakult biotitokból oldódik ki. Az alumíniumoxid mennyisége ellenben relative nagyobbodik.

Vízfelvevőképesség.

A vízfelvevőképesség meghatározására a következő kőzeteket használtuk: 1. Üde kék andezit, melynek kémiai összetételét a II. alatt közölt elemzés tünteti fel (1. számú kőzet a következő kísérletekben.). 2. Sárga kőzet, kémiai összetétele III. alatt (2. számú kőzet.). 3. Sárga, a Duna vizében állott kőzet a csepelszigeti vámentes kikötőből (3. számú kőzet.).

A vízfelvevőképesség sok körülménytől függ. A mérési eredmények csak akkor megbízhatók és közvetlenül összehasonlíthatók, ha a kísérleteket bizonyos elvek szemmeltartásával végezzük. Ezért a következő módon jártunk el.

Mind a három említett kőzetből 2·50 cm élhosszúságú kockát vágattunk ki, hogy a próbatestek felszíne egyenlő nagy legyen. A kockák lapjait nem fényeztük. Megmértük a 105 C° hőmérsékleten kiszáritott kockák súlyát. Azután az üvegedénybe helyezett három kockát szobahőmérsékletű, forralt desztilláltvízzel cseppenként elborítottuk. Mivel a vizet apró cseppenként engedték az edénybe, a kockákat a víz csak 24 órai csepegtetés után lepte el. Ezután még annyi vizet öntöttünk az edénybe, hogy a vízoszlop a kockák felső (001) lapja fölött 10 cm magas legyen.

A kockákat előzetesen — ROSIWAŁ utasítása szerint — abszolút alkohollal kezeltük.

A vízzel való feltöltéskor jól látszott, hogy a 3. számú kocka több vizet szí fel, mint a másik kettő. Nyolc órai vízcsepegtetés elteltével a víz a kockák magasságának harmadáig ért. Ekkor

az 1. számú kockában nem emelkedett fel a víz kapillárisan a kockát körülvevő víz tükre fölé. A 2. számú kockában átlag mintegy kétharmad élmagasságig emelkedett fel a víz, tehát kapillárisan átlag egyharmadnyira a kockákat körülvevő víz tükre fölé; a kapillárisan felszívott víz a kockában nem emelkedett mindenütt egyenlő magasra. A 3. számú kockában a víz oly magasra emelkedett nyolc óra alatt, hogy a kocka felső (001) lapja is nedves volt.

Mivel a közet WINTER szerint az első 24 órában a felvehető víz legnagyobb részét magába veszi, a lassú, csöppenként való víz-adagolás közben a levegő eltávozhat.

A 10 cm magas vízoszlop feltöltése után az edény nyílását elzártuk s a további kísérletek a 10 cm magas vízoszlop állandó nyomása közben folytak le közelítőleg állandó külső levegőnyomáson és szobahőmérsékleten.

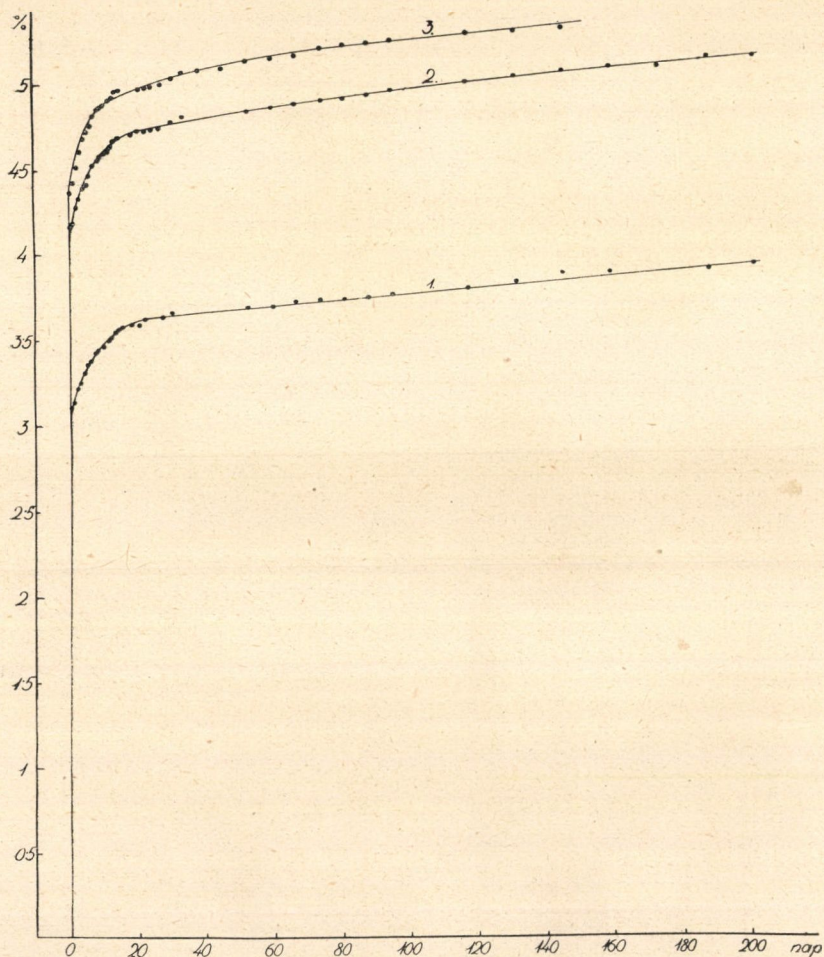
Minden méréskor a kockát becsiszolt dugóval elzárt üveg-edényben tettük a mérlegre. Méréskor a kockákat tiszta gyapottal bevont fogóval óvatosan vettük ki az edényből, nehogy megsérüljenek. Majd, hogy a kockákat a rájuk tapadt víztől megszabadítsuk, mindegyik lapjukkal egymásután gyorsan sima itatópapírra helyeztük. Ez után a kockákon már csak igen gyenge nyirkosság látszott. A mérések után a kockákat ismét ugyanavval a fogóval tettük vissza a vizet tartalmazó edénybe.

A vízben levő kockákat kezdetben minden 24 óra elmultával mértük. Később, mikor a napi súlygyarapodás kisebb volt, sem hogy analitikai mérlegen mérni lehetett volna, csak 48 óránként, majd háromnaponként, hetenként s végül csak kéthetenként mértük őket.

Gondoskodtunk arról, hogy kevés víz hozzáadása révén a vízoszlop a kockák felső lapja fölött mindig 10 cm magas legyen. Az ötödik hónap elején a vízhez kevés formaldehidet adtunk, hogy organizmus megtelepedését megelőzzük. A víz formaldehidtartalma azonban 2 %-nál kisebb volt.

A száraz kockák súlya volt grammokban:

	1	2	3
Súly:	37·9905	36·6714	36·0546
Sűrűség:	$(d^{24.2/4} l) = 2·681$	$(s^{22.8/4} l) = 2·683$	$(d^{22.3/4} l) = 2·684$



1. ábra. A vízfelvétel grafikonjai. Abszcissza = napok száma. Ordináta = súlygyarapodás, a száraz kocka súlyának százalékában kifejezve. 1 = üde, kék andezit; 2 = sárga andezit; 3 = sárga andezit a vámmentes kikötőből.

A mérések eredményeit az I. táblázat és az 1. ábrán közölt grafikonok tüntetik fel.

Látjuk, hogy ugyanazon kísérleti körülmények között a három kocka vízfelvétele igen eltérő. Az üde kék kőzet (1.) a három

I. tábl

Napok száma a 10 cm magas vízoszlop el- érése óta	A kocka súlya grammokban			Súlygyarapodás az utolsó mérés óta g		
	1	2	3	1	2	3
1	39-1678	38-1958	37-6248	1-1773	1-5244	1-5702
2	39-1809	38-2026	37-6491	0-0131	0-0068	0-0243
3	39-2117	38-2369	37-6794	0-0308	0-0343	0-0303
4	39-2202	38-2568	37-7116	0-0085	0-0199	0-0322
5	39-2443	38-2759	37-7424	0-0241	0-0191	0-0308
6	39-2628	38-2882	37-7565	0-0185	0-0123	0-0141
7	39-2693	38-3073	37-7663	0-0065	0-0191	0-0098
8	39-2862	38-3283	37-7878	0-0169	0-0210	0-0215
9	39-2935	38-3375	37-8027	0-0073	0-0092	0-0149
10	—	38-3462	37-8081	—	0-0087	0-0054
11	39-3004	38-3482	37-8093	0-0069	0-0020	0-0012
12	39-3163	38-3584	37-8199	0-0159	0-0102	0-0106
13	39-3192	38-3676	37-8310	0-0029	0-0092	0-0111
14	39-3360	38-3804	37-8379	0-0168	0-0128	0-0069
15	39-3401	38-3871	—	0-0041	0-0067	—
16	39-3464	—	37-8433	0-0063	—	0-0054
17	—	—	—	—	—	—
19	39-3500	38-3954	—	0-0036	0-0083	—
21	39-3503	38-4013	37-8434	0-0003	0-0059	0-0001
23	39-3626	38-4037	37-8471	0-0123	0-0024	0-0037
25	—	38-4075	37-8503	—	0-0038	0-0032
28	39-3645	38-4095	37-8534	0-0019	0-0020	0-0031
31	39-3770	38-4205	37-8650	0-0125	0-0110	0-0116
34	—	38-4317	37-8791	—	0-0112	0-0141
39	—	—	37-8816	—	—	0-0025
46	—	—	37-8852	—	—	0-0036
53	39-3882	38-4425	37-9034	0-0112	0-0108	0-0182
60	39-3887	38-4488	37-9076	0-0005	0-0063	0-0042
67	39-3991	38-4556	37-9129	0-0104	0-0068	0-0053
74	39-4029	38-4660	37-9273	0-0038	0-0104	0-0144
81	39-4067	38-4686	37-9321	0-0038	0-0026	0-0048
88	39-4067	38-4738	37-9365	0-0000	0-0052	0-0044
96	39-4159	38-4880	37-9453	0-0092	0-0142	0-0088
104	—	—	—	—	—	—
118	39-4280	38-5028	37-9576	0-0121	0-0148	0-0123
132	39-4423	38-5144	37-9648	0-0143	0-0116	0-0072
146	39-4613	38-5263	37-9656	0-0190	0-0119	0-0008
160	39-4620	38-5337	—	0-0007	0-0074	—
174	—	38-5339	—	—	0-0002	—
188	39-4666	38-5547	—	0-0046	0-0208	—
202	39-4764	38-5558	—	0-0098	0-0011	—

Iázat.

A felvett víz összes súlya g			A felvett víz mennyisége a száraz kocka súly %-ában kifejezve		
1	2	3	1	2	3
1·1773	1·5244	1·5702	3·10	4·16	4·36
1·1904	1·5312	1·5945	3·13	4·18	4·42
1·2212	1·5655	1·6248	3·21	4·27	4·51
1·2297	1·5854	1·6570	3·24	4·32	4·60
1·2538	1·6045	1·6878	3·30	4·38	4·68
1·2723	1·6168	1·7019	3·35	4·41	4·72
1·2788	1·6359	1·7117	3·37	4·46	4·75
1·2957	1·6569	1·7332	3·41	4·52	4·81
1·3030	1·6661	1·7481	3·43	4·54	4·85
—	1·6748	1·7535	—	4·57	4·86
1·3099	1·6768	1·7547	3·45	4·57	4·87
1·3258	1·6870	1·7653	3·49	4·60	4·89
1·3287	1·6962	1·7764	3·50	4·63	4·92
1·3455	1·7090	1·7833	3·54	4·66	4·95
1·3496	1·7157	—	3·55	4·68	—
1·3559	—	1·7887	3·57	—	4·96
—	—	—	—	—	—
1·3595	1·7240	—	3·58	4·70	—
1·3598	1·7299	1·7888	3·58	4·72	4·96
1·3721	1·7323	1·7925	3·61	4·72	4·97
—	1·7361	1·7957	—	4·73	4·98
1·3740	1·7381	1·7988	3·62	4·74	4·99
1·3865	1·7491	1·8104	3·65	4·77	5·02
—	1·7603	1·8245	—	4·80	5·06
—	—	1·8270	—	—	5·07
—	—	1·8306	—	—	5·08
1·3977	1·7711	1·8488	3·68	4·83	5·12
1·3982	1·7774	1·8530	3·68	4·85	5·13
1·4086	1·7842	1·8583	3·71	4·87	5·15
1·4124	1·7946	1·8727	3·72	4·89	5·19
1·4162	1·7972	1·8775	3·73	4·90	5·21
1·4162	1·8024	1·8819	3·73	4·92	5·22
1·4254	1·8166	1·8907	3·75	4·95	5·24
—	—	—	—	—	—
1·4375	1·8314	1·9030	3·78	4·99	5·28
1·4518	1·8430	1·9102	3·82	5·03	5·29
1·4708	1·8549	1·9110	3·87	5·06	5·30
1·4715	1·8623	—	3·87	5·08	—
—	1·8625	—	—	5·08	—
1·4761	1·8833	—	3·88	5·14	—
1·4859	1·8844	—	3·91	5·14	—

közül a legkevesebb vizet vette fel. A 3. számú kocka, mely a legerősebben elváltozott kőzetből készült, a legnagyobb vízfelvevőképességű. A 2. kocka vízfelvevőképessége a másik kettőé között van, de jóval közelebb a 3. számú kockáéhoz, mint az elsőéhez.

Mindegyik kocka vízfelvétele az első 24 órában a legerősebb; elég nagy a vízfelvétel még mintegy három héten keresztül. Három-négy hét elmúltával mind a három kocka görbéje majdnem párhuzamosan halad. Ebből az látszik, hogy mintegy egy hónap eltelte után a három kocka vízfelvevő képessége nagyjában ugyanaz.

Mintegy 200 nap után a felvett víz mennyisége már oly kicsi, hogy evvel az eljárással nem mutatható ki. A 3. számú kocka ezt az állapotot már valamivel előbb elérte.

Ez adatokból a következő végleges eredmény látszik: *a sárga, oxidálódott kőzetek jóval több vizet vesznek fel, mint az üde kékek ugyanazon körülmények között.* Mégpedig a legerősebben oxidálódott kőzet (3) a legtöbb vizet képes felvenni. E megfigyelésekből az következik, hogy az atmoszferiliák hatására előálló oxidáció a kőzet szerkezetének lazulását idézi elő.

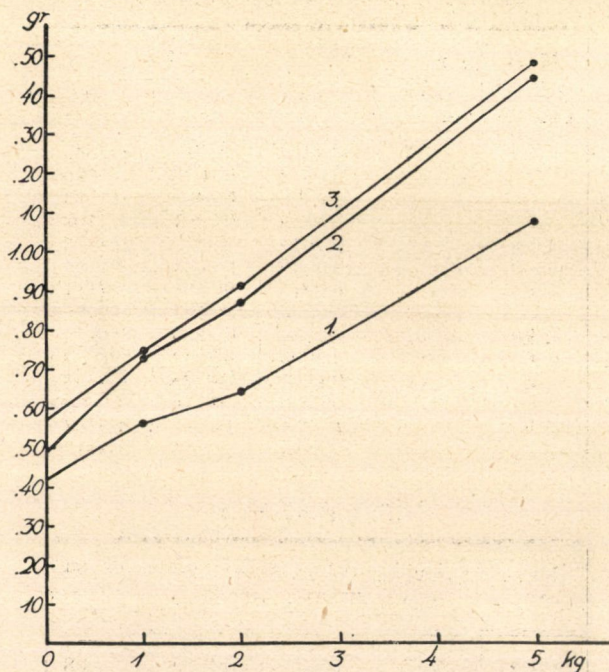
Kopás.

A viszonylagos kopás meghatározására elektromos erővel hajtott készüléket szerkesztettünk. Csiszoló korongnak MAYER- és SCHMIDT-féle «középfinom» karborundum-korongot használtunk fel. A korong vízszintes síkban, függőleges tengely körül forgott. Az állvány, melyben a korong tengelye forog, két kőzettartót visel, úgy hogy egyidejűleg két kőzetdarabot lehet koptatni. Egy-egy kőzettartó súlya 1.32 kg. Mindkét kőzettartó felső vége súlyokkal megterhelhető.

A kockaalakú próbatestek élhossza 2.5 cm volt. Csiszolóanyagul maga a forgó karborundum-korong szerepelt. A korongot nem nedvesítettük, tehát a csiszolás szárazon ment végbe. Ez eljárással — mivel a korong kopik — egész sorozatok megvizsgálásakor a korongot esetleg ki kell cserélni.

Mihelyt a karborundumkorong annyiszor fordult, hogy a kocka alsó, a koronggal érintkező lapjának középpontjához képest a megtett út 3 km volt, a kockát alkalmas módon kikapcsoltuk. A fordulatszámot tachometerrel (Jaguet 250. szám) mértük.

A kísérleteket a következő kockákkal végeztük: 1. számú kocka az üde, kék andezitből (kémiai összetétele II. alatt közölve); 2. számú kocka sárga andezitből (III. elemzés); 3. számú kocka a csepelszigeti vámmentes kikötőből származó sárga andezitből. Ezek ugyanazok a kőzetfajták, mint amelyekkel a vízfelvevő-képesség meghatározása történt.



2. ábra. A kopás grafikus ábrázolása. Abszcissza = a próbatest megterhelése kilogrammokban. Ordinata = súlyvesztés grammokban. 1, 2, 3, mint az 1. ábrán.

A kísérleteket a következő módon hajtottuk végre: 1. külön megterhelés nélkül, azaz a kockák csak a saját súlyukkal a rajtuk levő tartó súlyával nehezedtek a forgó korongra; 2. 1 kg megterheléssel; 3. 2 kg megterheléssel; 4. 5 kg megterheléssel. (A három utolsó esetben a megterheléshez még a tartó súlya is hozzáadódik.) A gép leállítása után a kockákat óvatosan kivettük a

tartókból s lágy ecsettel a rájuk tapadó portól megtisztítottuk; majd megmértük őket.

A mérések eredményeit a II. táblázatban és a 2. ábrán látható grafikonokban foglaltuk össze.

II. táblázat.

Kopás 3 km út megtétele alatt:

Meg- terhelés	Fordulat- szám	Súlyvesztesség grammokban		
		1	2	3
0 kg	5617	0.4413	0.4977	0.7525
"	"	0.4912	0.5089	0.6178
"	"	0.3399	0.4409	0.4728
"	"	0.3896	0.5201	0.4401
1 kg	"	0.7018	0.7813	0.8572
"	"	0.5066	0.7334	0.7596
"	"	0.5249	0.7464	0.7114
"	"	0.5083	0.6437	0.6504
2 kg	"	0.6886	0.8715	0.9416
"	"	0.6053	0.8782	0.8705
"	"	0.6552	0.8728	0.8637
"	"	0.6630	0.8515	0.9665
5 kg	"	1.0971	1.4911	1.5182
"	"	1.0499	1.3905	1.4419

Középértékben:

Meg- terhelés	Fordulat- szám	Súlyvesztesség grammokban		
		1	2	3
0 kg	5617	0.4155	0.4919	0.5708
1 kg	"	0.5604	0.7262	0.7447
2 kg	"	0.6530	0.8685	0.9106
5 kg	"	1.0735	1.4408	1.4801

Súlyvesztések különbsége:

Meg- terhelés	Fordulat- szám	Különbség	
		1 és 2 közt	2 és 3 közt
0 kg	5617	0.0764	0.0789
1 kg	"	0.1658	0.0185
2 kg	"	0.2155	0.0421
5 kg	"	0.3673	0.0393

Mivel a csiszolt kockalapok egyenlő területűek voltak (élhosszúság 2·5 cm) a táblázatban közölt számok közvetlenül összehasonlíthatók.

E számokból s a grafikonokból a következők tűnnek ki: A legerősebben oxidált 3. számú kőzet a legerősebben kopott. Az üde, kék kőzet (1. számú kocka) legkevésbé koptatódott le. A 2. számú kocka e tekintetben az előbbi kettő közt helyezkedik el, de sokkal közelebb a 3., mint az 1. számúhoz: Erősebb megterheléskor a 2. és 3. számú kocka megfelelő értékei közt levő különbségek sokkal kisebbek, mint az 1. és 2. kocka értékei közt. *A 2. és 3. számú görbe a grafikonon közel egymás mellett, az 1. görbe jóval alább helyezkedik el.* E tekintetben a kopás foka bizonyos mértékig hasonló a vízfelvevő képesség értékéhez: Az 1. ábrán levő görbék helyzete is olyan, hogy a 2. és 3. görbe egymás mellett halad, az 1. görbe ellenben jóval alább helyezkedik el.

Mindegyik kocka kopása annál nagyobb természetesen, minél nagyobb a kocka megterhelése. A megterhelés növelésével a sárga kőzetek kockái (2 és 3) jóval erősebben kopnak, mint az üde, kék kőzet.

Oldási kísérletek.

Az andezit kémiai mállási folyamatokkal szemben tanúsított ellenállóképességének közelítő megítélésére néhány oldási kísérletet végeztünk. Mindegyik kísérletet az üde kék andezittal (II. elemzés) és a törmelékdarabokká szétesett sárga andezittal (IV. elemzés) hajtottuk végre. A kísérletekhez a kőzeteket igen finom porrá tört állapotban használtuk fel. Az oldásokat jénai üvegből készült edényekben végeztük.

a) *Koncentrált sósav hatása.* Mind a két andezit porának 3 g mennyiségét 100—100 cm³ koncentrált sósavval öntöttük le s 24 órán át vízfürdőn melegítettük. A beköszörült üvegdugóval el látott ERLÉNMYER-féle lombikra hűtőt szereltünk, hogy a koncentráció lényegesen ne változzék. Huszonnégy óra elteltével a folyadékokat leszűrtük s az oldatokat megelemeztük. Az eredményeket az oldáshoz használt andezit mennyiségének súlyszázalékában a következő számok fejezik ki:

	Kék kőzet	Sárga kőzet
SiO_2	0.04 %	0.14 %
TiO_2	0.22 «	0.18 «
Al_2O_3	6.70 «	5.69 «
Fe_2O_3	3.59 «	4.05 «
MgO	0.37 «	0.75 «
CaO	2.19 «	1.12 «
Na_2O	0.34 «	0.27 «
K_2O	0.14 «	0.18 «
Összesen	13.59 %	12.38 %

Amint e számokból — a II. és IV. elemzés adatait is figyelembe véve — kitűnik, a vas legnagyobb része kioldódott, mégpedig több a sárga, mint a kék kőzetből. A sárga andezit magnéziumtartalma teljesen kioldódott. Az itt kimutatott, viszonylag sok magnézium (a IV. elemzéshez viszonyítva) onnan ered, hogy az a próba kissé gazdagabb volt biotitban, mint azok a törmelékdarabok, melyekből a IV. elemzés készült.

A kék kőzetből több CaO oldódott ki, mint a sárgából. Figyelembe kell azonban vennünk, hogy a sárga kőzet kevesebb kalciumot tartalmazott, mint a kék, amint már fentebb említettük. A nátriumra ugyanez a megjegyzés érvényes.

b) *Hígított sósav hatása.* 3—3 g kőzetport 100—100 cm³ normál sósavval vízfürdőn 3 órán át melegítettünk (hűtővel). A leszűrt folyadékokban megállapított oxidok:*

	Kék kőzet	Sárga kőzet
SiO_2	1.88 %	1.16 %
TiO_2	nyom	0.04 «
Al_2O_3	5.86 «	2.58 «
Fe_2O_3	1.01 «	3.14 «
MgO	0.50 «	0.65 «
CaO	1.92 «	0.95 «
Na_2O	0.22 «	0.16 «
K_2O	0.08 «	0.14 «
Összesen	11.47 %	8.82 %

* Az oldáshoz használt andezit (3 g) súlyszázalékában. A következő elemzések adatai is az oldásra használt anyag súlyszázalékai.

A hígított sósav több kovasavat oldott ki, mint a koncentrált. Az Al_2O_3 mellett sok vas oldódott, különösen a sárga kőzetből. A magnézium legnagyobb része oldódott, mégpedig jóval több a kék kőzetből a hígított sav hatására, mint az előző kísérletben a töménysavval való kezeléskor. E mellett azonban a kalcium és az alkáliák kevésbé oldódtak, mint a koncentrált sav hatására.

c) *Desztillált víz hatása.* 5—5 g kőzetport 200—200 cm³ desztillált vízzel 380 órán át vízfürdőn melegítettünk. Az elpárolgott vízmennyiség mindig pótlódott. A leszűrt folyadékban a következő oxidokat találtuk:

	Kék kőzet	Sárga kőzet
SiO_2	0·18 %	0·35 %
Al_2O_3 *	—	—
Fe_2O_3	—	—
MgO	—	0·03 «
CaO	0·06 «	0·28 «
Na_2O	—	0·06 «
K_2O	—	—
Összesen	0·24 %	0·72 %

d) *Karbamidoldat hatása.* 5—5 g kőzetport 6 %-os karbamid-oldattal (vizes oldat) 380 órán át vízfürdőn melegítettünk. A leszűrt oldat tartalmazott:

	Kék kőzet	Sárga kőzet
SiO_2	0·10 %	0·16 %
Al_2O_3	—	0·10 «
Fe_2O_3	—	
MgO	—	—
CaO	0·09 «	0·14 «
Na_2O	—	nyom
K_2O	—	nyom
Összesen	0·19 %	0·40 %

e) *Szénsavas víz hatása.* 5—5 g kőzetpor megfelelő edényben CO_2 -vel túltelített desztillált vízben mintegy 2 atmoszféra nyo-

* A vízszintes vonalak azt jelentik, hogy az illető oxidokat a használt, közönséges analitikai módszerekkel nem sikerült kimutatni.

máson, szobahőmérsékleten 60 napon át állott. Az edényt naponként kétszer-háromszor kézzel megráztuk. A leszűrt oldat elemzése a következő eredményekre vezetett:

	Kék kőzet	Sárga kőzet
SiO_2	0·28 %	0·15 %
Al_2O_3	0·07 «	—
Fe_2O_3	0·07 «	—
MgO	0·02 «	—
CaO	0·25 «	0·09 «
Na_2O	0·14 «	0·08 «
K_2O	0·03 «	—
Összesen	0·86 %	0·32 %

A dolgozat a Széchenyi Tudományos Társaság támogatásával a m. kir. József-Műegyetem ásvány- és földtani intézetében készült.

Irodalom.

SOMMARUGA E.: Chemische Studien über die Gesteine der ungarisch-siebenbürgischen Trachyt- und Basaltgebirge. Jahrb. d. k. k. Geolog. Reichsanstalt. Wien, 1866, p. 477.

KOCH A.: A bogdányi Csódihegy és környékének földtani viszonyai. Földtani Közlöny, I, 1871, p. 205.

KOCH A.: A dunai trachytcsoport jobbparti részének földtani leírása. Budapest, 1877, kiadta a M. Tud. Akadémia.

KOCH A.: Geologische Beschaffenheit der am rechten Ufer gelegenen Hälfte der Donatrachytgruppe. (Sct. Andrä—Visegrader Gebirgsstock nahe Budapest.) Zeitschr. d. Deutschen Geol. Gesellschaft, 1876. p. 293—349.

Közlemények a m. kir. József-Műegyetem műszaki mechanikai laboratoriumában végzett szilárdsági kísérletek eredményeiről. Budapest, 1897, p. 32—34.

ROSIWAL A.: Über einige neue Ergebnisse der technischen Untersuchung von Steinbaumaterialien. Verhandl. d. k. k. Geolog. Reichsanstalt, Wien, 1899, p. 204—225.

SCHAFER A.—PÁLFY M.: Szakvélemény a Duna jobb- és balpartján Dévénytől Kr edinig feltárt és megvizsgált kőbányákról. Budapest, 1900.

SCHAFER A.: A Duna és nagyobb mellékfolyói mentén feltárt kőfejtőtelepek és művelések leírása. Budapest, 1905. Kiadta a m. kir. földművelésügyi minisztérium.

HIRSCHWALD J.: Handbuch der bautechnischen Gesteinsprüfung. Berlin, 1911.

KÖHLER A.: Zur Bestimmung der Plagioklase in Doppelzwillingen nach dem Albit- und Karlsbader Gesetz. Tschermak's Min.-petr. Mitt. 36, 1923. p. 42—64.

DUPARC L.—REINHARD M.: La détermination des plagioclases dans les coupes minces. Mémoires de la Soc. Phys. et Hist. nat. Genève, vol. 40, fasc. 1. Genève, 1924.

TAKÁTS T.: Adatok a szentendre—visegrádi hegycsoport andezitjainak ismeretéhez. Doktori értekezés. Budapest, 1928.

SCHAFARZIK F.—VENDL A.: Geológiai kirándulások Budapest környékén. Budapest, 1929.

WINTER A.: Über die Wasseraufnahme von Gesteinen, Geologie und Bauwesen, 1, 1929, 92—94.

VENDL A.: Über die Pyroxenandesite des Cserhátgebirges. Min.-petr. Mitt. 42, 1932, p. 491—550.

Táblamagyarázat.

1. Az üde, kék andezit szerkezete. Nagy, porfirosan kivált plagioklászok és alapanyag keresztezett nicolok között. Vonalas nagyítás: 11'4.

2. Szabálytalanul elosztott kékeszöld üvegzárványokat tartalmazó plagioklász a kép jobboldalán. Nicolok keresztezve. Vonalas nagyítás: 24'6.

3. Zónában elhelyezkedő megsárgult üvegzárványok a sárga andezit plagioklászában. Nicolok keresztezve. Vonalas nagyítás: 26'4.

4. Porfirosan kivált plagioklász a hidrotermális hatásokra megsárgult andezitban. A plagioklászban levő nagyobb sötét foltok kalcitok, a kicsik megsárgult üvegzárványok. Nicolok keresztezve. Vonalas nagyítás: 37'8.

5. Alapanyagrésztlet a sárga andezitből. A szabálytalan körvonalú sötét foltok túlnyomó része megsárgult üveg, kisebb része magnetit. A kép jobb oldalán felül levő nagyobb sötét folt apró magnetitek és megsárgult üvegszemcsék halmazát tünteti fel rezorbeált biotit helyén. Baloldalon felül a nagy világos folt plagioklász. Nicolok keresztezve. Vonalas nagyítás: 26'4.

6. A kép közepén jobboldalt a sárga andezit fellevelezett, egyes részei le is váltak. Mellette balra az üde kék andeziton változás nem látszik. A közettömbök falba vannak beépítve. (A két felső és a két alsó kőzetkocka nem csódihegyi andezit.) Kicsinyítés: $\frac{1}{5}$.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE VERWITTERUNG DES ANDESITS VOM CSÓDIBERG (UNGARN).

Von A. VENDL und T. TAKÁTS.

Die Arbeit erscheint in deutscher Sprache in der Zeitschrift
«Mineralogische und petrographische Mitteilungen».

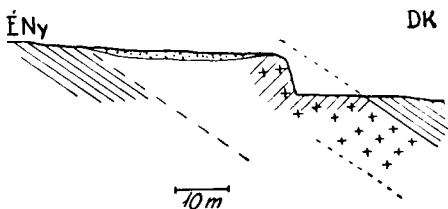
(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissen-
schaften vom 12. Dec. 1932.)

ESSEXIT A MECSEK-HEGYSÉGBŐL.

TAKÁTS TIBOR-tól.

A VII. táblával.

A megvizsgált essexit a Mecsekszabolcs-teleptől kb. 1·5 km-nyire ÉK-re elhuzódó, ÉNy—DK irányú Lantos-völgyben fordul elő. A völgy DK felé nyíló szájától befelé haladva, a völgy ÉK-i oldalán több helyen liasz fedőmárga jó feltárásait lehet látni, olykor igen jó megtartású növénylenyomatokkal. Ezeknek a liaszrétegeknek dőlését pár helyen sikerült megmérni s erre vonatkozólag $9^{\circ}38'$, $8^{\circ}6'51''$, $8^{\circ}10'41''$ értékeket kaptam, azaz a rétegek DK felé dőlnek és a VADÁSZ ELEMÉR által kimutatott antiklinális ¹ déli szárnyába illeszkednek. Egyik feltárásban fél cm vastag szén-betelepülést lehetett megfigyelni, több helyen pedig 40—60 cm, néhol 1 m vastag homokkőpadokat. A völgy szájától számítva, kb. 680 m-nyire utunkat cca. 8 m



1. ábra.

magas feketeszínű kőzetfal állja el, melynek közepe felé a patak vízesés alakjában ömlik le. A vízesés fölött durva, majd finomabb szemű szürke-fekete, $9^{\circ}35'$ dőlésű homokkő helyezkedik el. A falat alkotó fekete kőzet teleptelért alkot, melynek feltárt vastagsága 12 m s geológiai helyzeténél fogva, lehetséges vastagsága 25 m. Az említett helyszíni viszonyokat keresztmetszetben az 1. ábra vázolja. A szelvényt FÖLDVÁRI A. kollégámmal készítettük, kivel az előfordulás helyszínét együtt tanulmányoztuk. Valamikor bánya

¹ M. kir. Földtani Int. Évi Jel. 1910. p. 72.

volt ezen a helyen, amint azt egyes nyomokból következtetni lehet. Érdeklődésemre azt a választ kaptam, hogy pár évvel ezelőtt bányászták a követ, de mivel igen kemény s nagy ellenállást fejt ki, a bányászást abbahagyták. A kőzet nagy szívósságát magam is tapasztaltam, amennyiben formás kézipéldánydarabok kiütése igen nagy nehézségekbe ütközött. Arra vonatkozólag, hogy a követ hová szállították innen s mire használták fel, nem sikerült adatokat szerezni.

A kőzet nagyjában pados elválású; a padok vastagsága maximumisan egy és fél méter, dőlésük $21^{\circ}39'$. Nagyon sok helyen 1—2 cm széles kalcit-csík járja át a kőzetet, mely gyakran kristályos. Egyes részeken, különösen repedések mentén és a telér széle felé az egyébként egyforma, gombostűfej nagyságú szemekből álló kőzet porfiros külsejű, amikor is az 1—2 mm nagyságú fekete elegyrészek közé ugyanilyen nagy zöldszínű olivin-szemek illeszkednek, máskor pedig az egyébként szürke és fekete szemek között 1, sőt $1\frac{1}{2}$ cm hosszúságot is elérő, rácsszerűen elhelyezkedő amfibolok tűnnek elő. Az ilyen amfibolos kőzetrészek 1—2 cm vastag kis ereket alkotnak. A telér a széle felé egy egészen világosszürke színű, aprószemű, tömött kőzetbe megy át, melyben helyenkint ezüstösen fénylő 1—2 mm nagyságú érc kiválások figyelhetők meg. Ott, ahol a telér a környező márgákkal érintkezik, a márga lencses-gömbös elválású, ami metamorf hatásokra enged következtetni.

Részletes vizsgálat alá elsősorban az előfordulás zömét alkotó, aprószemű, sötétszürke színű kőzet került. Ezt a kőzetváltozatot a továbbiakban I. számmal fogom jelölni. A kőzet külsőleg teljesen üde, szívós. Az elegyrészek kicsinyek, kb. egyharmad vagy fél mm-nyiek, ennél nagyobbak csak elvétve fordulnak elő benne, ilyenkor ezek amfibolos külsejűek. Az elegyrészek túlnyomórésztben sötétek, szarúfényűek és olykor prizmás habitusuk elárulja a sok amfibolt. Sokkal kevesebb a világosszürke színnel megjelenő földpát.

Mikroszkóp alatt mindjárt szembetűnik a színes elegyrészek, nevezetesen az amfibolok és augitok uralkodó mennyisége. Földpát csak ritkábban található, akkor is legnagyobb részben csak elbomlott vagy bomlásnak induló egyének alakjában. Az ércnek mennyisége aránylag sok, az apatit valamint a másodlagos vagy elbontás útján keletkezett elegyrészek mennyisége ugyancsak tekintélyes.

A biotit és szodalit kevés. Legüdébbek és aránylag épen maradtak az amfibolok és augitok. Az ép elegyrészek között levő teret leginkább szerpentinisedett olivin, nefelin, szodalit és kalcitosodott földpát töltik ki. Alapanyag nincs. Szöveve *iránytalan szemcsés*.

Az *amfibol* csiszolatban mért nagysága átlag 0.6—0.8 mm. Színe barna, pleochroizmusá élenk: $a = \text{sárgásbarna}$, b és $c = \text{sötét barna}$. A prizmaszerinti, jól mérhető hasadáson kívül c -t ferdén keresztező hasadási irányokat is mutat. Kioltása nagy: $c : c = 14—16^\circ$, ami barkevikitre utal. Gyakran vannak benne érc- és piroxén-zárványok, gyakran pedig hosszú, vékony, ízelt apatit-tűk szelik át minden rendszer nélkül. Ritkán kloritos foltok észlelhetők benne. Kisebb amfibol, mint zárvány is jelentkezik nagyobb amfibolban. Olykor piroxénnel nő össze úgy, hogy c a c -hez irány majdnem 90° .

Az amfibol után mennyiség szempontjából az *augit* következik. Nagysága: 0.5—0.6 mm. Lilás-kékes színű, ami a titántartalmú augitokra jellemző. Helyenkint homokóra-szerkezetet is fel lehet ismerni. Pleochroizmusá nem észrevehető. Kioltása: $c : c = 43—45^\circ$. Fénytörése a kanada-balzsaménál nagyobb. Olykor (100) szerinti ikreket alkot, ilyenkor két-három egyén nő össze. Titántartalmára utal az is, hogy ritkán leukokszén is keletkezik közvetlenül körülötte, esetleg a belsejében is. Zárványként amfibolt, érceket tartalmaz. Az augit mennyiség tekintetében az amfiboltól nem sokkal marad el s a kettő együtt majdnem 50 %-át teszi a kőzetnek.

Az *olivin* mindig xenomorf. Jól határolt szemekben és ép megtartásban sohasem található. Javarészenben legtöbbször már egészen szerpentiné alakult át. A bomlási termékek között olykor határozottan fel lehet ismerni a krizolitot, gyakran pedig kalcitos részek jelentkeznak. Nem pleochroós. Magának az olivinnek mennyisége elenyésző, a szerpentinisedett egyéneknek a száma azonban elég nagy.

*Ortoklász*t a kőzetben nem találtam. A földpát *plagioklász* alakjában jelentkezik, még pedig ritkán ép szemekben. Legtöbbször egészen kalcitosodottak, kaolinosodottak, sőt több helyen azt lehet megfigyelni, hogy a plagioklászok egész helyét elfoglalják a bomlási termékek, főleg kalcit. Ahol a szemecskék ép megtartásúak, albit-ikertörvény szerinti ikreket találhatunk. Két, ritkábban négy egyén nő össze. Egy helyen nagyon szép, több egyén alkotta periklin

törvény szerinti ikreket találtam. (L. a mikrofotografiát.) A szimmetrikus zónában a maximális kioltás: $\pm 30^\circ$. E szerint a földpát $Ab_{46}-An_{54}$ összetételű labrador, mely andezinba megy át. Igen gyakran hosszúkás apatitok helyezkednek el benne vagy keresztülkásul átnövik. Zárványt ritkán tartalmaz.

Aránylag sok a kőzetben az *érc*. Ezek között szépen fel lehet ismerni a *pirit*, mely a kőzet kézipéldányain már szabad szemmel is észrevehető. Apró kristálykái összehalmozódva jelennek meg, ilyenkor együttes térfogatuk a 0.4—0.5 mm-t is eléri. Az *érc* egyébként főleg *magnetit*, továbbá *ilmenit*, *hematit*, gyakran jól felismerhető kristálykák, gyakran pedig alaktalan aggregátumok formájában. Nem ritkák a korrodált szemek. Nagyon sok helyen zárványként szerepelnek az amfibolokban és az augitokban.

Az *ércek* után mennyiség tekintetében a *kalcit* következik. Nem automorf kristályokban jelentkezik, hanem alaktalan foszlányokban vagy a másodlagos képződményekre jellemző halmazokban. Igen gyakran földpátok vagy augitok belsejében és közelében helyezkedik el, sőt földpátok helyét egészen elfoglalja. Ritkábban 0.3—0.4 mm nagy szemeket is lehet találni, esetleg 2—4—6 egyén alkotta félromboéder szerinti ikreket is. Tekintettel arra, hogy a többi elegyrészek eléggé üdék s hogy sok kalcit van jelen, azt is feltételezhetjük, hogy a kalcit egy része primär eredetű.

A kőzetben elszórva mindenütt megtalálható az *apatit*. Ízekre tagolt, a főtengelyük irányában igen hosszúra megnyúlt, karcsú, tű-alakú kristálykái vannak. Szélességük 0.01 mm, hosszúságuk azonban a 0.7 mm-t is eléri. Ritkábban zömök, cca. 0.03—0.1 mm méretben is megtalálhatók, ilyenkor (0001) és (10 $\bar{1}$ 1) határolólapok is mérhetők. Feltűnő, hogy a hosszúra megnyúlt kristályok tiszták, belsejükből a cerium-foszfát csövecske hiányzik. Igen ritkán üveg-zárványokat tartalmaznak. Az *apatit* az *ércek* kivételével valamennyi elegyrészen keresztülnő, gyakran egész halmazát lehet látni más ásványok belsejében.

Az elegyrészek között alaktalan szemekben, mint hézagöltő anyag *nefelin* és *szodalit* található. Mindkettő határozatlan alakú, csak a más elegyrészek között megmaradt teret töltik ki. A *nefelin* szintelen, igen gyengén kettőstörő, polarizációs alszíne egészen acsonyrendű. Csaknem valamennyi egyénen kezdődő átalakulás

nyomai láthatók. Ilyenkor üres csövecskékhez hasonló csíkok jelentkeznek bennük, szabálytalan elrendeződésben. A szodalit szintelen, izotrop, olykor folyadék- és gáz-zárványok vannak benne. Nem egy helyen kalcit közvetlen közelében helyezkedik el, sőt olykor teljesen körülveszi a kalcitot. Térfogatbeli kiterjedése átlag: 0·1 mm.

A kőzetben *klorit* is van. Színe halványzöld, gyengén pleochroós, egyik irányban zöld, másik irányban sárgászöld színnel. Helyenkint levendulakék polarizációs színéről pennin ismerhető fel. A klorit amfibolban és augitban mint közbetelepülés is szerepel.

Igen kevés helyen, nagyon kis szemek alakjában lehet találni *biotit*ot. Megtartása viszont üde, a kristályok nem hajlottak.

Helyenkint kis oszlopocskákban levendulakék polarizációs színű, magas fénytörésű *zoizit*, *klinozoizit* található piroxén után.

A színes elegyrészekben vagy azok közvetlen közelében olykor *leukokszént* lehet találni, apró (0·01 mm), nagy fénytörésű, sötét-szürke vagy fekete szemecskék alakjában.

Egyes helyeken *pisztacit* ismerhető fel. Sárgászöld, erős fénytörésű foltok alakjában jelenik meg.

A kőzet kémiai összetételét 105° C-on szárított anyagból kiindulva határoztam meg. Az analízis előkészítésénél a kőzet fentemlített nagyfokú szívósságát lehetett tapasztalni. Az analízis eredménye:

súly %		A megfelelő paraméterek:	
		OSANN szerint:	NIGGLI szerint:
SiO_2	41·47	$s = 50·62$	$si = 95·14$
TiO_2	4·29	$A = 3·63$	$al = 17·39$
Al_2O_3	12·88	$C = 4·95$	$fm = 52·39$
Fe_2O_3 ...	9·53	$F = 32·22$	$c = 22·86$
FeO	4·84	$n = 8·93$	$alk = 7·36$
MnO	0·14	$sor = a$	$k = 0·11$
CaO	9·30	$k = 0·79$	$mg = 0·51$
MgO	7·69	$a = 2·67$	$qz = -34·30$
Na_2O ...	2·96	$c = 3·64$	$p = 0·81$
K_2O	0·55	$f = 23·69$	$ti = 7·38$
$H_2O + ..$	4·42		$co_2 = 5·07$
P_2O_5	0·84		$h = 33·81$
CO_2	1·62		$c/fm = 0·44$
	100·53		metszet = IV.

A kőzet sűrűsége 4° C vízre redukálva: 3·031.

Az elemzés adatai az amerikai (CROSS, IDDINGS, PIRSSON, WASHINGTON) rendszerben a következő normákat adják:

Ortoklász	3·34 %	Olivin	1·12 %
Albit	25·15 «	Magnetit ...	3·02 «
Anortit	20·02 «	Hematit	7·52 «
Diopszid	7·99 «	Ilmenit	8·21 «
Hipersztén	14·10 «	Apatit	2·02 «
		Kalcit	3·70 «

III. 5. 3''. (4) 5.

Az olivint a *forsterit* képviseli, ami megfelel a nagy *MgO* tartalomnak.

A kőzet ásványösszetétele térfogatszázalékban kifejezve:

Amfibol.....	23	térf. %
Augit.....	21	« «
Olivin + szerpentin	13	« «
Nefelin	12	« «
Földpát.....	9	« «
Ércsek	8	« «
Kalcit	6	« «
Szodalit.....	4	« «
Miarolit.....	2	« «
Klorit	1	« «
Biotit, apatit stb.	1	« «

A II. számú jelzést a bánya széle felé megjelenő vagy repedések mentén fel-felbukkanó, porfíros külsejű kőzetváltozat kapja. Elterjedése az I. sz. változattal szemben jelentéktelen, annak csupán szegélyfáciesét alkotja. Szabadszemmel a kőzetben pár mm nagyságú augitokat és amfibol-prizmákat láthatunk, továbbá 1—2 mm nagy, palackzöldszínű olivineket. Friss törési felületen az olivin-szemek valamivel világosabb színűek.

Mikroszkóp alatt vizsgálva, feltűnő a szemek szokatlanul nagy mérete. Egy-egy olivin- vagy augit-kristály még kis nagyításnál is

az egész látóteret betölti. A nagy szemek között viszonylagosan kisméretű, de már makroszkóposan is észrevehető kristálykák helyezkednek el, melyek nagy része amfibol, augit, érc, továbbá nefelin, földpát, szerpentin. Szöveve *porfiros szemcsés*.

Mennyiségre nézve első helyen az *augit* áll. Automorf, nagy on jól határolt kristályokban jelenik meg, melyeken az $\{100\}$, $\{010\}$, $\{110\}$, $\{111\}$ formák és a prizmaszerinti hasadás igen jól kivehető. Színe halványlila. Érc-, üveg- és gáz-zárványokat tartalmaz; egy helyen folyadék-zárványt is lehet találni libellával. Átlagos nagyság: 2—2.4 mm. Egyéb tulajdonságaiban, valamint a kisméretű szemek valamennyi tulajdonságaikban megegyeznek az I. számú kőzetnél leírt augitokkal.

Az *olivín* szemnagysága: 1.8—2.2 mm. Azonnal szembetűnik az előbbi kőzetmintában leírt megjelenésével szemben a szemek határozott alakja. A szokott formák ($\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$, $\{110\}$, $\{101\}$, $\{021\}$, $\{111\}$) alkotta kristálykombinációk élei nem olyan határozottak, mint az augitnál. Élénk polarizációs színű, fénytörése nagy. Párhuzamos nicolok között színtelen, de nem átlátszó, hanem széle és repedései mentén szürkészöldes, mit az átalakulási terméként jelentkező szerpentin idéz elő. A szerpentin a repedések mentén rostos, helyenkint azonban leveles alakban jelenik meg. Érczárványokat tartalmaz. Az olivinszemecskék közvetlen szomszédságában sok, aránylag apróméretű érc vált ki, melyek elhelyezkedésükben követik az élek irányát. Ugyancsak az élek mentén apró amfibol- és ritkábban augitszemecskék is elhelyezkednek. Előfordul az olivín kisebb szemecskéiben is, ezek nagyrésze azonban már teljesen elbomlott, helyüket szerpentinkalcit halmaz jelzi.

Az *amfibol* optikai viselkedése alapján teljesen azonos a fent leírt mintában szereplő amfibolokkal. Szemecskéi nem érnek el akkora nagyságot, mint amekkorák az augit- vagy az olivín-szemek.

Ebben a változatban igen kevés *szodulitot* lehet találni, nem sok a *nefelin* sem. Mindkettő fent leírt módon jelenik meg.

A *plagioklász* ép megtartású szemekben nem található, épp ezért közelebb meghatározni nem sikerült. Legnagyobb részben kalcitosodott.

Az *ércek* itt is aránylag tekintélyes számban vannak jelen, bár szemnagyságuk nem nagy, átlag 0·06—0·08 mm. Legnagyobb részük *magnetit*, ezenkívül *ilmenit*, *pirit* különböztethetők meg. Augit- és amfibolszemekben zárványként jelentkeznek. A nagy olivinek közvetlen szomszédságában köröskörül mindig megtalálhatók.

A *kalcit*, *apatit* és *biotit* alárendelt mennyiségben fordulnak elő a fent leírt módon.

A kőzet vegyi összetétele 105° C-on szárított anyagból kiindulva:

súly %	A megfelelő paraméterek:	
	OSANN szerint:	NIGGLI szerint:
SiO_2 40·98	$s = 47·02$	$si = 83·67$
TiO_2 3·32	$A = 2·76$	$al = 15·57$
Al_2O_3 12·96	$C = 5·49$	$fm = 53·25$
Fe_2O_3 2·12	$F = 36·48$	$c = 25·97$
FeO 6·34	$n = 8·77$	$alk = 5·21$
MnO 0·14	$sor = a$	$k = 0·12$
CaO 11·87	$k = 0·73$	$mg = 0·73$
MgO 12·73	$a = 1·85$	$qz = 37·17$
Na_2O 2·31	$c = 5·49$	$p = 0·39$
K_2O 0·49	$f = 24·47$	$ti = 5·08$
$H_2O + \dots$ 3·35		$co_2 = 7·04$
P_2O_5 0·46		$h = 22·80$
CO_2 2·53		$c/fm = 0·49$
99·60		metszet = IV.

A 4° C vízre redukált sűrűség: 3·082.

A C. I. P. W. rendszerben alábbi normákat nyerjük:

Ortoklász..... 2·78 %	Olivin..... 21·54 %
Albit..... 18·86 «	Magnetit .. 3·02 «
Anortit..... 23·63 «	Ilmenit . 6·38 «
Nefelin..... 0·28 «	Apatit 1·01 «
Diopszid..... 12·93 «	Kalcit..... 5,80 «

A kőzet térfogatszerinti ásványos összetétele:

Augit.....	33	térf. %
Olivin	24	«
Amfibol.....	17	«
Szerpentin	11	«
Nefelin	7	«
Ércsek	5	«
Földpát.....	1	«
Egyéb	2	«

Harmadik kőzetváltozat, mely közelebbi vizsgálat alá került ebből a bányából, az egész világos, fehéres-szürke színű, aprószemű kőzet. III. számmal jelölöm. Szívóssága rendkívül nagy, amit a kémiai analízisre felhasznált anyagon is jól meg lehetett figyelni. Az elegyrészek egészen aprók, tömötten egymás mellé helyezkednek. Itt-ott egy mm-t elérő földpát-, illetőleg amfibol-szemet lehet felismerni, néha piritet.

A mikroszkópos vizsgálat alkalmával kitűnik, hogy a kőzet rendkívül nagy mértékben bomlott. Plagioklász, amfibol, augit, biotit, nagyon sok kalcit, nefelin, leukokszén, klorit, ércsek, apatit ismerhetők fel. Szövete szemcsés.

A legüdébb elegyrész az *amfibol*. Sajátságaira, optikai viselkedésére nézve megegyezik a fent tárgyaltakkal. Szemnagysága: 0.15—0.20 mm. Apatit-tűk nővik át, ércet, mint zárványt tartalmaz. Az *augit* csak kisebb szemecskék alakjában szerepel, mennyisége is alárendeltebb. Nagyon sok helyen elbomlott, sokszor *leukokszénes*.

A *plagioklász* helyenkint eléggé ép. Ilyenkor az albit- és karlsbadi-törvény szerinti ikrek lépnek fel. A szimmetrikus zónában mért maximális kioltás: $\pm 14^\circ$. Ennek megfelelően összetétele: $Ab_{70}An_{30}$, ami az oligoklász-andezinnak felel meg. A földpátok általában rendkívül bomlottak, helyükön leginkább kalcit található. Olykor kloritos közbetelepülés fedezhető fel.

Feltűnő nagy számban szerepel ebben a kőzetmintában a *biotit*. Csak kis (0.04—0.2 mm) lemezekék, de pleochroizmusuk, selymes fényük, látszólag egyenes kioltásuk nagyon jól megfigyelhető. Nem hajlottak, zárványt nem tartalmaznak. Olykor leukok-

szén képződés látszik rajtuk. Helyenkint csoportosulva is megjelennek. Egyes szemeken apró, pontszerű magnetit-behintést lehet látni. A kőzet erős elbomlottsága ellenére a biotit feltűnően üde. Ezért arra lehet következtetni, hogy a biotit nagyrésze sekundär eredetű.

A *nefelin* a fentemlített formában jelenik meg. A kezdődő átalakulást jelző csikocskák nagy számban megtalálhatók.

A *kalcit* és egyéb *karbonátok* a kőzet legelterjedtebb elegyrészei. Apró halmazok vagy nagyobb kristályok (0.3—0.4 mm) alakjában találhatók. Utóbbiaknál nem ritkák a — félromboéder szerinti ikrek.

Az *érccek* fent leírt módon jelentkeznek. Gyakran látható az ilmenit közvetlen közelében *leukokszén*, ami az ilmenit bomlására mutat. Az átalakulást fokozatonként meg lehet figyelni. A típusos ilmenit-váz nagyon sok helyen felismerhető. Zárványként minden elegyrészben szerepelnek. A *pirit* nagyobb, 1—2 mm-t is elérő halmazokat alkot.

Apatit alárendeltebb mennyiségben van jelen, a szokott kifejlődésben. A *kloritok* elterjedtsége aránylag jelentékeny a bomlási termékek között. Helyenkint sugaras kioltású szferolitok alakjában gyűlnek össze. A földpátban és a színes elegyrészekben is megjelennek, mint közbetelepülések.

Jelentékeny elterjedésben mutatkozik a bomlási termékek között a *leukokszén*. Ilmenit és a színes elegyrészek környékén vagy azok belsejében apró, fekete szemecskék alakjában jelentkezik. Fénytorése nagy. A szemecskék nagysága: 0.01 mm.

A másodlagos elegyrészek között az egyik vékonyecsiszolatban *kvarcot* is lehet találni. Nagysága 0.12—0.34 mm. Alakja határozatlan, színe nincs.

Erre a kőzetmintára vonatkozó kémiai analízis eredménye (105° C-on szárított anyagból kiindulva) a következő:

súly %		A megfelelő paraméterek:	
		OSANN szerint:	NIGGLI szerint:
SiO_2	34.10	$s = 48.70$	$si = 86.99$
TiO_2	4.16	$A = 4.17$	$al = 23.08$
Al_2O_3	15.38	$C = 7.67$	$fm = 39.81$
Fe_2O_3 ...	2.65	$F = 27.62$	$c = 28.98$
FeO	9.73	$n = 8.68$	$alk = 8.13$
MnO	0.29	$sor = a$	$k = 0.13$
CaO	10.60	$k = 0.72$	$mg = 0.34$
MgO	3.51	$a = 3.17$	$qz = -45.53$
Na_2O ...	2.86	$c = 5.83$	$p = 0.64$
K_2O	0.66	$f = 21.00$	$ti = 7.96$
$\text{H}_2\text{O} + \dots$	3.80		$co_2 = 42.26$
P_2O_5	0.60		$h = 32.31$
CO_2	12.15		$c/fm = 0.73$
	100.49		metszet = V.

Sűrűsége 4° C vízre redukálva: 2.907.

A C. I. P. W. rendszerben a következő normákat kapjuk:

Ortoklász	3.89 %	Magnezit ...	7.39 %
Albit	24.10 «	Rodokrozit .	0.46 «
Anortit	27.44 «	Sziderit	7.19 «
Hipersztén	7.12 «	Ilmenit	7.90 «
Kalcit	7.80 «	Apatit	1.34 «

III. 5. (3) 4. 4 (5).

A térfogatszerinti összetétel:

Karbonátok	37 térf. %
Nefelin	31 « «
Érc	12 « «
Leukokszén	8 « «
Augit.....	5 « «
Biotit	3 « «
Amfibol.....	2 « «
Földpát.....	1 « «
Klorit	1 « «

A három kőzetminta kémiai összetételét szemügyre véve, mindenekelőtt azt látjuk, hogy mindháromban kidomborodik az *ultrabázikus* jelleg. Ennek megfelelően a NIGGLI-féle számok között a *qz* értéke mindig negatív, a C. I. P. W.-rendszerben pedig *Q* nem szerepel. Az alkaliák értéke nem nagy, de részint az ásványos összetételre, részint pedig a hegyvidék többi alkalikus kőzeteire való tekintettel, a kőzetet az *alkali-provinciába* kell sorolnunk. A magas TiO_2 -tartalom is ide utal. A nátrium mennyisége mindig jóval nagyobb a káliuménál, amit a *k* értékek szépen mutatnak. Az összes *Fe* mennyisége nagyjában mindhárom kőzetváltozatnál egyforma, a II. és III. számú változatban azonban jóval több a ferrovas, mint a ferri. Ez arra vall, hogy az erős elbomlást mutató III. számú kőzet nem felszíni mállást, azaz oxidációt szenvedett, hanem oxidáció nélküli *elbomlást*. A CO_2 -tartalom nagy megnövekedése a III. számú kőzetben arra enged következtetni, hogy a kőzetnek ezt a részét erősen szénsavas források járták át, a bomlás tehát *hidrotermális úton* jött létre. Ezt mutatják az átalakult és másodlagosan képződött ásványok is. A C. I. P. W.-rendszer normái között ennél a kőzetnél a különböző kétértékű fémek karbonátjait találjuk. A kőzet erős elbomlottsága ellenére azonban sem az OSANN, sem pedig a NIGGLI-értékeknel az I. és II. számú változathoz viszonyítva, erősebb eltolódásokat nem tapasztalhatunk, a C. I. P. W.-rendszer szimbolumai pedig mindhárom változatban feltűnően egyeznek.

Az OSANN-féle értékek alapján az I. és II. számú kőzet az «*Emerald mine*»-típus kőzeteihez sorozható:¹

Típus	<i>s</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
Emerald mine	50	2	3·5	24·5
Mecsekszabolcs I. . . .	51	2·5	3·5	24
Mecsekszabolcs II. . . .	47	2	3·5	24·5

A III. számú változat pedig a «*Malgola*»-típusba:²

Típus	<i>s</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
Malgola	52·5	4	5·5	20·5
Mecsekszabolcs III. . . .	49	3	6	21

¹ A. OSANN: Der chem. Faktor in einer nat. Klassifik. der Eruptivgesteine. Heidelberg, 1919. p. 74.

² L. c. p. 77.

NIGGLI-rendszerében az I. és III. számú változat az *essexit-gabbroidos* magmacsoportba kerül és az alábbi kőzethez áll legközelebb: ¹

	<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	metszet
Golenz, Lausitz								
(camptonit) ...	88	18	52	22	8	.11	.44	IV.
Mecsekszabolcs I.	95	17.5	52	23	7.5	.11	.51	IV.
Madeira (essexitdiabáz)	107	23	39.5	29	8.5	.17	.36	V.
Mecsekszabolcs III.	87	23	40	29	8	.13	.34	V.

a II. számú kőzet az *issitikus és rokon* magmák csoportjába tartozik a következő kőzetek mellé: ²

	<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	metszet
Típus.....	75	14	52	30	4	.20	.50	IV.
Papenoo, Tahiti								
(gabbroessexit)	79	14	53	28.5	4.5	.13	.61	IV.
Mecsekszabolcs II.	84	16	53	26	5	.13	.73	IV.

A szimbolumok alapján LACROIX-rendszerében mindhárom kőzetváltozat a mezokrát afaneritek *mikrogabbro*-csoportjába tartozik, WASHINGTON rendszerében pedig az alábbi kőzetekhez hasonlítható: ³

Essexitporfir, Riberia de Massapez, Madeira III. 5". 3(4) . 4.

Pollio-essexit, Reservoir quarry, Prospect, n. Sydney, New South Wales III. 5". 3 . 4.

A megvizsgált kőzetek közül tehát az I. számú változat, mely az előfordulás zömét és a telér középső részét alkotja, úgy ásványtani, mint kémiai összetétele alapján *essexit*. Alapanyaga nincs, megtalálható benne az essexiteket alkotó valamennyi elegyrész, az olivin pedig, mint általában az essexitekben, *nem idiomorf*. A II. számú változat, mely a telér széléről származik, már porfíros külsőt mutat, az olivinek benne idiomorfok, tehát átmeneti kőzetet alkot

¹ P. NIGGLI: Gesteins- u. Mineralprovinzen. Berlin, 1923. p. 169.

² L. c. p. 132.

³ H. S. WASHINGTON: Chem. anal. of igneous rocks. Professional Paper 99. p. 621. és 627.

a kiömlésbeli típus felé. A III. számú változat egy szegélyfácies, mely hidrotermális hatásokra nagymértékben elbomlott.

A mecseki kőzeteket már ROSENBUSCH is a *piroxénfojaitok* csoportjába sorozza.¹ Részletesen MAURITZ BÉLA írta le² a vidék kőzeteit. Összehasonlítás végett a MAURITZ által leírt kőzetek közül négy trachidoleritnak, három limburgitoid³ típusú trachidoleritnak és egy bazaltos trachidoleritnak a paramétereit közlöm:

OSANN-értékek:

		<i>s</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
1.	Típusos trachidolerit, Komló	59.9	10.5	4	15.5
2.	« « Hosszúhetény ...	55.9	7	4	19
3.	« « Hidasí völgy ...	55.6	7.5	4	18.5
4.	« « Viganvár	58.3	7.5	3.5	19
5.	Limburgitoid « Márévári völgy .	49.6	3	3.5	23.5
6.	« « Egregyi völgy ..	49.2	2	3	25
7.	« « Jánosi, dél	48.3	1.5	3	25.5
8.	Bazaltos « Jánosi, észak ...	52.2	2.5	6	21.5
	Mecsekszabolcs I.	50.5	2.5	3.5	24

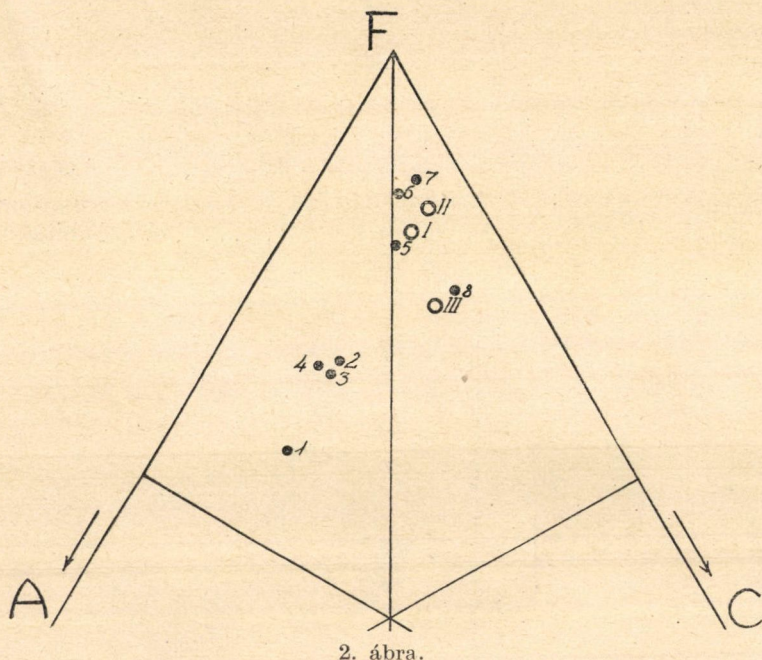
A NIGGLI-értékek fenti sorrendben:

	<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>
1.....	145.9	32	29.5	15	23.5	.20	.30
2.....	123	26.5	35.5	20.5	17.5	.14	.29
3.....	120	27.5	38	16	18.5	.12	.39
4.....	139	27	37	17	19	.17	.31
5.....	93	18.5	46	26.5	9	.25	.54
6.....	90	14.5	55.5	23.5	6.5	.14	.59
7.....	88	13	58.5	24.5	4	.08	.65
8.....	101	22	46.5	25.5	6	.07	.38
I.....	95	17.5	52.5	23	7	.11	.51

¹ ROSENBUSCH—OSANN: Elemente der Gesteinslehre. IV. kiad. Stuttgart, 1923. p. 171.

² MAURITZ BÉLA: A Mecsek-hegység eruptívus kőzetei. A m. kir. Földtani Int. Évkönyve XXI. p. 151—190.

³ A «limburgitoid» szó nem a kőzetek szövetségét, hanem kémiai összetételét jelzi. MAURITZ l. c. p. 171.



A *C. I. P. W.*-rendszerben MAURITZ fenti kőzetei alábbi szimbolumokat kapják (fenti sorrendben):

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1..... II. "6.2.4. | 5..... III. "6.3.4. |
| 2..... II''.(5) 6.2'. 4 (5). | 6..... III''. 5 (6).3.4 (5). |
| 3..... II. (5) 6.2''. (4) 5. | 7..... III (IV). 5.''4.'5. |
| 4..... II. 5''.2''.4''. | 8..... "III. 5.4.'5. |

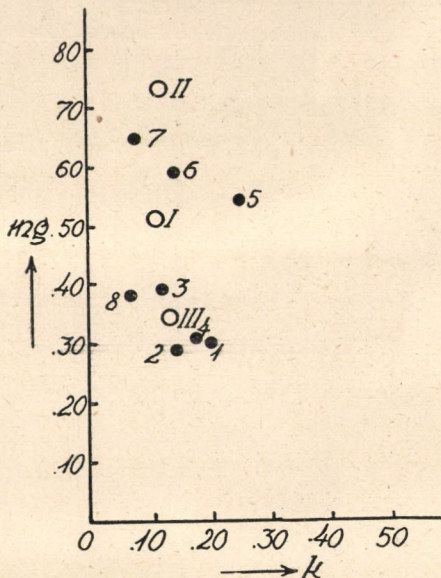
Mecsekszabolcs I..... III. 5.3''. (4) 5.

A 8. jelzésű kőzet normáinak előállításakor *Q*-értéket is kaptam. Ez megfelel annak, hogy MAURITZ a kőzet alapanyagában barnás színű üveget talált.

Mindezekből az adatokból, valamint a közölt értékekből összeállított grafikus ábrákból (2—4. ábra) láthatjuk, hogy a megvizsgált kőzet a MAURITZ által leírt típusos trachidoleriteknél bázikusabb, mint ahogy a mélységbeli kőzetek általában mindig valamivel

bázikusabbak a megfelelő kiömlésbelieknél és inkább a «limburgi-toid» trachidoleritokkal mutat rokonságot.

Arra vonatkozólag, hogy ezen a vidéken a kőzeteknek telérformában való megjelenése gyakori, már HOFFMANN KÁROLY is említést tesz.¹ A mélységbeli kőzetekhez való hasonlatosságot pedig MAURITZ is említi:² «A hosszúhetényi községi bánya kőzete, mely a liasz-kori fedőmárgában teleptelért alkot... külső habitusára



3. ábra.

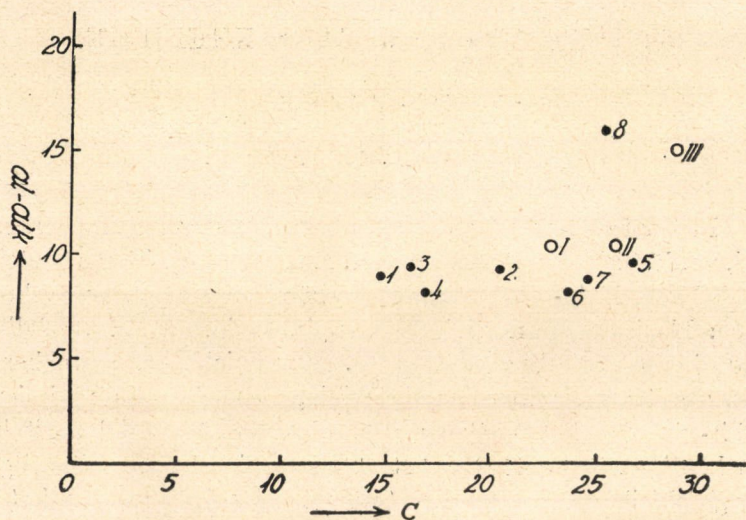
nagyon emlékeztet az essexitekre», vagy más helyeken: «Teljesen essexites habitusa van a viganvári trachidoleritnek.» «Nem is annyira a trachidoleritek, hanem inkább a szemcsés szövetű essexitek közé kell sorolnunk azt a kőzetet, mely... a Petőc-patak felső szakaszában a felsőwerfeni lemezes mészkőrétegeket töri át.»

A leírt kőzet tehát jól beleillik a vidék alkalikus kőzetprovinciájába s az eddig innen ismert kőzetekkel szemben a *mélységbeli* típust képviseli.

¹ M. kir. Földtani Intézet Évkönyve, IV. kötet, p. 235.

² L. c. p. 174, 176 és 189.

Tekintettel arra, hogy a teleptelér a környező liasz-korú fedőmárgákat metamorfizálta, azoknál fiatalabbnak kell tekintenünk s a kitörés idejét a környék többi kőzeteihez hasonlóan az alsó kréta-korba tehetjük.



4. ábra.

Munkám befejeztével hálás köszönetet mondok VENDL ALADÁR professzor úrnak, ki az előfordulásra irányította figyelmemet s munkámat mindvégig becses figyelmével kísérte.

Készült a M. Kir. József-Műegyetem Ásvány- és Földtani Intézetében, 1932.

Táblamagyarázat.

1. Periklin-törvény szerinti földpát-iker keresztezett nicolok között. Vonalas nagyítás: 14.
2. Kezdődő átalakulás nyomait mutató nefelin keresztezett nicolok között. Vonalas nagyítás: 62.
3. Leukokszén-kiválások titántartalmú augitokban párhuzamos nicolok között. Vonalas nagyítás: 44.
4. Főtengelye irányában erősen megnyúlt apatit és amfibol, párhuzamos nicolok között. Vonalas nagyítás: 23.
5. Porfirosan kivált augit párhuzamos nicolok között. Vonalas nagyítás: 12.
6. Porfirosan kivált olivin párhuzamos nicolok között. Vonalas nagyítás: 13.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. évi jan. 9-én tartott üléséből.)

ESSEXIT AUS DEM MECSEKGEBIRGE.

Von TIBOR TAKÁTS.

(Mit Tafel VII.)

Das untersuchte Gestein bildet einen Lagergang im Lantos-Tal, nordöstlich von Mecsekszaboles. Makroskopisch ist das Gestein dunkelgrau, klein- und gleichmässig-körnig. U. d. M. beobachtet man: Plagioklas, Barkevikit, Titanagit, Olivin, Nephelin, Sodalith und die accessorischen Gemengteile. Die Plagioklase sind vollkommen zersetzt, nur selten sind die Zwillingsverwachsungen nach dem Albit- und Karlsbader-Gesetz zu beobachten. Der Barkevikit ist der häufigste Gemengteil und stark pleochroitisch; der Titanagit ist gleichfalls sehr verbreitet. Olivin kommt in serpentinierten xenomorphen Individuen vor. Nephelin und Sodalith bilden eine Füllmasse zwischen den erwähnten Gemengteilen. Accessorisch findet man noch Apatit, Biotit, Chlorit, Ilmenit und Magnetit. Auf Grund der mineralogischen und chemischen Zusammensetzung ist das Gestein ein Essexit und im Vergleich mit den bisher von dieser Gegend bekannten effusiven Gesteinen ist es viel basischer, wie dieselben; es ist ein Vertreter des intrusiven Typus. Der Gang zeigt an seinen Rändern ein porfirisches Gefüge, diese Abart ist ein Übergang zu den Ergussgesteinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 9. Jänner 1933.)

A BALATONVIDÉKI BAZALTOK ZEOLITÁSVÁNYAI.

MAURITZ BÉLA r. tagtól.

A Balatonfelvidék zeolitásványai közül eddig csak a phillipsit volt ismeretes; ezt az ásványt már előzőleg két lelőhelyen megfigyelték. LIFFA¹ Badacsony-Tomajról, HULYÁK² Szigligetről írt le phillipsit-kristályokat.

Két évvel ezelőtt még két phillipsit-előfordulást találtam ezen a területen³ és az utóbbi időben még több különösen sokatigérő zeolit-előfordulást figyeltem meg.

Először csak szórványosan találtam a phillipsitet a Tapolcától északkeletre — Diszel község mellett — fekvő Halyagos-hegyen; olykor azonban az újonnan megnyitott kőbányában bőségesen volt gyűjthető. Itt a phillipsit öt típusban fordul elő a mandulaüregekben és kőzetrepedésekben.

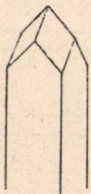
Az első típus kicsi, legfeljebb 0.2 mm nagyságú, víztiszta erősen fénylő, formaszegény kristályai a mandulaüregek falain sűrűn egymás mellett fennőve találhatók; ezeket a kristályokat a látszólagos tetragonális prizma és a látszólagos tetragonális piramis határolja; tulajdonképpen a monoklin egyének négyszeres ikre (1. ábra.) Köztük magasabbrendű ikrek ritkán ismerhetők fel. (2—3. ábra.)

A második típus legfeljebb milliméter nagyságú komplexeket

¹ LIFFA A.: Új phillipsit előfordulása Badacsonytomajon. — Földtani Közlöny. 1914. 44. 80.

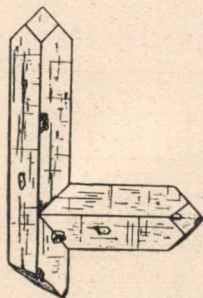
² HULYÁK V.: Ásványtani közlemények. — Földtani Közlöny. 1903. 33. 54.

³ MAURITZ B.: Phillipsit a balatonfelvidéki bazaltokban. Math. Természettudományi Értesítő. 1929. 46. 657.



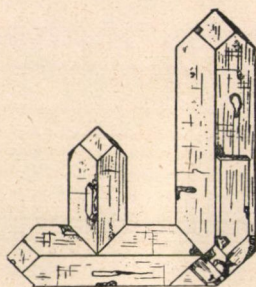
1. ábra. Phillip-
sit. Diszel.

A kristályok t. n.
— 0.2 mm.



2. ábra. Phillipsitiker.
Diszel.

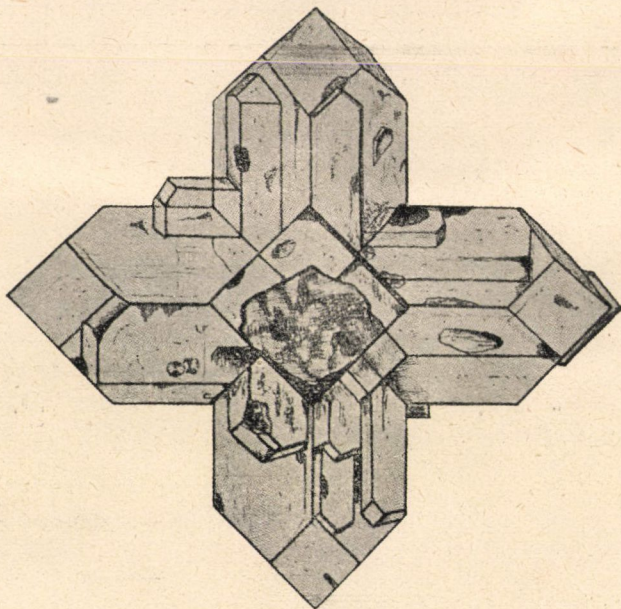
A kristályok természe-
tes nagysága 0.5 mm.



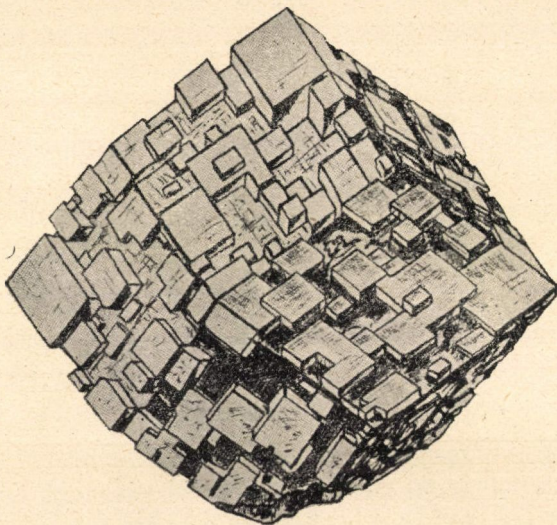
3. ábra. Phillipsitiker.
Diszel.

A kristályok természetes
nagysága 0.5 mm.

alkot. A prizmák áthatolnak egymáson és így tulajdonképpen 12 egyénből álló díszes ikertömbök keletkeznek (4. ábra). Ezek a phillipsit-komplexek többnyire lebegve ülnek a mandulaüregeket



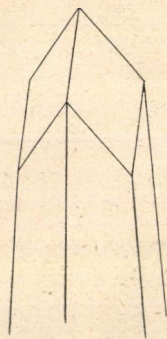
4. ábra. A phillipsit tizenkettős ikerkristálya. Diszel.
Természetes nagysága 1 mm.



5. ábra. A phillipsit tizenkettős ikerkristálya. Pszeudo-rombdodekaeder, a lapok parkettázottak. Természetes nagysága 2 mm.

borító finom aragonittűkön. Maga a bazalt a mandulaüregek közvetlen közelében teljesen üde.

A harmadik típus 2 mm nagyságú komplexei tökéletesen a rombdodekaederre emlékeztetnek (5. ábra). A pszeudorombdodekaeder lapjai az éllel párhuzamosan lépcsőszerűen parkettázottak; a rombdodekaeder tulajdonképpen egy 12-es ikernek felel meg; a fehéres színű ikerkomplexek az üregek falait képezik be. Ezeket a kristályokat gyakran kíséri fehéres vagy sárgás, igen érdekes kifejlődésű kalcit (6. ábra). Látszólag a deuteroprizma és egy meredek romboeder kombinációjában jelennek meg. Az utóbbi alak legömbölyödött lapjai a (0552) indexnek felelnek meg; a romboederszög kerekén 106° , számítva $106^\circ 45'$. A látszólagos deuteroprizma egy olyan igen hegyes szkalenoeder egyik fele, amely már a prizmához közeledik. A szkalenoeder-lapoknak egymással



6. ábra. Kalcit. Diszel. Igen hegyes szkalenoeder és a (0552) romboeder T. n. 3 mm.

bezárt szöge kereken 56° és 64° . A (0552) romboeder lapjainak a szklenoeder-lapokkal alkotott szöge kereken 35° ; a (0552): (1120) szög $36^\circ 37'$ lenne. A hasadási romboeder- és a szklenoeder-lapok közti szög kereken 58° ; (1011): (1120) számított értéke $52^\circ 32'$. A kalcitkristályoknak ez az érdekes típusa a Balaton-felvidék több lelőhelyén kimutatható és a kristályalakok meghatározása Vindornya-Szöllősről származó, két jól tükröző kristályon lehetséges is volt (l. alább). A Halyagos-hegy bazaltjában ezek a kalcitkristályok több milliméter hosszúságot érnek el; közvetlenül a mandulaüregek falain ülnék; a látszólagos phillipsitrombdodekaeder-kéreg úgy burkolja őket, hogy csak a romboeder-lapok szabadok, míg a szklenoeder lapjait a kéreg nagyrészt bevonja.

Miként már említettem, a bazalt az üregek közvetlen közelében is teljesen üde. A rombdodekaederszerű phillipsitkristályok a kalcit mellett a közethasadékok elbontott felületét is bevonják. Ebben a kéregben ismerhető fel egy üvegfényű, átlátszó, aprószemű ásvány, amely a behatóbb vizsgálatok alapján chabasitnak minősült: közepes törésmutató 1.50, optikailag pozitív egytengelyű, helyenként rendellenesen kéttengelyű, kettőstörés gyenge. A chabasit egyes phillipsit-komplexeken apró, jól kifejlődött phakolit típusú kristályokban fordul elő; fehérés hatszöges bipiramisokat alkot.

A phillipsit negyedik típusa legyezőszerű desmin-csoportokra emlékeztet. A mandulaüregek falát főleg kalcitszemékből álló kéreg vonja be. A kalcitkérgen igen sok finom aragonittű ül s ezeken lebegnek a phillipsit 12-es ikerkristályai; ezek mellett legyezőalakú desminszerű csoportok látszanak, amelyeknek azonban optikai állandói a phillipsitével tökéletesen egyeznek; a kémiai vizsgálat hasonlóképpen *K*-ot, *Ca*-ot és kevés *Ba*-ot mutatott ki.

A phillipsit ötödik típusát azok az 1 cm nagyságot elérő, sugaras-rostos szerkezetű gömbök alkotják, melyek teljesen phillipsitrostokból állanak. Gyakran az üregek falát először kalcit vontat be és erre a kéregre telepedtek a phillipsitgömbök, melyek között egyes nagyobb kalcitkristályok ülnék.

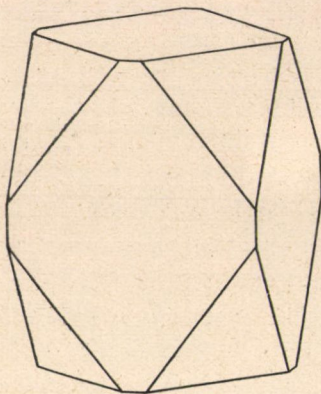
A phillipsittel kibélelt üregek és hasadékok mellett találhatók olyanok is, melyeket csak aragonit-, illetőleg kalcitkristályok töltenek ki. Az aragonittűk több centiméter hosszú nyalábszerű vagy sugaras- és párhuzamosan rostos tömegeket alkotnak. Egy

nagyobb drúza centiméter nagyságú kalcitkristályokat, és pedig homályos lapú meredek romboedereket tartalmazott.

Egy másik, nyugatra fekvő bazaltsoportban, a Sarvaly melletti kőbányában, 5 km-re Sümegtől délre, mindössze négy olyan kőzetpéldányt találtam, melyekben zeolitok voltak. Az első példány kb. 8 cm átmérőjű mandulaüregét vékony, fehér, csillogó tömeg vonta be, amely a mikroszkóp alatt finoman rostos zeolitos tömegnek látszott, de közelebbi meghatározása nem volt lehetséges. Az üregben egyes nagyobb phillipsitkristályok ülnek; a legnagyobb félig átlátszó kristály hossza 8 mm nagyságot ért el; ugyancsak pszeudotetragonális habitusú, a látszólagos tetragonális prizma és látszólagos piramis kombinációját tüntetve fel. A prizmalapok meglehetősen símák, a piramislapok az éléssel párhuzamosan lépcsőzetesen parkettázottak. A piramisszög kerekben 61° ; számítva $60^\circ 52'$. A kisebb kristályok ugyanilyen habitusúak, csakhogy egyeseken beugró szögek, a phillipsit négyes ikreit jellemző csatornák mutatkoznak. A hossz tengelyre merőleges vékony csiszolatok világosan elárulták, hogy az összes kristályok tulajdonképpen átnövési ikrek; ikersíkok a (001) és (011).

Fajsúly 2.2, keménység 4.5. Optikailag kéttengelyűek, pozitívok; optikai tengelysík és a tompa középvonal merőleges (010)-ra; $a:c$ közelítőleg 20° a tompa β -szögben; a közepes törésmutató változik, eléri az 1.51-et, többnyire 1.48—1.49; kettőstörés gyenge. Az egyének közötti ikerhatár többnyire nem egyenes vonalú; az egyes egyének varratszerűen érintkeznek egymással, ami legjobban a (010) szerinti hasadási lemezekben vagy a keresztmetszeteiken figyelhető meg. Sósavas oldatban *K*, *Ca* és *Ba* mutatható ki; közelítő meghatározás szerint a *Ca*-tartalom a *Ba*-tartalomnak tízszerese.

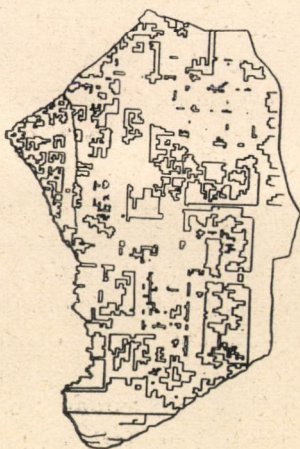
Az utóbbi időben a sarvalyi kőfejtőben még három, zeolitos ásványokat tartalmazó kőzetpéldányt gyűjtöttem. Ezek egyikének diónagyságú mandulaüregét fehér, csillogó kéreg borítja. A kéreg rendkívül apró (20—30 μ hosszú, 4—6 μ széles) desminre emlékeztető kristálykákból áll. Ezek igen élesen határolt szálak két terminális lappal; a szálak sűrű párhuzamos vagy sugaras-rostos nyalábok alakjában ülnek az üregek üde falain. A kettőstörésük igen gyenge, a kioltás majdnem egyenes, a fénytörés azonban



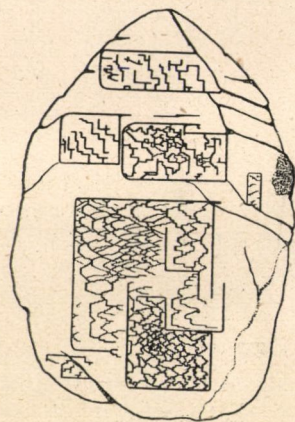
7. ábra. Apophyllit. Sarvaly, Sümeg mellett. T. n. 7 mm.

magas, közelítőleg a kanadabalzsaméval egyező, a hosszirány többnyire optikailag negatív; az anyag Ca -t bőségesen tartalmaz. Ez az ásvány egyelőre pontosabban nem határozható meg; lehetséges, hogy desmin. Ezen a vékony kérgen erősen üvegfényű, víztiszta, 3—4 mm nagyságú phillipsit- és apophyllit-kristályok ülnék. Az utóbbiak gyengébb fényűek, többnyire homályosak, szürkés rózsaszínűek. A legnagyobb kristályok 7 mm átmérőjűek. Mikroszkóp alatt az ásvány víztiszta, átlátszó. A kristályok habitusa a hexaeder-oktaeder közép-

kristályára emlékeztet (7. ábra). A következő kristályalakok állapíthatók meg: (001), (100), (111), (110); az utóbbi forma ritka



8. ábra. Apophyllit. Sarvaly, Sümeg mellett. A kristályok parkettázása. Nagyítás 80-szoros.



9. ábra. Apophyllit. Sarvaly, Sümeg mellett. A kristálylapok parkettázása. Nagyítás 80-szoros.

és igen alárendelt. A szögadatok — mivel a lapok egyenetlenek és parkettázottak (8—9. ábra) — csak közelítők.

	Mért	Számított
(001) : (111) : =	61°	60°32'
(111) : (11 $\bar{1}$) : =	58°—58°30'	58°56'
(100) : (111) : =	51°—53°	52°00'
(111) : (1 $\bar{1}$ 1) : =	76°	76°00'
(111) : (110) : =	29°	29°28'

A bázis szerinti hasadás kitűnő, a prizmaszerinti jó. Optikailag pozitív; kettőtörés gyenge; gyakran optikailag rendellenes; fénytörés kb. egyezik a kanadabalzsaméval.

A másik két kőzetpéldány ugyanabból a bazaltbányából származik, mint az előbbi. Felismerhető, hogy a rajta levő üreg egy nagyobb, eredetileg legalább 30—40 cm átmérőjű üregnek egy megmaradt részlete. Az üreg fala a kilúgzás következtében kb. 2 cm szélességben fakószürke és rajta zeolitos erek húzódnak keresztül. A falak egyes helyein először sugaras, szemcsés zeolitkéreg képződött. Ebben a kéregben négy ásvány különböztethető meg. Először egy víztiszta, átlátszó, sugarasan lemezes ásvány; a sugarak és lemezek hossziránya optikailag negatív; kioltás egyenes; fénytörés nagyobb mint 1·56 (ánizsolaj) és kisebb mint 1·60 (fahéjolaj); kettőtörés gyenge. Az ásvány kovasavat és bőséges kalciumot tartalmaz; sósavban pezsgés nélkül lassan oldódik. Ennek az ásványnak pontosabb meghatározásra eddig nem sikerült. A kéreg második, szemcsés ásványa igen érdekes viselkedésű; a kristályalak igen nehezen ismerhető fel; csak itt-ott mutatkozik rajta egy-egy csillogó lap. Mikroszkóp alatt színtelen, átlátszó; a hasadás egy irányban kitűnő, reája merőlegesen jó; az ásvány szétzúzásokor hasadási lemezeket kapunk; minden törési darabot hasadási lapok határolnak. Mindegyik hasadási lemezen kitűnően felismerhető, hogy az ásvány optikailag két-tengelyű; az egyik optikai tengely majdnem merőleges a hasadási lapra; a tengelyszög igen nagy, majdnem 90°; de optikailag valószínűleg pozitív; az optikai tengelysík párhuzamos a kevésbé jó hasadási iránnyal; törésmutatók 1·580—1·600 között; kettőtörés közelítőleg 0·020. Ez az ásvány sósavban lassan és pezsgéssel oldódik, tehát CO₂-t tartalmaz; az oldatban kovasav és kalcium mutatható ki; Bunsen-lángban zománcá olvad. Ezeknek a sajátságoknak az alapján az ásvány egy ismert féleséggel sem azonosítható.

Szétészortan a kéregben bőségesen találhatók automorf, igen sötét barnászöld, áttetsző augitkristályok, melyek 2 mm hosszúságot is elérnek. Kombinációjukat a (100), (110), (010) és $\bar{1}11$ formák alkotják. Szabad szemmel is felismerhetők még a rendkívül



10. ábra. Thaumazit. Sarvaly, Sümeg mellett. A prizmák hossza 2 mm.

vékony, de meglehetősen hosszú, élesen határolt apatitűk, melyeknek közepén sötét anyaggal kitöltött csövecskék húzódnak.

Ezen a kérgen vagy közvetlenül a kilúgzott, szürke bazaltfelületen egy több milliméter vastag, pehelyszerű, hófehér lepel található, amely két ásványból áll. Az egyik túalakú, a másik rendkívül finom pikkelyes. A tűk legnagyobb hossza 2 mm, szélessége 0.5 mm; de a legtöbb ennél sokkal rövidebb és vékonyabb. Mikroszkóp alatt a következő sajátságok állapíthatók meg. A tűk odanőtt vége jelentékenyen szélesebb és csak áttetsző; a szabad végződésük vékonyabb és víztiszta, átlátszó; a tűk lépcsőzetesen hirtelen vékonyodnak; [hosszirány-

ban finoman rostozottak; keresztmetszetük igen nehezen figyelhető meg, de olykor mégis felismerhető, hogy a tűk lapítottak és valószínűleg hatszöges metszetűek; terminális lapok sohasem jelennek meg, a szabad vég többnyire ecetszerű (10. ábra). A buzogány-szerű tűk gyakran csinos csoportokba rendeződnek, amikor is a vékonyabb és vastagabb tűk egy középpontból indulnak ki. Optikai

sajátságok: hosszirány negatív; ω közelítőleg 1·600 és $\varepsilon=1\cdot560$, kettőtörés kb. 0·040. Az ásvány sósavban pezsgéssel oldódik, az oldat beszárításakor kovasav és gipszkristályok keletkeznek; Bunsen-lángban jól észlelhető a Ca-színeződés; könnyen olvad üveggé; zárt üvegcsőben az ásvány vizet ad. Mindezek a sajátságok kitűnően egyeznek a thaumasit tulajdonságaival. Hevítés után a tűk mindazokat az optikai változásokat mutatják, mint a paterisoni thaumasit: a hosszirány optikailag pozitív lesz, a törésmutatók emelkednek, kb. 1·620—1·630 és a kettőtörés jelentékenyen csökken, legfeljebb 0·010. Körülbelül hasonló körülmények között fordul elő a thaumasit a Watchung-bazaltban.

A finom pikkelyekből álló kísérő ásványon, amely igen laza hópehelyszerű fehér tömeget alkot, a következő sajátságok figyelhetők meg. A legfeljebb 1·5 mm hosszú és 0·5 mm széles gyöngyházfényű pikkelykék rendkívül vékonyak. Mikroszkóp alatt látható, hogy a hosszúkás pikkelyeknek csak a középső része éles határvonalú, a két végük ellenben szétforgácsolódik. A pikkelyek középső és periferikus részei átlátszók, a középtől hosszirányban az átlátszóság csökken s ezekben a részekben pamacsolódik szét az ásvány (11. ábra). Az elválás és a rostos végződés miatt a fénytörés nehezen állapítható meg; kb. a kanadabalzsaméval egyezik. Keresztezett nicolok között mindegyik pikkely azonos szerkezetet árul el. Rajtuk általában öt szektor ismerhető fel (12. ábra). A középső hosszúkás rész az I. rendű szürkétől a szürkéssárgáig terjedő interferencia-színeknél valamivel magasabb kettőtörésű; a periferikus részek sokkal gyengébb kettőtörésűek, interferencia-színük sötétszürke. Maga a középső rész sem egyenletes kioltású, hanem ikerszerűen felépítettnek látszik; a kioltás mindkét oldalra csak néhány fokot tesz ki, a hosszirány optikailag negatív; optikai tengelykilépés nem ismerhető fel. Mindkét oldalra egy-egy szektor csatlakozik, amelyeknek kettőtörése jelentékenyen kisebb; a hosszirány itt is optikailag negatív; tengelysík merőleges a hosszirányra; negatív bisszektrix merőleges a pikkelylapra; optikai-tengelyszög nagy, negatív. A pikkelyek mindkét vége vagy optikailag egységes sajátságú, s ekkor igen gyenge kettőtörés ismerhető fel, a hosszirány optikailag negatív, a kioltás egyenes, tengely- vagy bisszektrixkilépés nem figyelhető meg; vagy pedig a termi-

pikkelyekből kettő-négy rozettaszerűen összenő és ezeknek a csoportoknak a közepéből thaumasit-nyalábok sugároznak ki.

Az üreg szürkés falain néhány 2—3 mm széles hasadék húzódik át, amelyeket hasonlóképpen zeolitos ásványok töltenek ki. A hasadéokban sugaras-rostos tömegek láthatók; a rostok rendkívül vékonyak, hosszirányuk optikailag pozitív; kioltás egyenes; fénytörés többnyire magasabb a kanadabalzsaménál; más rostok hossziránya optikailag negatív és a fénytörés a balzsaménál erősebb. Mindezek a zeolitos anyagok bőségesen tartalmaznak *Ca*-t és némelyik kevés *Na*-t is.

Ugyanebben a bazaltvonulatban, kb. 7 km-re délkelet felé az előbb említett sarvalyi kőfejtőtől, a Nagy Láz-hegyen lévő Szent Lélek régi romjánál, Zsid községnél, a bazaltban mogyorónagyságú mandulaüregek találhatók, melyekben phillipsit, kalcit és mellettük nyalábszerűen rendeződött finom natrolittűk ismerhetők fel. Az utóbbi ásvány Vindornya-Szöllös mellett (l. alább) bőségesen fordul elő.

A bazaltvonulat nyugati részén, a Tátika hegyén ugyancsak phillipsit található. A legfeljebb mogyorónagyságú mandulaüregeket részben kalcit, részben phillipsit vonja be. Ebben az előfordulásban a phillipsit vöröses színű és átlátszatlan; törésmutatója lényegesen nagyobb (1.53—1.54), mint az előző lelőhelyeken; sem a kőzet, sem az ásvány nem friss. A phillipsit mellett egy desminszerű ásvány jelenik meg: egyenes kioltású sugaras tömegek; hosszirány optikailag negatív; törésmutató valamivel nagyobb, mint általában a desminé.

A nyugati bazaltelőforduláshoz tartozik a Kovácsihegy takarója Zalaszántó, Vindornya-Szöllös és Görbő községek között.

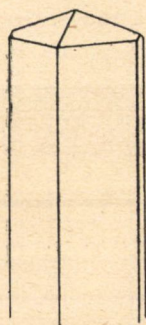
Zalaszántó kis feltárásainak és kőbányáinak bazaltjában üregek vannak. Némelyik üregecskét teljesen a phillipsit tölti ki, másokban csak a falakon ülnek phillipsitkristálykák. Az utóbbi esetben a phillipsitre finom aragonittűk telepednek. Néhány mandulaüregben sugaras natrolitnyalábok figyelhetők meg, ezek 2 mm hosszúságot is elérnek, de már nem üdék. Maga a bazalt a mandulaüregek közvetlen közelében is tökéletesen friss.

A zeolitok legnagyobb tömegben Vindornya-Szöllös mellett fordulnak elő. Az ott nemrég megnyitott kőbányában bőségesen

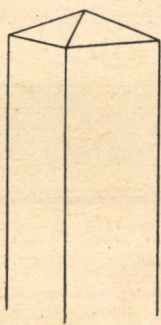
található phillipsit és natrolit. Mindkét ásvány részben a mandula-üregekben, részben a közethasadékokban képződött. Általában megfigyelhető, hogy a kőzet olyan üregek közelében, melyek csak phillipsitet tartalmaznak, teljesen üde, míg a natrolitos üregek mellett elbontott és kilúgzott. A mandulaüregek nagy része csak néhány milliméter átmérőjű, de találhatók több centiméter nagyságú, hosszirányban megnyújtott üregek is. Legbősegebben előforduló ásvány a phillipsit; majdnem minden üreget 1—2 mm nagyságú phillipsitkristálykák vonnak be, amelyek itt kizárólag tetragonális habitusúak a látszólagos négyzetes prizma és a látszólagos négyzetes piramis kombinációjában. BEUDANT már megtalálta ezt az ásványt, de nem helyesen határozta meg; ő Vindornya-Szőllősről apophyllitet említ:¹ «Ils ressemblent beaucoup à des cristaux d'apophyllite, de genre que M. HAÛY rangeait autrefois avec la stilbite dodécaèdre». Helyenként a phillipsit sugaras nyalábokat alkot. Gyakrabban figyelhetjük meg a következő paragenézist: a mandulaüregek falaira közvetlenül egy fehér szemcsés kéreg települ, ez legnagyobbreszt phillipsit-szemecskékből áll, melyeket helyenként kalcit kísér. Ebben a szemcsés tömegben képződtek a tökéletesen automorf, barnás augitkristálykák, amelyek legfeljebb 2 mm nagyságúak, olykor jól felismerhető homokóraszerkezettel. Finom, vékony, de igen hosszú apatitprizmák bőségesen fordulnak elő ebben a tömegben. Egyébként az apatittűket gyakran a sugaras phillipsittel együtt találjuk. A natrolit fiatalabb képződmény, mint a phillipsit. Ritkán akadunk egyedülálló vékony natrolittűkre, többnyire pompás sugaras nyalábokban fordulnak elő; az egyes rostok legfeljebb csak 1 mm hosszúak és igen vékonyak; de a kristályalak mindig jól felismerhető (13—14. ábra): (110), olykor a (010) és mint termináló alak az (111); (110): (110) közelítőleg 90°. A sugarak hossziránya optikailag pozitív; közepes törésmutató 1.48; kettőtörés gyenge; az ásvány sósavban kocsosnyásodás mellett oldódik; sósavas oldatból kősóköcskák kristályosodnak ki; zárt üvegesőben hevítve az ásvány vizet ad; a Bunsen-lángot sárgára festi. A natrolit sugaras gömböket is alkot. A sugaras

¹ BEUDANT: Voyage Minéralogique et Géologique en Hongrie. II. 459. Paris. 1822.

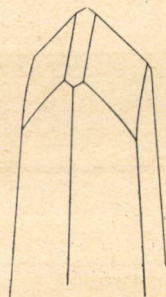
natrolitnyalábok ritkán ülnék közvetlenül a kőzetben, többnyire a phillipsit- vagy a ritkábban előforduló kalcitkristályokra telepednek. A vékony közethasadékokat gyakran egy fehér, vékony, kemény kéreg tölti ki, amelyről a részletes mikroszkópi vizsgálat kiderítette, hogy az majdnem teljesen tömött, illetőleg finoman szemcsés phillipsitből áll; csak itt-ott találhatók benne egyes natrolittűk. Némelyik üregben a phillipsit, kalcit, natrolit és aragonit együttesen fordul elő, amikor is az aragonittűk képviselik a legfiatalabb képződményt. A kalcit ugyanolyan habitusú, mint



13. ábra. Natrolith.
Vindornyaszőllős.
T. n. 1 mm.



14. ábra. Natrolith.
Vindornyaszőllős.
T. n. 1 mm.

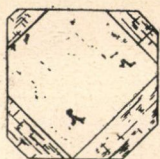


15. ábra. Kalcit.
Vindornyaszőllős.
T. n. 2 mm.

a már említett lelőhelyeken; de Vindornya-Szőllősen két olyan kristályt találtam, melyeken a kristályalakok pontosan meghatározhatók voltak. Ezek a kalcitkristályok is prizmatikus habitusúak, a terminális forma egy meredek romboeder. A látszólagos denteroprizma egy igen meredek szkaloeder egyik fele; a legömbölyödött romboederlapok a $(02\bar{2}1)$ formához tartoznak, amely azonban a $(05\bar{5}2)$ alakba megy át; ezért látszanak a lapok gömbölyödötteknek (15. ábra). A szkaloeder indexe: $(34\cdot30\cdot64\cdot3)$. Egészen kis lapokkal a bázis (0001) is megjelent. A szkaloederlapok majdnem az $(10\bar{1}1)$: $(01\bar{1}1)$ övben fekszenek. Mért és számított szögértékek:

	Mért	Számított
$(34.30.\bar{64}.3) : (64.\bar{30}.\bar{34}.3) = 55^{\circ}45', 55^{\circ}42', 55^{\circ}56'$		$55^{\circ}48'$
$: (\bar{34}.60.\bar{30}.3) = 63^{\circ}56', 64^{\circ}07', 63^{\circ}58'$		$64^{\circ}01'$
$: (\bar{10}\bar{1}\bar{1}) = 48^{\circ}40', 48^{\circ}45', 48^{\circ}50', 48^{\circ}37', 48^{\circ}41'$		$48^{\circ}47' \frac{1}{2}$
$(01\bar{1}\bar{1}) : (34.30.\bar{64}.8) = 56^{\circ}36', 56^{\circ}38', 56^{\circ}14', 50^{\circ}12'$		$56^{\circ}17'$
$(02\bar{2}\bar{1}) : (2\bar{2}01) = 101^{\circ}$		$101^{\circ}09'$
$(0552) : (5502) = 106^{\circ}$		$106^{\circ}45'$

A zeolitos mandulaüregek mellett ebben a bazaltban igen érdekes zárvány- vagy érszerű tömegek fordulnak elő. Ezek fehér vagy szétmorzsolható, vagy keményebb tömegek, amelyekben 1—2 mm nagyságú kvarcsejtszemcsék vannak behintve. A fehér anyag nem annyira egyenmő, hogy pontosan meghatározható



16. ábra.
Apophyllit. Vin-
dornyaszfőlős.
T. n. 0.3 mm.

lenne; ebben a tömegben egy kissé nagyobb kvarc-
lemezen parányi, 0.3 mm nagyságú, csillogó kris-
tálykák találhatók, amelyek a mikroszkóp alatt
színtelenek, átlátszók, alakjukban és fénytörésük-
kel tökéletesen egyeznek az apophyllittel (16. ábra).
Ezeknek a kristálykáknak legnagyobb része az 0.1
mm nagyságot nem éri el. Fénytörésük kb. a
kanadabalzsaméval egyező, illetőleg kissé nagyobb;
kombinációjuk az oktaeder-hexaeder középkris-
tályára emlékeztet; a bázislapon kettőstörés nincs;
egyébként levendulakék interferenciaszínt mutatnak; sósavban
oldhatók; az oldat *Ca*-reakciót ad.

A zeolitokra vonatkozó adatok ZEPHAROVICH: «Mineralogi-
sches Lexikon für das Kaisertum Österreich», és HINTZE: «Hand-
buch der Mineralogie» c. munkákban a fentieknek megfelelően
helyesbítendőek.

A balatonvidéki zeolitok gyűjtését folytatom; a képződési
viszonyokról és a pontosabb paragenézisről bizonyára további
adatok lesznek megállapíthatók.

BERGER KÁROLY igazgató úrnak Tapolcán és FÖLDES PÁL
bányamérnök úrnak Sümegen néhány zeolitpéldány átengedéseért
köszönetemet fejezem ki; a rajzokat SZTRÓKAY KÁLMÁN és KOM-
LÓSY ÁGOSTON tanársegéd urak készítették.

DIE ZEOLITHMINERALIEN DER BASALTE DES PLATTENSEEGEBIETES.

Von B. MAURITZ.

Die Abhandlung erschien in deutscher Übersetzung im: Neues Jahrbuch f. Mineralogie, Geologie und Palaeontologie. Beilageband 64. Abt. A. (Brauns-Festband.) S. 477—494.

Im deutschen Texte S. 492 finden sich zwei Druckfehler, die folgenderweise richtiggestellt werden: Die Zeile «Die Skalenoederfläche liegt in der Zone $(10\bar{1}1).(01\bar{1}\bar{1})$ » lautet richtig: Die Skalenoederfläche liegt *beinahe* in der Zone $(10\bar{1}1).(01\bar{1}\bar{1})$.

In der Winkeltabelle (S. 492) sind die richtigen Werte:

	Beobachtet	Berechnet
$(01\bar{1}\bar{1}) : (34.30.\bar{6}4.3) =$	$56^{\circ}36', 56^{\circ}38', 56^{\circ}14', 56^{\circ}12'$	$56^{\circ}17'$

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. Mai 1930.)

A BINDTBÁNYAI TURMALIN.¹

TOKODY LÁSZLÓ-tól.

1.

A Szepes-Gömöri-Érchegység «érctermső sorozatá»-ban a vaspátnak gyakori kísérő ásványa a turmalin. A vaspát-előfordulások — s így a turmalin is — keletkezésüket pneumatolitikus-hidrotermális hatásoknak köszönik. De, hogy vajjon ezek a hatások a kvarcporfir erupciójára (SCHAFARZIK 16), avagy a gránit intruziójára (BÖCKH 4, BARTELS 2, ROZLOZSNIK 15, AHLBURG 1) vezethetők-e vissza, ma még nincs kiderítve. A turmalin a posztvulkánikus működés alkalmával felszálló gőzök, gázok és oldatok pneumatolitikus-hidatogén hatására keletkezett.

2.

Bindtbánya (Szepes m.) ércetelepeiben szintén előfordul a turmalin. Bindtbányáról COTTA és FELLEBERG (5) a következő ásványokat említik: barit, barnapát, kvarc, tetraedrit, kalkopirit, pirit, bornit, cuprit, tenorit, azurit, chalkopissit, tégláérc, malachit, hematit, limonit, aragonit, gipsz, turmalin, talk, földpát, klorit, antimonit, erythrin, chrysokolla. Azonban nem valószínű, hogy ezek mindegyike valójában megtalálható lenne.

KRENNER (10, 11) arzenopirit, pirit és kvarc előfordulásáról számolt be. SCHMIDT (18) a bindtbányai arzenopirit, turmalin, kalkcit, szfalerit, kalkopirit, tetraedrit, hematit, kvarc, aragonit (vasvirág) és sziderit kristálytani sajátosságait vizsgálta. ZIMÁNYI (22,

¹ A Kir. József-Műegyetem ásvány-földtani intézetében készült dolgozat.

23) az arzenopirit, cinnabarit, kvarc, sziderit, kalcit, azurit, malachit és pirit előfordulási körülményeit és kristálytani viszonyait ismertette.

3.

Az általam megvizsgált és az alábbiakban ismertetett bindtbányai turmalin sziderit, kvarc és ankerit társaságában fordul elő. A sziderit után kvarc, majd ankerit váltott ki és ezekbe ágyazódott a náluk idősebb keletkezésű turmalin. A szideritben turmalint csak igen keveset találunk s akkor is inkább a kvarc közvetlen közelében, de ott sem jelenik meg nagyobb mennyiségben. A sziderit és kvarc érintkezési felületén igen finom tűkből álló turmalin-réteg ismerhető fel. A kvareban már nagyobb, több mm hosszúságú turmalinkristályok találhatók. A jól kialakult kristályformákkal határolt turmalin a kvareban, de még inkább az ankeritben fordul elő.

4.

A kísérő ásványok sajátságait ismertetve megemlíthető, hogy a *sziderit* durvaszemű, sötét borsósárga romboederekből álló tömegben jelenik meg. ZIMÁNYI (23) sziderit kristályokat is tanulmányozott, s rajtuk az $r\{10\bar{1}1\}$ és $c\{0001\}$ formákat állapította meg. Nekem nem volt alkalmam szabad kristályokat megfigyelni. A bindtbányai szideritről két régebb kémiai áll rendelkezésünkre, melyek szerint annak összetétele:

I. (12)	II. (13)
Vasoxydul 53·01%	Vasoxydul 53·01%
Manganoxydul 3·24	Manganoxydul 2·67
Réz nyom —0·13	Kvarc és kovasav .. 18·00
Kovasav..... 18·00	Timföld 0·61
Timföld 0·61	Mész 2·34
Mész 2·34	Magnézia 3·60
Kénsav nyom.	Réz nyom.
Phosphorsav nyom.	Kén nyom.

A két elemzés bizonyos alkatrészeknél egyezést mutat, de az ásvány pontos kémiai ismeretéhez nem szolgáltat megfelelő adatokat. Kérésemre VAVRINECZ GÁBOR okl. vegyész-mérnök úr volt

szíves a bindtbányai szideritet megelemezni. Elemzési adatai a következők:

<i>CaO</i>	1·00 %	0·017	} 0·910
<i>MgO</i>	7·02	0·174	
<i>FeO</i>	51·07	0·711	
<i>MnO</i>	0·56	0·008	
<i>CO₂</i>	39·96		0·908
<i>H₂O</i> —110° C	0·08		
Kőzet	0·40		
	<hr/>	100·09	

illetve az alkatrészek karbonátokban kifejezve:

<i>CaCO₃</i>	1·79 %
<i>MgCO₃</i>	14·68
<i>FeCO₃</i>	82·35
<i>MnCO₃</i>	0·91
	<hr/>
	99·73

A *kvarc* tejfehér, helyenként víztiszta; szintén vaskos kifejlődésben található. ZIMÁNYI (23) színtelen kristályokon az $m\{10\bar{1}0\}$, $r\{10\bar{1}1\}$, $z\{01\bar{1}1\}$, $s\{11\bar{2}1\}$ alakokat állapította meg.

A régebbi szerzők (COTTA és FELLEBERG 5, VOM RATH 14, GRODDECK 7, ZEPHAROVICH 21, stb.) és utánuk az újabbak is (HINTZE 9, BARTELS 2) a turmalin harmadik kísérő ásványát kalcitnak minősítették, de az — miként kiderült — tulajdonképpen *ankerit*. Az ankerit szürkésfehér-fehér nagylevelű tömegeket alkot. Benne a turmalin elszórtan fordul elő és belőle sósavval könnyen kioldható. A bindtbányai ankeritet ugyancsak VAVRINECZ GÁBOR okl. vegyészmérnök úr volt szíves megelemezni. Elemzési eredményei az alábbiak:

<i>CaO</i>	27·01 %	0·482	} 0·509	} 0·991
<i>MgO</i>	8·92	0·221		
<i>FeO</i>	20·38	0·284		
<i>MnO</i>	0·28	0·004		
<i>CO₂</i>	43·36			0·985
<i>H₂O</i> —110° C	0·16			
Kőzet	0·12			
	<hr/>	100·23		

Karbonátok alakjában összetétele:

$CaCO_3$	48·23%
$MgCO_3$	18·65
$FeCO_3$	32·86
$MnCO_3$	0·45
		100·19

A bindtbányai ankerit képletét a $Ca(Fe, Mg, Mn)(CO_3)_2$ képlet fejezi ki, s BOŘICKÝ (3) nomenklaturája szerint normál-ankerit.

5.

A bindtbányai turmalin kristálytani sajátágaival először SCHMIDT SÁNDOR (18) foglalkozott, aki a tanulmányozott kristályokon az $\{11\bar{2}0\}$ és $\{10\bar{1}1\}$ formákat állapította meg.

Az általam megvizsgált kristályok koromfekete színű, élénk fényű tűk. Méretük igen változó. A sziderit és kvarc érintkezési felületén találhatók mikroszkópikus kicsinységűek, a kvarcban és ankeritben előfordulók 1—10 mm, ritkán 10 cm hosszúak és 0·1—1·5 mm átmérőjűek. Terminális lapokkal kifejlett kristályok rendkívül ritkák. Több száz kristály átvizsgálása alkalmával mindössze négy olyat találtam, melyeken terminális lapok is voltak.

A megfigyelt kristályformák a következők:

b	$\{11\bar{2}0\}$	hexagonális	prizma
R	$\{10\bar{1}1\}$	I. rendű trig.	piramis
e	$\{02\bar{2}1\}$	«	«

A kristályokon csakis az antilog polus volt kifejlődve.

A formák megállapítására szolgáló mért és KUPFFERTŐL (DANA 6), valamint WOROBIEFFTŐL (19) számított szögértékeket az alábbi táblázatban foglaltam össze, megjegyezvén, hogy a mért szögek többnyire KUPFFER, ritkábban WOROBIEFF számított értékeivel egyeznek, az eltéréseket a $\Delta \pm$ rovat tűnteti fel. n = a mérések száma.

			számított			
	mért	n	KUPFFER	$\pm A$	WOROBIEFF	$\pm A$
$b: b = (11\bar{2}0): (\bar{1}2\bar{1}0) = 59^{\circ}57'$		30	60°	$0^{\circ}03'$	60°	$0^{\circ}03'$
$: R =$	$: (10\bar{1}1) = 66^{\circ}56'20''$	6	$66^{\circ}34'$	$0^{\circ}22'20''$	$66^{\circ}23'12''$	$0^{\circ}33'08''$
$: e =$	$: (02\bar{2}1) = 51^{\circ}20'28''$	18	$51^{\circ}30'$	$0^{\circ}09'32''$	$51^{\circ}18'$	$0^{\circ}02'28''$
$R: e = (10\bar{1}1): (02\bar{2}1) = 38^{\circ}18'30''$		19	$38^{\circ}30'$	$0^{\circ}11'30''$	$38^{\circ}42'$	$0^{\circ}23'30''$
$R: e = (0\bar{1}11): (02\bar{2}1) = 73^{\circ}30'10''$		3	$73^{\circ}17'$	$0^{\circ}13'10''$	$73^{\circ}46'06''$	$0^{\circ}15'56''$
$: R =$	$: (1101) = 46^{\circ}21'$	6	$46^{\circ}52'$	$0^{\circ}31'$	$47^{\circ}13'39''$	$0^{\circ}52'39''$
$e: e = (02\bar{2}1): (2\bar{2}01) = 76^{\circ}12'10''$		6	77°	$0^{\circ}47'50''$	$77^{\circ}24'$	$1^{\circ}11'50''$

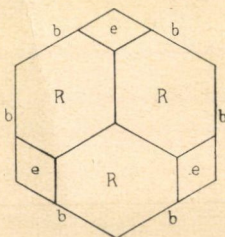
A mért szögértékeknek a számítottaktól való eltérésének okát a lapok kifejlődésében találjuk (l. alább). Az ingadozó szögértékek ellenére is megkíséreltem a legjobb $b:R$, $R:R$ és $R:e$ értékekből tengelyarányt számítani s ezek középértékét véve, $a:c = 1:0.44229$ lenne. Ez az érték a c -tengely hosszát oly rövidnek adja meg, hogy helyességét kétségbe kell vonnunk. Az $R:R = 46^{\circ}21'$ szögből $a:c = 1:0.44177$ lenne, amely még HAÜY (8) adataiból — $R:R = 46^{\circ}34'$ — számítható tengelyarálynál is kisebb, s általában a turmalin $a:c = 1:0.45$ körül ingadozó tengelyaránya alatt marad. A Fe -turmalinok — melyek közé a bindtbányai is tartozik — főtengelye a leghosszabb és a fenti értékek ezzel szemben rendellenesen alacsonyak.

6.

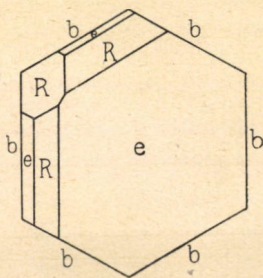
A lapok kifejlődéséről a következőket említhetem meg. A $b\{11\bar{2}0\}$ hexagonális prizma lapjai a főtengely irányában erősen rostozottak, ennek következtében többszörös reflexet adnak. A rostozás olykor oly erős, hogy a prizmalapok egymásba áthajlanak, a kristály majdnem hengeres kialakulású, a reflexek alig választ-
hatók el egymástól. Több kristályon észleltem, hogy a prizma élszögei sextánsoként változnak, az egyik sextánsban 60° -on alulmaradnak, a másikban felülemelkednek; a 60° -on felüli szögértékű sextánszal szemben 60° -nál kisebb szögű fekszik szemben.

Az $R\{10\bar{1}1\}$ I. rendű trig. piramis többnyire síma, de gyenge reflexeket szolgáltató lapokkal minden kristályon megjelent. Az $R\{10\bar{1}1\}$ lapjai rendszerint nagyobbak, mint az $e\{02\bar{2}1\}$ lapjai (l. ábra). Az $e\{02\bar{2}1\}$ ugyancsak minden kristályon fellépett. Lapjai kicsinyek, olykor símák, többnyire azonban érdes felületűek; reflexük

igen gyenge. Egy kristályon az $e\{02\bar{2}1\}$ egyik lapja oly erős kifejlődésben jelent meg, hogy a kristály vésőalakot mutatott. Az uralkodó lap a $[b:e = 11\bar{2}0:02\bar{2}1]$ éllel párhuzamosan rostozott és érdes felületű volt, mellette a forma másik két lapja keskeny, csíkalakú kifejlődésben lépett fel. Ezen a kristályon az $R\{10\bar{1}1\}$



1. ábra.



2. ábra.

szintén három, de alárendelt nagyságú, gyenge reflexű lappal szerepelt (2. ábra).

A bindtbányai turmalinnak sem az $R\{10\bar{1}1\}$, sem az $e\{02\bar{2}1\}$ formáin lapjárulékok (akcesszoriák) — mint amilyenek pl. a Minas Geraes-i kristályokon vannak (17) — nem figyelhetők meg.

7.

A bindtbányai turmalin optikai sajátságait tekintve, ásványunk színe koromfekete, fénye élénk üvegfény, átlátszatlan. Vékony csiszolatban a kristályok a c -tengellyel párhuzamosan zónás felépítésűeknek látszanak. Belsejük világos sárgásbarna, szélük sötétbarna, melyben világosbarna csíkok húzódnak.

Pleochroizmus igen erős; a vastagabb csiszolatokban ω = sötétbarna—fekete, ε = világos sárgásbarna, a kisebb vastagságú csiszolatokban ω = kékes sötétzöld, ε = kékes árnyalatú világoszöld. Az abszorpció: $\omega > \varepsilon$. Az abszorpció alapján a bindtbányai turmalin WÜLFING (20, p. 63) osztályozása szerint a zöldesfekete *schörl*-típusához tartozik. Ezek porszíne szürke—fekete; a bindtbányai kristályoké fekete.

A fény- és kettőstörés gyenge. WÜLFING (20) összefüggést állapított meg a turmalinok vastartalma, kettőstörése és fajsúlya közt. Emelkedő vastartalom esetén emelkedik a kettőstörés nagysága és a fajsúly, növekvő fajsúly a kettőstörés növekedésével jár. E viszonyokat diagrammokban is ábrázolta, az Fe_2O_3 és FeO mennyiségét fémvassá számítva át és hozzáadva a fém-mangán tartalmat is. A bindtbányai turmalin titrimetriásan meghatározott Fe_2O_3 tartalma 13·6 %, ami 9·5 % fémvastartalomnak felel meg. Ennek az adatnak felhasználásával a diagrammokból a fajsúlyra 3·155, a kettőstörésre $\omega - \varepsilon = 0\cdot0250$ értékeket kapunk. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a WÜLFING-féle diagrammokban az ordinátákon mindig az $Fe + Mn$ szerepel, de a bindtbányai turmalinnál csak az Fe mennyisége ismeretes, aminek megfelelően úgy a kettőstörésnek, mint a fajsúlynak a diagrammokból leolvasott értékei a valódiaknál nagyobbak, amiként azt a kísérletileg megállapított fajsúlynál látjuk is.

A bindtbányai turmalin fajsúlya 3·0564 (15° C hőmérsékleten). A 3·0564 fajsúlynak WÜLFING táblázatában tökéletesen megfelel a Ceylon-ról származó világos zöldessárga magnézia-turmalin fajsúlya (20, p. 88), amelyre vonatkozólag a kettőstörés $\omega - \varepsilon = 0\cdot0202$. A fajsúly és kettőstörés viszonyát feltűntető diagrammból a 3·0564 fajsúlynak grafikusán az $\omega - \varepsilon = 0\cdot0200$ érték olvasható ki. (20, p. 92) E két igen jól egyező és az Fe -tartalom alapján nyert értékek tekintetbevételével a kettőstörés $\omega - \varepsilon = 0\cdot0200$.

8.

A tanulmányozott anyagot dr. ZIMÁNYI KÁROLY úr, a Magyar Nemzeti Múzeum ásvány-öslénytárának igazgatója gyűjtötte és engedte át vizsgálatra, ezért hálás köszönetemet e helyen is kifejezni kedves kötelességem. Öszinte köszönetem nyilvánítom VAVRINECZ GÁBOR okl. vegyész-mérnök úrnak, aki a sziderit és ankerit elemzéseket elvégezni szíves volt; köszönetet mondok TÓTH EDÉ m. kir. fővegyész úrnak, aki a turmalin fajsúlyát és vastartalmát határozta meg.

Irodalom.

1. AHLBURG J.: A felsőmagyarországi Érchegység értermőhelyei. A m. kir. Földtani Intézet Évkönyve. 1912—1913. 20. p. 329—357. — Über die Natur u. das Alter der Erzlagerstätten des oberungarischen Erzgebirges. Mitt. aus d. Jahrb. d. kgl. ung. Geol. Anstalt. 1912—1913. 20. p. 375—408.
2. W. BARTELS: Die Spateisenstein-Lagerstätten des Zipser Komitates in Oberungarn. Archiv. f. Lagerstätten-Forschung. Heft. 5. Herausgeg. von d. Königl. Preuss. Geol. Landesanst. Berlin 1910. p. 50—58.
3. E. BOŽICKÝ: Ueber einige ankeritähnliche Minerale der silurischen Eisensteinlager u. der Kohlenformation Böhmens und über die chemische Konstitution der unter dem Namen Ankerit vereinigten Mineralsubstanzen. Jahrb. d. k. k. Geol. Reichsanst. Wien. 1876. 26. Min. Mitt. p. 47.
4. BÖCKH H.: A gömörmegyei Vashegy és Hradek környékének geológiai viszonyai. A m. kir. Földtani Intézet Évkönyve. 1902—1905. 14. p. 59—80. — Die geol. Verhältn. des Vashegy, des Hradek und der Umgebung dieser (Komitat Gömör). Mitt. aus d. Jahrb. d. kgl. ung. Geol. Anst. 1902—1906. 14. p. 63—98.
5. B. v. COTTA u. E. FELLEBERG: Die Erzlagerstätten Ungarns u. Siebenbürgens. Freiberg, 1862. p. 108—110. és 192.
6. E. S. DANA: The system of mineralogy. New York. 1892. p. 551.
7. A. v. GRODDECK: Ueber die Gesteine der Bindt in Ober-Ungarn. Jahrb. d. k. k. Geol. Reichsanst. Wien. 1885. 35. p. 663—676.
8. R. J. HAÜY: Traité de mineralogie. Paris, 1822—1823. II. ed. III. köt. p. 14.
9. C. HINTZE: Handbuch d. Mineralogie. Leipzig, 1897. II. köt. p. 340.
10. KRENNER J. S.: Baryt Dognácskáról, Arzénkovand, Pyrit, Kvarc Bindtről. Földtani Értesítő. 1880. 1. p. 33.
11. J. KRENNER: Min. Mitt. aus Ungarn. Centralbl. f. Min. Abt. A. 1929. p. 31.
12. MADERSPACH L.: Albrecht főherceg vasércbányái Szepes megyében. Bányászati és Kohászati Lapok. 1876. 9. p. 32—35.
13. MADERSPACH L.: Magyarország vasércfekehelyei. Budapest, 1880. p. 58.
14. G. vOM RATH: Bericht über eine geol. Reise nach Ungarn im Herbst 1876. Verhandl. d. naturhist. Ver. d. preuss. Rheinlande u. Westfalens. Bonn, 1877. p. 9.
15. ROZLOZNIK P.: Aranyida bányageológiai viszonyai. A m. kir. Földtani Intézet Évkönyve. 1912. 19. p. 242. — Die montangeol. Ver-

háltnisse von Aranyida. Mitt. aus d. Jahrb. d. kgl. ung. Geol. Anst. 1911—1912. **19.** p. 265—400.

16. SCHAFARZIK F.: Adatok a Szepes-Gömöri Érchegység pontosabb geológiai ismeretéhez. Math. és Természettudományi Értesítő. 1904. **22.** p. 414—447. — Daten zur genaueren Kenntnis d. Szepes-Gömörer Erzgebirges. Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn. 1905. **23.** p. 225.

17. A. M. SCHÄFER: Über Turmalin. Neues Jahrb. f. Min. etc. 1932. Beil. Bd. **65.** p. 129—171.

18. SCHMIDT S.: Ásványtani közlemények. Természettudományi Füzetek. 1886. **10.** p. 20. — Mitt. über ungarische Mineralvorkommen. Zeitschr. f. Krist. 1887. **12.** p. 103.

19. V. v. WOROBIEFF: Krystallographische Studien über Turmalin von Ceylon und einigen anderen Vorkommen. Zeitschr. f. Krist. 1900. **33.** p. 263—454.

20. E. A. WÜLFING: Über einige krystallographische Konstanten des Turmalins und ihre Abhängigkeit von seiner chemischen Zusammensetzung. Stuttgart, 1900.

21. V. v. ZEPHAROVICH: Min. Lexikon. Wien, 1893. III. köt. p. 230.

22. ZIMÁNYI K.: A Szepes-Gömöri Érchegység néhány kristályodott pyritjéről. Math. és Természettudományi Értesítő. 1918. **36.** p. 425. — Über einige Pyrite aus dem Zips-Gömörer Erzgebirge. Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn. 1926. **33.** p. 49.

23. ZIMÁNYI K.: Ásványtani közlemények a Szepes-Gömöri Érchegységből és a Délkeleti Felföldről. Annales Mus. Nat. Hung. 1922. **19.** p. 92—93.

(A M.T. Akadémia III. osztályának 1933. évi márc. 13-án tartott üléséből.)

TURMALIN VON BINDTBÁNYA.

Von L. TOKODY.

Der Turmalin von Bindtbánya (Komitat Szepes, Ungarn) kommt in der Eisenspatlagerstätten mit Eisenspat, Quarz und Ankerit als die älteste Bildung vor. Die 1—10 mm, manchmal 10 cm lange und 0·1—1·5 mm dicke Kristalle sind in den Begleitmineralien eingewachsen. Der Eisenspat und Ankerit wurde analysiert, die diesbezügliche Angaben sind in dem ungarischen Text (Seite 651—653) zu finden. Am Turmalin traten die Formen $b\{11\bar{2}0\}$, $R\{10\bar{1}1\}$ und $e\{02\bar{2}1\}$ auf. Spez. Gewicht des Turmalin ist 3·0564 (bei 15° C) und Fe_2O_3 -Gehalt 13·6 % (= 9·5 % Fe). Die Kristalle sind schwarz, glasglänzend, undurchsichtig. Die Farbe des Pulvers ist schwarz. Die Kristalle zeigten u. d. M. einen zonalen Aufbau längst der Hauptachse; das Innere ist hellbraun, das Äussere dunkelbraun mit hellbraunen Streifen. Pleochroismus stark, ω = dunkelbraun—bläulich dunkelgrün—schwarz, ε = gelblich braun—bläulich grün. Absorption: $\omega > \varepsilon$. Aus dem spez. Gewicht und Fe-Gehalt ist die ermittelte Doppelbrechung — nach WÜLFING'sche Diagramme — $\omega - \varepsilon = 0·0200$.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. März 1933.)

A GÖMÖRMEGYEI SAJÓHÁZA ÉS ROZSNYÓ SZFALERITJE.

REICHERT RÓBERT-től.

Mindkét előfordulás régtől fogva ismert, gazdag ásványlelőhely. A lencsealakú vaspát-teleptelések SCHAFARZIK¹ szerint epigenetikus eredetűek; e telérek a porfiroidpalákban azokat az üregeket töltik ki, melyek a rétegeződés irányában végbement gyűrődések és diszlokációk (csuszamlások) következtében keletkeztek. A vaspáttelek keletkezését BÖCKH HUGÓ a gránit-intruzióval kapcsolatos termális hatásokra vezeti vissza; a diszlokációk szerint csak később, az ércképző periodus befejeződése után történtek.² A Szepes-Gömöri-Érchegység érctelepeinek keletkezésére és korára vonatkozó újabb adatokat ROZLOZSNIK³ és AHLBURG⁴ munkáiban találjuk.

A bányászat a szideritet termeli ki, azonban kisebb mennyiségben kalkopiritet, tetraedritet és piritet is nyernek. Évszázadokkal ezelőtt Rozsnyó környékén réz-, ezüst- és aranybányászat folyt, később antimonra bányásztak.⁵

¹ SCHAFARZIK F.: Adatok a Szepes-Gömöri Érchegység pontosabb geológiai ismeretéhez. (Math. és Term. tud. Ért. XXII. 414—47. old. 1904.)

² BÖCKH H.: A gömörmegyei Vashegy és a Hradek környékének geológiai viszonyai. (Földt. Int. Évk. XIV. 57—80. old. 1905.)

³ ROZLOZSNIK P.: Aranyida bányageológiai viszonyai. (Földt. Int. Évk. XIX. 233—354. old. 1912.)

⁴ AHLBURG J.: A felsőmagyarországi Érchegység érctermőhelyei. (Földt. Int. Évk. XX. 327—57. old. 1913.)

⁵ MADERSPACH L.: A rozsnyói antimonbányászat. (Bányász. és Koh. Lapok. VIII. 1875.)

— A rozsnyói bányászat történetéhez. (Bányász. és Koh. Lapok. XII. 1879.)

Csekély mennyiségű kobalt- és nikkelérceken kívül a fenti lelőhelyekről a következő ásványok voltak régebben ismeretesek: arany, higany, amalgam, antimonit, szfalerit, cinnabarit, kalkopirit, pirit, arzenopirit, bournonit, tetraedrit, kvarc, kuprit, tenorit, hematit, limonit, sziderit, malachit, azurit, turmalin, krizokolla és barit. A következőkben leírt stufák ZIMÁNYI KÁROLY nemzeti múzeumi igazgató úr gyűjtéséből valók, ő volt szíves megvizsgálás végett azokat átengedni. Fogadja ezért e helyen is halás köszönetemet.

Sajóháza és Rozsnyó ásványait MELCZER G. ismertette,¹ beható kristálytani vizsgálatokat ZIMÁNYI K. végzett rajtuk.² A rozsnyói tetraedrit és arzenopirit kémiai összetételét ZSIVNY V. tisztázta.³ Érdekes wolnyn-típusu baritot Rozsnyóról VENDL MÁRIA⁴ írt le. ZIMÁNYI vizsgálataiból a következő ásványokat ismerjük: galenit, szfalerit, pirit, arzenopirit, pirrhotin, kalkopirit, tetraedrit, bournonit, kvarc, malachit, muszkovit, barit, kalcit és antimonit. A szfaleriten ZIMÁNYI az {100}, {110}, {410}, {320} formákat állapította meg, továbbá görbültlapú s közelebbről meg nem határozható trigondodekaédert és kis lapokkal fellépő tetraédert.

Az újabban gyűjtött anyagon a következőket figyelhetjük meg.

a) Sajóháza.

A Bernárdi-telérből származó szfalerit-kristályok 1—2 cm nagyságú, szürkés sárgásbarna vaspátromboédereken ülnek. A nagyobb (3—5 mm nagyságú) kristályok csaknem fémfényűek és

¹ MELCZER G.: Gömör vármegye ásványai. (Budapest, 1907.) Ref. Z. f. Krist. Bd. 47. p. 296.

² ZIMÁNYI K.: Adatok Rozsnyó ásványainak ismeretéhez. (Annal. Musei Nat. Hung. XIII. 557—576. old. 1915.)

— Arsenopyrit und Bournonit von Rozsnyó. (Z. f. Krist. Bd. 54. p. 578—583. 1915.)

— Ásványtani közlemények a Szepes-Gömöri Érchegységből és a Délkeleti Felföldről. (Annal. Musei. XIX. 78—102. old. 1922.)

³ ZSIVNY V.: Gömör megyei ásványok kémiai elemzése. (Annal. Musei. XIII. 577—597. old. 1915.)

⁴ VENDL MÁRIA: Baryt Gömörrákosról, Rozsnyóról és Felsőbányáról. (Annal. Musei. XIX. 113—122. old. 1922.)

feketék, a kisebbek (1—2 mm nagyságúak) gyémántfényűek, áttetszőek, színük barnásvörös vagy vérvörös. A 22 megvizsgált, formagazdagabb kristályon jelenlévő alakokról és gyakoriságukról a következő táblázat tájékoztat:

Forma	Hány kristályon szerepelt	p	Forma	Hány kristályon szerepelt	p
h $\{100\}$	22	100,0	σ $\{8\bar{3}3\}$	6	27,3
d $\{110\}$	22	100,0	β $\{5\bar{2}2\}$	4	18,2
k $\{410\}$	1	4,5	i $\{2\bar{1}1\}$	2	9,0
o' $\{1\bar{1}1\}$ (?)	2	9,0	p $\{2\bar{2}1\}$	6	27,3
o $\{111\}$	1	4,5	s $\{3\bar{2}1\}$	1	4,5
m $\{3\bar{1}1\}$	10	45,4	$*$ $\{972\}$	1	4,5

Főnövekedési alak a rombdodekaéder, mely gyakran látszólag csak egymagában jelenik meg. Lapjai rendszeren símák, ritkábban finoman rostozottak vagy lapismétlődés miatt lépcsőzetesek. Egyes kristályok a trigonális tengely irányában torzulást szenvedtek. A kocka keskeny hatszögű, elég jól tükröző lapokkal lép fel. Mindkét említett forma tehát jó mérési eredményeket szolgáltat, meghatározott hajlásszögeik általában alig néhány perccel térnek el a számított értékektől. A kocka a triakisztetraéder-formákkal együtt jelenik meg. Ez utóbbiak lapjai csaknem mindig egyenetlenek, görbültek, ritkábban lépcsősen rostozottak, nehezen mérhetők. A tetraédert a negatív téroktánsokban nem lehetett biztosan megállapítani: két kristályon az $(1\bar{1}1)$ helyén igen gyenge reflexek ugyan megjelentek, azonban magát a tetraéderlapot, mely a görbült lapú trigondodekaéderhez közvetlen csatlakozik, észrevehetően nem lehet megkülönböztetni. A jól mérhető pozitív tetraéder lapjai kicsinyek. Tetrakiszhexaéder csak egy darabon fordult elő (Bernárbánya, VIII. szint a 2. siklónál). Egyébként úgy látszik, hogy ezt a formát a $\{hll\}$ formák kifejlődésében elnyomják. Egyes kristályokon jól tükröző lapokkal deltoiddodekaéder jelenik meg, egy téroktánsban azonban rendszeren csak egy kis lapja fejlődik ki. A hexakisztetraéderek keskeny lapjai részben símák, részben görbültek, a triakisztetraéder lapjai mellé illeszkednek; finoman rostozottak. A $*$ -gal jelölt hexakisztetraéder lapjai görbültek, finoman rostozottak. A mért hajlásszögek a $\{972\}$ forma szögeivel egyeznek.

E forma a szfalerit formái között új,¹ azonban mivel a lapok rostozottsága és görbültsége miatt a reflexek nem voltak kifogástalanul élesek, ez új formát a «bizonytalan» formák csoportjába kell soroznunk.

(111) szerinti ikrek gyakoriak.

A kristályok felállítása, a negatív formák kijelölése amaz elvek szerint történt, amelyeket SADEBECK és BECKE nyomán újabban G. KALB a növekedési jelenségek alapján megállapított.²

A mért és számított³ szögadatokat a következő táblázat foglalja össze:

(100): (410)=13°45' 14°02'11''	(110): (410)= 31°20' 30°57'50''
: (1 $\bar{1}$ 1)=54°14' 54°44'08''	(1 $\bar{1}$ 0): (1 $\bar{1}$ 1)= 35°59' 35°15'52''
: (3 $\bar{1}$ 1)=25°02' 25°14'22''	: (3 $\bar{1}$ 1)= 31°21' 31°28'56''
: (8 $\bar{3}$ 3)=27°43' 27°56'20''	: (8 $\bar{3}$ 3)= 30°36' 30°48'00''
: (5 $\bar{2}$ 2)=28°56' 29°29'46''	: (5 $\bar{2}$ 2)= 30°28' 30°29'55''
: (2 $\bar{1}$ 1)=35°17' 35°15'52''	: (2 $\bar{1}$ 1)= 29°55' 30° 0'00''
: (2 $\bar{2}$ 1)=48°17' 48°11'23''	: (2 $\bar{2}$ 1)= 19°31' 19°28'16''
: (3 $\bar{2}$ 1)=36°26' 36°41'57''	: (3 $\bar{2}$ 1)= 19°51' 19°06'24''
: (972)=38°49' 38°58'10''	: (972)= 12° 0' 12°12'59''
(0 $\bar{1}$ 1): (3 $\bar{1}$ 1)=64°36' 64°45'38''	(100): ($\bar{1}$ 00)= 70°35' 70°31'44''
(100): (1 $\bar{2}$ 2)=70°16' 70°31'44''	(110): ($\bar{1}$ 10)=109°31' 109°28'16''
(9 $\bar{2}$ 7): (4 $\bar{1}$ 0)=37°30' 37°14' 6''	

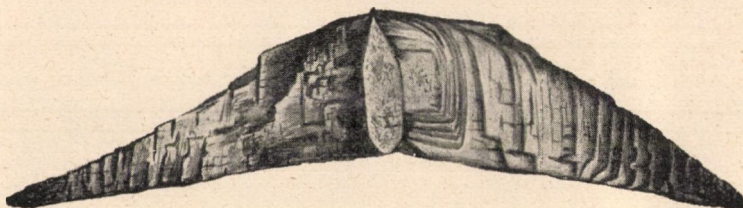
Kísérlet történt a görbültlapú $\{h\bar{l}l\}$ formák pontosabb meghatározására is. E formák lapjai tudvalevően boltozathoz hasonlóan hajlottak, gyakran bemélyedések húzódnak rajtuk keresztül, melyek miatt egyenetlen lépcsős felületűek (1. ábra). Ha méréskor az általuk szolgáltatott szalagreflexben az összes világosabb helyeknek megfelelő szögértékeket megfigyeljük, azt tapasztaljuk, hogy e szögadatok az egyszerű indexű formákon kívül oly formáknak felelnek

¹ V. GOLDSCHMIDT: Atlas der Krystallformen. Bd. IX. p. 108—116. Heidelberg. 1923.

² G. KALB: Zur Kristallmorphologie der Zinkblende unter besonderer Berücksichtigung der Vizinalerscheinungen. (Z. f. Krist. Bd. 76. p. 386—395. 1931.)

³ SCHMIDT S.: Egyenlő lapszögek . . . etc. (Math. és Term.-tud. Ért. XIII. 331—362. old. 1895.)

meg, melyek a $(3\bar{1}1)$ — $(2\bar{1}1)$ vicinális formáinak tekinthetők. Akadálytalan továbbnövekedés esetén ezek a vicinális alakok természetesen eltűnnek, s csak az egyszerű indexű formák találhatók



1. ábra. A boltozatosan hajlott triakisztetraéder-lapok kifejlődése (binokuláris mikr. alatt). Középen a kocka s'ima, keskeny lapja. A triakisztetraéder-lapokon érdekes és jellemző lépcsős egyenetlenség és növekedési alakok figyelhetők meg.

meg. Az említett szögértékek meglehetősen ingadoznak, azonban közelítőleg egyeznek a következő formák adataival (a formákat gyakoriságuk sorrendjében állítottuk össze):

Hajlásszög (100)-hoz

mért szögek középértéke	számított szögérték	a megfelelő forma	mérések száma
$27^{\circ}43'$	$27^{\circ}56'20''$	$\{8\bar{3}3\}$	23
$28^{\circ}56'$	$29^{\circ}29'46''$	$\{5\bar{2}2\}$	9
$37^{\circ}53'$	$38^{\circ}9'23''$	$\{9\bar{5}5\}$	13
$31^{\circ}55'$	$32^{\circ}9'8''$	$\{9\bar{4}4\}$	8
$40^{\circ}55'$	$40^{\circ}18'56''$	$\{5\bar{3}3\}$	5
$30^{\circ}55'$	$31^{\circ}13'11''$	$\{7\bar{3}3\}$	4
$22^{\circ}26'$	$22^{\circ}0'6''$	$\{7\bar{2}2\}$	4

Ezeknek az alakoknak, mint kristályformáknak, nem tulajdonítunk jelentőséget. Csupán azért említettük meg őket, mert újabb vizsgálatok szerint ¹ egy ásvány bizonyos vicinális formaképzésre való hajlamossága egy-egy lelőhelyre jellemző sajátság lehet.

A megvizsgált sajjóházai szfalerit kémiai elemzését SZARVAS PÁL

¹ TOKODY L.—FRANZENAU Á.: Kristall. Untersuchungen ung. Mineralien. (Math. u. Naturwiss. Berichte aus Ungarn. Bd. 38. p. 239. Budapest, 1931.)

készítette.¹ A három analízis jól egyező eredményeinek középértéke a következő:

<i>Zn</i>	65.58 %
<i>Fe</i>	1.46 «
<i>Cd</i>	nincs
<i>Sb</i>	nyomok
<i>S</i>	32.50 %
Oldhatlan	0.19 «
Összesen	99.73 %

Lelőhely: Bernárdi-telér, Sajóháza.

b) Rozsnyó.

A Szadlovsky-bányából származó stufákon az 1—2 mm nagyságú, barnássárga- vagy vörösbarnaszínű szfaleritkristályok kalkopiriten, tetraedriten és chalibiten ülnek, kvare és barit kíséretében. Rajtuk a következő formákat találjuk:

$$h \{100\}, d \{110\}, o \{111\}, k \{410\}, \beta \{5\bar{2}2\}, z \{8\bar{1}1\}.$$

Főnövekedési alak szintén a rombdodekaéder. A tetrakisshexaéder a hat megvizsgált kristály közül három kristályon volt megfigyelhető. E forma lapjai az $[100:110]$ élekkel párhuzamosan finoman rostozottak. A pozitív tetraéder lapjai kifogástalanul símák. Az $(5\bar{2}2)$ egyenetlen és rostozott lapokkal lép fel, a $(8\bar{1}1)$ keskeny lapjai símák. (111) szerinti ikrek gyakoriak.

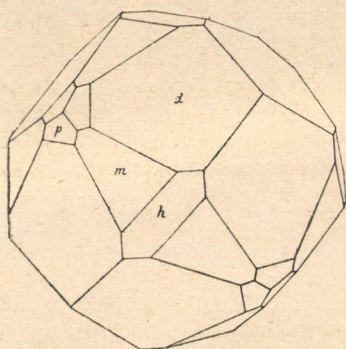
A mért és számított szögadatok a következők:

	mért	számított		mért	számított
$(100): (110)$	$=45^\circ 1' 45''$	$45^\circ 0' 0''$			
: (410)	$=13^\circ 47' 14''$	$14^\circ 2' 11''$	$(110): (410)$	$=31^\circ 3'$	$30^\circ 57' 50''$
: (111)	$=54^\circ 48' 54''$	$54^\circ 44' 8''$: (111)	$=35^\circ 14'$	$35^\circ 15' 52''$
: $(5\bar{2}2)$	$=29^\circ 18' 29''$	$29^\circ 29' 46''$	$(1\bar{1}0): (5\bar{2}2)$	$=30^\circ 39'$	$30^\circ 29' 55''$
: $(8\bar{1}1)$	$=10^\circ 6' 10''$	$10^\circ 1' 30''$: $(8\bar{1}1)$	$=38^\circ 8'$	$38^\circ 25' 54''$
$(101): (014)$	$=47^\circ 6' 46''$	$46^\circ 41' 13''$	$(0\bar{1}1): (5\bar{2}2)$	$=60^\circ 28'$	$60^\circ 30' 14''$
			: $(8\bar{1}1)$	$=79^\circ 36'$	$79^\circ 58' 30''$

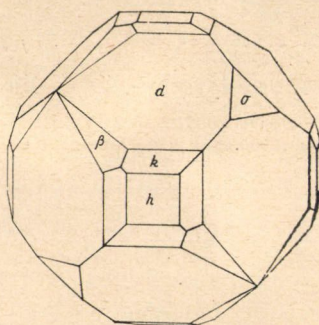
¹ A közölt elemzést SZARVAS PÁL gyak. tanár úr volt szíves elkészíteni; külön ellenőrzővizsgálatokat *Cd*-ra és *Sb*-ra még dr. HEGEDŰS MARGIT tanársegéd úrnő végzett. Fogadják mindketten, valamint dr. WINKLER LAJOS egyet. ny. r. tanár úr, akinek intézetében a kémiai vizsgálatok készültek, ezen a helyen is leghálásabb köszönetemet.

Az ismertetett lelőhelyekről származó szfaleritkristályok *formai kifejlődését* illetően megállapítható, hogy a rombtizenkettős uralkodó alakja mellett Sajóháza kristályain a görbült $\{h\bar{l}\}$ formák látszólag gyakoribbak, míg Rozsnyó alakjai között a $\{hk0\}$ fellépése általánosabb. A gyakoribb formák kölcsönös kifejlődését lelőhelyek szerint a rajzok (2. és 3. ábra) szemléltetik.

A *termettípust* (Trachttyp) illetően a sajóházai és rozsnyói szfalerit a *dodekaéderes*, tehát a *minerogenetikailag ifjabb típus-hoz* tartozik, melyet az $\{110\}$ növekedési főforma jellemez. Ezt a típust



2. ábra. Sajóházai kristálytípus.



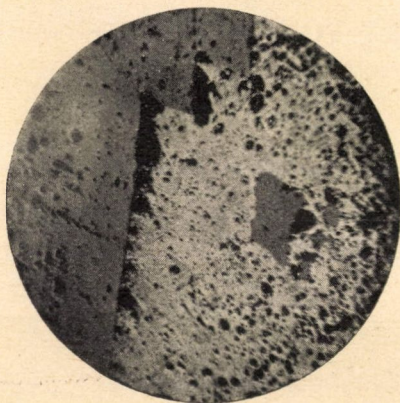
3. ábra. Rozsnyói kristálytípus.

G. KALB és L. KOCH¹ — akik a szfalerit termeti kialakulása és genetikája közti összefüggést tisztázták — *Alston Moor-típus*-nak nevezik. E típus vázolt termeti kialakulása a sziderites, fluorbaritos és metasomatikus Pb—Zn-érctelepekre jellemző. Vele szemben több ismert magyar lelőhely szfaleritja (Nagytarna, Felsőbánya, Nagybánya, Rodna, Kapnikbánya, Selmecbánya) a minerogenetikailag idősebb («Schlaggenwald»)-típushoz tartozik, melynek kubo-oktaéderes termete viszont szulfidos Pb—Zn-érctelepekre jellemző.

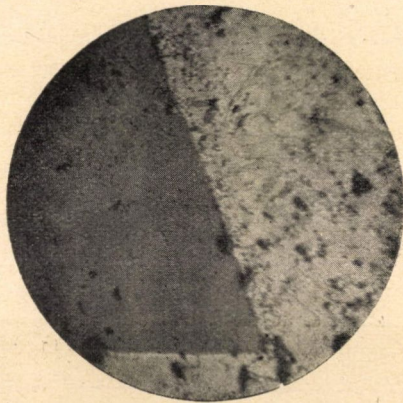
A sajóházai Bernárdi-telér egyik darabjából készült éreccsiszlaton látható, hogy a szfalerit nagyszámú szideritzárványt tartalmaz (4. ábra); a két ásvány határa közelében a szfalerit a benne levő vaspáttörmeléktől mikrobeccsás szerkezetű (5. ábra). A zár-

¹ G. KALB—L. KOCH: Die Kristalltracht der Zinkblende in minerogenetischer Betrachtung. (Clb. f. Min. 1929. A. p. 353—357.)

ványokat alkotó darabokat a szfalerit, mint a szukcesszióban fiatalabb ásvány, növekedése közben a már meglevő szideritből szakította le és kebelezte magába. Igen ritkán, szabálytalan elrendező-



4. ábra.



5. ábra.

Sajóházai darab ércmikroszkópi képei. A vaspát sötétszürke, a szfalerit világosszürke. Láthatók a szfaleritban a szögletes szideritzárványok, az 5. ábrán a sziderit határa mentén az apró vaspáttörmelék, melytől a szfalerit mikrobeccsás szerkezetű. (Lin. nagyítás 1:15.)

désben parányi xenomorf kalkopiritszemecskéket is találunk a szfalerit zárványaképpen. A szfalerit egyébként az éremikr. a. világosszürke, + Nic. között a belső reflexió következtében sárgás barna.

(Készült a Budapesti Kir. Magy. Pázmány Péter Tudományegyetem Ásványközettani Intézetében.)

ÜBER DEN SPHALERIT VON SAJÓHÁZA UND ROZSNYÓ (KOM. GÖMÖR, OBERUNGARN).

Von R. REICHERT.

Es wurde an neuem und von Herrn Museumdirektor K. ZIMÁNYI gesammeltem Material die Zinkblende der genannten Fundorte untersucht. Als Hauptwachstumsform ist der Rhombendodekaeder zu beobachten. Gefundene und beschriebene Formen von Sajóháza sind: $\{100\}$, $\{110\}$, $\{410\}$, $\{111\}$, $\{3\bar{1}1\}$, $\{8\bar{3}3\}$, $\{5\bar{2}2\}$, $\{2\bar{1}1\}$, $\{2\bar{2}1\}$, $\{3\bar{2}1\}$, $\{972\}$. Letztere Form ist für Zinkblende neu, wird aber wegen ihre gewölbten und gerieften Flächen, die nicht tadellose Messungswerte geben, nur als «unsichere» Form eingeführt. Die Untersuchung der gewölbten (*hll*) Formen führte zu gewissen Vizinal-Formen von $\{3\bar{1}1\}$ — $\{2\bar{1}1\}$; als solche können betrachtet werden: $\{8\bar{3}3\}$, $\{5\bar{2}2\}$, $\{9\bar{5}5\}$, $\{9\bar{4}4\}$, $\{5\bar{3}3\}$, $\{7\bar{3}3\}$, $\{7\bar{2}2\}$. Die chemische Analyse der Zinkblende wurde von Herrn PAUL SZARVAS durchgeführt (Ergebnisse s. S. 6.); *Cd* nicht vorhanden, *Sb* in Spuren. Formen von Rozsnyó: $\{100\}$, $\{110\}$, $\{111\}$, $\{410\}$, $\{5\bar{2}2\}$, $\{8\bar{1}1\}$. Die Zinkblende beider Fundorte gehört dem Trachttyp «Alston Moor» (nach G. KALB u. L. KOCH), d. h. dem minerogenetisch jüngeren Typ an, abweichend von anderen, aufgezählten ungarischen Fundorten. Der Erzanschliff (Fundort Sajóháza) zeigt, dass die Zinkblende mikrobrecceiähnliche Einschlüsse von Eisenspat enthält.

Vollinhaltlich erschienen im Centralblatt f. Min. Bd. 1932. p. 426—432.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der
Wissenschaften vom 23. Mai 1932.)

A BALATONVIDÉK NÖVÉNYSZÖVETKEZETEINEK SZOCIOLOGIAI ÉS ÖKOLOGIAI JELLEMZÉSE.¹

B. SOÓ REZSŐ-től.

A tihanyi Biológiai Kutatóintézetben megkezdett vegetáció-tanulmányaimról akarok rövid áttekintést nyújtani, az egyes növénytársulások tömör szociológiai és ökológiai jellemzésével. 1927 őszétől 1929 teléig mint az intézet adjunktusa, majd 1930 és 1931 nyarán néhány hétig, mint annak vendége, folytattam a Balatonvidéken vegetációtanulmányaim; sajnos, eredeti tervemet nem valósíthattam meg. A kitűzött ökológiai problémákhoz, amelyek összessége a növénytársulások synökológiájának teljes képét nyújthatta volna, több egész évi munka szükséges, amit csak állandóan a területen tartózkodó kutató valósíthat meg, modern felszereléssel. Hiszen a legtöbb kérdés állandóan ismétlődő vizsgálatokat kíván, mint például a talajaciditás vizsgálata, a pH értékek periodikus változásával kapcsolatban. Mivel erre előreláthatólag nem lesz alkalmam, a következőkben közlésem töredékes vizsgálataim eredményeit, amelyek különösen az egyes növénytársulások talajviszonyaira (mész, ill. karbonáttartalom és szabad aciditás, mint szociológiai vonatkozásban legfontosabb tényezők) és mikroklimatikus tényezőire (fényigény, párolgás: evaporáció stb.) vonatkoztak, — amennyiben ezek az eredmények a növénytársulások jellemzésére felhasználhatók. Az eredeti kísérleti és mérési eredmények táblázatos és grafikus alakban való

¹ Magában foglalja a Kísérleti ökológiai tanulmányok a Balatonvidéken 2. és 3. részét. 1. rész Math. Természettud. Ért. 1929. 602—614. (Soó XI.) Az 1928—29. évek rendszeres párolgásméréseinek táblázatait és grafikonjait talán lesz módomban közreadni.

publikációját itt nagyrészt mellőzöm. Kiegészítésül felhasználom H. WALTERnek, most a stuttgarti polytechnikum botanices professzorának a Balatonvidéken tett hydratura-vizsgálatait, mint amelyek a legjobb képet nyújtják az egyes növényyszövetkezetek alkotó elemeinek vízőkológiájáról.

Kielégítőbbek és teljesebbek a vegetáció összetételére vonatkozó eredményeim, amelyeket részletesen, a felvételezett asszociációk teljes analizisével (asszociációlisták), a Magyar Biol. Kutatóint. Munkáiban (II—V. kötet) tettem közzé. Itt megelégszem az asszociációk alá tartozó egységek és a jellemző fajkombináció jállandó (K: 4—5, illetőleg gyakori, K: 3) fajok és karakterfajok] felsorolásával. Kutatásaim felölelték a Balatonvidék már nagyon megfigyelt természetes vegetációjának összes jelentős típusait, különösen az északi partra vonatkozólag. Természetesen vannak egyes, alárendeltebb szerepet játszó asszociációk, amelyek még nem kerültek felvételre. A szociológiai terminológiára vonatkozólag v. ö. Soó: Zur Nomenklatur und Methodologie der Pflanzensoziologie, 1927. Gragger-Gedenkbuch, Berlin. 234—252 és Geobotanische Monographie von Kolozsvár I. 1927. 5—9., továbbá Soó V.

A Balatonvidék növényföldrajzát BORBÁS VINCE írta meg, korának legértékesebb magyar geobotanikai munkájában, vegetációleírásai (p. 114—149., 256—280.) ma már elavultak, noha igen hasznos adatokat szolgáltatnak. BERNÁTSKY, BORBÁS művének német átdolgozásában (p. 5—71.) áttekinthetőbb képet nyújt s eredeti ökológiai megfigyelésekkel bővíti BORBÁS munkáját. Azóta MÁGOCSY—DIETZ és GÁYER dolgozataiban találunk vegetációleírásokat. (A Balatonvidékre vonatkozó 1900 utáni botanikai irodalmat l. Soó II. 185.) Florisztikailag ma a Balatonvidék hazánk egyik legjobban kikutatott területe, ami elsősorban BORBÁS érdeme, de 1900 után is jelentős florisztikai felfedezések gazdagították a balatonvidéki flóra ismeretét. (Összeállítva Soó II. 169—171.) Magam is kb. 25 a területre új virágos növényt mutattam ki, a terület flórájára vonatkozó új adatokat l. Soó I. 135—136., II. 172—177., III. 316.

Területünk flórájának változatosságát annak köszönheti, hogy a Balaton körül a magyar (pannoniai) flóratartománynak három

(illetőleg négy, l. alább) flóraidéke találkozik, és pedig az ősmátrai flóraidéknek (*Matricum*) *balatoni* flórajárása (*Balaticum*), a dunántúli flóraidéknek (*Transdanubicum*) *somogyi* flórajárása (*Praeillyricum*), végül az alföldi flóraidéknek (*Pannonicum*) *dunai* flórajárása (*Praematricum*). A Balatoni felvidék, tehát az északi partvonal az ősmátrai flóra képviselője, Várpalota hegyeitől a Keszthelyi hegységig, északra Veszprém—Nagyvázsony—Tapolca vonaláig, legjellegzetesebb növénytársulatok a pannoniai sztyep-rének (*Festuca-Stipa-Carex humilis* komplex) és a szömörccés bozót (*Querceto-Cotinetum*), de a sziklai és fás vegetáció típusai majdnem mind csak ezen a területen vannak képviselve. Az Alföld flórája csak a keleti part mentén, Kenese és Siófok között jut uralomra, itt a homokturzások és a szikes-sós talajok növényzete utal a pannoniai flórára. A dunántúli, átmeneti jellegű flóraidék a déli és nyugati partokra terjeszkedik ki, Keszthelytől Siófokig, a Balatont is érintő flórajárása, mint neve is mutatja, az illir flórához mutat kapcsolatokat, sőt — mint arra BOROS mutat rá — itt a pannoniai, illir és norikumi (keletalpesi) flóra elemei találkoznak. Javarészt kultúrterület, — az egykori óriás kiterjedésű nádasok az ú. n. Berek — lecsapolása után, ezek hirmondója a Kis-Balaton nádas; jellemző még ezüsthársas tölgyese, de általában jellemző asszociációit délebbre, a Dráva mentén találjuk meg. E három flóraidéken kívül még a norikumi flóratartomány enklávéját is megtaláljuk, ez a lesencei lúp *Sphagnetuma*, egykor még a vindornyai is. Általában a tapolcai lúpmedencét, noha attól földrajzilag elkülönült, inkább a dunántúli flóraidék *praenorikum*i flórajárásához kellene csatolnunk. Így tehát valójában négy flóra találkozik a Balatonvidék területén. Ezek közül a balatoni flórajárás a legjellegzetesebb, ennek a növénytársulatokkal foglalkoztam behatóbban. A mediterrán és részben az illir elemek jóval nagyobb szerepet játszanak itt, mint az Ősmátra többi flórajárásaiban, a közép-európai erdei flóra elszegényedett, de a meszes hegylejtők flórájának összetételében a pontusi és a pannoniai (endemikus) elemek jelentősek. Az ősmátrai endemizmusok javarésztét megtaláljuk a balatoni flórajárásban is. A Balatonvidék flórájával és flóratörténetével (v. ö. 28. old.) másutt szándékoztam behatóbban foglalkozni, e vázlatban jeleztem csupán — BORBÁS művével szem-

ben — területünk helyzetét Magyarország modern növényföldrajzi térképén. V. ö. Soó VI. 35—6., IX. 241, Magyarország flóratérképe: Magy. Biol. Int. Munkái VI. 1933. 190.

A vizsgált balatonvidéki növénysszövetkezetek áttekintése asszociációcsoportok szerint, BRAUN-BLANQUET asszociációrendszere alapján:¹

¹ A történelmi Magyarország eddig ismert növénysszövetkezeteit, a magyar, német, horvát, cseh, lengyel és román irodalom, 1923—1932 alapján, kéziratoss növényföldrajzomban a következő kb. 50 növénysszövetkezetcsoportra («Verband») osztottam: (a plankton, edaphon és a laza társulású, nem szintezett alga és mohaszövetkezetek kivételével):

1. *Potamion*. 2. *Hydrocharition* (hinár).
3. *Phragmition* (mocsári vegetáció).
4. *Magnocaricion* (magas sások vegetációja).
5. *Nanocyperion flavescentis* (parti vegetáció iszapos talajon).
6. *Myricarion* (u. az kavicsos-homokos talajon).
7. *Cardaminion amarae* (forráslápok).
8. *Parvocaricion* (sásrétek).
9. *Molinion coeruleae* (láprétek). 10. *Agrostidion albae* (mocsárrétek).
11. *Beckmannion eruciformis* (sziki rétek).
12. *Adenostylion alliariae* (magas kórók parti vegetációja).
13. *Rumicion alpinae* (ugyanazok félkultúrnövénysszövetkezetei).
14. *Sphagnion* s. l. (tőzegmohalápok).
15. *Arrhenatherion elatioris* (mesophil örökzöld rétek.) 16. *Festucion rubrae* (acidiphil rétek).
17. *Poion annuae* (legelők félkultúrnövénysszövetkezetei).
18. *Nardion strictae* (subalpin legelők).
19. *Caricion curvulae* (ősközzettetők alpin vegetációja).
20. *Seslerion coeruleae* (mészközzettetők, sziklák alpin vegetációja).
21. *Seslerio-Festucion glaucae* (montan sziklai vegetáció).
22. *Salicion herbaceae*, 23. *Luzulion spadiccae* (hótalajok «Schneetälchen» vegetációja ősközzeten).
24. *Arabidion coeruleae* (u. az meszen).
25. *Oxyrion digynae* (sziklai vegetáció ősközzeten).
26. *Bromion erecti* (xerophil rétek).
27. *Festucion sulcatae* (*vallesiaca*) (sztyeprétek).
28. *Festucion vaginatae* (meszes, basiphil homoki vegetáció).
29. *Corynephorion canescentis* (acidiphil homoki vegetáció).
30. *Festucion pseudovinae* (szikkes puszták).
31. *Puccinellion distantis* (szikfok vegetációja).
32. *Salicornion herbaceae* (vakszik, sóspusztá vegetációja).
33. *Rhodoreto-Vaccinion* (alpin törpecserjések).

1. *Potamion* (*P. eurosibiricum*), incl. *Hydrocharition* vízi vegetáció, ú. n. hinár. Hydatophil növénytársulások, számos különböző komplex, associatio és sociatio, l. p. 8.

2. *Phragmition* (*Ph. vulgaris*), mocsári vegetáció: nádasok, helophil növénytársulások.

Phragmites vulgaris Ass.

Phragmites-Cladium mariscus Subass.

Glyceria aquatica Soc.

Typha angustifolia (resp. *latifolia*) Soc.

Oenanthe aquatica Soc.

Hippuris vulgaris Soc.

Schoenoplectus lacustris (resp. *Sch. Tabernaemontani*) Soc. (Ass.)

Sch. litoralis Soc. (Ass. fragm.)

3. *Magnocaricion* («*Caricion elatae*»), mocsári vegetáció: zsombékosok stb., helophil-hygrophil növénytársulások.

Carex Hudsonii Ass.

C. acutiformis-riparia Ass.

Bulboschoenus maritimus Ass.

Heleocharis palustris Ass. (Soc.)

Juncus maritimus Ass.

34. *Loiseleurieto-Vaccinion* (alpin kúszócserjések).

35. *Pinion montanae* (incl. *Alnion viridis*) (subalpin cserjések)

36. *Pinion silvestris* (erdei fenyő erdei).

37. *Piceion excelsae* (fenyvesek, kül. lucosok).

38. *Corylion avellanae* (collin-montan cserjések).

39. *Fruticiquercion lanuginosae* (tölgycserjések).

40. *Prunion spinosae* (félkultúrcserjések, ill. pusztai cserjések).

41. *Quercion roburis* s. lato (incl. *Q. sessilis-lanuginosae*). Tölgyesek

1. 31. old.

42. *Castaneion* (gesztenyések).

43. *Alnion glutinosae* (láperdők).

44. *Salicion* (= *Alnion incanae*). Ligetek.

45. *Fagion silvaticae* (bükkösök).

46. *Secalinion* (vetési gyomvegetáció). 47. *Oritorion* (kerti gyomvegetáció).

48. *Epilobion angustifolii* (erdőtársók).

49. *Asperuginion* (ruderalis vegetáció).

50. *Polygono-Chenopodion* (mocsári ruderalis vegetáció).

Egyes növénytársulategyes csoportok federációk önállósága nálunk még kétes, pl. 8. 23, 26, etc.

A *Nanocyperion* (4.) csoporthoz vezető növényyszövetkezetek:
Glyceria fluitans Ass. (Soc.)

Juncus effusus Ass. (Soc.)

A *Parvocaricion* («*Caricion fuscae*», 5.) csoportjának töredékes képviselői:

Carex vulpina és *C. hirta* Soc.

A *Magnocaricion* és *Molinion* között áll: *Cladium mariscus-Schoenus nigricans* Ass. (stadium.)

A *Cardaminion* (6.) csoportját csak a *Nasturtium aquaticum* Soc.-ja képviseli.

7. *Molinion* (*M. coeruleae*), és *Agrostidion albae* mocsárréti, lápréti vegetáció, hygrophil növényyszövetkezetek.

A) *Molinia*-ass. komplex (*Sesleria uliginosa-Schoenus nigricans-Juncus subnodulosus-Molinia coerulea*).

B) *Agrostis alba*-ass. komplex (*Agrostis alba-Deschampsia caespitosa-Carex distans*). Az egyes ass. ill. sociatiókat l. p. 15—18.

A *Beckmannion* (12.) csoportjához való átmenetet képezik: *Agrostis alba-Aster pannonicus* Subass. és *Agrostis alba-Atriplex hastatum* Soc.

8. *Arrhenatherion* (*A. elatioris*), és *Festucion rubrae* réti vegetáció, mesophil, növényyszövetkezetek.

Arrhenatherum elatius, *Avenastrum pubescens*, *Alopecurus pratensis*, *Festuca pratensis* Soc. (Ass.)

Agrostis tenuis Ass. és faciesei.

8. b. *Poion annuae* Legelők: *Cynodon dactylon-Lolium perenne-Andropogon ischaemum* komplex.

9. *Festucion sulcatae* (*F. vallesiaca*), sztyeprétek pusztai vegetációja, xerophil növényyszövetkezetek.

Festuca sulcata-Stipa joannis-Carex humilis-komplex több subass.-ban (*Festuca-Stipa*, *Festuca-Carex*, *Stipa-Carex*), számos faciessel (sociatiók).

Bromus erectus Ass. (fragm.)

10. *Seslerio-Festucion glaucae*, sziklai vegetáció, xerophil (oreophil) növényyszövetkezetek.

Festuca glauca Ass. és faciesei (stádiumok).

Grimmia-Sedum Ass. (stadium)

Rhytidium-Festuca stadium.)

Hierochloa hirta Ass.

Hypnum cupressiforme Soc.

Polypodium vulgare Soc.

11. *Festucion vaginatae*, homokpusztai vegetáció, xerophil (psammophil) növényyszövetkezetek.

Festuca vaginata Ass.

Salix rosmarinifolia-*Holoschoenus vulgaris* Ass. (Subass.)

12. *Beckmannion (eruciformis)*, szikes rétek vegetációja, hydro-halophil növény szövetekezei, közelállók :

Agrostis alba-*Aster pannonicus* Subass.

13. *Fruticicion lanuginosae*, lombhullató cserjések, inkább xerophil jelleggel.

Quercus lanuginosa-*Cotinus coggygria* komplex, faciesei (Soc. resp. Subass.) *Crataegus monogyna*, *Cornus sanguinea*.

Cotinus-Spiraea Ass. fragm.

Fraxinus ornus-*Cytisus nigricans* Soc.

Corylus avellana Ass. mint a *Corylion* csoport képviselője.

14. *Prunion spinosae*, cserjés félkultúrszövetkezetek.

Crataegus monogyna-*Prunus spinosa* Ass.

15. *Quercion roburis*, tölgyesek.

a) xerophil-mesophil jellegű szövetekezetek :

Quercus sessilis Ass. subass.-i : *Q. sessilis*-*Q. lanuginosa*, *Q. sessilis*-*Carpinus betulus*, *Q. sessilis*-*Tilia argentea*.

Q. cerris Ass. (Soc.)

Betula pendula Ass.

Fraxinus ornus-*Acer campestre*-*Ulmus campestris* Ass. (*Carpinus betulus*-subass.-val).

b) hygrophil jellegű szövetekezetek :

Quercus robur-*Carpinus betulus* Ass.

16. *Salicion*, ligetek, hygrophil jellegűek.

Salix alba-fragilis és *S. purpurea* Ass. fragm.

Fraxinus excelsior Ass.

17. *Alnion*, láperdők, hygrophil jelleggel.

Alnus glutinosa Ass.

Betula pendula-pubescent-*Quercus robur* Ass.

18. *Fagion silvaticae*, bükkösök, meso-hygrophil jellegűek.

Fagus silvatica Ass.

Fagus silvatica-Carpinus betulus Subass.

19. *Sphagnion*, tőzegmohalápok.

Sphagnum cymbifolium-acuteifolium Ass. subass.-i: *Phragmites vulgaris* és *Juncus subnodulosus*.

20. Kulturnövényyszövetkezetek, Arvetalia és Ruderalia.

Idetartozik a *Polygono-Chenopodion* asszociációcsoport tagjaként a *Bidens tripartitus* Ass.

1. A vízi növényyszövetkezetek főleg a *hinár* (*Potamion*) asszociációcsoportjába tartoznak. Az egyes asszociációk elhatárolása nehéz, mert a *hinárfajok* tiszta vagy kevert állományai (mint *synusiumok* vagy *sociatiok*) igen változatos topographiai egységekbe, mint komplexekbe egyesülnek; a nagymérvű vegetatív szaporodás folytán egyes fajok egymagukban is kiterjedt állományokat alkotnak. Részletesebben (Soó VII. 45—79.) másutt tárgyaltam úgy a *hydatophyták*, mint *szövetkezeteik* felosztását, itt csak a Balatonban és környékén megfigyelt *sociatiokat* sorolom fel:

Mélységtől független a *lebegő hinár* (a submers Makroplankton és az emers Pleuston *synusiumok* összesége *Hydrocharition*). A parti vegetáció első zónáját képezik a sublitoralis régióban mintegy 2·5—3 m vízmélységbe hatoló *limnophyta* szövetkezetek, a gyökerező, rögzített Benthos, főként mint *nagy hinár*, ez submers, míg az emers *tündérrózsahinár* a part mocsári vegetációjának öveit szegélyezi, gyakran azonban az úszó és alámerült típusok ugyanazt a biotopot foglalják el s egységes asszociációt képeznek.

A Balatonban uralkodó a *Potamogeton perfoliatus-Myriophyllum spicatum* Ass. a Balaton hírhedt *hinárja*, ritkább, de jellemzőbb az endemikus *Potamogeton balatonicus* teljesen submers *sociatioja* 2 m mélységig, továbbá *P. pectinatus-Najas marina*, *Ceratophyllum demersum-Myriophyllum spicatum* állományok, közel a parthoz.

Ritka a Balatonban a *tündérrózsahinár*, így *Trapa* soc. kül. a nyugati félen. A Kis-Balaton *hinárját*, valamint a Zala-folyóét s csatornáit részben a nyitabb vagy lassabb vizeket borító *Castalia-Nuphar-Trapa* Ass. képezi, részben a zártabb csatornáknál, erekben vagy az erősebb sodru Zalában is elterjedt kevert *hinárkomplex*, amelyben *Ceratophyllum demersum*, *Myriophyllum spicatum* és

különböző *Potamogeton*-fajok uralkodnak, ebbe társulnak a lebegő hinár elemei is.¹

Tapoleca patakjában *Potamogeton fluitans* Ass. (*Zanichelliával* — utóbbi a lepsényi tó csatornájában sociatiót alkot), Lesenceistvánd halastavaiban kevert *Potametum* (6 faj!, köztük hazánkban *P. filiformis* első biztos adata, domináns *P. pectinatus scoparius* és *Najas marina*); a Lázhegyen *P. natans* Ass., másutt *Lemna*-állományok. Tihanyi Belső-tó: *Ceratophyllum submersum* Ass. Leírásuk Soó II. 172., 182., III. 314—5., V. 122., VIII. 1. C.

A hydatophyták ökológiáját a közeg, a víz fizikai és kémiai viszonyai határozzák meg. A nem teljesen eutroph Balaton vize meglehetősen bazikus (pH: 8·62 elektrometrikus), benne szabad CO_2 nincs, mészben elég gazdag (átlag 23—25 egyenérték %), a *Ca* per *Mg* arány 1:2·3, natrium 15—17, chlor 4·2—4·7 aequivalens % körül. A hinárt igen gyakran a *Ca* (HCO_3)₂ elbontásakor felszabaduló CaCO_3 inkusztálja ami tovább nem bomlik, mert a hinár lélekezése elegendő CO_2 -t termel. V. ö. MÜLLER, LUDÁNY, továbbá RITA RAINERI (aki a Balaton és a Belső-tó algavegetációját vizsgálta, kapcsolatban hydrochémiájukkal, különösen a pH-val) és MALDURA (aki a Balaton vizében az O tartalom és pH napi ingadozásait [8·38—8·55 kolorimetrikusan] vizsgálta, kapcsolatban a plankton és a hinár életműködéseivel) dolgozatait a Magyar Biológiai Kutatóintézet Munkáiban.

A hydatophyták ozmotikus értékei alacsonyak, WALTER az általa vizsgált szárazföldi formákban (*Potamogeton*, *Ranunculus divaricatus*, *Myriophyllum*, *Hippuris*, *Nuphar*) 9—11·5 atm. között találta, a *Trapa* vízben 6·8, szárazon (*f. Walleri* Soó) 15·9 atm. ozmotikus értéket mutatott.

¹ A Kis-Balaton rendkívül gazdag hinársociatioiban a következő fajok élnek: a) submers lebegő fajok: *Lemna trisulca*, *Utricularia vulgaris*, *Ceratophyllum submersum*, *demersum* b) emers lebegő fajok: *Lemna minor*, *gibba*, *Spirodela*, *Hydrocharis* c) submers limnophyták: *Potamogeton crispus*, *pectinatus*, *perfoliatus*, *pusillus*, *Najas minor*, *marina*, *Helodea*, *Ranunculus circinatus* (*divaricatus*), *flaccidus* (*trichophyllus*), *Myriophyllum spicatum* d) emers limnophyták: *Potamogeton fluitans*, *Castalia*, *Nuphar*, *Trapa*, e) amphiphytak: *Polygonum amphibium*, *Myriophyllum verticillatum*, *Hippuris*, *Sagittaria sagittifolia* f. *vallisnerifolia*.

Bizonytal alacsonyabbak tehát a hydatophyták normal értékei, de ennek meghatározása nagy nehézségekbe ütközik. Az amphiphytáknál nagyobb ingadozások megállapítása várható, alkalmazkodási képességük bizonytal ebben is megnyilvánul. A *Polygonum amphibium* szárazföldi alakjainál 9.5—16 atm., *natans* formájánál ?

2. A mocsarak, a *Phragmition* növényyszövetkezet-csoport legelterjedtebb képviselője a nádas: *Phragmites vulgaris* Ass, ősi, homogén, de pusztuló vegetáció, végig a Balaton északi partvonalán. A sublitoralis és litoralis övben, mintegy másfél-két m mélységig terjed a víz felé, belső szegélyén olykor a mintegy 2½ m vízmélységig terjedő kákaállományokkal (*Schoenoplectus lacustris* Soc.). A déli partvonal mentén, a sekély, homokos parton hiányzik, de beljebb, különösen régebben, kissé sósvízű tavak (Lepsény, Siófok) mentén és a somogyi berkekben (Szántódi, Lellei, Boglári és Nagyberék) hatalmas kiterjedésű rengeteget alkotott, amelyek javarésze a lecsapolások folytán megsemmisült. Ma is a Balatonvidék legnagyobb részén tája a Kis-Balaton nyílt víztükréit és csatornáit szegélyező nád- és gyékényerdő, hírneves madárvilágával; belseje egyhangú, vizében a hinárfióra elemei, szélein a nádas szokott kísérő helophytái. Általában a nádas belsejében a nád sűrű növése s így a tér- és fényhiány folytán más növényfajnak nincs versenyképessége, míg a szegélyeken három szintű vegetáció alakul ki:

a) a vízszintben a lebegő és a tündérrózsahínár fajai, kül. *Lemna minor*, *triselca*, *polyrrhiza*, *Hydrocharis*, *Ceratophyllum demersum*, *Ranunculus flaccidus*, *R. divaricatus*, *Castalia alba*, *Nuphar luteum*, *Myriophyllum spicatum*, *Utricularia vulgaris*,

b) az alsó gypesszintben (—80 cm magasságig) a kísérő főképek kétszikű helophyták, a száraz felé eső szegélyeken a sásrétek ill. zsombékosok és láprétek beható elemei

c) a felső gypesszintben (80 cm felett, megfelel a fás vegetációtípusok cserjesszintjének) abszolút dominans a *Phragmites*, de helyenként *Glyceria aquatica* (harmatkása) vagy *Typha angustifolia* resp. *latifolia* (gyékény) helyettesítik. A *Glyceria* és *Typha* állományait, mivel szociológiai összetételük teljesen megegyezik a nádasával, nem tekinthetjük önálló asszociációknak. Kivételesen cserjék is megjelennek (*Salix cinerea*, *S. purpurea*, *Alnus glutinosa*),

ezen szintbe tartoznak a nádra kúszó *Calystegia sepium* és *Solanum dulcamara* is.

Konstans csak a *Phragmites*, gyakori ($K:3-4$) elemek, kül. a szegélyeken: *Sparganium ramosum*, *Iris pseudacorus*, *Alisma plantago-aquatica*, *Rumex hydrolapathum*, *Roripa amphibia*, *Lythrum salicaria*, *Epilobium parviflorum*, *Oenanthe aquatica*, *Lycopus europaeus*, *Stachys paluster* etc.

Az asszociáció karakterfajai: *Acorus calamus*,* *Sagittaria sagittifolia*,* *Urtica kioviensis*,* *Lathyrus paluster*, *Cicula virosa*,* *Veronica acutifolia*; továbbá az önálló állományokat, synusiumokat is alkotó *Hippuris vulgaris*.* Önálló állományokban lép fel gyakran az *Oenanthe aquatica* is.

Ahol a nádas nem éri el a partvonalat, belső szegélyén olykor kákaállomány (*Schoenoplectus Tabernaemontani* Soc.) ékelődik a nád és a part sása közé. Kivételesen, elzárt, sekélyvizű, pusztuló mocsárban a nád maga is zsombékol, míg az igaz zsombékszövetkezet (*Carex Hudsonii* Ass.) a Balatonvidéken már nagyon ritkává lett.

A káka fajainak szövetekezetei mind majdnem teljesen tiszta állományok, ritkán keverednek bele a nádas kísérői közül egyes akcidentális elemek. Ide sorozom még a hévizi tó subtropikus, tertiár reliktum kákafajának (*Schoenoplectus litoralis*) kis asszociáció-fragmentumát is.

A *Sch. Tabernaemontani* állományai, különösen kulturhatások alatt, keverednek a magassás-szövetkezetek vagy a nedves rétek elemeivel, esetleg hygrophil ruderalis elemekkel, ilyen keverék-asszociációk leírását l. Soó II. 181., IV. 116. A *Magnocaricion*-csoporthoz vezet át a *Cladisetum*, azaz a nád és *Cladium mariscus* asszociációja a déli part homokján, ma pusztulóban. l. Soó IV. 114.

A balatonvidéki nád ökológiájával behatóan foglalkoznak WALTER (Planta 582—4.) és HARASZTY. Nagy alkalmazkodó képességet mutat, xeromorph (SEYBOLD szerint anemomorph) struktúrája és ozmotikus értékének nagy változása (WALTER: max. 24, min. 14, normális érték 17—19 atm. körül) képessé teszi, hogy nemcsak a vízben és mocsártalajon, de nedves réten és homokon, sőt száraz,

* Csak a Kis-Balaton nádasában. További összetételét l. Soó II. 182—3.

omlásos lejtőkön és időszakonként teljesen kiszáradó sziken is otthon van. Részletesebben v. ö. HARASZTY anatómiai és ökológiai vizsgálataival.

A nád és részben a *Phragmites* más domináns fajainak (*Typha*, *Glyceria* etc.) xeromorphiáját (ill. anemomorphiáját) főként abban látom megokoltnak, hogy a nádasok felszínén igen magas — a szélhatások korlátlan érvényesülése folytán — az evaporáció, ill. a levegő párologtató ereje. Míg ugyanis a nádas mélyén, 3 cm magasságban a talaj felett minden párologásmérés-sorozatban az összes vizsgált termőhelyek, ill. növény-szövetkezetek között a legalacsonyabb értéket kaptam, addig a felső nádlevelek magasságában, 2—2.2 m magasságban az evaporáció szélesendes napokon átlag egyharmadával, szeles napokon két-és félszeresére emelkedett. Míg a párologás a nádas belsejében a maximális érték (exponált sziklatermőhelyek) $10\frac{1}{2}$ — $16\frac{1}{2}$ %-t tette ki, addig a nádas felületén 13.8—40.4 %-a volt. A *Schoenoplectus lacustris* Ass.-ban a párologás 20—35 %-al nagyobb mint a nádas belsejében. (Soó.)

Hasonlóan nagyok a különbségek a fényfaktor hatása szempontjából. Abszolút fényerősség (Bunsen-Roscoe egységeiben kifejezve) a nádas mélyén (a talajon) a teljes, tehát a nádas felszínét érő fény mennyiségnek csak $\frac{1}{22}$ — $\frac{1}{43}$ része volt, tehát kb. ugyanaz, mint a kevert lomberdők mélyén.

Viszont az egyes termőhelyeken észlelt evaporációs értékek és a tényleges transpiráció között az arány változó (HARASZTY mérései alapján), így az evaporáció a nád száraz termőhelyein rendszeren nagyobb, míg a transpiráció belső regulációk (v. ö. stomák száma és területösszege stb.) folytán 10—90 %-al nagyobb. Sajnos, hogy HARASZTY nem vizsgálta a két érték változásait a nádasok különböző szintjeiben, magasságában.

Az elmondottakból következik, hogy a nádas különböző szintjeiben más és más ökológiai viszonyok uralkodnak, különösen a növény vízellátása szempontjából. Míg az a) szintben a hinárszövetkezetekhez hasonló viszonyok vannak, addig a b) szint elemei tipikus hygrophyták, kevésbé alkalmazkodottak nagy hydrotura különbségekhez, ami kifejezésre jut többé-kevésbé állandó és alacsony ozmotikus értékeikben. WALTER szerint:

(átlagos érték 9—12.5 atm. között.)

Iris pseudacorus 9·3—11·6, *Polygonum amphibium* 9·5—16,¹ *Caltha palustris* —12·5, *Lythrum salicaria* 11·9—12·6, *Epilobium hirsutum* 10·1—10·4, *Sium latifolium* 9·4, *Lysimachia vulgaris* 10·6—11, *Lycopus europaeus* 9—11·2, *Stachys paluster* 8·1, *Solanum dulcamara* 11·6 atm. etc.

Viszont a c) szint növényei már közelednek a xerophyták (sensu lato) felé, az ozmotikus érték nagy ingadozásokat mutat, ezek már nagyobb resistenciát mutatnak a vízhiánnyal szemben ill. erősebb párolgásra képesek. Míg a *Phragmites*-nél az ozmotikus középérték 14—17 atm., a *Typha*-nál —14 atm., a *Schoenoplectus lacus* risnál 9·8—12·1 atm.²

Végeredményben a nádas (és a vele közel rokon növény-szövetkezetek, tehát a *Phragmition*) felépítésében 3 ökológiai csoport vesz részt: hydatophyta, hygro-helophyta és xero-helophyta.

Ami a *Phragmition* edaphikus viszonyait illeti, a Balaton vizére vonatkozólag l. a hinárnál mondottakat, a mocsári talajokról pedig a Magnocaricion tárgyalását.

Phragmitetum ökológiai spektruma: HH: 31 %, M-MM: 1·5 %, H: 51 %, G: 6 %, Ch: 1·5 %, Th: 9 %.

Szerkezeti diagrammja: 1·5 %, 3 %, 12·5 %, 26 %, 57 %.

3. A parti vegetáció harmadik övét a supralitoralis régióban a magas sások növény-szövetkezetei, a Magnocaricion asszociáció-csoport, képezik. Míg az Alföld egykori jellemző zsombékosa, a *Carex Hudsonii* Ass. már a Balatonvidéken is kipusztulóban van (kisbalatoni állomány analízise l. Soó II. 181.), általánosan elterjedt, különösen az északi part mentén, de Tapolca, Vindornya, Hévíz medencéinek vizei körül is a *Carex acutiformis*(-riparia) Ass. A zsombéksás szerepét a néha ugyancsak zsombékoló *C. paniculata*, sőt *C. acutiformis* veszik át.

Gyakori (K: 3—4) elemek: *Ranunculus repens* (magas borítás-fokkal), *Lythrum salicaria*, *Epilobium parviflorum*, *Sium latifolium*, *Lysimachia nummularia*, *Lycopus europaeus*, *Stachys paluster*, *Mentha aquatica*. Faciesképző lehet a *Rumex hydrolapathum*.

¹ A közismert nagy modifikációs képességű *Polygonum amphibium* kivételt képez! l. fenn.

² WALTER maximumként a nádnál 23·8 atm.-t állapított meg. HARASZTY 25 atm.-t.

Az asszociációnak valódi karakterfajai nincsenek, felépítésében a *Phragmition* és a *Molinion* (ill. *Parvocaricion*) elemei vesznek részt. V. ö. Soó II. 181. Rendesen tiszta állományokat képeznek a *Heleocharis palustris* és a *Bulboschoenus maritimus*, kevés akcidentális elemmel. A Balaton déli partjának igen jellemző növény-szövetkezete a *Juncus maritimus* Ass., Aligától Földvárig a kissé bazikus, iszapos-homokos parton elterjedt, összetétele (az akcidentális elemeket mellőzve):

Juncus maritimus, *compressus*. *Schoenus nigricans*, *Bulboschoenus maritimus*, *Holoschoenus vulgaris*, *Schoenoplectus americanus* (karakterfaj), *Carex distans*, *Potentilla anserina*, *Inula britannica* etc. Karakterfaja még a *Heleocharis pauciflora*. L. Soó VI. 33.

Mint szociológiai felépítésükben, úgy ökológiájukban is a *Magnocaricion* tagjai átmenetet képeznek a nádas és a mocsárrétek között. Az uralkodó magastermetű *Carex*ek még inkább a fent tárgyalt xero-helophyták közé tartoznak (*C. acutiformis* ozmotikus értékei 12·4—14·7 atm., kísérő növényeiét l. fenn), de már nem oly mértékben, mint a nád és a kísérő fajok már kimondottan hygrophyták, alkalmazkodó képességük a vízhiányhoz kisebb. A párolgás, ill. evaporáció alig nagyobb, mint a nádasban vagy a *Schoenoplectetumban*, kisebb, mint a nádas *c*) szintjében (esetleg, szélsőséges napokon, azzal egyenlő) vagy a mocsárréteken.

A Balatonpart iszapos talaja, mint a *Phragmition* és *Magnocaricion* termőhelye átlag 20—30 % karbonátot, illetve mészet tartalmaz. Mindig kissé bazikus, pH-ja átlag 7·3 (v. ö. a Balatonvíz hydrogenionkoncentrációjával, pH: 8·6) elektrometrikusan mérve 8·1. A déli part homoktúrzásainak talaja a különböző mocsári (*Phragmites-Cladium*, *Schoenus-Cladium*, *Juncus maritimus*) és homokpusztai (*Festuca vaginata*, *Salix rosmarinifolia*) asszociációk alatt is közel egyforma, karbonáttartalma 25—35 % között ingadozik, pH-ja 7·15 (elektrometrikusan 7·8—7·9).

Nem tisztázott a zalai part hegyeinek tavai mentén (pl. Lázhegy, szepezdi Öreghegy, stb.) fellépő *Glyceria fluitans* és a kevert *Juncus effusus* asszociációk hovátartozása. Ökológiailag és részben összetételük alapján a törpekáka- (*Nanocyperion*) csoport iszapos partszegélyező vegetációjához sorozhatók, bár elemeik a *Phragmition* s különösen a *Magnocaricion* szövetkezeteivel azonosak.

Jellemzők: *Catabrosa*, *Polygonum hydropiper* (nagy borítás), *Veronica scutellata* s a ritka *Elatine alsinastrum*. Leírásuk I. Soó III. 314—315.

A forráslápok, a *Cardaminion* asszociációcsoport egyetlen képviselőjének a *Nasturtium aquaticum* állományát (Tapolca patakja mellett) tekinthetjük, legalább is a *Cardamine amara* asszociációhoz való hasonlatossága alapján, bár ökológiailag inkább a mocsári vegetációhoz sorozandó.

A *Magnocaricion* és a *Molinion* között álló növénytársaságok a *Cladium mariscus-Schoenus nigricans* Ass. (stadium). Siófok homokján, v. ö. Soó VI. 32. néhány érdekes elemmel (charakter-fajok?): *Carex divisa*, *Juncus maritimus*, *Helleborine palustris*. Egykor bizonyos nagyobb szerepet játszott a déli part berkeiben, mint a *Molinion*-láprétek szukcessziójának egyik fázisa, amely a *Phragmites-Cladium* asszociációt váltotta fel s a *Schoenetumot* készítette elő.

A törpe-sásos rétek (*Parvocaricion*-csoport) oly alárendelt szerepet játszanak a Balatonvidéken, — *Carex vulpina* és *C. hirta* állományok — hogy részben az előbbi csoportba, részben (*Carex distans* gyepek) a mocsárrétekhez sorozhatjuk őket.

Caricetum acutiformis (ripariae) ökológiai spektruma:

M—MM: 2·5 %, HH: 20 %, H: 60 %, G: 5 %, Ch: 5 %, Th: 7·5 %.

Szerkezeti diagrammja 2·5 %, 5 %, 15 %, 20 %, 57·5 %.

4. Az *Agrostidion albae* asszociációcsoport a nedves mocsaras réteket (*Agrostis alba-Deschampsia caespitosa-Carex distans* komplex) a *Molinion coerulae* federáció a tőzeges lápréteket (*Schoenus nigricans-Juncus subnodulosus-Sesleria uliginosa-Molina coerulea* komplex) foglalja magában. Az előbbi komplexet különösen a zalai partvonal mentén (Balatonfüred—Hévíz), utóbbit a tapolca-szigligeti medencében tanulmányozhattam, mindkettő nagy kiterjedésű területeket borít. Mindkettő számos faciesben jelenik meg, kialakulásuk és a kulturhatások folytán. Mivel ezekkel a növénytársaságokkal részletesebben foglalkoztam (Soó IV. 112—116., Bot. Közl. 1933. 58—62.) itt csak rövid összefoglalást adok:

I. *Molinás láprétkomplex*. Egyes állományai (*Schoenus*, *Juncus*

subnodulosus, *Sesleria uliginosa*) alig választhatók szét, összetételükben rendesen csak kvantitatív különbségek vannak, néha elmarad a *Juncus* s a másik három faj váltakozva dominál vagy együttesen alkotja a gyepet. Faciesképzők még, kül. ha a *Schoenus* vagy *Juncus* hiányzik, a *Carex Davalliana*, *Holcus lanatus*, *Agrostis alba* etc. A *Molinia* az őszi aszpektusban gyakori, az érintetlenebb ősbibb részekben hiányzik, de a kulturhatások (lecsapolás, kaszálás) folytán erősen terjed a *Schoenus* és *Sesleria* rovására. A következő típusok (Soc.) fellépését állapíthattam meg.:

Schoenus nigricans Soc. (Ass.)

Juncus subnodulosus Soc. (Ass.)

Sesleria uliginosa Soc. (Ass.)

Schoenus-Juncus-Sesleria Soc. (Subass.)

Schoenus-Juncus-Sesleria-Molinia Ass.

Sesleria-Schoenus-Molinia Soc.

Sesleria-Molinia Subass.

-*Carex Davalliana* Soc.

-*Holcus lanatus* Soc.

-*Agrostis alba* Soc.

Átmenet a II.-hez: *Molinia-Carex flava-Agrostis alba* Soc.

Molinia-Carex distans-Agrostis alba Soc.

Konstansok ill. subkonstansok (4—5): *Sesleria uliginosa*, *Carex Davalliana*, *C. panicea*, *C. distans*, *Schoenus nigricans*, *Juncus subnodulosus*, *Potentilla erecta*, *Lotus corniculatus*, *Primula farinosa*, *Prunella vulgaris*, *Cirsium rivulare*, *Centaurea jacea*. Karakterfajok a komplexben: *Calamagrostis neglecta*, *Sesleria*, *Carex Davalliana*, *Hostiana*, *lepidocarpa*, *Allium suaveolens*, *Veratrum album*, *Gladiolus paluster*, *Orchis incarnatus*, *latifolius*, *Dianthus superbus*, *Parnassia palustris*, *Lathyrus pannonicus*, *Viola stagnina*, *Primula farinosa*, *Menyanthes*, *Pinguicula alpina*, *Centaurea jacea* var. *paludosa*, *Scorzonera humilis*. A karakterfajok hosszú sora igazolja, hogy a Balatonvidék legérdekesebb növény-szövetkezetei közé tartozik, noha javarészüik másutt csak a *Molinion*-csoport összes asszociációinak közös karakterfajai (Verbandscharakterarten) tartozik.

A fás növényeket csak a *Salix rosmarinifolia* és *cinerea* képviselik.

II. *Agrostisos mocsárrét komplex* (nedves, savanyú rétek). Részben a magnocaricetumokkal, részben a láprétekkel rokon s velük átmeneti típusokkal összekapcsolódó (l. fenn) asszociációkomplex, amelyben mindig az *Agrostis alba* és *Carex distans* a

dominans elemek, bár helyenként a *Deschampsia*, *Ranunculus acer* és *repens* (a tavasz-nyáreleji aszpektusban) vagy a *Cirsium canum* (az őszi aszpektusban) nagy borításfokot érnek el. Faciesképző a *Juncus subnodulosus*, majd a láprétekhez átvezető típusoknál a *Molinia*.

Konstansok, ill. subkontansok: *Agrostis alba*, *Deschampsia caespitosa*, *Carex distans*, *Juncus subnodulosus*, *Ranunculus repens*, *Lotus corniculatus*, *Achillea asplenifolia*, számos faj gyakori ($K:3$), ezekből több további felvételek alapján bizonyosan subkonstansnak bizonyul.

Az asszociációnak valódi karakterfajai nincsenek. legfeljebb a *Cirsium brachycephalum*-ot tekinthetjük annak, kevésbé a *Deschampsia*-t és *Verbascum nigrum*-ot. De sok közös karakterfaj a *Molinia*-csoport szövetkezeteivel, így:

Carex distans, *glauca*, *Juncus subnodulosus*, *Eriophorum polystachyum*, *Orchis paluster*, *Sanguisorba officinalis*, *Rhinanthus major*-Borbásii, *Euphrasia Kernerii*, *Succisa pratensis*, *Achillea asplenifolia*, *Cirsium rivulare*, *Thrinia nudicaulis*, etc.

Az *Agrostis alba* rét szíkesedő talajon (Lepsény környéke) mint *Agrostis alba*-*Aster pannonicus* Subass. jelenik meg, erről a sziki növényyszövetkezeteknél. Míg a *Molinia*-s láprétek talaja erősen tőzeges (különösen radicella-tőzeg, alatta nádtőzeg) és meszes (2—20 % karbonáttartalom), semleges vagy gyengén bazikus, pH: 7.1—6.9 (a tapolca-lesenceistvándi lápokon) ill. 7.9—7.7 — ami élesen megkülönbözteti a tőle nem messze fekvő mohalápoktól — addig a mocsárrétek talaja inkább humuszos, olykor kisebb mértékben tőzeges (sás- vagy nádtőzeg), réti agyag, rendszeren többé-kevésbé (10—28 %) meszes, határozottan bazikus, pH: 7.3 körül. A talaj magas vízkapacitású, sötét, hideg, nitrogen- és tápanyagban (kalium és calciumsók) gazdag.

A mocsári és láprétek fajainak vízökológiájára vonatkozólag — sajnos — alig vannak a területről adataink. A fajok részben még hygrophyták (a helophyták már teljesen hiányzanak, az uralkodó RAUNKIAÉ-féle ökológiai csoport a hemikryptophyta), részben mesophyták. Részletes vizsgálatok az ozmotikus értékre vonatkozólag hiányoznak, az értékek 6.6 (*Symphytum officinale*), de általában 10—12.5 atm. között váltakoznak. A mért evaporáció az *Agrostis alba*-*Carex distans* réteken igen változó, a nádasban mért minimális értékeknek 1.8—3-szorosára is emelkedik, míg a maximumnak mintegy 18—38 %-t teszi ki.

A *Schoenus-Juncus-Sesleria uliginosa-Molinia* komplex ökológiai spektruma $M-HH: 4\%$, $H: 76\%$, $G: 14\%$, $Th: 6\%$.

Szerkezeti diagrammja: 9% , 7% , 14% , 35% , 35% .

Az *Agrostis-Deschampsia-Carex* komplex ökológiai spektruma $HH: 1.5\%$, $H: 86\%$, $G: 7.5\%$, $Th: 6\%$.

Szerkezeti diagrammja: 4% , 6% , 23% , 26% , 41% .

Az *Agrostis*-típusú nedves rétek fokozatosan mennek át a kevésbé nedves és erős kulturhatás (kaszálás, felújítás stb.) alatt álló *Arrhenatherion elatioris* asszociációcsoport szövetkezeteibe. Ezek közül megfigyeléseim szerint a szárazabb kaszálók (*Arrhenatherum elatius*, *Avenastrum pubescens*, *Alopecurus pratensis*, *Festuca pratensis* gyepek) — miután területük javarészt szántóföldek foglalták el — ma már alárendelt szerepet játszanak, néhány felvételünk nem alkalmas jellemzésükre.

A *Festucion rubrae* asszociációcsoportba kell sorolnunk a száraz, szikár mésztelen és savanyúbb talajú (pH: 6.5 körül) hegylejtők *Agrostis tenuis* Ass.-ját, v. ö. Soó IV. 116—7. közölt felvételeket. Karakterfajaiul tekinthetjük az *Aira capillaris*, *Deschampsia flexuosa* (a Balatonvidéken), *Luzula multiflora* stb. másutt a *Jasione montana*, *Scabiosa canescens*, *Hieracium echinoides* etc. fajokat. Konstansainak és facieseinek megállapításához még számos felvétel szükséges. A permi vörös homokkő- és a bazalt-hegyek lejtőin elterjedt, Vörösberény vidékétől a Keszthelyi hegységig.

5. Sokkal általánosabb elterjedést mutat a száraz, napos, meszes vagy dolomitos hegylejtők jellemző növénytakarója, a *Festucion sulcatae* (*F. vallesiaceae*) asszociációcsoport, az ú. n. *pannoniai füves lejtők* pusztai gyepe, sztyeprétjei. A Balatonvidéken mint *Festuca sulcata-Stipa joannis-Carex humilis* assz. komplex jelenik meg, több típusban, amelyeket subasszociációknak tekinthetünk, így a) *Festuca-Stipa*, b) *Festuca-Carex* és c) *Stipa-Carex* gyepeket ismerünk, sőt ritkán a három faj valamelyike egymagában is domináns lehet. E mellett több facies (Soc.) ismeretes, így *Chrysopogon gryllus*, *Poa angustifolia*, *Koeleria gracilis* etc. faciesek. Részletes elemzését l. Soó VI. 28—32., V. 125—6.

A komplex konstansai (1—5): *Helianthemum nummularium*, *Thymus serpyllum* s. lat. *Festuca sulcata*, *Stipa joannis*, *Koeleria gracilis*!, *Carex*

humilis, *Muscari racemosum*!, *Potentilla arenaria*!, *Sanguisorba muricata*, *Euphorbia cyparissias*!, *Globularia Willkommii*, sok a gyakori (*K:3*) elem. Helyenként nagyobb borításfokot (*3—*) mutatnak a !-el jelöltek és a fent említett faciesképző fajokon kívül *Iris pumila*, *Cerastium semidecandrum* vagy *glutinosa*, *Silene conica*, *Arenaria serpyllifolia*, *Medicago minima*, *Trifolium arvense*, *Artemisia campestris* etc.

A komplex karakterfajai, beleértve az egyes típusok differenciális fajait is: *Stipa joannis* (*a—c*), *Poa badensis* (!*b*), *Carex humilis* (*b—c*), *C. Hulleriana* (*a, c*), *C. supina* (*a, c*), *C. nitida* (*a—c*), *Scilla autumnalis* (*a—b*), *Sternbergia colchiciflora* (!*a*), *Anacamptis pyramidalis* (*a* területen, *b—c*), *Helleborine rubiginosa* (*b*), *Ophrys muscifera* (!*b*), *Paronychia cephalotes* (*a—c*), *Dianthus serotinus* var. *Regis Stephani* (!*b*), *Thalictrum pseudominus* (!*b*), *Aethionema saxatile* (*b—c*), *Arabis auriculata* (*a*), *Alyssum montanum* (!*b*), *Biscutella levigata* (!*b*), *Draba lasiocarpa* (!*b*), *Sempervivum hirtum* (!*b*), *Medicago prostrata* (!*b*), *Viola arenaria* (!*b*), *Trinia glauca* (!*c*), *Seseli hippomarathrum* (*a, c*), *S. leucospermum* (!*b*), *Vinca herbacea* (*a, c*), *Convolvulus cantabricus* (!*a*), *Melampyrum barbatum* ssp. *Kitaibelii* (!*c*), *Plantago argentea* (!*c*), *Valerianella membranacea* (!*a*), *V. coronata* (!*a*), *Phyteuma orbiculare* (*b*), *Artemisia austriaca* (!*a*), *A. satifilis* (!*b*), *Crupina vulgaris* (!*a*), *Leontodon incanus* (!*b*) etc.

A karakterfajok rendkívül nagy száma a különben is fajban gazdag (kb. 190 virágos!) asszociációkomplexben annak florisztikai jelentőségét s flóratörténeti fontosságát igazolja. Az ősmátrai endemizmusok és praeglaciális vagy interglaciális reliktnumok e komplexet ékesítik. A nagyobb mészsíklák s így azok jellemző vegetációjának, a *Seslerio-Festucion* (*glaucae*) kialakulásának hiánya folytán ugyanis az ősmátrai jellemző oreophyta-flóra is a köves, itt-ott kissé sziklás, karsztos lejtőkön ütött tanyát s így számos faj, amelyek másutt a *Seslerio-Festucion* karakterfajai, itt a *Festucion sulcatae*-ben szerepelnek. Ez áll különösen a b) *Festuca-Carex* subass. !-el jelzett karakterfajaira.

Ugyancsak alárendelt szerepet játszik a különben a Magyar Középhegységben nem ritka *Xerobrometum erecti* is, amit területünkön inkább a fenti komplex *Bromus erectus* faciesének is tekinthetünk, csak kisebb kiterjedésű állományai vannak. A fentebb említett karakterfajok a különben is szegényebb s inkább fragmetumszerűen fellépő xerobrometumokban majdnem teljesen hiányzanak, de nagy a közös s így az egész asszociációkomplexre jellemző «Verbandscharakterart» fajok száma. pl. *Genista pilosa*, *Dorycnium*

sericeum, *Teucrium montanum*, *Gagea pusilla*, *Allium flavum*, *Iris pumila*, *Anemone nigricans*, *Adonis vernalis*, *Ranunculus illyricus*, *Potentilla rubens*, *Hippocrepis comosa*, *Linum flavum*, *Odontites lutea*, *Globularia Willkommii*, *Asperula glauca*, *Galium pedemontanum*, *Campanula sibirica*, *Aster linosyris*, *Jurinea mollis*, *Scorzonera austriaca* etc. Ezek is részben másutt a *Seslerio-Festucion* karakterfajai, míg a Balatonvidéken a *Festucion sulcata* en kívül gyakran a *Querceto-Cotinetum* ban fordulnak elő.

A *Festuca sulcata-Stipa joannis-Carex humilis* gyepes lejtők talaja mindig erősen meszes, a rendesen nem vastag humuszos feltalaj karbonáttartalma (mész-dolomit) 9·8 %-tól 53 %-ig változott, sőt ahol a sziklás-törmelékes alzat került felszínre, a mésztartalom 78—98 % maximális értékre emelkedett, természetesen itt a termőréteg igen csekély, ilyenkor a *Festuca sulcata-Carex humilis* gyepnek a *Festuca glauca* ass.-ba hajló faciese jelenik meg. A talaj mindig erősen bazikus, pH értékek 7·5—7·15 között változnak (elektrometrikusan átlag 8·1), de míg lefelé a mésztartalom rendesen rohamosan növekszik, a pH értékekben alig van változás.

A tárgyalt asszociációkomplex elemei legnagyobb részt tipikus xerophyták (sklerophyta, kevés sukkulens). A sklerophyták víz-ökológiájuk szempontjából három csoportba oszthatók: a) Aszály idején is erősen transpiráló fajok, amelyek igen nagy vízhiányt képesek elviselni, mert nemcsak nagy az ozmotikus érték ingadozása, de annak maximumát rendesen el sem érik. A legtökéletesebb resistenciájú fajok (MAXIMOW). Ilyenek a félcserjés és chamaephyta-fajok (pl. *Fumana*-, *Dorycnium*-, *Thymus*-, *Teucrium*- *Globularia*-fajok) *Euryhydrikus*-fajok.

b) Erősen csökkentett transpirációjú fajok, ozmotikus érték kevésbé ingadozó, közepes (10—20 atm. között), a párolgás redukciója mellett valószínűleg az intenzív vízfelvétel teszi lehetővé, hogy turgescenciájuk megtartva kibírják a szárazságot (SCHIMPER «xerophyta»-i) *Stenohydrikus*-fajok.

c) Átmeneti csoport, mint a) de a vízhiány folytán latens állapotban huzzák át a szárazságot, így különösen a dominans gramineák (*Festuca sulcata*, *Carex humilis*, *Stipa*, *Chrysopogon* etc.) Itt is nagy ozmot. érték különbségek vannak.

d) A sukkulensek (*Sedum*, *Sempervivum*) fajait csekély pá-

rolgás, sok felhalmozott víz, igen alacsony sejtnedvkoncentráció jellemzi, ozmotikus érték alacsony, 4·7—8·4 atm. között állandó.

e) Külön csoportot képeznek végül a geophyták és therophyták, amelyek ozmot. értéke ugyancsak alacsony és állandó (6—12½ atm. között), ha ezt túllépik, a földfeletti részek elpusztulnak, csak a földbeli hajtás (geophyta) vagy a mag (therophyta) marad meg.

WALTER mérései alapján összeállíthatjuk a *Festucion sulcatae* legjellemzőbb elemeinek ozmotikus értékeit:

Carex humilis 17·8—42·9 atm., *Festuca sulcata* 22·—39·1 atm., *Stipa capillata* 15—22·6 atm., *Chrysopogon gryllus* 17·4—32·3 atm., *Helianthemum nummularium* 19·5 atm., *Fumana vulgaris* 16·9—26·4 atm., *Dorycnium sericeum* 19·9—28·7 atm., *Teucrium montanum* 17·9—27·1 atm., *T. chamaedrys* 14·5—32·5 atm., *Thymus serpyllum* 11·5—22·2 atm., *Globularia Willkommii* 21·3 atm., *Muscari racemosum* 6·3 atm., *Allium montanum* 12·5 atm., *Anthericum ramosum* 12·7 atm., *Scilla autumnalis* 9·7 atm., *Paronychia* 12·2—26·9 atm., *Silene otites* 12·2 atm., *Adonis vernalis* 20·9—31·7 atm., *Potentilla arenaria* 15·1—24·1 atm., *Stachys germanicus* 9·7—37 atm. (legnagyobb ingadozás,) *S. rectus* 14·6 atm., *Marrubium peregrinum* 16·4—23 atm., *Veronica spicata* 21·3 atm., *Galium verum* 19·7 atm., *Scabiosa suaveolens* 17·3 atm., *Seseli osscum* 21·3 atm., *Aster linosyris* 20·1 atm., *Artemisia campestris* 12·9—20·7 atm.

Szukkulensc: *Sempervivum hirtum* 5·2—6·9 atm., *Sedum album* 5·7 atm., *S. boloniense* 5·4—8 atm., *S. maximum* 4·7 atm.

A *Festucion sulcatae* sztyepréteken valóban igen intenzív a levegő párologtató ereje, az evaporáció ugyanis 4—5-ször nagyobb mint a nádasban. Több ponton végzett párologásméréseim különbségeit a lejtők expozíciója s ezzel kapcsolatban a lokális klíma különbségei határozták meg. A legnagyobb evaporációs értékeket a tetőkön, majd a délelőtti órákban az O-, a délutáni órákban a W-expozíciójű lejtőkön kapjuk, a maximális (sziklafelszín) érték 60—85 %-t. Állandó fény, a talaj, ill. szikla erős átmelegedése, a szabadon uralkodó szél, déli vagy délkeleti expozíció folytán a mikroklíma igen száraz, amit még a meszes-dolomitos meleg és száraz talaj fokoz, így alakultak ki ezek az ősi, mikroklimatikus-edaphikus magyar (ősmátrai) sztyeprétek, pusztai gyepek, a maguk változatos, érdekes florisztikai-szociológiai összetételükkel.

Festuca-Carex-Stipa komplex ökológiai spektruma: M—MM: 6 %, N—Ch: 9 %, G: 12 %, Th: 13 %, H: 60 %.

Szerkezeti diagramm: 4·5 %, 2·5 %, 15 %, 25 %, 53 %.

6. Itt kell megemlékeznünk a csak töredékesen kialakult *sziklai* vegetációról.

A *Seslerio-Festucion glaucae* asszociációs csoportnak a Magyar Középhegységben legelterjedtebb asszociációi a *Festucetum glaucae* és a *Seslerietumok*.¹ Utóbbiak hiányzanak a Balatonvidéken, a *Festucetum glaucae*-t is csak fragmentarisan találjuk meg Vörösbereány, Tihany, Gyenesdiás szikláin, mint a szukcesszió egyik első stádiumát. Tihany geyzirit-szikláit inkább mohák és szukkulensek borítják (*Grimmia-Sedum album*-*S. boloniense* Ass. ill. stádium), amihez a *Festuca sulcata-Stipa joannis* ass. egyes elemei társulnak (főképp *Festuca glauca*, *Poa bulbosa*, *Stipa joannis*, *Melica ciliata* a mint gyepek, *Cotinus*, *Prunus mahaleb*, mint cserjék, *Thymus*, *Paronychia*, mint chamaephyták, *Allium flavum*, *Seseli osseum*, *Galium erectum* etc. mint kimondottan sziklai elemek, ill. karakterfajok). A bazalttufa-sziklákon ugyanott *Rhytidium rugosum*-*Festuca sulcata* gyepeket találunk, hasonló elemekkel.

Badacsonyi bazaltszikláinak néhány növényoszövetkezetét III. 301. írtam le, így a szállban álló bazalton a *Hierochloë hirta* Ass., *Alyssum Arduini* és *Chrysanthemum leucanthemum* v. *Margaritae* karakterfajokkal, a mohafedte görgeteglejtőn a *Hypnum cupressiforme* Soc., a moha- és páfrányborította törneléken a *Polypodium vulgare* Soc. (*Galium austriacum* et var. *balatonense* és *Hieracium Wiesbaurianum* karakterfajokkal). A sziklai gyepek még további felvételekkel tisztázandó növényoszövetkezeteket, ill. stádiumokat, amelyekben a *Sedum*(*album*, *boloniense*), *Allium* (*flavum*, *montanum*), *Teucrium* (*montanum*, *chamaedrys*), *Melica* (*ciliata*, *transsilvanica*) fajok dominálhatnak, foglalnak magukban. Már BORBÁS (p. 261.) kiemeli, hogy a balatonvidéki mész- és bazaltsziklák flórája között nincs más lényeges különbség, minthogy utóbbin sok basiphil-faj hiányzik, a bazalthegyek kizárólagos növényei (*Asparagus tenuifolius*, *Tamus communis*, *Orobanche Hederaceae*, stb. mediterrán-fajok) nem oreophyták. A *Notholaena Maranthae* már a bazalt (és szer-

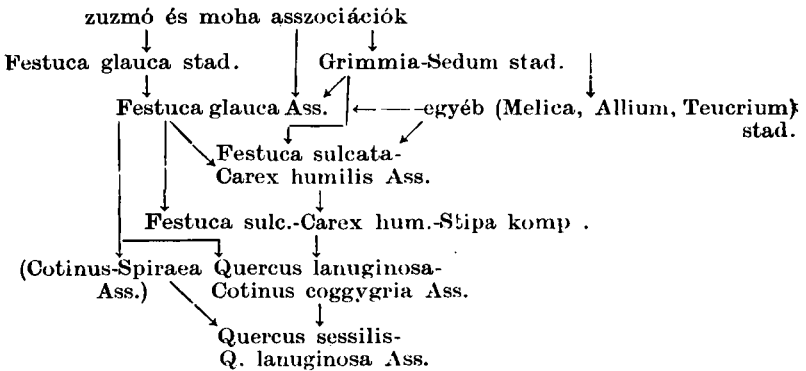
¹ Pl. *Seslerietum budensis* (Budai hegyek), *S. variae* (Pilis: Vaskapu), *S. Heuslerianae* (Bükkhegység, így Szarvaskő, Békő, Lillafüred környéke stb.), ezeket és a bükkhegységi *Festucetum glaucae*-t (számos ponton) ZÓLYOMI BALINT dr. tanársegédem dolgozta fel.

petin) karakterfaja, de a szentgyörgyhegyi sziklák szociológiai elemzése még hiányzik, noha a badacsonyi asszociációk, pl. a *Hieracium* előfordulását itt is megállapítottam. Alsóausztriában (Aggsbach mellett) a *Festucetum glaucae* karakterfaja. (KRETSCHMER Verh. Zool. Bot. Ges. 1930. 163.)

Különben a napos sziklák a legmelegebb és legszárazabb termőhelyet jelentik. Az evaporációs mérések legnagyobb értékeit mindig itt kaptuk, átlag hatszorosát a legalacsonyabb, a nádas belsejében kapott értékeknek. Rendesen nagyobb az atmoszféra párologtató ereje a sziklafelületen, mint felette a levegőben, amit bizonyít a szikla kisugározta meleg indokol. A vegetációban tehát a xerophyták uralkodnak, részben a szukkulensek, részben a nagy ozmotikus értéket mutató sklerophyták, v. ö. 21 old. értékeit. Egyébként a legfontosabb mikroklimatikus faktor itt az expozíció, amivel kapcsolatban változnak a termőhely fény-, hő- és szélviszonyai, tehát a lényeges párologtató faktorok, másrészt a szikla hajlásszöge, ami a felhalmozódható finom föld, termőréteg kialakulását és a csapadékvizek lefutását és behatolását, tehát a víz- és táplálékfelvételt határozza meg. Ezért a sziklákon igen kis területen változnak az életfeltételek s így a borító vegetáció sem egységes növénysszövetkezet, a legtöbb balatonvidéki szikla növénytakaróját mint egymástól független sociációk (ill. stádiumok) komplexének kell tekintenünk, amelyek a *Festucetum glaucae*hoz tartoznak, ill. hozzá vezetnek.

A sziklafelületek termőtalajában és a törmeléken a vizsgálatok mész vagy dolomit vagy geyzirit (chalcedonos mésztuffa) sziklák esetében változó mennyiségű karbonátot (mész-dolomit) mutattak ki (32·5 %—37·5 %—53 %—88 %—98 %), pH 7·15—7·5 között, míg a bazalton a talaj mésztelen, pH 6·7 körül.

A vegetáció kialakulása a meszes-dolomitos hegylejtőkön a Balaton mellett (szukcesszióséma):



7. Az Alföld jellemző homoki és sziki vegetációjának növény-szövetkezeteit csak a Balatonvidék keleti-délkeleti felében, ahol az alföldi (pannoniai) flóraterületre lépünk, találjuk meg, de csak töredékesen. A *homokpuszták Festucion vaginatae* növény-szövetkezetesortját a veszprém—somogyi part homoktúrzásain, különösen Siófok homokján a következő zonációban találjuk meg:

a) *Phragmites vulgaris-Cladium mariscus* Ass. (egyébként az iszapos parton a *Juncetum maritimi* gyakoribb, a *Phragmitetum* vagy *Cladicetum* inkább beljebb eső mocsarak, tavak, berkek mentén) l. 11. old.

b) *Schoenus nigricans-Cladium mariscus* Ass. l. 15. old.

c) nedves homokon a part felé vagy nedvesebb mélyedésekben: *Salix rosmarinifolia-Holoschoenus vulgaris* Ass. (miként az Alföld nedves buckaközeiben), itt átmeneti, kevert növény-szövetkezet a *Schoenetum* (tehát a *Molinion*) és a *Festucion vaginatae* közt, amelyet a

d) száraz homokon a *Festuca vaginata* Ass., illetőleg a dunatiszaki *Festucetum vaginatae danubiale*-fajban elszegényedett, leromlott faciese képvisel. Leggyakoribb elemei (K: 3—4): *Cerastium semidecandrum*, *Euphorbia Sequieriana*, *Artemisia campestris* var. *sericea*, de a dunatiszaki asszociációnak mintegy 30 karakterfaja (v. ö. Soó VI. 26—27., XII. 342—5.) közül csak a *Sedum Hillebrandii*, *Orobanche major*, *Echinops ruthenicus* él itt, amikhez még a *Festucion vaginatae* csoportkarakterfajai közül a *Tragus racemosus*, *Kochia arenaria*, *Silene pseudotites*, *Erysimum diffusum*,

Alissum desertorum, *Trigonella monspeliaca* etc. csatlakoznak. Egykor *Astragalus asper* is.

A balatonmenti homok, miként a duna-tiszaközi, erősen meszes, így a *b*) övben (*Schoenetum*) 26·5—27 %-ot, a *c*) övben (*Salix rosmarinifolia* ass. talajában) 31·5 %-ot, a *Festucetum* talajában 26·2 (felszín, 34 % 15—30 cm mélységben, 30·6 % 30—45 cm mélységben) % karbonátot, azaz meszet találtam. A pH érték a vizsgálat idejében 7·15 (7·2—7·1) körül állandó volt.

Kétségtelenül az igazi xerophil növényyszövetkezetek közé sorozandó, ökológiájának fővonásait azonban a Nagyalföldön végzett vizsgálatokból ismerhetjük meg (kül. MAGYAR — még javarészt publikálatlan — és STOCKER, részben FEHÉR és BOKOR dolgozataiból). WALTER ozmotikus mérései alapján azonban megállapítható, hogy többé-kevésbbé nedves talajú homoktúrzásokon a vízellátás elég kedvező, a tipikus xeromorph fajok is átlag alacsonyabb ozmotikus értékeket mutatnak, mint a *Festucion sulcatae* szövetkezeteiben. (Pl. *Artemisia campestris* Siófok homokján 12·9 atm., Balatonfüred hegyein 20·7 atm. értéket adott.) Szukkulensek, nagy resistenciájú sklerophyták majdnem teljesen hiányzanak.

További értékek a homokról: *Festuca vaginata* 20·1, *Calamagrostis epigeios* 13·4—14·9, *Salsola kali* 13·0—13·6, *Kochia arenaria* 14·4, *Silene pseudotiles* 9·9, *Astragalus onobrychis* 18·6, *Stachys rectus* 14·6, *Echinops ruthenicus* 17·1, *Centaurea Sadleriana* 15·3, etc.

Kétségtelennek tartom azonban, hogy ezek a psámmophil fajok is ozmotikus viszonyukban jelentős különbségeket mutatnak, az alföldi homokpusztákon az értékek feltétlen magasabbak lesznek. Mégis meg kell állapítanunk, hogy itt a xerophyták *b*) (Schimper-típus) *c* csoportjai az uralkodók, az *a*) és *d*) csoportokkal szemben, de jelentős szerephez jutnak a geophyták és therophyták is, amit a duna-tiszaközi *Festucetum vaginatae danubiale* ökológia spektruma igazol:

Phanerophyta (MM, M und N): 7 %, Ch: 5 %, G: 10 %, H: 55 %, Th: 23 %.

A sziki vegetáció valójában csak Lepsény körül, különösen a lecsapolt Ravaszi tó partmellékén, itt-ott még a déli part sós, iszapos-homokos strandján — bár nem jellegzetesen, pl. Zamárdinál, alakult ki. Őszi aszpektus alapján két jól elkülönülő növényyszövet-

kezetet vettem fel Lepsény mellett: az *Agrostis alba*—*Carex distans* ass.-nak *Aster pannonicus*-os sziki subass.-ját (az Alföld szikesein igen elterjedt, l. Soó VI. 24.) három faciesben: típusos, náddal, ruderalis elemekkel — és a szikespuszta habitusu *Agrostis alba*—*Atriplex hastatum microspERMUM* Soc.t, amelyhez hasonló vegetációfoltokat az Alföld szikes tavainak őszre kiszáradó talaján találunk, önálló, természetes növényyszövetkezetnek nem tekinthetjük! Ezek a sziki növényyszövetkezetek az asszociációk csoportosításában átmenetet képeznek az *Agrosioidion* és a sziki csoportok¹ között.

Charakterfajok gyanánt tekinthetjük az előbbi ass.-ban a *Heloechloa schoenoides*, *Triglochin maritima*, *Bupleurum tenuissimum*, *Aster pannonicus*, *Scorzonera parviflora*, a második ass.-ban a *Crypsis aculeata*, *Rumex stenophyllus*, *Atriplex microspERMUM*, *Chenopodium rhombifolium*, *Spergularia marginata*, *Convolvulus arvensis* var. *sagittifolius*, *Veronica anagalloides* fajokat, amelyek a jegyzetben felsorolt 3, illetve 4 sziki asszociációcsoport valamelyikének karakterfajai.

Kisebb szikes foltok másutt is fellépnek, legnevezetesebb a *Glaux maritima* előfordulása Zamárdi mellett, legelőn (talaja 27·5 % karbonátot tartalmaz, pH-ja 7·1, tehát meszes iszapos homok, de érezhető Na só tartalommal). Lepsénynél oszlopos elválású szolonec-talajjal találkozunk, részletesebb elemzésre nem volt módom, karbonáttartalma magas, a szikes réten 10·6 % (0—15 cm)—25·2 % (15—30 cm), az egykori tófenéken 40—42·6 %, míg a pH értéke (kolorimetrikusan) 7·55—7·7 között változik, elektrometrikusan 8·3-t adott.

A halophil növényyszövetkezetek ökológiáját újabban igen beható vizsgálatok alá vette a soproni iskola (MAGYAR, FEHÉR, BOKOR munkái), STOCKER és a Hortobágyon magam is, ezekről az eredményekről másutt fogok összefoglaló képet nyújtani.² Vegetációjukban hygro- és xerohalophyták szerepelnek (STOCKER és

¹ Ideiglenes felosztásuk: A) *Festucion pseudovinae*: száraz termőszik, főtípus: *Festucetum pseudovinae*. B) *Puccinellion*: nedves szikfokvakszik, főtípus: *Puccinellietum limosae*. C) *Salicornion*: vakszik, sós-puszta (Erdély), főtípus az Alföldön a *Camphorosmetum*.

A sziki réteket, az *Agrostis alba*, *Alopecurus pratensis*, *Beckmannia eruciformis*, *Glyceria poiformis* etc. különböző sociatioit, mint átmeneti asszociációcsoportot, *Beckmannion* névvel jelölhetjük.

V. ö. Soó in MÁTHÉ Bot. Közl. 1933. p. 176.

² Debreceni Szemle 1933.

MAGYAR a szikes talajokat erős szívóerejük miatt physiológiailag száraz talajoknak nevezik). Itt a hydraturaviszonyok lényegesen különbözök, a többi talajokban a gyökérzet körül a hydratura átlag 100 (relatív gőzfeszültség: 0 atm.) — v. ö. WALTER, Die Hydratur der Pflanze 1931. p. 9 — sós talajokban ennél sokszorta kevesebb. A halophyták ozmot. értékei magasak (v. ö. WALTER l. c. p. 98), ennek nagyobbban kell lennie a talaj szívóerejénél. WALTER balatoni mérései:

Aster pannonicus 12, *Plantago maritima* 12, *Chenopodium glaucum* 13·9, *Althaea officinalis* 14·3, *Atriplex hastatum microspermum* 18·4, *Glaux* 20·8, *Bulboschoenus maritimus* (törpe; száraz talajon) 24·4, *Phragmites* 23·8.

de igazi halophytákban (WALTER l. c., továbbá HARRIS, GORTNER, HOFFMANN, LAWRENCE, VALENTIN Journ. of. Agric. Res. 1924. 893.) 31 (*Suaeda*) 34 (*Salicornia*) 52—170!! atm. (*Atriplex*-fajok) emelkedik, amit azonban nagyrészt a sejtnedv magas sótartalma okoz. V. ö. STOCKER Zeitsch. f. Bot. 1930. 271, Jahrb. f. wiss. Botanik 1933, 751. — A halophyták vízőkológiája valamennyi között a legbonyolultabb.

8. A *tőzegmohalápok*, a *Sphagnion* asszociációs csoport egyetlen képviselője területünkön a lesenceistvándi tőzegláp, v. ö. Soó II. 178—180. A *Sphagnum*-takaró (*Sph. cymbifolium*, *acutifolium*, dominánsak, *Sph. subsecundum*, *recurvum*, *Warnstorffii*, *Aulacomnium palustre*, *Polytrichum strictum*, *Acrocladium cuspidatum*) mintegy 120 cm vastag, főkép nádtőzeget takar, pH-ja 6·3—6·5. A láp topogén, átmeneti típusú; jellemző felláp (dagadó-láp) növénye nincs, részben a nádas, részben a *Moliniás* rétlápok elemeiből alakul ki kísérő növényzete. Karakterfajai csak a *Drosera rotundifolia* és *Epilobium palustre*, de a vindornyai elpusztult lápon *Andromeda*, *Oxycoccus*, *Comarum*, *Drosera anglica*, *obovata* is éltek. Két subass.-ként alakult ki: mint *Phragmites* és mint *Juncus subnodulosus* soc., kísérői közül megemlíthető: *Luzula pallescens*, *Gentiana pneumonanthe*, *Pedicularis palustris*, *Succisa pratensis*, mint fás növények *Salix aurita*, *rosmarinifolia*, *pentandra* (egykor), stb. és *Calluna*. A Balatonvidék vegetációjában nagy flórafejlődéstörténeti jelentősége van. KINTZLER OTTÓ, ki a vidék lápjain pollenanalitikai kutatásokat végzett, megállapította (v. ö. Soó XII.

331. RUDOLPH Beih. z. BC. 1930.), hogy a középeurópai klimatikus alapszukcessió a Balatonvidéken, illetőleg a Magyar Középhegység nyugati felében is érvényes, kezdődik a praeborealis *Pinus* korszakkal (*Pinus* nagy dominanciája mellett *Betula*), az atlanticumban még mindig a *Pinus* uralkodik, mellette a kevert tölgyeserdő fái (sok *Salix pollen*), a subatlanticumban a *Fagus* mellett háttérbe szorul, de a bükkön kívül sok *Carpinus*, *Picea*, *Abies*, *Alnus*, *Quercus*, *Tilia* van jelen. A közbeeső korokról az eredmény nem közöltetett. Legjelentősebb, a három Conifera: *Pinus silvestris*, *Abies alba* és *Picea excelsa* őshonosságának bizonyítéka az Ősmátrában. Flóratörténetileg igen jelentős, hogy a Dunántúlon az erdei fenyő oly sokáig megtartja dominanciáját, míg a Magyar Középhegység keleti felében hamarabb eltűnik (v. ö. ZÓLYOMI: A Bükk-hegység környékének Sphagnum lápjai, Bot. Közl. 1931. pollena-analytikai eredményeit). A borealis korszakban a Balatonvidéken is bizonynyal erdős sztyep uralkodott — ez a kor az utolsó klimatikus pusztas korszaka a Magyar Alföldön — majd az atlanticumban ismét a *Pinus silvestris* erdők uralkodnak, amiket a subborealis kortól kezdve a bükkösök, illetőleg, különösen később, a tölgyesek váltanak fel. V. ö. Soó XII. 1. c. és A magyar pusztas fejlődéstörténetének problémája, Földr. Közl. 1931. 5.

9. A Balatonvidék fás vegetációjáról már összefoglaló képet nyújtottam (IV. 293—319.), itt csak a legfontosabb növényiszövetkezetekről, azok szociológiai és ökológiai jellemzésével, fogok megemlékezni. A pannoni lejtőkön, mint a természetes beerdősülés szukcessziójának következő fázisa, a *Cotinus* cserjések jelennek meg. A *Fruticiquercion lanuginosae* asszociációs csoportnak legfontosabb képviselője a területen a *Quercus lanuginosa*-*Cotinus coggygria* assz. komplex (*Querceto-Cotinetum*), amely az egész északi partvonal hegylejtőin elterjedt, bár nyugat felé ritkul. Uralkodik a *Cotinus*, amelynek dominanciája mellett a *Q. lanuginosa* olykor háttérbe szorul, ritkábban a *Cotinus* helyébe *Crataegus monogyna* vagy *Cornus sanguinea* lép, mint faciesképző elem. Ez a jellegzetes xerophil (és basiphil!) cserjés vagy az átmeneti zónát képezi a rétsztyepkomplex és a tölgyes (*Q. sessilis*) erdők között, amely utóbbiakat rendszeren szegélyezi s mint *Quercus sessilis*-*Cotinus* facies

azokba átmegy, vagy azokat a meredek, sziklás lejtőket borítja, ahol az erdő kialakulni nem volt képes.

A Bükkhegység szikláin elterjedt s nagyon jellemző sziklai cserjés (*Spiraeo-Cotinetum*) a Balatonvidéken csak Vörösberény—Szentkirályszabadja szikláin alakult ki, bár töredékesen: *Spiraea nines*, a *Cotinus* mellett uralkodók és jellemzők *Amelanchier*, *Cotoneaster integerrima*, *C. orientalis*, *Prunus mahaleb* etc., kísérő növényzete a *Querceto-Cotinetum* fajaiból tevődik össze. ZÓLYOMI szerint inkább az utóbbi sziklai facieséül tekinthető. Ide sorozható még a *Fraxinus ornus-Cytisus nigricans* Soc. is (Gyenesdiás mellett) gyepeiben a *Brachypodium pinnatum* dominál, önálló növényyszövetkezetnek aligha tekinthető.

Konstans kevés (*Quercus lanuginosa*, *Cotinus*, *Crataegus monogyna*, *Fraxinus ornus*, a gyepet rendszeren a *Festuca sulcata* képezi), sok a gyakori faj, mint *Cornus sanguinea*, *Ligustrum*, *Helianthemum nummularium*, *Poa angustifolia*, *Carex humilis*, *Dianthus Pontederæ*, *Arabis hirsuta*, *Fragaria collina*, *Geranium sanguineum*, *Cynanchum*, *Teucrium chamaedrys*, *Chrysanthemum corymbosum*, *Hieracium Bauhinii* etc.

Charakterfajok, a Balatonvidékre vonatkoztatva (úgy látszik, valamennyi előfordul másutt más asszociációban): *Iris arenaria*, *Orchis militaris*, *Coronilla emerus*, *C. coronata*, *Ononis Columnæ*, *Polygala amarum balatonicum*, *Euphorbia angulata*, *Ajuga Laxmannii*, *Melampyrum cristatum solstitiale*, etc. általában részben a sztyeprétek, részben a xerophil tölgyesek elemei alkotják.

Ökológiájában is átmeneti jellegű. Általában az összes fás növényyszövetkezetek sorozatában fokozatos az átmenet — kiindulva az extrém xerophyta-asszociációkból (sziklai és sztyeprétegyepek) — a hő és fényfaktorokkal szemben maximális, a vízfaktoral szemben relatív minimális igényű *Querceto-Cotinetum*tól, a hő- és fényfaktorral szemben relatív minimális, a vízfaktoral szemben relatív maximális igényű bükkösökig. A *Querceto-Cotinetum* tehát a legszárazabb lokális mikroklima, illetőleg az ezt indikáló expozíció és lejtő-hajlásszög, tehát relieffaktorok és a száraz, meleg, bazikus mész- vagy dolomittalajok jellegzetes cserjése, homokkő vagy bazalt (bazalttuffa) talajon kevésbé. Talajában a karbonáttartalom és a pH értékek kb. azonosak a mészhegyek tölgyeseinek talajában kapottakkal. I. ott. A mikroklima szárazságát igazolja, hogy az evaporáció megközelíti a sztyepréteken és sziklai gyepekben mért

értékeket s különösen délután nagyobb az O-expozíciójú lejtőkénél. Átlag az evaporáció a maximális érték (sziklagerinc) 65—70 %-a, de kivételesen 74 %-ra is emelkedett.

A domináns *Cotinus* a xeromorph-cserjék közé tartozik, nagy ellenállóképességű az aszályal szemben, noha ozmotikus értékei kismértékben változók (17·7—25·8 atm.) mint a xerophyták *b*) csoportjában (v. ö. 20 old.) Hasonlóan viselkedik a molyhos tölgy is, az ozmot. érték alig ingadozik (18·7—19·5). Különben a cserjék ozmot. értékei mind. magasabbak (l. alább), átlag 20 atm. felett. Egyesek, mint *Viburnum lantana* és a fák közül ép az igénytelen, szárazságtűrő szil (*Ulmus campestris*=*glabra*) és a virágos kőris (*Fraxinus ornus*) a xerophyták *a*) csoportjához hasonlóan viselkednek (euryhydrikus fajok), az ozmot. értékek nagy ingadozást mutatnak: *Viburnum* 19—47·2, *Ulmus* 13·2 («Hungerform»)—23·8, *Fraxinus* 21·5—35·4. A mesophil erdei fák ozmot. értékei általában alacsonyabbak (l. alább).

Ezen xerophil cserjések — épúgy mint a sztyeprétek — ősi mikroklimatikus-edaphikus növényyszövetkezetek, (míg a *Corylion avellanae* asszociációi, mint a *Coryletumok* stb. inkább a kultúra szülőttei) bár az erdőirtások elterjedésük elősegíthették.

Egészen anthropogen jellegű a legelők tüskés cserjése, a *Prunion spinosae* asszociációcsoportot képviselő *Crataegus monogyna*-*Prunus spinosa* Ass. mint a fás vegetáció leromlását jelző növényyszövetkezet, a kiirtott vagy tönkretett tölgyesek vagy *Querceto-Cotinetumok* helyén (*Cotinus facies*). V. ö. Soó, IV. 312.

Gyakori cserjéje még *Rosa canina*, gyepjében *Andropogon*, *Festuca sulcata*, *Poa angustifolia*, *Carex praecox*, *Erophila*, *Fragaria collina*, *Potentilla arenaria*, *Euphorbia cyparissias*, *Viola cyanea*, etc. Karakterfajul tekinthetők a területen pl. *Hesperis tristis*, *Verbascum speciosum*, etc.

Querceto-Cotinetum ökológiai spektruma: *M*—*MM*: 15·2 %, *N*: 4·5 %, *E*: 0·9 %, *Ch*: 1·8 %, *G*: 8 %, *H*: 63·4 %, *Th*: 6·2 %.
Szerkezeti diagramm: 0·9 %, 3·6 %, 10·7 %, 33 %, 51·8 %.

10. Ugyancsak anthropogen jellegű a tihanyi félsziget meredebb hegyoldalait borító kevert lomberdő is, amely ott az egy-

kori tölgyesek helyét foglalta el. Ültetett fajokkal (*Robinia*, *Ailanthus*, *Pinus*) erősen kevert mesterséges törpeerdő, mint az előbbi is, félkultur-növényszövetkezet. Összetétele alapján a *Quercion roburis* (ill. *Q. sessilis-lanuginosae*) csoportba soroztam mint *Fraxinetum mixtumot*: *Fraxinus ornus*-*Acer campestre*-*Ulmus campestris* asszociációt (a *Carpinusos* subass.-val, pl. Badaacsony).

Igazi karakterfajokról alig beszélhetünk (a Balatonvidéken a *Fraxinus ornus* mellett a *Cardamine hirsuta*, *Glechoma hirsutum*, *Smyrniolum* etc. jellemzőbbek) Konstansai és subkonstansai: *Fraxinus ornus*, *Acer campestre*, *Ulmus campestris*, *Crataegus monogyna*, *Prunus spinosa*, *Cotinus*, *Cornus sanguinea*, *Viburnum lantana*, *Hedera helix*, továbbá *Brachypodium pinnatum*, *Festuca sulcata*, *Corydalis cava*, *Alliaria*, *Viola cyanea*, *Glechoma hirsutum*, *Galium cruciata*, *Lapsana communis* etc. Egyébként a gyepszintben leginkább a *Querceto-Cotinetum* elemeit találjuk, de másutt a *Quercetum sessilis*, sőt a *Fagetum* belekeveredett fajait is.

BRAUN-BLANQUET (Pflanzensoziol.-pflanzengeogr. Studien in Südwestdeutschland 1931, 13—14.) a *Quercion roburis* csoportot újabban 2 részre osztja, a mészkedvelő, neutrophil basiphil *Quercion «pubescentis-sessiliflorae»* és az acidiphil *Q. roburis-sessiliflorae* asszociáció-csoportokra. Minálunk ilyen szétválasztás aligha lehetséges.¹

A balatonvidéki tölgyesek közül uralkodó a *Q. sessilis* Ass., ez borítja a Keszthelyi hegység javarészét, majd a Balatoni felvidék hegyeit, így a délkeleti fekvésű hegyoldalakat és a hegytetőket mint *Q. sessilis*-*Q. lanuginosa* subass., amelyben erősen meszes vagy dolomitos talajon a *Q. lanuginosa* dominál, de a növénytársulást továbbí összeállítása lényegében változatlan marad; viszont a hűvösebb, nedvesebb északi lejtőket s a völgyek oldalait

¹ A *Q. lanuginosa*s tölgyesek általában mésztalajon nőnek ugyan, de maga a *Q. robur* is inkább basiphil jellegű erdőket alkot, noha az Alföld homokjai közül a savanyúbb nyírségi homokon csak a *Q. robur*, a duna-tiszaközi és deliblati pusztákon pedig a *Q. lanuginosa* is erdőalkotó. A Balatonvidéken az előbbi assz. csoportba a xerophilebb, *Q. lanuginosa*s tölgyeseket, utóbbiba viszont a *Carpinusos* nedvesebb, hűvösebb *Q. sessilis* és *Q. robur* erdőket kellene soroznunk, így azonban a florisztikailag egységes *Quercetum sessilis* nem lehet szétbontani. Az Alföldön pedig a *Q. robur* képezi úgy a nedves ártéri, mint a száraz homoki erdőket. A szétválasztást tehát nem lehet ökológiai alapon sem kérésztülvinni.

a gyertyánnal kevert tölgyes, a *Q. sessilis-Carpinus betulus* subass. jellemzi, amelyben a molyhos tölgy elmarad, a cserje- és gyepszínt is, különösen quantitative szegényebb lesz. Talajának vizsgálata változó mennyiségű karbonátot (az alapkőzet szerint, így bazaltan 0—3·5 %, pontusi agyagon —18 %, meszen vagy dolomiton 15—32 %) mutat, épígy a pH értékek is 7·05—7·5 között váltakoznak. A karbonáttartalom a talajmélységgel növekszik, az aciditás kis mértékben csökken, v. ö. Soó III. 295—6.

Konstansok (4—5): *Quercus sessilis*, *lanuginosa*, *Carpinus*, *Ulmus glabra*, *Acer campestre*, *Fraxinus ornus*, *Crataegus monogyna*, *Cornus sanguinea*, *Ligustrum vulgare* — mint a lombkorona és cserjeszint elemei — viszont kevés a konstans-növény a gyepszíntben, ennek subkonstans és gyakori elemei (3—4): *Hedera*, *Brachypodium silvaticum*, *Dactylis*, *Polygonatum officinale*, *Neottia*, *Silene nutans*, *Fragaria vesca*, *Geum urbanum*, *Vicia sepium*, *Euphorbia cyparissias*, *Hypericum perforatum*, *hirsutum*, *Viola cyanea*, *Cynanchum*, *Glechoma hirsutum*, *Origanum*, *Veronica chamaedrys*, *Melampyrum nemorosum*, *Galium mollugo*, *Campanula persicifolia*, *Chrysanthemum corymbosum*.

Charakterfajok, a Balatonvidékére vonatkoztatva: *Pirus silvestris*, *Sorbus cretica*, *Asplenium adiantum nigrum*, *Oryzopsis*, *Luzula Forsteri*, *Asphodelus albus*, *Gagea lutea*, *Ruscus aculeatus*, *Himantoglossum hircinum*, *Limodorum abortivum*, *Helleborus dumetorum*, *Vicia sparsiflora*, *Myosotis caespitosa*, *Melampyrum cristatum typus*, *Orobanche Hederæ*, de a *Quercion* csoportcharakterfajai közül is területünkön a *Melica nutans*, *Milium effusum*, *Helleborine microphylla*, *Cephalanthera alba*, *Orchis purpureus*, *Vicia pisiformis*, *Melampyrum vulgatum*, *Campanula bononiensis* etc. fajok elsősorban ebben az asszociációban élnek.

A *Q. sessilis* erdő rendszeren mint «Niederwald» szerepel, átlagos magassága 4—6 m, melyet az északi-északnyugati fekvésű hegyoldalakon, de különösen a Keszthelyi hegység belsőbb, hűvösebb völgyeinek patajai mentén a *Q. robur-Carpinus betulus* Ass. vált fel, 15—20 m magas szálerdő-állományokban. A kísérő növényzet összetételében a *Q. sessilis-Carpinus* erdőre emlékeztet, de további hygrophil elemekkel bővül, így jellemzők: *Pteridium*, *Tamus*, *Cardamine impatiens*, *Aegopodium*, *Pimpinella major*, *Satureia intermedia*, *Knautia drymeia* etc. Konstansainak megállapítására felvételeim nem elegendők.

Ebbe a növényzöveketecsoportba kell sorolnunk még a *Quercus cerris* ligeteit (javarészt bizonyonnyal ültetett) és a száraz,

xerophil-nyíreseket, így a Lesencevidék savanyú homokján kialakult *Betula pendula* Ass.-t, v. ö. Soó III. 315.

A somogyi dombvidéken megjelenő *Tilia argenteás* tölgyesek összetételük alapján ugyancsak a *Quercetum sessilis*hez sorolandók, de szociológiai értékelésük (subassoc.?) még bizonytalan. Az általam vizsgált állományok (Földvár, Lengyeltóti vidékén) meglehetősen tönkretett állapotban voltak. Magát a Balatont nem érik el s inkább a Praeillyricum flóraterrületére jellemzők.

A tárgyalt erdőtípusok vízőkológiájára vonatkozólag WALTER-nek a fák és cserjék ozmotikus értékeire vonatkozó vizsgálatait véve alapul, az uralkodó elemek az ú. n. mesophil típusok, mint :

Quercus sessilis (10·2—22·5 atm.-nem hazai értékek),

Q. cerris 19·1 max.-hoz közel,

Carpinus 17·4 max.-hoz közel,

Corylus 15·7 max.,

Castanea (7·9—18·8 nem hazai értékek),

Prunus mahaleb 23·9, a Cotinetum növénye,

P. spinosa 17·6—22·9,

Crataegus monogyna 18·2,

Colutea arborescens 26·2, a Cotinetum növénye,

Euonymus europaea 23—27·6,

E. verrucosa 20—24,

Acer campestre 15·4—17·1,

Rhamnus cathartica 21·9,

Cornus mas 22·5,

C. sanguinea 26·1 max.,

Quercus lanuginosa, *Cotinus*, *Ulmus glabra* *Frazinus ornus*, *Viburnum lantana* értékeit l. fentebb.

Míg a fák és cserjék, mint többé-kevésbbé napfénynövények magas ozmotikus értékeket mutatnak, az erdő árnyas talajának növényei annál alacsonyabbat, l. alább. A nyílt, laza záródású cserjésekben és tölgyesekben (a Cotinetumban a cserjeszint átlagos borítása 60 %-os, a *Quercetum sessilis*ben a lombkoronaszinté 50—80 % között változik, 90 %-os borítást csak a *Q. robur* erdőben találunk) nincsenek is igazi skiophil-növények, a gypeszint növényei és a felfutók is elég magas ozmotikus értékeket mutatnak és az euryhidrikus fajokhoz közelednek.

WALTER példái: *Hedera helix* 12 körül (különben 9·2—14·7 között, téli maximum 22 sec. Walter, Hydratur p. 86.)

Clematis vitalba 16·6—18·4.

Parietaria officinalis 13—18.

Chelidonium majus 11·2—12·4.

Mercurialis ovata 17·7—19·4 (Cotinetum-növény).

Cynanchum vincetoxicum 15·8—26·5 nagy napi ingadozású faj.

Glechoma hirsutum 12·3—29·0 igazi euryhidrikus faj.

Physalis alkekengi 10·4—13·1.

Vinca minor 15·8 (téli maximuma 32 atm.-ig emelkedik).

Ezekben a növénysszövetkezetekben tehát hydratura szempontjából igen különböző típusokkal találkozunk, de az extrémek hiányzanak.

Úgy a párologtató tényezők hatása, mint a fényviszonyok ugyancsak a mesophil-jelleget igazolják. Az evaporáció a tihanyi félsziget erdeiben igen változó értékeket mutatott, azok fekvése szerint. A parton alig több, mint a szomszédos mocsári vegetációban s a maximumnak átlag 20 %-a (így akácok és fenyves ültetvényekben), a hegylejtőkön s tetőkön már 45 %-ig emelkedik. A *Fraxinus-Acer-Ulmus* erdők szélén vagy nyitabb állományaiban az evaporáció az erdő mélyében mért értéknél jóval nagyobb, utóbbi az előbbinek csak 40—65 %-a. Átlagosan a legmagasabb értéket az erdők közül az akácok adták. Mivel a tihanyi félszigeten a tölgyesek hiányzanak, azokból közvetlen mért értékük nincsen. A legelők tüskebozótjában már a levegő párologtató ereje nagyobb mértékben érvényesül, itt különböző alkalmakkor a maximum 40—70 %-t találtuk.

Hasonlóan nagy a különbség a fényviszonyokban is. Az erdő (*Fraxinus-Acer-Ulmus* kevert erdő) mélyén a szabadban mért fénymennyiségnek csak $\frac{1}{25}$ — $\frac{1}{50}$ részét kaptuk, míg az erdő szélén ennek kb. kétszerese áll a vegetáció rendelkezésére. ($\frac{1}{20}$ — $\frac{1}{30}$.)

Délben :

Tavasszal (V. 4.)

Szabad napfény 145 BR

Pinus-ültetvény 23 BR

Fraxinetum mixtum

szegélyén 7 BR

mélyén 5·8 BR

Nyáron (VIII. 28.)

525 BR

74 BR

18 BR

10·3 BR

(Bunsen-Roscoe egységekben, 10. perc alatt)

A párolgásértékek a fényintenzitással egyenes arányban vannak, l. Soó X. 611.

Quercetum sessilis ökológiai spektruma: *M*—*MM*: 16·3 %, *N*: 2·2 %, *E*: 0·5 %, *Ch*: 3·5 %, *G*: 16·2 %, *H*: 55·6 %, *Th*: 5·7 %.

Szerkezeti diagramm: 1·8 %, 3·9 %, 8·8 %, 32·2 %, 53·5 %.

Fraxinetum mixtum ökológiai spektruma: *M*—*MM*: 27·2 %, *N*: 0·8 %, *E*: 1·8 %, *Ch*: 2·6 %, *G*: 8·8 %, *H*: 51·8 %, *Th*: 7·0 %.

Szerkezeti diagramm: 3·5 %, 11·4 %, 13·2 %, 19·1 %, 52·18 %.

11. A ligetek asszociációcsoportja, a *Salicion* csak nagyon töredékesen van képviselve a Balatonba futó patakok, sédek mentén, különösen az északi part völgyeiben, ahol leginkább *Salix alba*, *fragilis* és *purpurea* képeznek kisebb állományokat. Leginkább ide sorozható a *Fraxinus excelsior* ligete is, skiophil-hygrophil erdtípus, dús aljnövényzettel (tavasszal *Galanthus-Eranthis*, nyáron *Hedera-Asarum* facies, erős liánokká fejlődött *Clematis vitalbaval*), v. ö. Soó III. 315. Nem játszanak nagyobb szerepet a táj képében a láperdőjellegű *Alnion* asszociáció-csoport képviselői sem, így az *Alnus glutinosa* Ass. (felvéve a Hévizi-tóliget, *Populus nigra* faciessel, *Urtica dioica* dominans) és a *Betula pubescens*nek *B. pendula*val és *Quercus robur*ral alkotott szövetkezete (a vindornyai lápmedence nyírese, *Frangula alnus*, *Rubus caesius* és *discolor* dominánsok). Az előbbiben jellemzők: *Peucedanum palustre*, *Selinum carvifolia*, *Crepis paludosa*, a *Betuletum mixtum*ban a *B. pubescens*en kívül a *Cucubalus*, *Angelica silvestris montana*, *Pimpinella major*, *Galeopsis grandiflora*, legalább is területünkön. Közös csoportcharakterfajok az *Alnus glutinosa*, *Populus nigra*, *Fraxinus excelsior*, *Frangula alnus*, *Viburnum opulus*, *Rubus caesius* var. *umbrosus*, *Filipendula ulmaria* stb. v- ö. Soó III. 301—303. A ligetek és láperdők kísérő növényzete eléggé kevert, a mocsári,

réti és erdei vegetáció elemei gyomokkal keverve jelennek meg, így ökológiájukról is nehéz egységes képet adni s közös jellemzéssel illetni.

Alnetum glutinosae ökológiai spektruma: *M*—*MM*: 17·7 %, *Ch*: 2·5 %, *G*: 2·5 %, *HH*: 2·5 %, *H*: 68·0 %, *Th*: 7·7 %.

12. A bükkösök asszociációs csoportjának (*Fagion silvaticae*) egyedüli tagja az ősmátrai bükkös, *Fagetum silvaticae hungaricum*, amelyet ép a középeurópai bükkösökben, különben konstans fajok hiánya vagy ritkasága és a subalpin-elemekben való szegénység jellemez. Ilyenek a Bakony és Mátra bükkösei, részletes elemzésük és jellemzésük l. Soó VIII. 278—293. IX. 443—456., míg a borsodi Bükk Fagetumai már átmenetet képeznek a kárpáti *Fagetum carpaticum*hoz. A Balatonvidéken csak a Badacsonyon és a Keszthelyi hegységben találjuk meg, bazalton. Rendesen szálerdő (8—20 m), állományjaiban a lombkoronaszint borítása átlag 90—100 % között, ezért aljnövényzete jellegzetes skiophil-fajokból tevődik össze, az erdő mélyén a teljes fény mennyiségnek legfeljebb $\frac{1}{50}$ része s ennél kevesebb áll a gyepszint rendelkezésére. Evaporációs méréseket a balatonvidéki bükkösökben nem végezhattunk, de kétségtelen, hogy itt a levegő párologtató ereje igen alacsony, v. ö. WALTER, Jahrb. f. wiss. Botanik 1928. 233 ff. A típikus erdei skiophyták különben mind alacsony ozmotikus értékeket mutatnak, WALTERnek a bakonyi bükkösökből származó anyagon végzett vizsgálatai szerint — eltekintve az örökzöld fajoktól (pl. *Hedera*, l. fenn, *Asarum* 14 atm.) — 11 atm. alatt, a maximális és optimális értékek igen közelállók.

Oxalis acetosella —7·8 atm., *Impatiens noli tangere* 6·9 atm., *Circaea lutetiana* 7·3 atm., *Pulmonaria officinalis* 8·8 atm., *Galium silvaticum* 9·1 atm., *Asperula odorata* —10·9 atm., *Stachys silvaticus* 9·7 atm.

Maga a *Fagus* ozmotikus értéke 10—21·4 atm. között változik, (nem hazai értékek), tehát a *Quercus sessilis*hez hasonlóan viselkedik. Az ozmotikus értékek nagyon változók a különböző szervekben, sőt a különböző strukturájú levelekben is. A *Fagetum* tehát, különösen aljnövényzete, határozottan hygrophil jelleget mutat, amit azonban nem a talaj, hanem a lokális klímaviszonyok indikálnak elsősorban, így az erdő belsejének telített levegője, a fényhiány s az ennek következtében redukált párolgás, stb. A talaj különben

mindig többé-kevésbbé nedves, így nagyobb vízhiány a vegetáció-periodus alatt nem következhetik be. A xeromorphabb fajok, így az erdei geophyták, a tavaszi, lombfakadás előtti periodusban nyílnak, amikor a hydratura nagyobb ingadozásoknak van alávetve, de a hygromorph skiophytak, amelyek sem az ozmotikus viszonyok változtatásával, sem transpiráció csökkentéssel nem rendelkeznek a nagyobb vízveszteségek elviselésére, csak akkor, amikor a lombosodással a mikroklíma számukra kedvező lesz. Ez természetesen érvényes, habár kisebb mértékben a tölgyesekre, különösen a *Quercus robur* erdőkre is, amelyekhez az átmenet némileg a gyertyános bükkerdő, a *Fagus-Carpinus* Soc. képezi.

A balatoni bükkösök bazaltos állanak, így talajuk mészmentes, pH-ja átlag 6·75, mélyebb szintekben 6·5 körül. A *Fagetum* itt relatív acidiphil szövetkezet, a tölgyesekhez viszonyítva. Több faciest különböztethetünk meg a gyepszint alapján, így a normális (*Asperula odorata*, de *Oxalis* nélkül), az *Allium ursinum*, a graminea (*Poa nemoralis*-*Melica uniflora*), az átmeneti, xerophilabb *Brachypodium silvaticum*, a *Hedera helix* facieseket, stb. Mint a tölgyesek, úgy a bükkösök is sokat szenvedtek az emberi kultúra hatása alatt.

Konstansok (4—5): *Fagus*, *Carpinus*, *Fragaria ornus* — mint gyomfa — *Brachypodium pinnatum*, *Geranium Robertianum*, *Pulmonaria officinalis*, *Cicerbita muralis*. Gyakori fajok még (K : 3): *Acer campestre*, *Corylus*, *Hedera*, *Dactylis*, *Poa nemoralis*, *Galanthus*, *Urtica dioica*, *Rumex sanguineus*, *Geum urbanum*, *Euphorbia amygdaloides*, *Viola odorata* resp. *cyanea*, *V. silvestris*, *Sanicula*, *Glechoma hirsutum*, *Salvia glutinosa*, *Stachys silvaticus*, *Asperula odorata*, *Campanula persicifolia* etc.

Charakterfajok: *Fagus*, *Allium ursinum*, *Bromus ramosus*, *Festuca silvatica*, *Carex silvatica*, *pilosa*, *Silene viridiflora* (*Betuletumban* is), *Dentaria bulbifera*, *Siler trilobum*, *Sanicula*, *Asperula*, amikhez még a Balatonvidéken *Festuca gigantea*, *Carex digitata*, *Arum*, *Actaea*, *Dipsacus pilosus* is járulnak.

A hazai és közép-alpesi bükkösök összehasonlítását l. Soó VIII—IX. 1. c.

Fagetum silvaticae ökológiai spektruma: M—MM: 16·7 %, N: 2·9 %, E: 0·8 %, Ch: 3·6 %, G: 13·7 %, H: 58·7 %, Th: 3·6 %.

Szerkezeti diagramm: 1·5 %, 4·6 %, 11·6 %, 16·2 %, 66·1 %.

Az egész Balatonvidék vegetációja természetesen igen nagy mértékben a mezőgazdasági kultúra hatása alatt áll. A kultur-

növénysszövetkezetek közül legelterjedtebbek a legelők, amelyek gyepjét főként *Cynodon dactylon*-*Lolium perenne* és *Andropogon ischaemum* alkotják, egykori erdők vagy sztyeprétek helyén, meszes vagy mésztelen (pl. bazalt) talajon egyaránt. Amint talajának összetétele és aciditása (pH: 7·5 és 6·7 között változik) különböző, úgy szociológiailag is heterogen, v. ö. Soó IV. 117—9. Karakterfajokul tekinthetők területünkön *Trifolium striatum*, *Anchusa italica*, *Echium altissimum*, *Salvia aethiopis*, *Verbascum speciosum*, *Micropus*, *Gnaphalium germanicum*, *Carthamus*, *Taraxacum serotinum*, ritkább gyomok, mint *Lepidium graminifolium* stb. Mint asszociáció-reliktumok különösen a sztyeprétkomplex egyes elemei szerepelnek. Ökológiailag határozottan xerophil-jellegű, úgy evaporáció, mint hydratura szempontjából igen közel áll a *Festuca sulcata*-*Stipa joannis*-*Carex humilis* komplexhez. Az evaporáció értékei átlagosan egyformák, a keleti expozíciójú sztyeprétekét felülmulja, a tetőkét megközelíti, annak 70—100 %-a. A hydraturára vonatkozólag l. a legelőkön is fellépő xerophyták ozmotikus értékeit, p. 21.

További, de jelentéktlenebb kulturasszociációk az árkok, — *Bidentetum tripartiti*, — az ugarok, — *Setarietum* etc. — ruderalis helyek stb. vegetációjában vannak képviselve, v. ö. Soó III. 119.

Irodalom. — Literatur.

BORBÁS: A Balaton tavának és partmellékének növényföldrajza és edényes növényzete, 1900.

BORBÁS—BERNÁTSKY: Die pflanzengeographischen Verhältnisse der Balatonseegegend. 1907.

GAYER: Die alpinen Moorpflanzen des Balatongebiets. Magy. Bot. Lap. 1924. 57.

HARASZTY: Anatómiai és élettani vizsgálatok a Phragmitesen. 1931.

LUDÁNY: Vízinövények hatása a Balaton vizének vezetőképességére. I. (Verzárral.) Magy. Biol. Int. Munkái II. 165—171., II. 1. c., III. 482—487.

MALDURA: Alcune osservazioni sulle variazioni giornaliere dell'osigeno e del pH nelle acque de lago Balaton. 1. c. IV. 621—625.

MÁGOCSY-DIERZ: Adatok a Balaton és környéke flórájának megismeréséhez. Bot. Közl. 1914. 117., 1918. 17.

MÜLLER: A Balaton vizének vegyelemzése. Magy. Biol. Int. Munkái II. 145—156.

MÜLLER: A Balatonvíz oxigéntartalmának vizsgálata. 1. c. II. 157—160.

RAINERI: Osservazioni sopra i rapporti fra alcalinità dell'acqua e vegetazione algologica dei laghi Balaton e Belső-tó. 1. c. IV. 279—290.

Soó: Adatok a Balatonvidék flórájának és vegetációjának ismertetéhez. Beiträge zur Kenntnis der Flora und der Vegetation des Balaton-gebiets. Magyar Biológiai Kutatóintézet Munkái: I.: II. kötet, 1928. 132—136. II.: III. kötet, 1930. 169—185. III.: IV. kötet, 1931. 293—319. IV.: V. kötet, 1932. 112—121. (Soó I—IV.)

Soó: Erklärung zur geobotanischen Karte der Halbinsel Tihany. Magyarázat a Tihanyi-félsziget növényföldrajzi térképéhez. 1. c. V. 1932. 122—130. 1 térképpel. (Soó V.)

Soó: A modern növényföldrajz problémái, irányai és irodalma. A növényyszociológia Magyarországon. Über Probleme, Richtungen und Literatur der modernen Geobotanik. Die Pflanzensoziologie in Ungarn. 1. c. III. 1930. 1—51. (Soó VI.)

Soó: A magyar vizek virágos vegetációjának rendszertani és szociológiai áttekintése. 1—5. 1. c. II. 45—79. (Soó VII.)

Soó: Összehasonlító erdei vegetációtanulmányok az Alpokban, a Kárpátokban és a Magyar Középhegységben. Vergleichende Wald-Vegetationsstudien in den Zentralalpen, Karpathen und dem Ungarischen Mittelgebirge. Erdészeti Kísérletek 1930. 439—475., 559—566. (Soó VIII.)

Soó: Vergleichende Vegetationsstudien — Zentralalpen, Karpathen, Ungarn — nebst kritischen Bemerkungen zur Flora der Westkarpathen. Veröff. Geobotan. Instit. Rübel, VI. 1930. 237—322. (Soó IX.)

Soó: Kísérleti ökológiai tanulmányok a Balaton vidékén. I. Math. Természettud. Ért. 1929. 602—614. (Soó X.)

Soó: Experimental-ökologische Studien am Balaton I. Math. Naturw. Berichte aus Ungarn. 1929. 116—126. (Soó XI.)

Soó: Die Vegetation und die Entstehung der Ungarischen Puszta. Journ. of. Ecology 1929. 329—350. (Soó XII.)

Soó: Összehasonlító növényyszociológiai tanulmányok I. Vergleichende pflanzensoziologische Betrachtungen I. — Botanika Közl. 1933. 57—69. (Soó XIII.)

WALTER: Beiträge zur Ökologie des Wasserhaushaltes der Pflanzen. Magy. Biol. Int. Munkái. III. 52—59.

WALTER: Ökologische Untersuchungen des osmotischen Wertes bei Pflanzen aus der Umgebung des Balatons. Planta, 1929. 571—624.

WALTER: Die Hydratur der Pflanze. 1931.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. márc. 13-án tartott üléséből.)

DIE PFLANZENGESELLSCHAFTEN DES BALATONGEBIETS.

(Soziologische und ökologische Übersicht.)

Von R. v. SOÓ.

Verfasser, der sich mit der soziologischen und synökologischen Bearbeitung der Vegetation um den Balatonsee beschäftigt hat (1927—31), gibt eine kurzgefasste Synthese seiner Ergebnisse, die ausführlicher in den «Arb. des Ungar. Biolog. Forschungsinst. Tihany, II—V. (1928—1932)» erschienen sind.

Floristisch zerteilt sich das Gebiet in vier Distrikte der pan-nonischen Florenprovinz¹ mit abweichendem Charakter, dass das Reichtum der Flora bedingt.

Von den in Ungarn bisher bekannten etwa 50 Assoziations-verbänden sind in der Vegetation des Balatongebiets etwa die Hälfte vertreten. Eine Übersicht der Pflanzengesellschaften s. S. 5—8. Die bedeutenderen Assoziationen werden vom Verf. folgendermassen besprochen: Verbreitung im Gebiet, verwandte

¹ 1. *Balatonicum*, das Hügelland im Norden nebst den Basaltbergen und dem Keszthelyer Gebirge, gehört zum Florenbezirk des Ungar. Mittelgebirges (*Matricum*) mit der charakteristischen Flora und Pflanzengesellschaften.

2. *Praematricum*, die östlichen Ufer, wo schon die Elemente und Assoziationen des Ungar. Tieflandes (*Pannonicum*) auftreten.

3. *Praeillyricum*, das Hügelland Somogy in Süden, ein Übergangsgebiet des transdanubianischen Florenbezirkes, Einfluss der illyrischen Flora.

4. *Praenorikum*, als Enklaven der norischen Pflanzenwelt: die Moore um Tapolca im Westen.

Pflanzengesellschaften und Varianten (Subassoziationen, Fazies bzw. Soziationen), soziologische Hauptmerkmale: Aufzählung der Konstanten (meist auch der subkonstanten Arten) und der Charakterarten der Assoziation wie auch derselben der Verbände. (Die vollständigen synthetischen Listen sind in den zitierten Arbeiten des Verfassers erschienen). Zur Feststellung des ökologischen Charakters der behandelten Pflanzengesellschaft werden folgende Faktoren besprochen: Bodenverhältnisse (besonders Karbonatgehalt und Azidität), Mikroklima, so die Evaporation bzw. die Evaporation bestimmenden Faktoren, eventuell Lichtgenuss, Exposition, usw. Ferner die Anpassungen der Assoziationsmitglieder im Wasserhaushalt, so die osmotischen Verhältnisse (Hydraturwerte), letztere nach den Forschungen von Prof. H. WALTER. Sonst dienen als Grundlage der soziologischen und ökologischen Beschreibung die Aufnahmen und Messungen des Verfassers, letztere besonders über Evaporation und die Evaporation bestimmenden Faktoren (Sättigungsdefizit der Luft, Windstärke, Besonnung), auch über Lichtgenuss (Lichtintensität) in verschiedenen Pflanzengesellschaften, ferner Bestimmungen der Azidität und des Karbonatgehaltes der Böden der untersuchten Assoziationen, usw. Bei einigen Pflanzengesellschaften wird auch ihre Rolle in der Dynamik der Vegetation behandelt, z. B. Sukzession der Wiesenmoore oder der Kalkfelsen und der Wiesensteppen zu den Eichenwäldern (s. S. 24) Auch die RAUNKIAERschen ökologischen Spektren und Konstitutionsdiagramme werden — bei den wichtigen Typen — angegeben.

1. Pflanzengesellschaften der Wasservegetation (Verband *Potamion*) Verschiedene Bestände (Soziationen) und Komplexe der schwebenden¹ und wurzelnden² Wasserpflanzenarten (ung. «Hinár»), ohne soziale Struktur. S. S. 8. Soó, VII.

2. Sumpfvegetation, Röhrichte (*Phragmition*). Verf. behandelt die Zonation und Schichtung und weist darauf hin, dass in den verschiedenen Schichten des Röhrichts ganz andere ökologische Verhältnisse (bes. was die Evaporation, und die Lichtintensität

¹ z. T. submersen: Makroplankton, z. T. emersen: Pleuston.

² z. T. submers, z. T. emers, Limnophyten: Benthos.

betrifft) vorhanden sind, darum in der Wasserschicht die Hydato-phyten, in der unteren Feldschicht die Hygrohelophyten, in der oberen dagegen die Xerohelophyten (sog. anemomorphe Arten) dominieren. Über die Ökologie des Phragmites s. HARASZTY u. WALTER.

3. Pflanzengesellschaften der grossen Seggen (*Magnocaricion*), Hauptvertreter: *Caricetum acutiformis-gracilis*; andere Assoziationen des Balatonstrandes (sehr bemerkenswert: *Juncetum maritimi*). Die Verbände *Nanocyperion*, *Cardaminion* und *Parvocaricion* sind durch gut entwickelte Assoziationen kaum vertreten.

4. Sumpf- und Moorziesen die den basiphilen *Agrostidion* und *Molinion* Verbänden angehören: die Komplexe der *Agrostis alba* (mit *Deschampsia caespitosa* und *Carex distans*) und der *Molinia coerulea* (-*Sesleria uliginosa*-*Schoenus nigricans*-*Juncus subnodulosus*). Beide haben eine Reihe der Soziationen und Varianten, die meist während der kulturbedingten Sukzession der entwässerten und gemähten Wiesen auftreten. Ökologisch sind die beiden Komplexe stark verschieden (bes. in Torfgehalt und Reaktion des Bodens). Unter den trockenen Wiesen (*Festucion rubrae*) sind nur die azidiphilen Bergwiesen (*Agrostidetum tenuis*) bedeutend, auf Basalt und Rotsandstein.

5. Die Steppenwiesen auf Kalk oder Dolomit, sog. pannonische Trifte, — *Festucion sulcatae* — sind durch Assoziationen des *Festuca sulcata*-*Carex humilis*-*Stipa joannis* Komplexes vertreten. Stark basiphile, durch sehr trockenes Mikroklima bedingte, ursprüngliche und artenreiche Pflanzengesellschaft, mit vielen Charakterarten. Die Xerophyten dieser Vegetation sind in folgende Gruppen zu teilen: a) Sklerophyten: 1. Euryhydrische Arten (Anpassung durch starke Schwankung des osmotischen Wertes), 2. Stenohydrische Arten (reduzierte Transpiration, starke Wasseraufnahme, da ihre Hydratur plus-minus stabil), 3. Übergangstypen b) Sukkulenten (Wasserspeicherung), c) Geophyten und Therophyten.

6. Felsenfluren, nur fragmentarisch entwickelte, doch mannigfaltige Assoziationen des Verbandes *Seslerio-Festucion glaucae*, so auch das *Festucetum glaucae*. Extrem xeromorphe Pflanzengesellschaften (sehr trockenes Mikroklima bes. durch die Relieffaktoren),

kein grosser Unterschied in der Flora der Kalk- (und Dolomit nebst Geysirit) und der Basaltfelsen. Sukzession s. Tabelle S. 24.

7. Auf den Dünen im Osten verarmte Assoziationen der Sandpuszten (*Festucion vaginatae*) des Tieflandes, in bestimmter Zonation, auch basiphile, xeromorphe Vegetation. Noch weniger typisch ist die Vegetation der Szikböden vertreten, wie feuchte Salzwiesen (zu dem Verband *Beckmannion* annähernd) und Salzseebodenflora auf stark basischen Solonecboden. Hydratur durch Salzgehalt beeinflusst.

8. Torfmoore (*Sphagnion*) nur im Lesencebecken: ein topogenes Übergangsmoor, mit *Drosera*, die typischen Hochmoorpflanzen sind dem Gebiete schon verschollen. Pollenanalyse (KINTZLER): Feststellung des einstigen Vorkommens der Coniferenwälder (Kiefer, Tanne, Fichte) und dass die mitteleuropäische klimatische Grundsukzession auch im Westungarn gütig ist.

9. Trockene Gebüsche (*Fruticiquercion lanuginosae*), Hauptvertreter: *Querceto-Cotinetum*, basiphile, trockenliebende Assoziation, ursprünglich an den Abhängen in vielen Varianten; — das Felsengebüsch (*Spiraea-Cotinus* Ass.) nur fragmentarisch. In ihrer Ökologie den Wiesensteppen nahestehend, die dominanten Sträucher sind xeromorph (Hydratur!) Andere Gebüsche sind anthropogen (zu *Prunion spinosae*) wie auch der gemischte Kulturwald: *Fraxinus ornus-Acer campestre-Ulmus glabra* Assoziation, der zu dem Verbande *Quercion roburis* gehört.¹

10. Dominanter Waldtyp: *Quercetum sessilis*, meist auf Berghöhen, als subxerophile Subassoziation mit *Q. lanuginosa*, oder an feuchteren Nordhängen und in Tälern als mehr hygrophile Subass. mit *Carpinus*, dort auch *Quercetum roburis*. Im Süden Eichenwälder mit Silberlinde. Seltener sind die Birkenwälder (*Betuletum pendulae*) und *Quercus cerris* Haine. Verf. bespricht die Ökologie der Waldpflanzen, bzw. die Zusammenhänge zwischen Lichtgenuss, Evaporation und Hydraturanpassungen.

¹ Verf. weist darauf hin, dass in Ungarn die Einteilung des *Quercion* Verbandes auf einen neutro-basiphilen *Q. pubescentis-sessiliflorae* und einen acidiphilen *Q. roburis-sessiliflorae* (BRAUN—BLANQUET) kaum möglich ist.

11. Ganz hygrophile Waldtypen: Auenwälder (*Salicion*, meist nur fragmentarisch, z. B. *Fraxinetum excelsioris*) und Bruchwälder (*Alnetum glutinosae* und *Betuletum pendulae-pubescentis*), mit gemischter Flora.

12. Buchenwälder (*Fagion silvaticae*), nur auf den Basaltbergen, als relativ acidiphiler Waldtyp im Gebiete. Aspekte der Wälder als Resultate des Wasserhaushaltes der Waldvegetation. Vgl. Soó IX.

Die Kultureinflüsse sind überwiegend. Bedeutendste Halbkulturassoziation: der Komplex der Weiden (*Cynodon-Lolium-Andropogon*).

Florengeschichtlich auffallend ist, dass in den postglazialen Zeiten die Kiefer so lange die Dominanz behielt, während im östlichen Teile des Ungarischen Mittelgebirges bald verschwindet (vgl. die pollenanalytische Bearbeitung der Moore um das Bükkgebirge von ZÓLYOMI). In der borealen Periode war wohl auch im Balatongebiete Waldsteppe (Zeitalter der letzten klimatischen Steppe im Tieflande), später — im Atlantikum — sind die Kieferwälder, dann von dem subborealen Zeitalter her die Buchen und Eichenwälder — später besonders letztere — die vorherrschenden Vegetationstypen. Vgl. Soó XII.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. März 1933.)

A DUNA VISEGRÁDI ÁTTÖRÉSE.

KÉZ ANDOR-tól.

Magyarország közelebbi paleohidrografiájának főútőere a Duna. A Duna vízrendszere uralja gyakorlati értelemben ma is az egész Magyar-medencét, a Duna kialakulása után ez a folyam lett a medence fő vízrajzi alapja, és ettől az időtől kezdve a Duna vízterületéhez tartozó többi magyarországi folyónak is a Duna vízterületéhez kellett alkalmazkodnia.

A Duna kialakulását tekintve poligenetikus folyó, mert felsőfolyásától kezdve, közbeesített áttöréses szakaszokkal, a különböző magasságban fekvő és különböző kori medencék egész sorát köti össze.

A medencéknek ez a felfűzése ennek következtében nem törtenhetett egyszerre, ezek a területek lépcsőzetesen kerülnek a tenger, helyesebben a mindinkább elkülönült tengeröblök tengeri, tavi életéből a szárazföldi periódus alá. Korábban kezdődik a szárazföldi lepusztulás szakasza a ma is magasabban fekvő nyugati medencékben, és legkésőbbben következett be a legalacsonyabban fekvő keleti medencékben és öblökben.

A poligenetikus folyók kialakulásának egyes fázisait természetesen a legjobban azokban a pilléreknek is nevezhető áttörésekben lehet a medencék között megállapítani, amelyek az egyes medencerészek között a kapcsolatot fenntartották. A Duna középfolyásának a Magyar-medence szempontjából egyik legfontosabb állomása a Dunának visegrádi áttörése. Ez a Kisalföld és az Alföld medencéje közötti pillér annál fontosabb a Magyar-medencében, mert a főbb medencerészekben a legfiatalabb geológiai korokban és még napjainkban is tektonikus mozgások vannak folyamatban. Ezek a

fiatal mozgások gyakran még a folyam kialakulását követő emlékeket, a különböző terraszokat, színlőket is magukkal ragadták, és e miatt magukban a medencékben a kialakulást nyomon követni nemcsak nagyon nehéz, hanem sok helyen valójában lehetetlen is.

A Duna visegrádi áttörésének menetét egységes képbe még senki sem kísérelte meg összefoglalni. Az áttörés környékére vonatkozó, nagyobbára földtani munkák, egyes elszórt mondatokban, sok és gyakran jól felhasználható adatot szolgáltatnak, de ezek az adatok szét vannak dobálva, magukban állanak, gyakran az átfogó szemlélet hiánya miatt bizonytalanok, ingadozóak, és mindenekelőtt sokkal gyérebbek ahhoz, hogy a kialakulás menetéről elfogadható felvilágosítást tudjanak adni.

A Középduna kialakulásának menetéről leginkább a budapest-környéki terraszok, törmelékkúpok stb. alapján igyekeztek általános képet alkotni, de az innen való kiindulást nagyon megnehezíti, hogy Budapest környékén a Duna balpartja már erősen a fiatal elmozdulások övezetében fekszik, ami a rekonstruáláskor téves ösvényekre is vezethet.

Ez a megfontolás indított arra, hogy az Ósduna nyompontjait inkább a Kisalföld felől kiindulva igyekezzem felvenni.

*

A rendelkezésemre álló különböző irodalmi adatoktól indítva a Duna terraszainak tanulmányozását a visegrádi szorulat felett, Győrnél kezdtem el. Figyelmemet a térképek tüzetesebb vizsgálatakor a formákon kívül különösen azok, az irodalomban gyakran rejtélyeseknek nevezett kavicsok keltették fel, amelyeket általában Komáromtól délre és délkeletre, nagyjában Komárom hosszúságától Tataig jeleznek az irodalmi források (18., 23., 24., 26., 27., 37.). E miatt első ízben Komáromtól délre kerestem fel az említett kavicsokat, de hamarosan meggyőződtem róla, hogy azok tovább Győr felé is kifutnak, és így Győrtől lefelé kezdtem meg a kavicsok nyomozását. Megfigyeléseimnek nagyon hiányos oldala, hogy a trianoni határoktól kényszerítve Győrtől egészen Szob magasságáig csak a jobbpartot járhattam be, egyébként a balparton levő állapotokról csak térképről és csak a gyéren rendelkezésemre álló adatokból szerezhettem tudomást.

A helyszínen az Állami Térképészeti Intézettől kiadott újabb 1:25,000-es térképeket használtam. Az újabb 25,000-ek kitűnő rajza, a szintvonalak sűrűsége lehetővé tette a szükséges magasságok megfelelő pontosságú megállapítását. Ezért közbülső, műszerekkel való magasságmeghatározásra nem volt szükség. Értekezésem olvasásához is ezeknek a térképeknek használatát ajánlhatom.

Az itt-ott szükségessé vált ásványtani és őslénytani meghatározásokat dr. REICHERT RÓBERT, illetve dr. BOGSCH LÁSZLÓ urak voltak szívesek elvégezni, fáradozásukért ezúton is köszönetemet fejezem ki.

Terraszok Győr és Dunaalmás között.

1. Győrtől kezdve Gönyü felé a Duna 0 pontja (106 m a t. sz. f.) felett 4—6 m-es magasságban, meglehetősen keskeny sávban kíséri a Dunát a legalacsonyabban fekvő óalluviális terrasz. Ezt a szintet a továbbiakban IV. számú terrasznak fogom nevezni, mert a számozást a visegrádi szorulatban is végigkísért legidősebb terrasszal kezdem.

Szélesebben csak Komáromtól, illetve Szőnyttől keletre van csak kifejlődve, itt az óalluviális szint 2—3 km szélességben kanyarodik be délkeletnek a Tatai folyó nyugati partján Tatatóváros irányába.

2. Az óalluviális szint felett, a Duna partján, többnyire magas peremmel emelkedik ki és 12—16 m-es viszonylagos magasságban csaknem szakadatlanul követhető a vízszintes, majd hullámos rétegzésű, homokkal váltakozó kavicsból álló és közvetlenül a pannóniai rétegeken fekvő, újplesztocén terrasz. Ezen a terrazon épült Győr belső városrésze (118 m-re a t. sz. f.), részben Komárom (115—116 m) is. Ezt a terraszszintet a következőkben III. terrasznak, vagy a magyar szakirodalomban már meghonosodott kifejezéssel, városi terrasz névvel fogom emlegetni.

A III. terrasz Gönyü földrajzi hosszúságáig nem túlságosan széles. Déli határát ezen a szakaszon kb. a győr-komáromi vasútvonal jelöli. Túlságosan egységesnek sem mondható. Kisebb kiemelkedések és a régi Dunaágak hosszában mélyebben fekvő

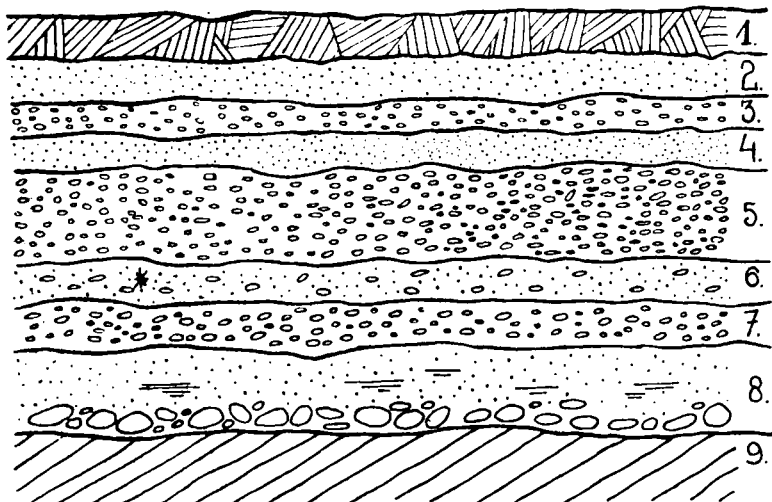
laposok tarkázzák. Gönyü és Komárom között a meredek parti peremből a Vashegy (123 m), Lovadihegy (126 m), Felsőhegy stb. emelkednek ki magasabbra. A Gönyü—Komárom közötti szakaszon a terraszkavics a Nagyszentjánosmajor és a hasonló nevű állomás közötti területen bukik a felszínre. A vasútállomás keleti végétől északra levő kisebb feltárásban a kavics a felszínen 118 m magasságban fekszik, tehát 12—13 m-re a Duna felett. Ezen a vonalon a III. terrasz szélessége több km. Ezt a szélességet mélyebben fekvő laposokkal tarkázva kb. Ácsig megtartja, innen azonban Komárom felé elkeskenyedik. Komárom nyugati szélén, a lovassági laktanya szomszédságában a városi terrasznak már jelentékenyebb feltárása van. A nagyobbára kvarcitokból álló kavics meglehetősen aprószemű. Felszíne 116—118 m-re van a tenger szintje felett. Komáromtól keletre a III. számú terrasz meglehetősen elvékonyodik és Almásfüzitőig csak kisebb foltokkal van képviselve.

3. Győr keleti peremén, Győrszabadhegyen a térképről is jól szembeötlő, alacsony, jobbra lapos tetőkkel koronázott dombor kezdődik. Csak kisebb árkolások szakítják meg, és szinte gátszerűen húzódik Tataig. A dombor egységét a jelentéktelen árkolásokon kívül Bönyréta alap alatt a Bakonyér, Nagyigmándnál a Concó, Mocsai és Kocs között a Mocsai-árokknak több duzzasztott tóval tarkázott völgyelése szakítja meg.

Ezen a sajátos dombháton az első kavicselőfordulások Győrszabadhegy északi határában, a Kovács-féle téglagyártól keletre jelentkeznek. A kavics felszíne 19—20 m magasságban (125 m-re a t. sz. f.) fekszik, a morfológiai formák szerint, mert kissé az alsóbb terrasz felett fekszik, ópleisztocénnek kellene lennie. Ennek látszatra megfelel a kavicsszemek nagysága is, mert azok általában a III. terrasz kavicsánál nagyobbak, a magasabb szintben fekvő kavicsokénál pedig kisebbek. A terraszkavics a művelés alatt álló kavicsbányában 5—7 m vastagságban nagyobb területen fel van tárva (1. ábra). Nagyobb részében kristályos kőzetek, kvarcitok stb. anyagából áll. A felszint kb. 1—1½ m vastagságban borító termőtalaj és futóhomok alatt kezdődik az előbb apróbb szemű kavicsokból álló rétegsor, azt később ismételt sávokban, gyakran lencsésen, folyami homokpadok tarkázzák. A változó szemnagyságú

kavicspadok végezetül homokba mennek át, a homok igen nagy-szemű, gyakran structojás- és fejnagyságú kavicsokon nyugszik. A különböző szemnagyságú kavicspadok ugyanazokból az anyagok-ból állanak. Az alsó homokos részletekben gyakoriak a homok-konkréciók s a puha homokkövek is. A hordalékanyag fekvőrétege pannóniai agyag.

Az ábrán csillaggal jelölt szinttájából (6.) *Pupa* sp., *Succinea oblonga* Drap., *Clausilia* cfr. *rugicolis* Zgl., *Helix* stb. kis csigafaunát



1. ábra. A győrszabadhegyi terraszfeltárás 1. 0.50—1 m vastagságú termő-talaj; 2. 0.50—1 m futóhomok; 3. 0.30—0.50 m aprószemű kavics; 4. 0.50—0.70 m folyami homok; 5. 1—1 ½ m kavics; 6. 0.50—0.80 m kavicsal gyéren tartkázott folyami homok; 7. 0.50—0.80 m vegyes szem-nagyságú kavics; 8. 1.50 m vastag, az alsó nagy görgetegek felett homokkőpadokkal tarkázott folyami homok; 9. pannóniai agyag.

gyűjtöttem, s e szerint a lerakódások pleisztocénkorához kétség nem férhet. Az előbbi terraszműveléklet a városi terraszműveléklet szintjénél valamivel magasabban fekszik, de nem olyan magasságban, mint amilyenben a városi terraszművelékletnél idősebb s a továbbiakban II. sz. terraszművelékletnek, vagy a magyar irodalomban hasonlóképpen polgároso-dott fellegvári terraszművelékletnek nevezendő terraszműveléket joggal várni lehetne. Hovatartozását tehát — később felmerülő, egyelőre tisztá-zatlan részletek miatt is — eldöntetlennek kell tartani.

Ugyanis Győrszabadhegyről a Nagyigmánd felé vezető út mentén, az alacsonyabban fekvő dombháton jelentékeny nagyságú területen bukkan elő ismét a felszínen a kavics. Ennek a kavics-takarónak a folytatása keskenyebb pásztában kb. Gönyű hosszúságáig, a győr—komáromi vasútvonal déli oldalán is megvan. Szélesebben van már kifejlődve Ácstól délre a Nádaskúti-dűlőn, de különösen Komáromtól délre. Komáromtól délre Vígpusztá környékén az országút és a vasút is érzékeny emelkedéssel küzd le a III. és a magasabb terrasz közötti szintkülönbséget. Ezen a részen a magasabban, az ábrán (l. 11. sz. ábra) II. számú terrasz-nak rajzolt terrasz szélessége meghaladja a 4 km-t. Itt a terrasz morfológiai formájával is pompásan előtűnik (2. ábra). A kb. a terrasz közepén fekvő Göbölpuszta felől tágas terraszszint húzódik keletnek, Naszály irányába. A teljesen szintben levő vidék egészen egységesnek látszik, csak a térképről lehet a terrasz feldaraboltságát észrevenni, pedig a Concó is széles, mocsaras völgygel vágódott a terraszba. Kiemelkedésekkel és mélyedésekkel legjobban zavart a Tatai-ároktól közvetlenül nyugatra, Mocsáig terjedő terraszrészlet.

A terraszon sok helyen előtűnik a kavics a szántóföldeken is. Szemnagysága közepesen goromba. Komáromtól délre a terrasz 27—32 m-rel fekszik magasabban a Duna szintjénél (130—135 m t. sz. f.). Ebben a magasságban tűnik fel a terrasz a Dunaalmási domb nyugati lejtőjén is, Dunaalmás felé fokozatosan elkeskenyedik és a dunaalmási templom felett hajlik át a hegy fokán a Duna folyása irányába.

E szerint tehát kb. Gönyütől, illetve Komáromtól kezdve Dunaalmásig jól felismerhető terraszrészletet lehet egészen Dunaalmásig nyomozni. A terrasz szintmagassága bizonyos körülmények között megfelelne a fellegrvári terraszok szintjének, később a Duna mentén folytatása is mindenütt felfelalálható, de olyan sajátságos lejtésű, hogy a terraszmaradványokat egyelőre teljes bizonyossággal nem lehet összekapcsolni és nem lehet még azokat a fellegrvári terraszok szintjébe, — más felmerülhető meggondolások miatt — egyszerűen besorolni.

Az eddig tárgyalt terraszokról az irodalomban vajmi kevés említés történt. Annál többet szerepelnek az irodalomban a Duna mentén a következő szintet kijelölő kavicsok.

4. Ezek a kavicsok nyugat felől valamivel korábban jelentkeznek, mint ahogyan azt az eddigi irodalmi adatok feltüntetik. Ugyanis Győrszabadhegy felől Nagyigmánd felé haladva a már korábban is említett dombháton, de az eddig említett kavicsoknál magasabb szintbe Györgyházamajor közelében találjuk meg a terraszkavicsokat. Györgyházamajortól keletre, kb. 300 m-re, a Kecskeméti-erdőbe bezárt tisztás déli szélén kisebb kavicsfeltárás van. Itt a kavicsok futóhomok alatt fekszenek, anyaguk, mint



2. ábra. Az előtérben a fellegrvári terrasz szintje Komáromtól délnyugatra, a komárom—nagyigmándi vasút vonal mellől. A háttérben a Nyergeshegy az I. számú terrasz szintjében. (Szerző felv.)

Abb. 2. Im Vordergrund das Niveau der Terrasse II. (Burgterrasse), südwestlich von Komárom, neben der Bahnlinie Komárom—Nagyigmánd.

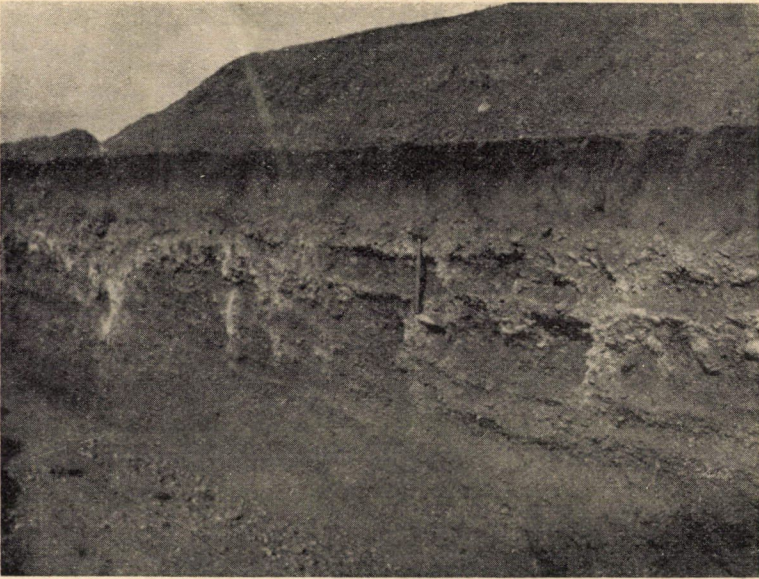
általában ebben a szinttájban, gránit, amfibolgneisz, kvareporfir, kvarcos gneisz, kristályos szemcsés mészkő, tömött márgás mészkő, kvarcitpala. A kavicsok mogyoró-, dió-, de struetojás-nagyságúak is. A kisebb darabok lapos, jól simított folyami görgetegek, de a nagyobbak is vékonyperemű, síma felületűek. Általában ezek a kavicsok minden eddigi terrasz anyagánál öregebb szeműek. A Kecskeméti erdőben a kavics felső szintjének magassága 157 m, tehát itt 50 m-re van a Duna szintje felett. Fekvéje nincs feltárva. A közvetlen környezet tiszta futóhomok.

Az előbbi tisztás északi csücskétől keletre, a Dolnerhegyen, az erdőbe keskenyen nyíló tisztás felső harmadában, ismét futóhomokos környezetben, 150 m t. sz. f.-i magasságban nagyobb kavicsfeltárás van. Anyaga az előbbivel megegyező. Feküje pannóniai agyag. A kavics egészen a felszínen van, de fekvése zavart, mert a bányát betemették, majd újra művelni kezdték.

Az irodalomban különösen az előbbi feltárásoktól keletre, a Bakonyér jobbpartján levő magaslatokon előforduló kavicsokkal foglalkoztak. A Bakonyér jobbpartján fekvő Mihályfapusztától keletre emelkedő lapos dombhátakon, a 150 m-es szinttől kezdve mindenütt kavicsnyomokra lehet bukkanni. Itt már a tájék morfológiai képében is sokkal jobban szembeötlik a terraszjelleg. A dombhátak jelentékeny szélességű, helyenkint 1—1½ km szintben egymásbaolvadó laposokból állanak. Kavicsos itt a Sinaihegy, Kamarhegy és a közbecsípott gerinc is, ahol 155 m magasságban több helyen kisebb gödrökben van feltárva a terrasz anyaga. A kavicsot itt homokos lösz borítja. Nagy, 6—8 kg-os kavicszemek sem ritkák. Tovább keletre a Bana feletti Ördögástahegyen, a Banahegyen stb. a kavics mindenütt előtűnik a már korábban is jelzett szintmagasságban.

Keletebbre a terraszszint ismét a Nyergeshegyen jelentkezik szépen. Itt is mindenütt vannak kavicsnyomok. Borostanya környékén több feltárás is van. A feltárások egyik legszebbike jelenleg Borostanyától északra van, az Ács felé vezető szekérút jobboldalán (3. ábra). Itt a kavics felszíne 145—150 m t. sz. f.-i magasságban fekszik. A terrasz kavics 40 cm vastagságú kultúrréteg alatt 1—1½ m vastagságban van feltárva. Anyaga a felszínhez közelebb fekvő részletekben durvább, s mélyebb szintek felé fokozatosan kifinomodik és alul folyami homokba megy át. A Nyergeshegytől keletre a kavics gyakran előtűnik a dombhátakon vagy közvetlenül a felszínen, vagy ahhoz egészen közel. A kavicsos felszínnek egészen megközelítik a Concó-patak meglehetősen széles árkolását. Kiscsémajortól délre, az Ördöghegy vonalában kb. 150 m tengerszint feletti magasságban érjük el itt a kavicsszintet. Kisebb, meglehetősen felszínes feltárás van Felsőmajor kúrástól északra, az út mellett, 150—152·5 m t. sz. f.-i magasságban. Itten a kavics csak ½ m vastagságban van megbolygatva, de azonkívül is mindenütt kavicsnyomokra akadhatunk.

Szentmihálypusztától egészen a Concó völgyéig a térszín morfológiai egysége nagyon szembetűnő és minden tekintetben érdekes. Északon a kavicssal borított, lapos tetőkkel koronázott dombhát éles peremmel válik ki az alacsonyabb terraszok szintjéből, és hasonlóan jól kifejezetten emelkedik ki a Bőnyrétalap—Bana—Bábolnapusztá—Nagyigmánd vonalán húzódó mélyedésből is. Az előbb



3. ábra. A Duna terraszának feltárása a Nyergeshegy keleti peremén.
(Szerző felv.)

Abb. 3. Aufschluss an Terrasse I, am Ostrande des Nyergeshegy.

említett mélyedéstől délre, illetve kissé délnyugatra a győrszentmárton—pannonhalmi jellegzetes dombsorig, jobban tagolt, pannóniai anyagokból álló dombok töltik ki az alacsonyabban fekvő térszint. A Bakonyér és Concó közötti kavicsos felszín tehát szigetszerűen emelkedik ki környezetéből. Szigetszerű jellegét kétségtelenül annak köszönheti, hogy a terrasz kavics a különben könnyen pusztuló rétegeket az általános lepusztulástól sikeresen megvédelmezte és ilyenféleképpen felszínünk a Kisalföld ellenkező oldalán

fekvő Pándorfi platóhoz hasonló, de annál fiatalabb morfológiai alakulat.

A Concó keleti partján az eddig meglehetősen szélesen kifejlődött terrasz elkeskenyedik és felszabdalódik. A kavicsok a Csém-hegyen ugyan ismét feltűnnek, és kisebb előbukkanások mindig elárulják tovább is jelenlétüket, de a vidék annyira jellegzetes terraszos képe megváltozik. A kavicsok kisebb-nagyobb kúpokat ülnek meg, és ami különösen jellemző, megváltozik a kavics elhelyezkedésének magassága. Eddig általában 150 m t. sz. f.-i magasság volt az uralkodó és attól csak kevés volt az eltérés felfelé vagy lefelé. Moca községtől délre az Öreghegyen a kavics felszíne már 185 m-re fekszik a t. sz. felett. Ennek a szintnek folytatásában, a Tömördpusztától keletre levő Gurgyal-csúcson, az erdő aljában ugyanebben a magasságban van kavicsfeltárás.

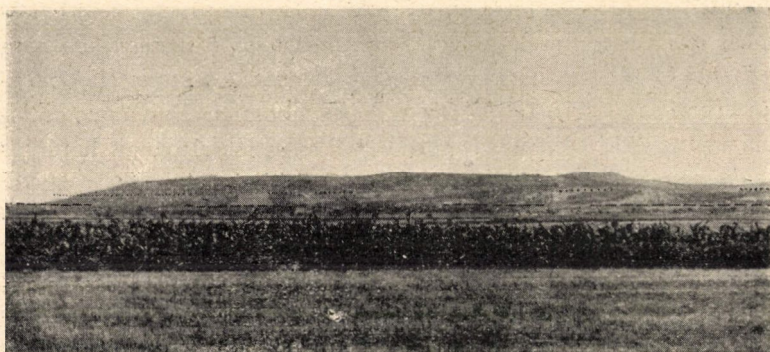
Sokkal erőteljesebben jelenik meg a kavics a Grébicshegyen, ahol a csúcs magasabb részét elfoglalva felszíne 194 m magasságot is elér. Itt a kavics elég jól fel van tárva. Összetétele, anyaga és településének módja is az eddig átlag 150 m magasságban előfordult kavicsokkal teljesen megegyezőnek látszik. A hegy tetején a kavics egészen a felszínen fekszik, és a csúcstól keletnek a kavicsfelhalmozódások tovább folytatódnak.

A Grébicshegytől északkeletre, a Szabóhegyen 191 m magasságban teljesen azonos körülmények között akadunk rá ismét a kavicsra. A feltárás nem túlságosan mély, de a külső körülmények arra utalnak, hogy itt a kavicstakaró elég vastag lehet. Általában ezen az I. sz. terrasznak nevezett szinten a kavicsréteg vastagsága 2—5 m között ingadozik. A Szabóhegytől északkeletnek lehet a terraszkavicsot tovább nyomonítani. Megvan az a Szabóhegyről a Látóhegyre vezető gerincen és annak csúcán (191 m) is.

A Tatai-árok megszakítja a kavicstakaró egységét, de az árok keleti szegélyének morfológiai formái már a távolból is szemlélve biztató jelekkel kecsegtetnek. Eddig az irodalomban a Győr—Tata közötti kavicsokat inkább helyi képződményeknek írták le, Dunaalmás környékén kellett eldölnie, hogy ez a kavicsszint tényleg helyi képződmény-e vagy az Ósduna egyik szakaszának maradványa.

A dunaalmási mésztufadombot Tata felől megközelítve tényleg ráakadhatunk a kavicsok folytatására.

Itt a Leshegy és a Csúcsoshegy (223 m) közötti lejtőszakaszon, inkább a Csúcsoshegy közelébe jutó harmadon, alsó szintjével 185 m, a felső szinttel 190 m t. sz. f.-i magasságban fekszenek a korábban megismert terraszkavicsai. Morfológiai formájában és településével is pompásan kifejlődött terraszcsoport. A helyenkint 100—150 m szélességet is elérő terrasz északkeleti irányban húzódik és a kavics a felszínen is megjelenik. A terrasz Dunaalmást kb. 3 km-re megközelíti, azután kiékelődve nagyon elvékonyodik. Itt a terrasz az Almásihegynek erősen nekitörülő Duna oldalozó eroziója következtében pusztulhatott el. Kétségtelenül megállapítható azonban, hogy az I. sz. terrasznak 85—90 m vi-



4. ábra. A dunaalmási mésztufadomb Almásfüzitő felől. A dombtető északi fele (baloldal) a 220—250 m-es szintet jelöli. az I. számú terrasz, ---- a fellegvári terrasz. (Szerző felv.)

szonylagos magasságban fekvő szintje (a Duna 0 pontja Dunaalmánál 103 m) az almási mésztufadomb oldalán átfordul a Duna mentére és azután nyoma mindenütt feltűnik lefelé a Duna partján. (4. ábra.)

Már egymagában ez a tény is bizonyítja, hogy az ebben a szintben fekvő kavicsok nem helyi eredetűek, hanem az Ősduna egyik szakaszához tartoznak. Kétségtelenné teszik ezt a feltevést még a Duna balpartjáról közölt megfigyelések is. HORUSITZKY (29) is említi a Duna balpartjáról hasonló szinttájból kavicsokat, de a közelebbi helyet nem mondja meg. INKEY, HORUSITZKY és TIMKÓ együttes munkájokban (30) említik, hogy pontusi csillámos homok-

réteg felett meszes kavicsok fekszenek. Ezeket a pontusi kor legfiatalabb képződményeinek tartják. A kavicsok Madar határában a Kövecseshegyen 190 m magasságban, tehát ugyanabban a szinttájban fordulnak elő, mint Dunaalmáson. Kisebb foltokban a kavicsok megvannak még Szőlgyéntől délre Kurt község mellett, valamint Sárkány község közelében is. A madari előbukkanás Dunaalmástól északra 8 km-re fekszik, Sárkány pedig Nyergesújfalutól van ugyanilyen irányban és távolságra. Ebben az esetben tehát ezeket a kavicsokat a mai Duna folyásával megegyező irányban hömpölygő folyam egykori hordalékának kell tekinteni.

Az I. sz. terrasz kavicsanyaga olyan összetételű, hogy e szerint a kavics éppen úgy származhatott a Duna felső vízvidékéről az Alpokból stb., mint a mi Kárpátjainkból. Harmadik eset nem lehetséges, mert hogy ezek a kavicsok semmiféle összefüggésbe sem hozhatók a rábamenti kavicsokkal, azt már Lóczy is (17) megállapíthatónak tartotta. Lóczy a kavicsokban a Duna északi oldaláról lezúduló ősi, pliocénkori folyó törmelékkúpjának karélyos homlokrészét látta. Hogy a kavicsok nem egy helyi elhelyezkedő törmelékkúp tartozékai, azt a korábban felsorolt adatok félreérthetetlenül bizonyítják.

Sok különböző feltevésre adott eddig alkalmat az I. számú terrasz kormeghatározása. A kavicsok mindenütt közvetlenül a pannóniai rétegeken fekszenek és közöttük gyakran lehet Congeriatöredékeket is találni, de azok erős koptatottságuk miatt meghordottságukról tesznek bizonyosságot és így másodlagos fekhelyre utalnak. Általában eddig a kavicsokat és így velők az I. számú terrasszintet is felsőpannóniainak vagy levanteinek mondták (23., 24., 25., 26.).

Hogy az I. számú terrasz a pleisztocénnál idősebb, és pedig jelentékenyen idősebb lehet, azt közvetve az alsóbb terraszok kormeghatározásából és az I. számú terraszhoz a II. számú terrasz feletti jelentékeny magasságából is következtetni lehet. A morfológiai formák is arról tanuskodnak, hogy az I. számú terrasz a pannóniai és levantei idők határmesgyéjén alakulhatott ki.

Összefoglalva az eddigieket kiemelhetjük, hogy a győr—dunaalmási szakaszon a terraszok meglehetősen zavartan jelentkeznek. Egyedül a IV. és III. számú terraszok futnak teljes szabályossággal

és zavartalanul. A 11. ábrán a fellegrádi terraszok (II.) sorában kavicsal is jelzett terraszmaradványok között bizonytalan a győrszabadhegyi terraszok helyzete. Az I. számú terrasz sorában bizonytalan a kb. 150 m t. sz. f.-i magasságban fekvő Kecskeméti erdő és Kiscsém közötti terraszrészlet hovatartozása. Az eddigi források ezt a pompás terraszfelszínt a sokkal magasabban (kb. 190 m t. sz. f.) fekvő öreghegy—tatai sorozattal egynek veszik a bennök található Congeria-töredékek és a tényleg sajátságosan megegyező külső jellemvonásaik alapján is. A két rész közötti aránylag nagy magasságkülönbség azonban bizonyos és később kifejtendő megfontolásokra ad alkalmat. Végezetül megállapítható, hogy Dunaalmásnál, a Gerece északi lábánál az I. számú terrasz a Duna szintje felett 82—87 m magasságban, a II. számúnak jelzett terraszmaradvány 32—33 m magasságban, a városi terrasz (III.) 12—16 m és az óalluviális (IV.) terrasz 4—6 m magasságban fordul át a hegy fokán.

Mielőtt a dunaalmási domb nyugati oldalát elhagynánk és a terraszokat tovább kísérnénk Esztergom felé, meg kell emlékezni még egy szembeötlő és később is gyakran ismétlődő jelenségről. Nyugat felől, akár Almásfüzitő, akár másfelől nézzük a dunaalmási dombot, a korábban említett terraszok szintjénél szembeötlőbben jelentkezik még egy szint kb. 220—250 m t. sz. f.-i magasságban, 120—150 m-rel a Duna szintje felett. A dombnak a Duna felé néző foka felől 210—220 m magasságban nagyobb lejtéssel emelkedik ki, azután sokkal lankásabban húzódik végig a leegyengetett gerincen kb. 250 m magasságig. A penéplénszerű jelleg közelebbről is szembeötlő. A morfológiai formák azt a benyomást keltik, mintha itt parti színlővel volna dolgunk. Nem lehetetlen az sem, hogy az említett 220—250 m-es szakaszt még kisebb szintközökre is fel lehet bontani. Sajnos, ezeket a magasabb szinteket csak morfológiai jellemvonásuk alapján tudom leírni, földtani és őslénytani bizonyítékokat időm rövideje miatt már nem tudtam kinyomozni. Mindamellett a következőkben mint jellemző formákat mindenütt fel fogom említeni, ha a tájképben jobban szembeötlenek.

Terraszok Dunaalmás és Esztergom között.

Dunaalmástól keletre a Duna terrasza a Gerecse északi nyulványain fekszenek. A korábban tárgyalt terraszzal szemben érdekes jellemvonása ennek és majd a későbbi szakaszoknak is, hogy ezeken a helyeken az idősebb terraszközégszintek nagyrészt változó vastagságú lösztakaróval vannak bevonva, és hogy ennek következtében a terraszkavics sokkal nehezebben kerül napfényre. Kőanyagban is sokkal gazdagabb ez a vidék, a kavics nem olyan értékes és keresett, mint a Kisalföld felé néző szakaszon, s így a mesterséges feltárások meglehetősen ritkák. A morfológiai formájukkal is gyakran igen jól szembeötlő terraszközégszintek különböző vastagságú löszköpenyök miatt gyakran nagyobb magasságúaknak látszanak, mint amilyen értéket valóban jelentenek.

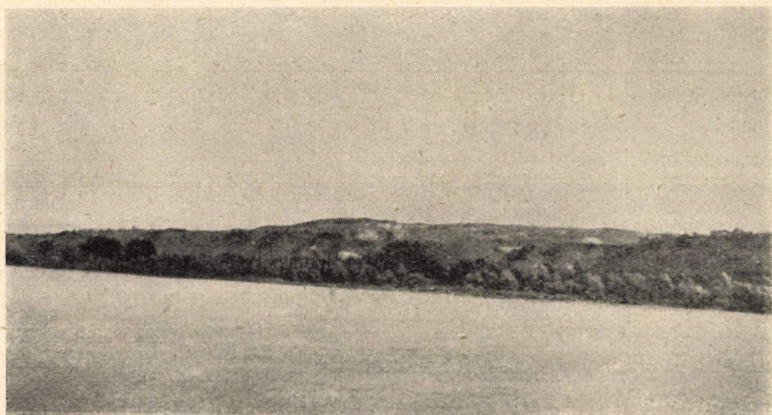
A terraszközégszintek anyagában egyöntetű a változás abban, hogy a környező hegyvidékekről származó mészkövek is nagyobb számmal vannak képviselve éspedig annál nagyobb mértékben, mennél fiatalabb a terraszközégszint.

1. A IV. számú terraszközégszint csak keskeny pásztára szorítkozik a Duna mellett, de viszont mindenütt megtalálható a Duna szintje felett a már említett 4—6 m-es viszonylagos magasságban (Esztergomnál a Duna 0 pontjának magassága 101 m a t. sz. f.). Az óalluvialis terraszközégszint t. sz. f.-i magassága Dunaalmás közelében inkább 108, Esztergom közelében 107 méter.

2. A városi (III.) terraszközégszint a IV. terraszközégszinthez hasonlóan csaknem az egész Esztergomig tartó vonalon meglehetősen keskenyen van kialakulva. A Duna partján sűrűn egymást követő községek a leggyakrabban a városi terraszközégszint árízmentes szintjére vagy annak közvetlen közelébe telepedtek, 14—15 m magasban a Duna szintje felett. Dunaalmás alatt, a neszemélyi vasútállomás közelében, az országút és a vasútvonal között, 117—118 m magasságban találjuk meg a városi terraszközégszintnek a Duna mai kavicsaihoz nagyon hasonló jellegű feltárását. Általában a magasabb terraszközégszintek Nyergesújfaluig nagyon megközelítik a Dunát, s e miatt a III. terraszközégszint pásztára szorítkozik. Nyergesújfalu és Tokod között a III. számú terraszközégszint csaknem teljesen hiányzik, csak Tokod előtt van egy lealacsonyodott kisebb szakasza. Szélesebb öblözetet foglal el azután

a III. terrasz Tát és Esztergom között. Dorogtól keletre az alsóbb szinttájakat, a nyugatnak néző lejtőket kb. a terrasz magasságáig elöntötte a futóhomok. Esztergomtábornál északkeleti irányban is legnagyobb részében futóhomok borítja a III. terraszt, rajta csak elvétve lehet kavicsnyomokat látni.

3. A felleghvári terraszok (II.) lösszel borított szintje mindjárt Dunaalmás mögött feltűnik és kb. 135 m-es magasságban a szőlők között gyakran lehet kavicsnyomokra is akadni. Neszmély község keleti végéig a II. számú terrasz meglehetősen kiterjedt, de morfológiai formája nem annyira szembeötlő, mint Neszmély és Süttő



5. ábra. Felleghvári terraszok Neszmély és Süttő között. (Szerző felv.)

között, ahol a felleghvári terraszoknak lösszel borított szintje egészen megközelíti a Dunát (5. ábra). A szépen kifejlődött terraszokat aránylag mély vízmosások szabdalják. A vízmosásoktól nyitott feltárásokban gyakran előbukkan a lösz alatt a terraszkavics is. Így pl. Neszmély felett, a község közepén levő templomtól a 209 m-es magassági pont felé vezető út mellett, az út elágazásának közelében lévő barlanglakások szomszédságában 2 m-es löszréteg alatt 135—136 m magasságban fekszik a típusos terraszkavics. A neszmélyi téglagyár gödrében, Congeriákban igen gazdag pannóniai rétegeken ugyanilyen t. sz. f.-i magasságban nyugszik a felleghvári terraszok anyaga. Süttőtől nyugatra, az ú. n. Süttői-földek pompás terrasz-

vidékének északi részletében a fellegvári terraszok annyira megközelítik a Dunát, hogy a víz partján alig marad hely az országút és a vasút részére.

Süttő és Piszke között a II. számú terrasz a Dunától kissé eltávolodik és ugyanakkor a terrasz körvonalai elmosódottak lesznek. Általában hasonló a helyzet Piszke és Nyergesújfalu között is. Nyergesújfalutól délkeletre a II. terrasz foglal el kisebb területet. Bajóttól északra a Búzáshegy északi lábánál hosszabb vonalon követhető a II. számú terrasz kavicsa. A kavicsok között sok a helyi eredetű, kevésbé meghordott mészkőkavics is. Azután a fellegvári terrasz egészen Tokodig mélyen behúzódik az I. számú terrasz szintje alá.

Esztergom környéke a terraszok szempontjából meglehetősen halott vidék. Úgy látszik, hogy a fellegvári terrasz a Vaskaputól nyugatra és így Esztergom közvetlen szomszédságában, a Duna oldalozó eróziójának esett áldozatul.

Morfológiai jellemvonásaiból ítélve Esztergomnál a Várhegy platója 145—150 m t. sz. f.-i magasságban őrzi a fellegvári terraszok egyik darabját. Sajnos, sem a Várhegyen, sem a háttérben levő nagy agyaggödrök feltárásaiban nem lehet terrasz kavicsra akadni. Az Esztergom felett és alatt levő kavicselőfordulások pedig mind valamivel alacsonyabban fekszenek a Várhegy szintjénél.

4. Dunaalmás alatt az I. számú terrasz anyagát is túlnyomórészt lösz és egyéb, lemosott puha törmelék borítja. Neszmélytől délre és délkeletre a Paphegynek a Duna felé néző lejtőin és annak folytatásában a Tekereshegy nyulványán az I. számú terrasz darabjai szépen ki vannak fejlődve. A legpompásabban jelenik meg azonban ez a terraszrészlet az egész hegyvidéki Duna mentén Neszmély és Süttő között az ú. n. Süttöi-földeken. (6. ábra.) Magán a terraszon sehol sem lehet kavicsot találni, a terrasz felszínén csak elvétve akad egy-egy felvetett kavicszem. Ahol azonban a Duna felől visszavágódó árkok a terrasz szintjéig bevágnak, ott a kavics előtűnik. A kavicszemek ezeken a helyeken meg-egyeznek a Dunaalmás feletti szakasz kavicsaival. Szembeötlő a kristályos kőzetekből eredő kavicsok szemnagysága. Egyedüli különbség az, hogy a kavicsok között helyi eredetű mészkőkavicsokat is lehet találni. A terrasz kavics pl. a Süttöi-földektől nyu-

gatra levő Tekereshegy keleti oldalán leereszkedő mély vízmosásban van feltárva. A kavicsok konglomeráttal kapcsolatban pannóniai rétegeken fekszenek. A kavicsszint maximális magassága 185 m a t. sz. felett.

Az Asszonyhegy erdős lejtőjének aljából pompás kilátás nyílik az I. számú terrasznak $1-1\frac{1}{2}$ km szélességben beöblösödő és kelet felé elkeskenyedő szintjére. Érdekes, hogy a terraszsíntje lassú átmenettel nő ki a II. terraszsíntjéből, és ugyanilyen, alig észrevehető átmenettel ér el nagyobb, a terraszsíntjét jóval meghaladó



6. ábra. Az I. számú terraszsíntje Neszmély és Süttő között. Hátterben a 220—250 m-es szintek. (Szerző felv.)

magasságot. Ezt a lépcsőnélküli átmenetet a könnyen lehúzó puha törmelék okozza. Megfigyeltem, hogy egyetlen záporosó után 20—25 cm vastagságú puha, lemosott törmelék halmozódott fel, nem árokban, hanem aránylag lapos felszínén.

A Süttői földekről a terraszsínt átjátszik a lábatlani mésztufabányák irányába is. A lábatlani középső mésztufabánya déli peremén, édesvízi mészkő felett, kb. 4—5 m vastagságú konglomerátum fekszik, teljesen hasonló ahhoz, mint amilyen a Tekereshegy melletti vízmosásban is felszínre került. A konglomerátum felett vékony mészkőpad, majd 170—172 m t. sz. f.-i magasságban

terraszkavics következik. Ugyanebben a szintben fekszik a kavics a következő, északabbra fekvő bányában is.

A Lábatlantól keletre fekvő I. számú terraszs, a süttőiekkel ellentétben, erősen fel van darabolva. A Szarkáshegytől csaknem egészen Tokodig a Duna a magasabb terraszkokat erősen alámosta. Kavicsnyomok általában mindenfelé találhatók, valamivel élénkebben jutnak azok kifejezésre a Szarkásmajor feletti kis erdőtől keletre. Ezek a kavicsnyomok kivezetnek a Fehérkereszt-dűlő terraszára is. Tokodtól keletre az I. számú terraszs elkeskenyedik, amint a Kis Kősziklát megközelíti. Ennek északi lába előtt is keskeny sávban húzódik végig nagyjából az erdő alját követve és Dorogtól nyugatra, a Kis Kősziklától keletre levő agyagbányában lehet 185 m t. sz. f.-i magasságban gyenge kavicsnyomot látni.

Esztergomtábornál északkeletre az I. számú terraszs szintje az Ispitahegyen jelentkezik, és innen kezdve 175—185 m t. sz. f.-i magasságban karéjosan övezi a Vaskaput körülvevő, erősen tagolt alacsony halomvidéket. Az ezen a területen csak morfológiai formákban jelentkező terrasznak csak kis nyulványai, foltjai vannak.

A dunaalmási domb nyugati oldalában megfigyelt 220—250 m-es szint gyakran előtűnik a Duna mentén. Előbbi sajátságát is megtartja és ismételten színlőhöz nagyon hasonló jellemvonásokat őriz. Egyúttal azonban az előbb említett szint felett egy újabb is megjelenik kb. 290—350 m magasságban. Ugyanerre a szintre is vonatkozik az a korábbi megjegyzésem, hogy lehetséges, hogy ezt is kisebb szinttájakra lehet még a részletesebb vizsgálatok során bontani.

A Süttői-földeket karéjosan övező Nagysomlóhegy, Asszonyhegy és a Haraszthegy északi nyulványai mind aláabradált formákhoz hasonló hajlással mennek át az alsóbb (220—250 m) szintekbe. Ugyanez a 220—250 m-es szint szembeötlően jelentkezik még Bajót felett és az Esztergomi-öbölben. A 290—350 m-es szintek az előbbinél jóval elmosódottabban tűnnek elő a Süttői-földek háttérében, Piszke, Lábatlan mögött és ugyancsak az Esztergomi-öbölben is.

Terraszok Esztergom-Tahi, illetve Szob-Vác között.

1. Az óalluviális terrasz (IV.) 4—6 m magasságban Esztergomtól Tahig mindenütt megvan a Duna mentén, csak ott hiányzik, ahol a szálban álló szikla egészen megközelíti a folyó partját. Aránylag szélesebben van kifejlődve Basaharc és Pilismarót alatt. Dömöstől Visegrádig folytonosan keskenyedik, a visegrádi Várhegy



7. ábra. A városi (III.) terraszok lösszel fedett pereme Dunabogdánytól délre. (Szerző felv.)

Abb. 7. Lössbedeckter Rand der Städteterrassen (Terrasse III) südlich von Dunabogdány.

alatt nyomavész és csak Szentgyörgypusztától délkeletre kezd ismét jelentkezni. Viszont igen szépen jelzi magasságát a Szentendrei-sziget felső csúcsa addig, míg azon a futóhomok fel nem tűnik. Dunabogdány és Tahi között azután ismét erősen kiszélesedik.

2. A városi (III.) terraszon fekszik Esztergom alsó városrésze 113—117 (12—16) m magasságban. Jól ki van fejlődve a Szamárhegytől nyugatra levő Kistói földeken, a Szamárhegy és Basaharc között egészen elkeskenyedek, néha el is vész. Basaharc és Pilismarót között jobbára futóhomokkal borítva a III. számú terrasz

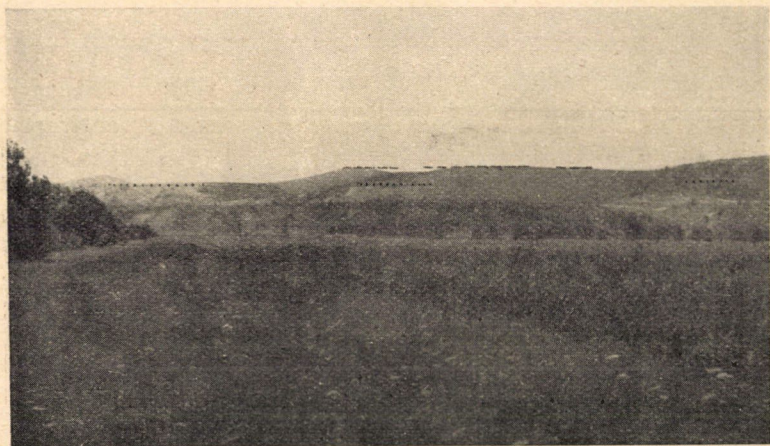
nagy háromszögalakú területet foglal el, a terrasznak szintjét a Homoki szőlők jelzik. Visegrád nagyobb, mélyebben fekvő része is ezen épült. Salamon-tornyától kezdve a terrasznak nyomavész, a Duna teljesen alámosta a Kisvillám, Mogyoró-hegyek lábát. Az országot látszólag a III. terrasznak szintjében fut, de azt mesterségesen vájták a sziklába. A Szentendrei-sziget északi végében lévő Kisoroszi nagyon megközelíti a városi terrasznak szintjét, a körülötte levő futóhomok azonban annál magasabbra emelkedik. A dunabogdányi templom a városi terraszkok egyik, lösszel borított darabján áll. Dunabogdány alatt ennek meghosszabbításában, a Csódihegy aljában hosszabb darabon páratlanul szépen van kifejlődve a városi terraszkok egyik darabja. A pompásan kifejlődött terraszt itt jelentékeny vastagságban lösz takarja (7. ábra). A délies irányban húzódó újpleisztocén terrasznak összefüggését az Ásványpatak bevágódása megzavarta, a terraszt elmosta és az átvágás alatt szépen kifejlődött lapos törmelékűt rakott le.

3. Esztergomtól keletre Dobogó felé és a Szamárhely irányában a magasabb terraszkok meglehetősen gyengén vannak kifejlődve, különösen vonatkozik ez az I. számú terraszra. Annál szebben látszik a fellelgyári terrasznak szintje a Duna túlsó partján, amint közvetlenül a folyó partjáról emelkedik ki. A jobbparton ezen a szakaszon sehol sem tudtam a terraszfoszlányokon a terraszkavicsra is ráakadni. Mintegy kárpótlásul annál szebben jelentkeznek a fellelgyári terraszkok Basaharc alatt.

A basaharci téglagyártól délkeletre Pilismarót felé, a Pilismarótra vezető országút déli oldalán a tájképet a fellelgyári terraszkoknak nagyon szépen kifejlődött részlete uralja (8. ábra). A terraszkavics az út mentén mindenütt előbukkan a terraszk oldalában. Legjobban a basaharci téglagyár jelenleg műveletlenül heverő agyaggödrének délkeleti szárnyán látható. Itt a terraszkavics 136—138 m t. sz. f.-i magasságban jelentkezik. A kavicsot, amint az a feltárásokból kitűnik, 10—12 m vastagságban lösz borítja, és így külső képében a terrasznak kb. 150 m t. sz. f.-i magasságú. A kavicsok között bőségesen szerepelnek már a közelebbi eredetű mészkő- és andezitdarabok is. A legszebben van kifejlődve ezen a környéken a fellelgyári terrasznak a Basaharc és Pilismarót közötti Bitóczy-dűlőn, itt szélessége megközelíti a félkilométert.

A II. számú terrasz azután áthúzódik Pilismarót környékére is, maga a község a terrasz lábánál fekszik. Dömös felett két részre bontva jelentkezik a fellegvári terraszok két kisebb darabja.

A Dömös és a Lepence-patak torkolata közötti szakaszon meglehetősen elmosódottak a terraszok, inkább a magasabb szintek jutnak kifejezésre. Nagyon érdekesen jelentkezik a fellegvári terraszok szintje 140—145 m magasságban a Lepence-patak torkolata közelében. A patakmeder felett, annak balpartján, a nagy andezitbányában, a bánya felső peremén, a szálban álló andezit vízszintes



8. ábra. A basaharci fellegvári (II.) terrasz a városi (III.) terrasz szintjéről nézve. A terraszt megbontó völgyelés mögött az I. számú terrasz foszlánydarabja. 220—250 m-es, ----- 290—350 m-es szintek.
(Szerző felv.)

síkban végződik. A vízszintes felületen hatalmas andezitgörgetegek fekszenek. A törmelékkúp metszetét mutató képződmény nyugat felé kiékelődik. Nyilvánvaló, hogy itt a Dunának, illetve a Lepence-pataknak egyik sziklaterraszja van feltárva. A Lepence erre rakta le az ópleisztocénban hordalékát. A hordalékanyag szerkezete, anyagának nagysága, összetétele teljesen hasonló a Lepence patak mai ágyában látható törmelékhalmozathoz. A szerencsés feltárás nagyon jól mutatja a terrasz magasságát.

A Lepence patak torkolatának keleti szomszédságában a Duna

nagy pusztítást végzett. A folyó sodra minden időkben erősen átvágódott erre az oldalra és az idősebb terraszmaradványokat elpusztította. A fellegrvári terraszok meglehetősen elmosódott szintmagasságát morfológiai formájával Visegrád közelében Salomontornyának alapja (kb. 145 m) jelzi. Visegrádtól egészen Szentgyörgypusztáig és Dunabogdányig keskeny pásztákban gyakran előtűnik a fellegrvári terrasz szintje. A terrasz kavicsot csak vékony takaróréteg borítja, mert mindenütt előbukkan a szőlők között. Dunabogdánytól Tahi felé, a Csódihegy aljában, az andezithányák törmelékhalmozaitól zavarva, meglehetősen elmosódottan lehet a II. terrasz néhány darabját morfológiai formájáról felismerni. A csódi foszlányok folytatásában, az Ásványpatak jobbpartján sokkal kiterjedtebben jelentkezik az említett terrasz. A terrasz közepesen 145 m t. sz. f.-i magasságban fekszik, szélessége eléri a $\frac{3}{4}$ km-t. A terrasz kavicsokat vékony takaróréteg borítja, mert a szántóföldeken és a szőlőkben mindenütt elővillan. Közvetlenül Tahi felett keskeny pásztában jelentkezik a fellegrvári terraszszint.

4. Az I. számú terrasz részletei Esztergom alatt, a Vaskapu északi lejtőjén csak gyenge foszlányokban jelentkeznek, ezeken kavicsot nem találtam. Ezek a szintek átjátszanak a Szamárhely nyugati, az erdő alatt fekvő lejtőjére is. Általában a visegrádi áttörésben az I. terrasznak gyenge nyomai maradtak, morfológiai formáival sem túl gyakran tűnik elő, kavicsal is jelzett szintjére pedig csak alig néhány helyen akadtam. Mindamellet ezek teljesen elegendők és kifejezőek arra, hogy jelenlétét és ennek a szintnek az áttörés mentén való állandó esését igazolni lehessen.

A fellegrvári terraszok szintje felett Pilismarót magasságában jelentkezik jobban első ízben ezen a szakaszon az I. számú terrasz, de itt is kissé elmosódott és fokozatos lejtőssődéssel megy át azután az alatta levő II. terrasz magasságába. Pilismarót és Dömös között, Kishábod-dűlőtől kezdve a dömösi téglagyár agyaggödrének magasságáig viszont morfológiai formájával igen szembeötlő. Ezen a részen magassága kb. 185 m a t. sz. felett. Ezután csak Visegrád környékén találkozunk vele. Gyengén a visegrádi Kálvária környéke jelzi szintjét elmosódott kavicsnyomokkal. Sokkal erőteljesebben jelentkezik a visegrádi Várhegytől, Nagyvíllám és Kisvíllám-hegyektől

védett öblözetben (9. ábra). Valószínű, hogy ez a védett elhelyezkedés volt az oka, hogy itt, mintegy az erózió árnyékában, a terrasz kavicsával együtt fennmaradhatott. A kavics ugyan nem valami bőséges, de 180—182 (81—83 m magasságban a Duna felett) m t. sz. f.-i magasságban a szőlőkben és gyümölcsösökben jól elő-



9. ábra. Abb. 9. Visegrád környéke a nagymarosi oldalról. Ezen a környéken az áttörésben szereplő összes szintek megvannak. — Umgebung von Visegrád von Nagymaroser Ufer aus gesehen. In dieser Gegend sind sämtliche im Durchbruch vorkommenden Niveaus vorhanden.

-----	{	óalluviális terrasz,		
		Niveau der Altalluvialterrasse (IV),		
.....	{	városi terrasz,	-----	{ fellegvári,
		Städteterrasse (III),		Burgterrasse (II),
-----	{	I. számú terrasz,	-----	{ 220—250 m-es szint,
		Terrasse I,		Niveau von 220—250 m,
-----	{	290 —350 m-es szint,		
		Niveau von 290—350 m.		(Szerző felv.)

tűnik. Ezután az I. számú terrasz foszlányai a Dunabogdánytól nyugatra levő szőlőkben jelentkeznek, ezt a szintet őrzi kavics nélkül a dunabogdányi Kálvária is. Az Ásványpatak jobbpartján levő, szépen kifejlődött fellegvári terraszok szintje felett is megvan gyenge pásztában, kavicsal jelölve az I. számú terrasz, és végül

jelentkezik még Tahi felett is kavicssal jelölve kb. 180 m t. sz. f.-i magasságban.

Nagyon szembeötlően jelentkeznek a visegrádi áttörésben a magasabban fekvő szintek is. Különösen jól lehet a szintek egybeesését és folyamatosságát az ellentétes partok magaslatairól megfigyelni.

Esztergom alatt a Vaskapu keleti peremén megvannak a 220—250 m-es szintek, de különösen szépen jelentkeznek a 290—350 m magasságban fekvők. Basaharctól nyugatra a Szamárhely és Hosszúhegy is ebben a magasabb szinttájban fekszik. A 220—250 m-es szint részben szántóföldekkel borítva, részben erdőkkel koronázva szépen ki van fejlődve Basaharc és Pilismarót felett. Jól megfigyelhető a formák azonossága a Bitócz feletti Hegyesen, Felhídon, a Középhegy és Nagyhábod északi részében. Ugyanezen a szakaszon a 290—350 m-es szintbe tartozik a Csurgókuti-árok nyugati magaslata, Óhegy, Keskenyórom, a Középhegy hosszan elnyúló középső szakasza, a Hosszúhegy az Ördöghüllőjével, Szekrényhegygel stb. Dömös felett az utóbbi szint a Piroksahegy aljában, de különösen a Préposthegy keleti szárnyán követhető.

Dömös és a Lepence-patak torkolata közötti szakaszon a 220—250 m-es szint a Malom-patak jobbpartján a gerincen tűnik elő, azután a Nyalkabérc lejtőjén behorpadásokkal, vállakkal és a Gizella-telep felett kisebb laposokkal jut kifejezésre. A Lepence-patak torkolata és Visegrád közötti részen a 220—250 m-es szint tartozékai felismerhetők, de sokkal jobban kitűnnek a magasabb szintek. Visegrád alatt 220—250 m-es szint jól látszik a Kisvillám és Mogyoróhegy közötti lapos nyergen, míg a 290—350 m-es szintet a visegrádi Várhegy, Nagyvillám és a Feketehegy oldalán lehet megfigyelni. A magasabb szintek azután átfordulnak a szentendrei Dunaág mentére, tartozékai elő-előtűnnek, ha nem is olyan jól kifejezetten mint a szorulatban. Mindenesetre nagyon érdekes, hogy Tahi felett, a Hegyesd-csúctól (315 m) kelet-délkeleti irányban, 235 m magasságban, platószerű szinten kvarckavics fekszik. A kavicsok innen 210—215 m magasságig lehúzódnak. Vannak közöttük egészen tekintélyes nagyságú kavicsszemek is. Máshol ilyen magasságokban, — igaz ugyan, hogy azokat rendszeresen nem jártam be — kavicsokra nem akadtam. Viszont az irodalmi források

az áttörésben, Nagymaros és Zebegény között, hasonló magasságokból említenek kavicsokat.

A Duna balpartját csak Szobtól kezdődően járhattam be. Általában Szobtól Vácig ugyanazokban a szinttájakban megtaláltam az összes jobboldalon végigkísért terraszokat és fel lehet találni a magasabban fekvő szinteket is. A két partrészlet között teljes az azonosság.

1. Az óalluviális terrasz (IV.) az ismert magasságokban (4—6 m-re a Duna felett) húzódik végig az egész parton. Általában keskeny pászttára szorítkozik, mert a magasabb és idősebb terraszok gyakran megközelítik a Dunát. A sziklás, erősen alámosott részeken a magasabb terraszokkal egyetemben csak csökevényesen vagy egyáltalában nincsenek kialakulva.

2. A városi terrasz már sokkal jelentékenyebb morfológiai szerepet játszik. Szob község és a Rózsáshegy között a III. terrasz egészen megközelíti a Dunát. A terrasz anyaga sok helyen fel van tárva. Egyik legérdekesebb feltárása Szob bejárata közelében van. Itt a Kálvária felett, az országút és a Vadaskert felé vezető szekértúttól bezárt háromszögben, a több méter vastagságú lösszel borított kavicsos és homokos terraszanyagból, a homokos részletből, 115—116 m t. sz. f.-i magasságban 1930-ban 3 felnőtt mamut fogát, 1 mamutborjúfogát, 1 mamutborjú agyarást ástak ki. Ugyanebből a rétegből még vapti szarvasfog, agancs, rénszarvasfog és agancs került elő több más meghatározhatatlan ősmaradvány társaságában. A meghatározásokat GAÁL ISTVÁN végezte, a leletek a Nemzeti Múzeum gyűjteményében vannak. Az említett leletek a városi terrasz újpleisztocén korát kétségtelenül meghatározzák. Amint említettem, a terraszt meglehetősen vastag löszköpenyeg takarja, és ezen a vidéken így a terrasz látszólag 120—125 m magasságban van a t. sz. felett. Zebegény előtt kb. 1 km-re a terrasz kiékelődik és helyet ad a Dunához közelebb férköző magasabb terraszoknak. Zebegény közelében a III. terrasznak csak keskeny foltjai maradtak meg.

Zebegénytől délre az Ördöghegy nyugati oldalán a terrasz fennállása bizonytalan, látszólag az út és a vasút is a terrasz szintjében húzódik. Azután az Ördöghegy keleti oldalának aljában jelentkezik kezdetben keskenyebb, majd fokozatosan szélesbedő

pásztában a városi terrasz. Nagymaros középső darabja ezen a terrazon épült. A nagymarosi löszös öbölben a városi terrasz általában jól ki van fejlődve, de ezt is vastagon borítja a lösz, és így morfológiai formája sokkal magasabb a terrasz való értékénél. Kismarosnak a vasútvonal felett levő házsorai, valamint Nógrádverőce alsó része is a városi terraszra telepedett.

Nagyon szépen és szembeötlően fejlődött ki a városi terrasz Nógrádverőce és Vác között, valamint Vácon és Vác közvetlen szomszédságában. Vác maga is a városi terrazon áll. A honti határtól kezdve Vác alsó részéig nemcsak a Duna közvetlen partját uralja a városi terrasz, hanem a város északi határának szélességében kb. $1\frac{1}{2}$ km mélységben be is öblösödik. Felszínét különböző pleisztocén képződmények és lösz borítja, e miatt ez a szint sokkal magasabbnak látszik a törvényesnél, a fedőrétegekkel együtt gyakran megközelíti a 140 m t. sz. f.-i magasságot is. Nagyon szembetűnő a honti határtól kezdve a Duna partján Vác felé több mint 2 km hosszúságban húzódó, a fedőrétegeivel 137 m t. sz. f.-i magasságot is elérő terraszdarab. A Duna partjáról meredek fallal emelkedik ki. Erről a terraszról részletesebben megemlékezett SCHAFARZIK (32) is. A terraszkavics felsőoligocén homokra telepedett, vastagsága 4 m (110–114 m t. sz. f.-i magasságok között) 12–16 m-re a Duna szintje felett (Vácnál a Duna 0 pontja 98 m-re van a t. sz. felett). Morfológiai megfontolások alapján — kövületek hiányában — SCHAFARZIK is a Duna újpleisztocén terraszai közé sorolta. A városi terrasznak másik feltárása ugyanebben a szintben a város déli határszélén van, a Kodak-gyártól délre, a vasútvonal közelében. Itt valósággal iparszerűen folyik a kavics és homok kiaknázása.

3. A fellekvári terrasz (II.) ezen az oldalon a szobi vasútállomástól északra, a Márianosztrára vezető útból kiágazó dűlőút mentén, 140–145 m t. sz. f.-i magasságban, felszínén kavicsal jelezve tűnik elő. A felszínen a kavics gyengébben jelentkezik, de közvetlenül az út közelében kisebb feltárásokban jól előtűnik (10. ábra). A II. terraszt jellemző típusos terraszkavics, bőségesen vannak benne kvarcitok, de a vulkanikus kőzetek görgetegei is jelentékeny szerepet játszanak. A fellekvári terrasz szintje Szob felett erőteljesen ki van fejlődve és átnyúlik az Ipoly túlsó oldalára is. Kelet felé ez a szint jól kialakult sávban övezi a Rózsáshegynek

a Duna felé néző lejtőjét. Zebegény közelében a II. terrasz sokkal közelebb férkőzik a Dunához, kisebb foltjai Zebegény közvetlen szomszédságában is felfalálhatók. Az Ördöghegy nyugati és déli oldalában a fellegvári terrasz is a Duna későbbi eróziójának esett áldozatul, de a hegy oldalából egyes, a megfelelő szintmagasságokban kinyúló sziklaválapok azt a látszatot keltik, mintha az elpusztított fellegvári terrasz nyomait őriznék.



10. ábra. Abb. 10. A szobi terraszok a basaharci fellegvári terraszokról.
Terrassen von Szob.

..... { fellegvári terrasz,
 { Burgterrasse (II),

----- { a 220—250 m-es szintben fekvő Rózsáshegy és Malomhegy.
 { der im 220—250 m Niveau gelegene Rózsáshegy und Malomhegy.

(Szerző felv.)

A nagymarosi öbölben a fellegvári terraszok szintje erősen ki van fejlődve, de azt nagy, gyakran 15—20 m vastagságban is, lösz borítja. A löszréteg annál vastagabb, mennél közelebb vagyunk a szélárnyékot nyújtó nagyobb magasságok páholyához. A terrasz egységét a löszbe vágódott hatalmas vízmosások és mély árkok megszakítják. Ahol az árkok elég mélyek ahhoz, hogy a terrasz-kavics szintjét elérjék, ott a kavics is napfényre kerül. Így pl.

Nagymaroson a Diófa-utcában 140—145 m t. sz. f.-i magasságban $1\frac{1}{2}$ —2 m-es löszréteg alatt helyi eredetű görgetett törmelék fekszik. Ez alatt ismét 2 m vastagságú lösz következik. Ez alatt a második löszréteg alatt helyezkedik el a csontzárványokat is tartalmazó terraszkavics. Sajnos, ép és használható állapotban egyetlen csontot sem tudtam kiszabadítani. Kismaros felé azután a fellegvári terraszt elkeskenyedik és elmosódik. Kisebb foltokban és gyenge kavicsnyomokkal jelölve a nógrádverőcei templomtól keletre 140—145 m t. sz. f.-i magasságban mutatkozik, majd a községtől keletre erősen megközelíti a lábánál futó vasútvonalat.

Amilyen szépen ki vannak Vác környékén a városi terraszkok alakulva, annyira szegény ez a vidék a magasabb terraszkokban. A várostól északra a nógrádi határ közelében a fellegvári terraszt nagyon halvány nyomokban tűnik elő, gyér kavicsnyomokkal kísért előbukkanások vannak a fellegvári terraszkoknak megfelelő magasságban pl. a Kishermányhegy környékén, a Szendehely felé vezető országhát mindkét oldalán.

4. Az I. számú terraszt Szob környékén gyengén van képviselve, aránylag legjobban megmaradt a Rózsáshegy keleti szegélyén. A nagymarosi löszös öbölben a pleisztocén terraszkok kialakulásának idejében a Duna oldalozó eróziója nagyon erős lehetett, mert az I. számú terraszt csaknem tökéletesen elpusztította. A II. terraszt szintjéből a lejtők hirtelen emelkedéssel és csak alig-alig feltűnő zökkenővel jutnak a magasabb szintek síkjába.

A Visegrád alatti terraszt kavicsal is jelzett maradványaival szemben Nagymaros és Kismaros között, a Jánoshegy felett hosszabb sávban lehet követni a kb. 180—182 m magasságban fekvő I. számú terraszt. A kavicsok itt a felszínen elég élénken jelentkeznek, nagyobb feltárásuk azonban nincsen. Az I. számú terraszkoknak Vác felé ez egyúttal az utolsó jobban látható darabja.

A magasabb szintek Szob és Vác között is jól kifejezetten jelentkeznek. Szob és Zebegény között a 220—250 m-es szintek Szob felett a Damásdi-patak jobbpartján, a Kerekhegyen jelentkeznek, folytatódnak a Rózsáshegyen, Malomhegyen és a Zebegény feletti Kerekhegy megfelelő magasságú szintjéhez csatlakoznak. Ez a szint itt nagy öböllel mélyen benyúlik Márianosztra és Kóspallag irányába is, de Kóspallagtól már a 290—350 m-es szintek

200 m. a t. sz. f.

190 -

180 -

170 -

160 -

150 -

140 -

130 -

120 -

110 -

100 -

-200

-190

-180

-170

-160

-150

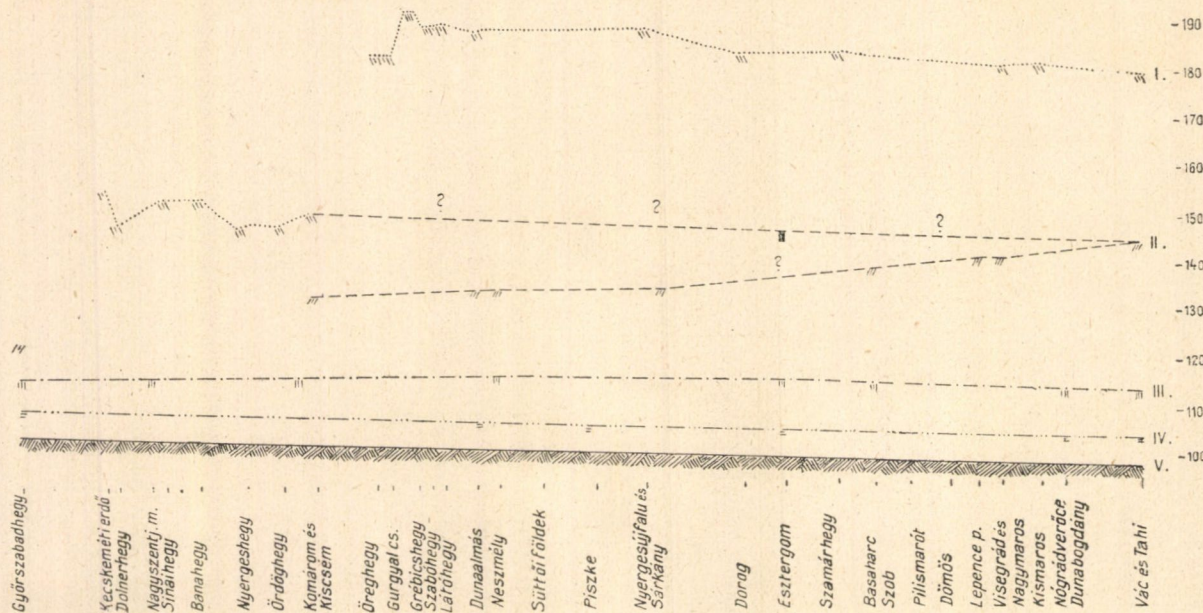
-140

-130

-120

-110

-100



A Duna térsége hosszmetéke.
Amagasság torzítása kb. 350-szeres.

I. sz. terrasz, II. fellegházi terrasz, III. városi terrasz,
IV. Ö alluvialis terrasz, V. a Duna 0 szintje.

11. ábra.

választják el. A nagymarosi löszös öbölben a 220—250 m-es szint a Királykúttól jól ki van fejlődve, a 290—350 m-es szint már az Ördöghegy keleti peremén jelentkezik és karélyosan a Fehérhegyen át a már részben a Kismaros feletti Kelemen és Gámuc-hegyektől jelzett szintekhez csatlakozik. A Kallóhegy és a Borbélyhegy vonulatától északnak ez a szint látszólag beöblösödik Szokolya felé. Váctól északra és északkeletre a 220—250 m-es szintek árkolásokkal tagolt darabjai Kosd irányába tartanak.

Az Esztergom—Tahi, illetőleg Szob—Vác szakaszon a Duna mentén tehát a következő terraszokat lehetett végigkísérni: az I. számú terraszt 81—83, kereken 80 m magasságban a Duna szintje felett, a II. számú (fellegvári) terraszt 41—48 m magasságban, a III. (városi) terraszt 12—16 m és a IV. terraszt 4—6 m magasságban a Duna felett.

E szerint a I—IV. számú terraszok a Kisalföld keleti peremétől egészen Vácig, illetve Tahiig, vagyis a visegrádi áttörés alsó nyílásáig végignyomozhatók.

A magasabb szintek morfológiai formáira nagyon jellemző, hogy míg Esztergom felett azok abráziós jellegűek, Esztergom alatt ilyen sajátosságokat nem lehet észrevenni. Az Esztergom alatti magasabb szintek tehát erózióznak köszönhetik létrejöttüket. Ezt a feltevést még behatóbb kutatásoknak kell megerősíteni, de a föltevést indokolttá és valószínűvé teszi az a korábbi irodalomban is kifejezésre jutott vélemény, (31) hogy az Ósdunának egykor a Visegrád és Nagymaros között fekvő 368 m magas lajtamész-fennsíkot is át kellett törni, el kellett hordani. Az elhordás pedig csakis eróziós úton történhetett.

A terraszok koráról megelőzően többszörösen is szó esett. Az I. számú terraszt a legidősebb levantei időkben kialakultnak kell tekinteni. A városi (III.) terrasz korát a szobi leletek kétségtelenül újpleisztocénnek jelölik. A fellegvári terraszokból tudomásom szerint ezen a szakaszon paleontológiai leletek nem kerültek elő, de a fellegvári terrasz felett felhalmozódott, sokszor igen tekintélyes vastagságú löszréteg, a morfológiai jellemvonások, a II. és III. terrasz között a nagy magasságkülönbség arra utal, hogy a két terrasz kialakulása között jelentékeny idővel kell számotvetni, és azért annak kialakulását az ópleisztocénba célszerű helyezni. Ez a

kormeghatározás megegyezik az ugyancsak a fellegrvári terraszok szintjébe tartozó kiscelli terrasz korával is. Végezetül a IV. számú terrasz óalluviális korához kétség nem férhet.

A terraszok hosszmetSZete (11. ábra) sok meggondolásra ad alkalmat és sok érdekes problémát vet fel. A IV. és III. számú terrasz lejtése a Duna mai folyásával teljesen megegyező. A győrszabadhegyi kavicsok zárvényaik szerint pleisztocénkoriak. Ha a II. terraszhoz sorolható kavicsmaradványokat összekötjük, a II. terrasz ellentétes lejtést mutat. Az ellentétes lejtés különösen akkor lesz nagy és hirtelen változó, ha a győrszabadhegyi előbukkanást is ebbe a sorozatba kapcsoljuk. Ebben az esetben a Győrszabadhegy és Komárom között mutatkozó nagy magasságkülönbséget elsősorban utólagos szintváltozással lehetne magyarázni.

A Kecskeméti erdő és Kiscsém vonalon elhelyezkedő terraszrészlet kavicsait az irodalmi források pannóniai-levantei koriaknak mondják, — sajnos, azonban a perdöntő zárvényok hiányoznak. Kiscsémén túl az I. számú terraszok kavicsát már sokkal magasabban (185—194 m) találjuk meg. Ha a terraszok kavicsal jelölt két szint összetartozik, — a külső jelek erre nagyon csábítóak — akkor a terraszrészletek között a magasságkülönbségeket csak a terrasz kialakulása óta végbement szintváltozással lehet megmagyarázni. Viszont ebben az esetben nehezen értelmezhető az I. és II. terrasz között mutatkozó ellentétes lejtés. Ezt a kellemetlen zavaró körülményt esetleg azzal a feltételezéssel is meg lehet kerülni, hogy a kecskeméti erdő—kiscségi terraszrészletet a fellegrvári terraszokhoz tartozónak vesszük, az esztergomi Várhegyet a fellegrvári terraszok főpillérének tekintjük, a Komárom—Vác—Tahi szakaszon jelentkező kavicsnyomokat pedig stadiális kavicsztraszoknak. Ha ezek a részletek a további kutatások során tisztázódnak, a morfológia a Kisalföld kialakulása menetének olyan részleteiről is felvilágosítással szolgálhat, amelyekhez a geológia már csak nagyon nehezen tud hozzáférkőzni.

*

Bármiképpen álljon is a dolog, kétségtelenül bizonyos, hogy a visegrádi áttörésen az I—IV. számú terraszok végignyomozhatók.

Ez azt bizonyítja, hogy ott az Ősdunának esztergom—váci szakasza a pannóniai idők elmúltával a mai Dunameder felett 80 m magasságig volt bevágódva és már abban az időben is aránylag mélyen fekvő völgysíkkal létesített a Kisalföld és az Alföld tavas, mocsaras vidéke között kapcsolatot. Az I. számú terrasz felett a magasabb szintek fennállása és sokkal magasabb fekvése azt bizonyítja, hogy ez a kapcsolat a két medence között már jóval az I. számú terrasz kialakulása előtt fennállhatott. Ismerve a Bécsi-medence pannóniai színlőinek magasságát, az is bizonyos, hogy a magasabb szintek kialakulásukkor a pannóniai medencék erózióbázisához kellett hogy igazodjanak, csak azt nem lehet még tudni, hogy a kialakulás milyen szakaszokban, milyen szintekhez kapcsolódva ment végbe, mert analógiákkal a kérdést megoldani nem lehet, s ahhoz a magasabban fekvő szintek tüzetes vizsgálatára és ezek alapján esetleg finomabb beosztására van szükség.

A legjobb meggyőződéssel állíthatjuk azonban, hogy a visegrádi áttörés kialakulása már *legalább a pannóniai idők* derekán megkezdődött.

A pannóniai tómedencék szintje az Aldunán való lecsapolás révén fokozatosan alászáll. Az I. számú terrasz szintje a Kisalföldről letakarodó állóvíz pusztulása előtt hosszabb nyugalmi időszakot jelent. Az Ősdunának az I. számú terrasz szintjéről a II. terrasz szintjéig való bevágódása a pleisztocén hajnalán következett be. Ennek a bevágódásnak a magasabb hegyvidékekről lezúduló, időszakosan szélsőségesen megnövekedett mellékfolyók vízhozama is oka lehetett. A fellegrvári terraszok kavicsainak lerakódása a pleisztocén elején jelent nyugalmi időszakot a folyó bevágódásának munkájában. Ez a Duna már nem olyan vad és bővizű folyam, mint az I. terrasz Ősdunája. Mennél jobban közeledik a Duna a jelenkor felé, annál jobban elszegényedik vízbősége, annál jobban csökken munkaképessége is. A II. terrasz szintjéről aránylag hamar jut nyugalmi helyzetbe a III. terrasz szintjében, ahol a kavicsok nemcsak összetételben, hanem nagyságban is csaknem teljesen megegyeznek a mai Duna kavicsaival. A pleisztocén lezártával jelentkezik a Duna az óalluviális terraszok szintjében, később pedig újra bevágódáshoz kezd.

Az ópleisztocén és újpleisztocén terraszok feltalálhatók a Duna

mentén Budapest környékén is. De szemmel láthatóan az I. számú terraszok szintje sem szűnik meg Tahi alatt. Tahitól kezdve már nem nyomoztam Budapest felé a terraszokat, csak az irodalomból ismeretes, hogy Pomáz alatt a Majdan-platón kavicsnyomok vannak (36). A Majdan-plató pedig az I. számú terraszok szintjében fekszik. Tahi és a Budai-hegyek között, valamint a Budai hegyekben is, az I. számú terraszok szintjében gyakran tűnnek fel morfológiai formájukkal és gyéribben kavicsnyomokkal is terraszrészletekre intő alakulatok. Ugyancsak gyanus jelek mutatkoznak a 220—250 és 290—360 méteres szinttájak környékén is. Nagyon valószínű, hogy ezeknek a szinteknek tüzetesebb tanulmányozása még sok értékes felvilágosítással tudna szolgálni.

Irodalom.

1. H. HASSINGER: Geomorphologische Studien aus dem inneralpinen Wiener Becken und seinem Randgebirge. Geograph. Abhandlungen. VIII. 1905.
2. F. X. SCHAFFER: Die alten Flussterrassen im Gemeindegebiet der Stadt Wien. Mitteilungen der k. k. Geographischen Gesellschaft in Wien. 1902. 325.
3. F. X. SCHAFFER: Zur Frage der alten Flussterrassen bei Wien. U. o. 1905. 196.
4. F. X. SCHAFFER: Neue Beobachtungen zur Kenntnis der alten Flussterrassen bei Wien. U. o. XLVII. 1904. 163.
5. H. HASSINGER: Zur Frage der alten Flussterrassen bei Wien. U. o. 1905. 196.
6. F. X. SCHAFFER: Bemerkung zur Frage der alten Flussterrassen bei Wien. U. o. 1905. 587.
7. F. X. SCHAFFER: Über den Zusammenhang der alten Flussterrassen mit den Schwankungen des Meeresspiegels. U. o. 1907. 88—93.
8. F. X. SCHAFFER: Neue Forschungen in den alten Terrassen des Donaugebietes. U. o. 1908. 57.
9. F. X. SCHAFFER: Geologie von Wien. 1904—1906.
10. F. X. SCHAFFER: Das Alter der Schotter der Bisambergterrasse. Verh. d. Geologischen Bundesanstalt. 1907. 88—93.
11. C. DIENER: Der Boden Wiens und seine Entstehung. Wien. 1924.
12. F. X. SCHAFFER: Geologische Geschichte und Bau der Umgebung Wiens. 1927.
13. F. VITÁSEK: Sur les plates-formes d'abrasion et sur les terrasses fluviales dans le Sud de la Moravie. — Résumés des communications Congrès International de Géographie. Paris, 1931.

14. G. SCHLESINGER: Ein neuerlicher Fund von *Elephas planifrons* in Niederösterreich. Jahrbuch d. k. k. Geologischen Reichsanstalt. 1913. Wien.
15. G. SCHLESINGER: Die Mastodonten der Budapester Sammlungen. *Geologica Hungarica*. T. II. F. I. 225. Wien. 1922.
16. SCHAFARZIK F.: Az aldunai Vaskapu-hegység geológiai viszonyainak és történetének rövid vázlata. *Földtani Közlöny*. XXXIII. 1903.
17. J. ČVIJÍČ: Entwicklungsgeschichte des Eisernen Tores. *Ergänzungsheft No. 100*, zu Petermanns Mitteilungen. 1908.
18. LÓCZY L.: A Balaton környékének geológiai képződményei. *Bal. Tud. Tan. Felmérései*. 454.
19. STRÖMPL G.: A visegrádi Dunaszoros és a pesti síkság fiatalabb kavicstelepei. *Földtani Közlöny* 1913. 328.
20. SCHAFARZIK F.: A budapesti Duna paleohidrográfiaja. *Hydrologiai Közlöny*. I. 184.
21. FERENCZI I.: Geomorfológiai tanulmányok a Kismagyar Alföld déli öblében. *Földtani Közlöny*. 1925. 17.
22. LÁSZLÓ G.: Jelentés a Kisalföld délnyugati részén 1905-ben eszközölt agrógeológiai fölvételi munkáról. *Földt. Int. Évi jelentése* 1906-ról.
23. LIFFA A.: Földtani jegyzetek Tata és Szöny vidékéről. *Földt. Int. Évi jelentése* 1908-ról.
24. LIFFA A.: Agrógeológiai jegyzetek Tömörd-pusztá és Kocs környékéről. *Földt. Int. Évi jelentése* 1909-ről.
25. SCHRÉTER Z.: Harmadkori és pleisztocén hőforrások a Budai-hegységben. *Földt. Int. Évkönyve*. XIX. köt. 167.
26. HORUSITZKY H.: A bábolnai állami méneshirtok agrógeológiai viszonyai. *Földt. Int. Évkönyve*. XIII. 167.
27. HORUSITZKY H.: Ács község és a Bakonyér környéke Komárom vármegyében. *Földt. Int. Évi jelentése* 1917—19-ről.
28. HORUSITZKY H.: Tata hőforrásainak hidrógeológiája és közgazdasági jövője. *Földt. Int. Évkönyve*. XXV.
29. HORUSITZKY H.: Kőbőlkút, Bátorkesz és Dunamócs agronómiai viszonyairól. *Földt. Int. Évi jelentése* 1897-ről.
30. INKEY—HORUSITZKY—TIMKÓ: Magyarországyén és Párkányána vidéke. Magyarázatok a magyar korona országainak részletes agrógeológiai térképéhez. *Magyar Földt. Intézet*. 1903.
31. БӨСЬН H.: Nagymaros környékének földtani viszonyai. *Földt. Int. Évkönyve*. XIII. 1899.
32. SCHAFARZIK F.: Vác városa fiatalabb pleisztocén terrasza. *Hydrologiai Közlöny*. 1921. 40.
33. HALAVÁTS GY.: A neogénkori üledékek Budapest környékén. *Földt. Int. Évkönyve*. 1906.

34. SCHAFARZIK F.: Budapest és Szentendre vidéke. Magyarázatok a magyar korona országainak földtani térképéhez. Magyar Földtani Intézet. 1902.

35. SCHAFARZIK—VENDL: Geológiai kirándulások Budapest környékén. Budapest. 1929.

36. SZALAI T.: Új adatok Pomáz és környékének geológiájához. Földt. Közlöny. 1925. 104.

37. SÜMEGHY JÓZSEF: Adatok a Kis-Alföld keleti öble pliocén kavicstakarójának ismeretéhez. A M. kir. Ferenc József tudományegyetem tudományos közleményei. Természetudományi értekezések. II. köt. 2. füz. Szeged, 1926.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. január 9-én tartott üléséből.)

DER DONAUDURCHBRUCH BEI VISEGRÁD.

Von ANDOR KÉZ.

Den Werdegang der Donau im ungarischen Becken zu verfolgen ist mit ziemlichen Schwierigkeiten verbunden, da sich die Terrassen des Flusses im Kleinen und Grossen Alföld nur unsicher und schwer nachweisen lassen. Die Annahme, dass die Terrassen in den einzelnen Beckenabschnitten, infolge nachträglicher Senkung der Becken verschüttet worden seien, scheint nicht unbegründet. Es schien uns daher geraten das Studium des Werdeganges der Donau, in deren Durchbruch bei Visegrád zu beginnen, da mit Recht angenommen werden durfte, dass sich die Terrassen gerade an diesem Pfeiler am besten erhalten haben.

Die Donauterrassen liessen sich in der Umgebung des Durchbruches bei Visegrád von Győr bis Tahi (oberhalb Szentendre), am linken Ufer, wegen der Trianon-Grenze, bloss zwischen Szob und Vác verfolgen. Innerhalb dieser Abschnitte gelang es vier, mehr-weniger lückenlose Terrassen festzustellen.

1. Die jüngste, die altalluviale Terrasse; sie wurde mit No. IV bezeichnet, ist in 4—6 m Höhe über dem 0-Punkt der Donau, die engste Stelle des Durchbruches ausgenommen, fast lückenlos vorhanden.

2. Terrasse No. III, deren Alter auf Grund von Einschlüssen ebenfalls als jungdiluvial bestimmt werden konnte, ist durchschnittlich in 12—16 m Höhe gelegen. Frei von Hochwassergefahr ward sie das bevorzugte Siedlungsgebiet der Ortschaften des Donautales, sie führt eben deshalb in Ungarn auch den Namen: Städteterrasse. Zahlreiche Aufschlüsse erleichtern das Verfolgen der Terrasse, darum konnte auch der parallele Verlauf der Ter-

rassen mit dem heutigen Niveau der Donau leicht festgestellt werden. Der Terrassenschotter wird nicht selten von einer Lössdecke von nicht unbedeutender Mächtigkeit überdeckt. (Fig. 7.)

3. Die folgende (Terrasse No. II), nach der ungarischen Terminologie «Die Burgterrasse» verläuft in durchschnittlich 50 m Höhe über dem 0-Punkt der Donau. Am rechten Ufer des Stromes, zwischen Komárom (Fig. 2) und Basaharc, gegenüber Szob, liegen die, zu dieser Serie gehörenden Schotterreste unterhalb des 50 m Niveaus und scheinen mit den, bei Budapest befindlichen und dem gleichen Niveau angehörenden Terrassen in Verbindung zu stehen. Sie lassen sich auch links der Donau (Fig. 10) nachweisen. Die Terrassen No. II sind wiederholt von mächtigem Löss überlagert und sind, laut der in ihnen gefundenen Fossilien altdiluvialen Alters.

4. Terrasse No. I (Fig. 3) taucht bereits östlich von Győr mit sehr bezeichnenden Formen auf und ist auf beiden Ufern der Donau vorhanden. Diese Terrasse kann in der durchschnittlichen Höhe von 80 m im Durchbruch selbst verfolgt werden. Oberhalb des Durchbruches, östlich von Győr, verläuft sie auf kürzerem Abschnitt in 50 m Höhe, um dann plötzlich zu einem höheren Niveau aufzusteigen. In der äusseren Erscheinung, dem Sedimentationsverhältnisse und der Zusammensetzung sind die beiden, in verschiedenem Niveau gelegenen Terrassenstücke ziemlich ähnlich; leider fehlen die paläontologischen Beweise. Laut Literaturangaben und Beobachtungen entstammen die in diesem Niveau (80 m) gelegenen Terrassenschotter aus der oberen Grenze des Levantikums. Vorderhand ist es jedoch schwer etwas über die Herkunft der Schotter auszusagen. Aus ihrer petrographischen Zusammensetzung (Granit, Amphibolgneiss, Quarzporphyr, quarzhaltiger Gneiss, kristalliner Kalk, dichter Mergelkalk, Quarzitschiefer) kann auf die Alpen, als ihrer Herkunftsort mit demselben Rechte geschlossen werden, wie auch auf die Karpathen. Es ist aber sicher, dass sie mit den Schottern der Rába nicht identisch sind.

Es lassen sich demnach die Terrassen No. I—IV vom Rande des Kleinen Alföldes bis nach Vác, bzw. Tahi, der unteren Öffnung des Durchbruches verfolgen.

Ausser der erwähnten Terrassen fallen längs des Durchbruches in den Meereshöhen von 220—250 und 290—350 m auch noch andere Niveaus auf. Es dürften sich diese zusammenfassenden Niveauzwischenräume in noch engere Zwischenräume teilen lassen.

Für die morphologischen Formen der in höherer Lage befindlichen Niveaus ist es bezeichnend, dass während sie oberhalb Esztergom Abrasionscharakter haben, unterhalb Esztergom sie durch Flusserosion entstanden sind. Die höher gelegenen Niveaus konnten voranhand einer eingehenden morphologischen Analyse nicht unterzogen werden. Die Hypothesen bedürfen also noch einer Bestätigung durch eingehende Untersuchungen; die Hypothese wird aber gestützt und wahrscheinlich gemacht durch die in der früheren Literatur betonten Annahme, dass die Urdonau einst auch das zwischen Visegrád und Nagymaros gelegene 368 m hohe Kalkplateau (Leithakalk) durchbrechen müsste.

Das Längsprofil durch die Terrassen (Fig. 11)¹ bietet Gelegenheit zu mancheiner Überlegung und wirft neue Fragen auf. Das Gefälle der Terrassen IV und III entspricht vollkommen dem der recenten Donau. Verbindet man die Niveauhöhen der zur Terrasse II gehörenden Terrassenschotter, so ergibt sich ein entgegengesetztes Gefälle der Terrasse II bis vor Visegrád. Besonders stark und plötzlich tritt dies zu Tage, wenn man den bei Győrszabadhegy vorkommenden Terrassenteil in diese Serie miteinbezieht, was jedoch in der bildlichen Darstellung nicht durchgeführt wurde. In diesem Falle könnte die zwischen Győrszabadhegy und Komárom sich zeigende, grosse Höhendifferenz vor allem auf eine nachträgliche Niveauveränderung zurückzuführen sein. Diesem Umstande gegenüber aber erscheint uns das zwischen Terrasse I und II entgegengesetzte Gefälle sonderbar. Sollte es künftigen Untersuchungen gelingen diese Teilfragen zu vereinigen, so wäre die Morphologie wohl in der Lage über solche Einzelheiten des Werdeganges des Kleinen Alfölds Aufklärung zu geben, welche der Geologie nur sehr schwer zugänglich sein dürften.

¹ Abb. 11. Querprofil durch die Donauterrassen. Überhöhung etwa 350-fach. Terrasse I., Terrasse II., oder Burgterrasse, Terrasse III., oder Städteterrasse, Terrasse IV. Altalluviale Terrasse. V. O-Niveau der Donau. Die Höhenangaben sind auf das Meeresniveau bezogen.

Trotz der erwähnten, störenden, noch einer Erklärung harrenden Umstände ist es zweifellos sicher, dass die bisher nachgewiesenen Terrassen I—IV sich entlang des Durchbruches bei Visegrád verfolgen lassen. Das aber beweist, dass der Abschnitt des Urstromes zwischen Esztergom und Vác in den nachpannonischen Zeiten in 80 m Höhe über dem Niveau des heutigen Donaubettes eingeschnitten war und dass auch zu der genannten Zeit eine, in das Gebirge ziemlich tief gelegene Talebene das Kleine Alföld mit dem Grossen Alföld verband. Das Vorhandensein der höheren Niveaus über der Terrasse I und deren bedeutendere Höhenlage sind Beweise für das Bestehen dieser Verbindung bereits vor der Bildung von Terrasse I. Da uns die Höhenlagen der pannonischen Strandlinien des Wiener Beckens bekannt sind, besteht wohl kein Zweifel darüber, dass zur Zeit der Entstehung der höheren Niveaus diese sich nach den Erosionsbasen der pannonischen Becken richten mussten. Ungeklärt scheint bloss zu sein, in welchen Abschnitten und im Zusammenhange mit welchen Niveaus sich die Bildung vollzog. Auf Grund von Analogien lässt sich die Frage nämlich nicht lösen; eine eingehendere Untersuchung der höheren Niveaus, sowie deren eventuelle feinere Einteilung scheint da unumgänglich nötig zu sein.

Es kann aber mit festester Überzeugung ausgesprochen werden, dass der Beginn des Visegráder Donaudurchbruches schon in die Mitte der pannonischen Zeit zu verlegen sei.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Jänner 1933.)

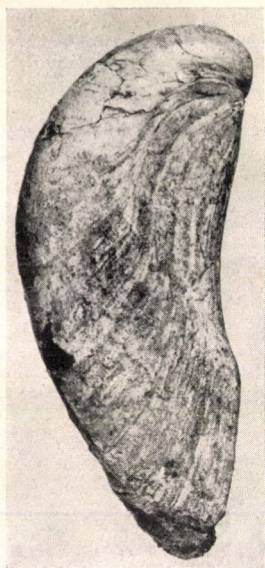




1.



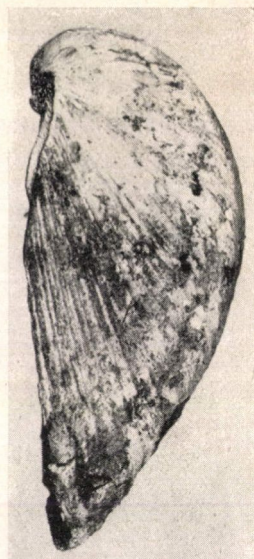
2.



4.



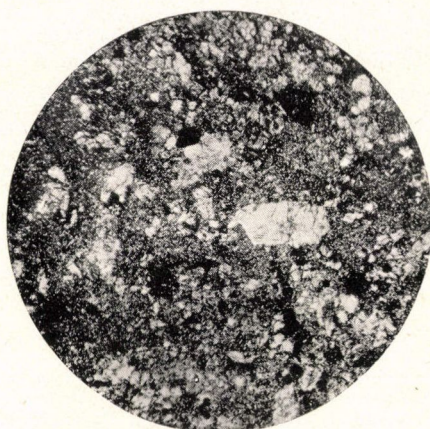
3.



5.



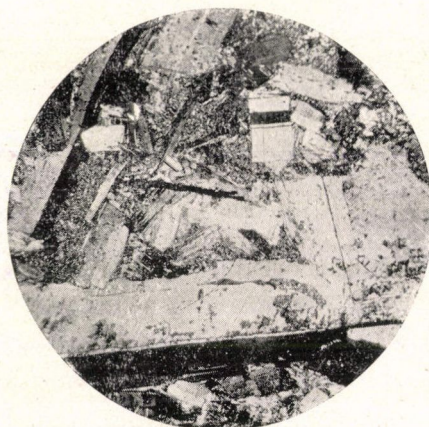
1. ábra.



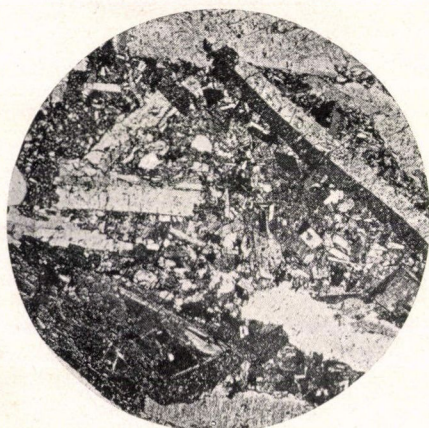
2. ábra.



3. ábra.



4. ábra.



5. ábra.



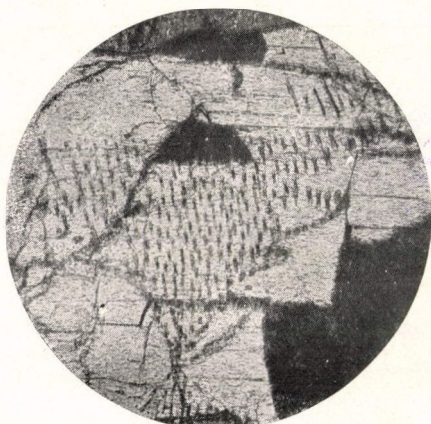
6. ábra.



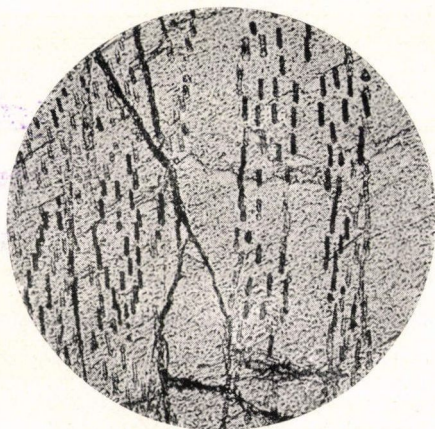
1. ábra.



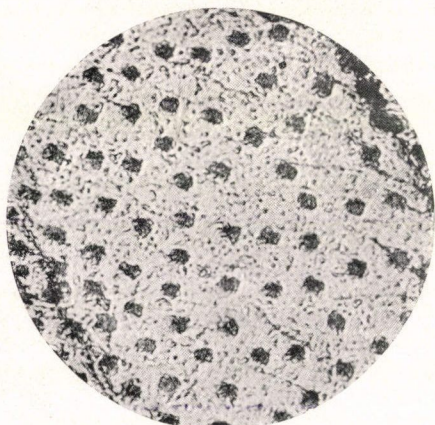
2. ábra.



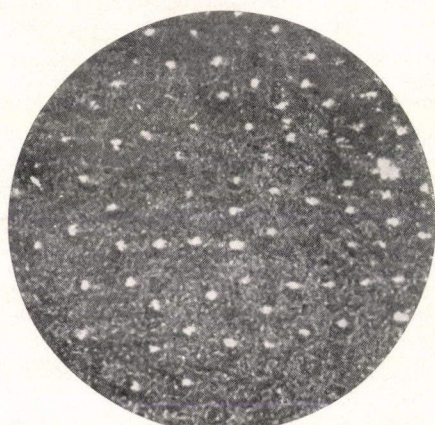
3. ábra.



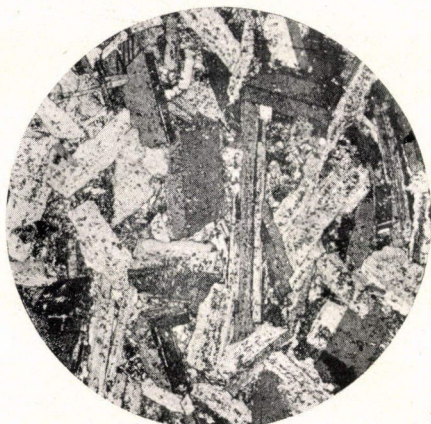
4. ábra.



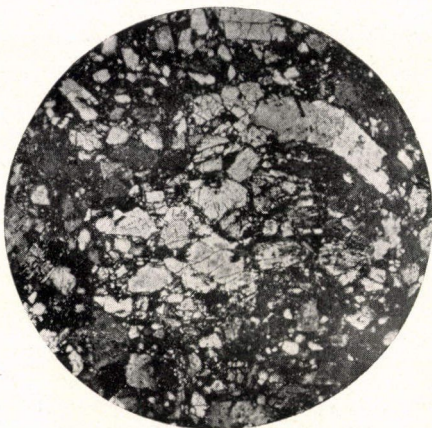
5. ábra.



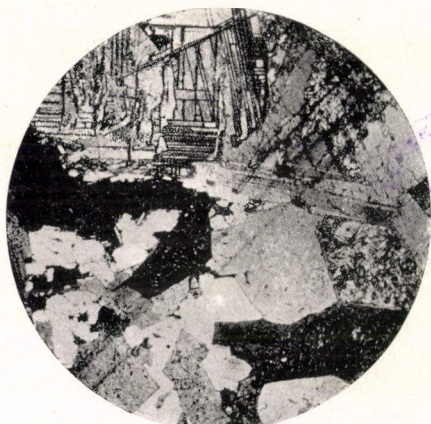
6. ábra.



1. ábra.



2. ábra.



3. ábra.



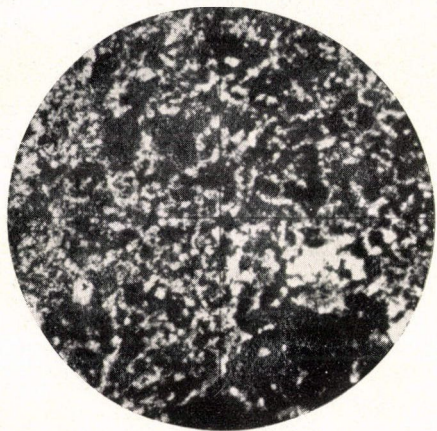
4. ábra.



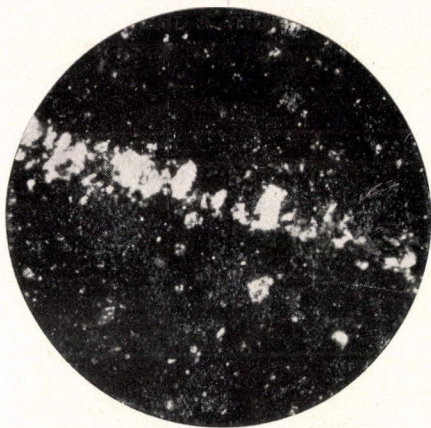
5. ábra.



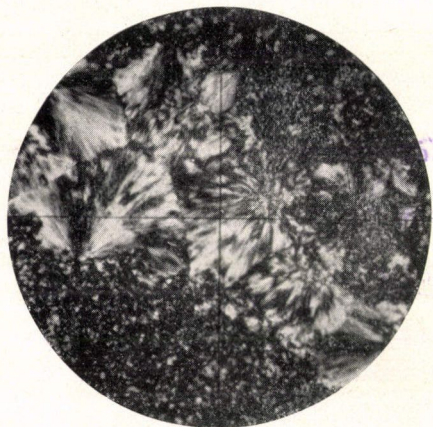
6. ábra.



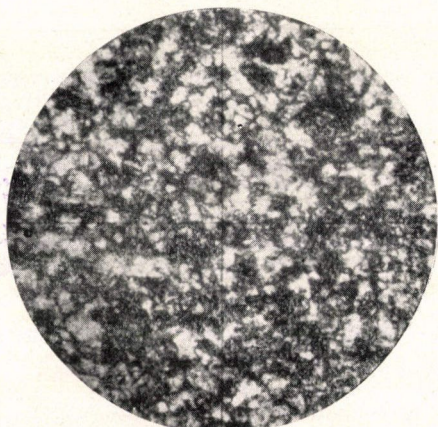
1.



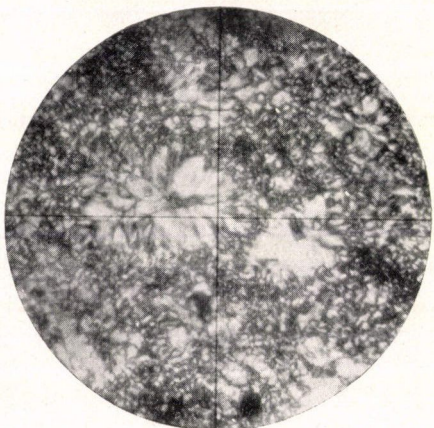
2.



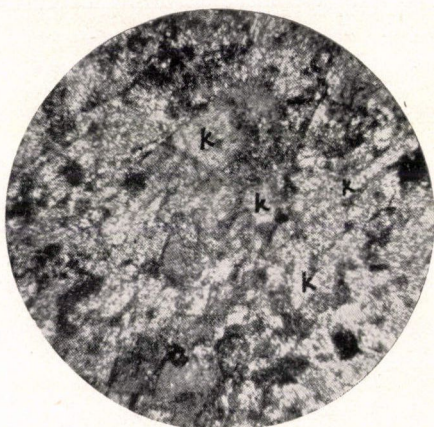
3.



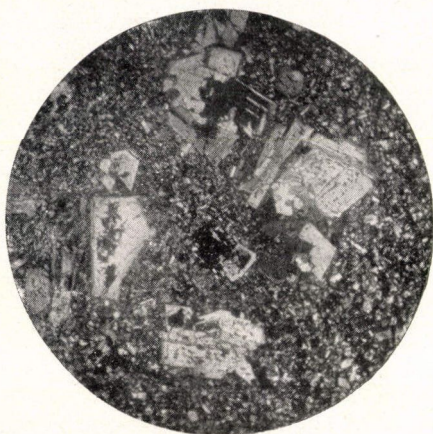
4.



5.



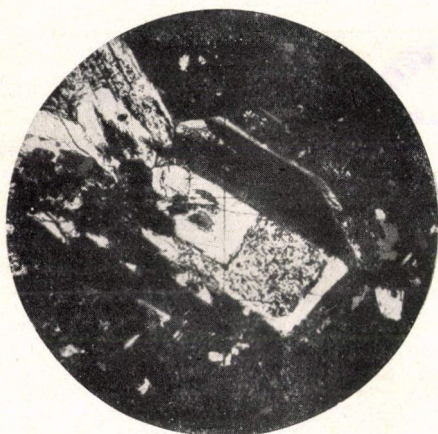
6.



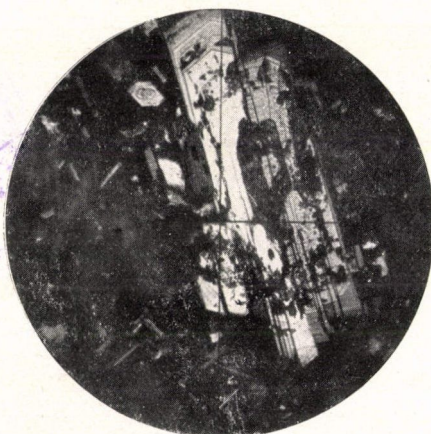
1.



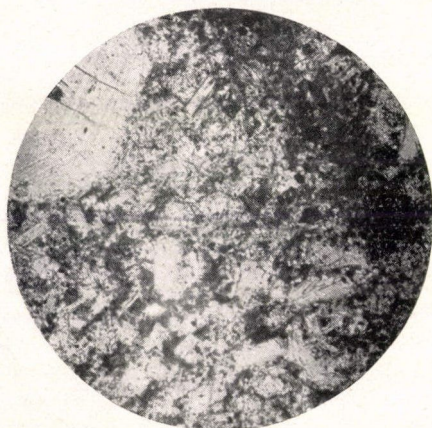
2.



3.



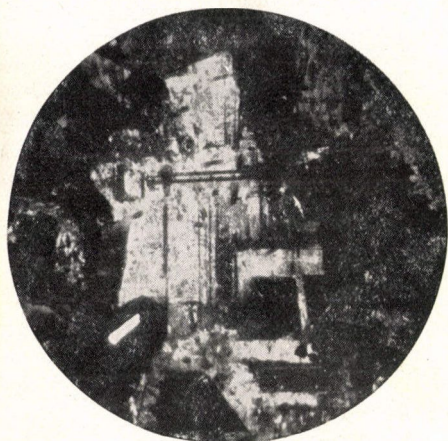
4.



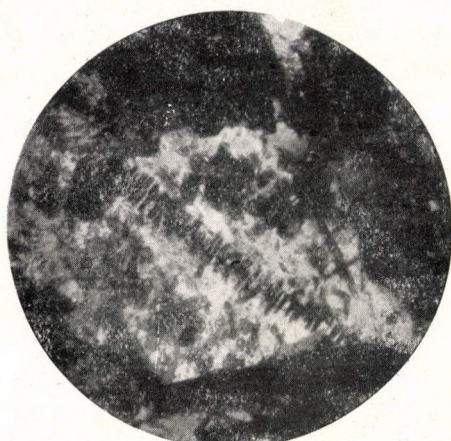
5.



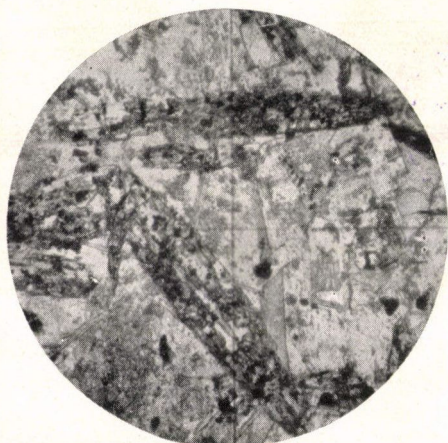
6.



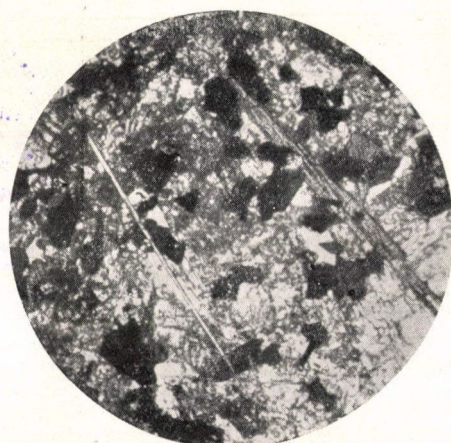
1.



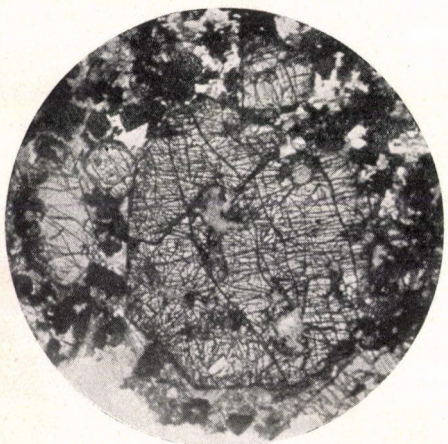
2.



3.



4.



5.



6.

